论文

环形腔激光网络对激光斑图信号的聚类同步传输

吕翎*, 李成仁, 李钢, 赵冠男

辽宁师范大学物理与电子技术学院, 大连 116029

* 联系人, E-mail: luling1960@aliyun.com

收稿日期: 2017-02-06; 接受日期: 2017-03-28; 网络出版日期: 2017-04-20

辽宁省自然科学基金(编号: 2015020079, 201602455)和辽宁省教育厅科学技术项目(编号: L201683665)资助

摘要 本文在Lugiato等人工作的基础上, 发现在考虑了激光的横向效应后, 环形腔激光器的激光输出不但能够呈现合作频率锁定以及准周期振荡行为, 而且还会呈现新的湍流效应, 并模拟展示了相应的激光斑图. 进一步利用环形腔激光器构成激光网络对激光斑图信号进行了聚类同步传输. 在我们设计的技术方案中, 允许网络中存在不确定参数. 并且, 激光网络中聚类的划分、拓扑结构以及每个聚类中的节点数目不受任何限制.

关键词 聚类同步传输, 网络, 激光斑图, 环形腔激光器

PACS: 05.45.Xt, 05.45.Pq, 05.45.Ra

1 引言

Lugiato等人^[1]研究发现, 考虑激光的横向效应后, 描述环形腔激光器的Maxwell-Bloch方程将被修正. 其主要原因在于此时存在光场的有限横截面与光场振幅和位相的径向变化引起的衍射效应、激光器的谐振腔球面镜引起的波形畸变以及由泵浦机制造成工作物质反转粒子数的纵向分布和横向分布引起的增益变化. 这些因素造成环形腔激光器的激光输出呈现合作频率锁定以及准周期振荡等时空动力学行为. 随着研究的不断深入, 人们进一步发现具有横向效应的环形腔激光器的激光输出, 在光通信、信息编码以及光纤传感等许多领域展示了诱人的应用前景. 尤其是利用诸如环形腔激光器构成的激光网络在输出信号的同步传输与放大等方面具有独特的优势. 由此引起

了国际国内学者对该项研究的极大兴趣.

Pecora和Carroll^[2]在网络同步研究领域进行了开创性的工作. 他们运用主稳定函数判据完成了规则网络的完全同步研究. 在此之后, 小世界^[3]以及无标度网络^[4]的建立使人们开展不规则网络的同步研究成为可能^[5-9]. 迄今, 针对各种规则以及不规则网络, 人们提出了若干同步技术实现其同步, 其中典型的有主稳定函数法、自适应控制^[10,11]、牵制控制^[12,13]以及脉冲技术^[14]等.

然而, 由于网络结构的复杂以及技术的局限, 导致网络同步方案的建立受到诸多限制. 对现有的大多数网络同步方案而言, 无论是同步信号在一个网络内传输还是在网络与网络之间传输, 均是网络内所有节点的整体行为, 即网络内所有节点均在同时地传输同步信号, 至多存在时间延迟行为^[15-20]. 但在实际应用中,

引用格式: 吕翎, 李成仁, 李钢, 等. 环形腔激光网络对激光斑图信号的聚类同步传输. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2017, 47: 080501
Lv L, Li C R, Li G, et al. Cluster synchronization transmission of laser pattern signal in laser network with ring cavity (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2017, 47: 080501, doi: [10.1360/SSPMA2017-00022](https://doi.org/10.1360/SSPMA2017-00022)

例如我们利用环形腔激光器作为激光网络的节点进行光信号的同步传输与放大时,常常要根据人为的需求仅仅利用激光网络中的某些节点进行光信号的同步传输与放大,这便是所谓的网络聚类同步问题.网络的聚类同步意味着网络中的所有节点可以根据需求被划分为若干个聚类.同步信号可以在某一个聚类内同步传输与放大,而其他聚类则不能对该光信号进行同步传输与放大,但网络中所有节点均是正常连接着的.显然,网络的聚类同步具有极大的实用性,值得深入研究.为此, Rakkiyappan和Sakthivel^[21]利用牵制控制技术研究了具有时变延迟的T-S模糊网络的聚类同步问题. Sorrentino等人^[22]提出了一种有效的方法用以实现Laplacian-coupled网络的聚类同步,并且分析了这类网络聚类同步技术的稳定性. Nishikawa和Motter^[23]研究了网络的对称性以及聚类同步等问题. Glyzin等人^[24]分析了具有时滞效应的网络聚类同步的存在性与稳定性. Vahedi和Noorani^[25]完成了两个不同拓扑的社区网络之间的聚类投影同步.这些研究工作的开展为人们进一步深入研究网络的聚类同步问题提供了有益的借鉴.

值得注意的是,目前有关网络的聚类同步技术的报道还相对较少.尤其是利用环形腔激光器构成激光网络对激光斑图信号进行聚类同步传输的技术还未见报道.本文在Lugiato等人工作的基础上,发现在考虑了激光的横向效应后,环形腔激光器的激光输出不但能够呈现合作频率锁定以及准周期振荡行为,而且还会呈现新的湍流效应,并模拟展示了相应的激光斑图.进一步利用环形腔激光器构成激光网络对激光斑图信号进行了聚类同步传输.在我们设计的技术方案中,允许网络中存在不确定参数.并且,激光网络中聚类的划分、拓扑结构以及每个聚类中的节点数目不受任何限制.

2 环形腔激光器的激光斑图以及激光网络的构建

Lugiato等人^[1]指出,考虑激光的横向效应后,环形腔激光器的动力学行为可由下列方程描述:

$$\frac{\partial E(r, t)}{\partial t} = -E(r, t)(1 - j\Delta) \times (|E(r, t)|^2 - p) + ja \nabla^2 E(r, t), \quad (1)$$

其中 r 和 t 分别为空间和时间坐标, $E(r, t)$ 为包络电场振幅, Δ 为腔失谐参数, p 为抽运参数, a 为腔结构参数, j 为复单位, ∇^2 为Laplace算子.

Lugiato等人在分析方程(1)所呈现的动力学特性时,为了便于计算,将环形腔激光器包络电场振幅在空间平面内的演化简化为仅在一个方向上是不相同的,这样,环形腔激光器包络电场方程(1)中仅存在一维空间扩散项,对应 $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2}$.

由于最大Lyapunov指数随参数的演化是判定系统动力学行为的有效手段,因此, Lugiato等人通过稳定性分析,定量计算系统的最大Lyapunov指数发现,当固定参数 $a=0.9$, $p=1$ 时,腔失谐参数 Δ 在一定范围内系统的最大Lyapunov指数存在小于零的区域,环形腔激光器的激光输出呈现合作频率锁定以及准周期振荡行为.

我们没有采取Lugiato等人的简化计算,仍保持环形腔激光器包络电场方程(1)中存在二维空间扩散项,对应 $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$.取系统的空间尺寸为 100×100 ,参数 $a=0.9$, $p=1$,腔失谐参数 Δ 作为可调参数.依据Lyapunov指数的定义 $\lambda_{\max} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \ln \frac{|\delta E(r, t)|}{|\delta E(r, 0)|}$,定量计算了存在二维空间扩散项时方程(1)的最大Lyapunov指数的数值,并根据这些数值做出了最大Lyapunov指数随腔失谐参数 Δ 的演化关系曲线如图1所示.

图1显示,腔失谐参数 Δ 的取值在0-0.2区间内,计算出的最大Lyapunov指数的数值虽然不同,但均处于大于零的区域.依据稳定性理论,环形腔激光器的激光输出呈现时空混沌态,即湍流.由于腔失谐参数 Δ 的取值影响最大Lyapunov指数的数值,这将导致湍流花样的变化.这里,我们任取腔失谐参数 Δ 的数值为 $\Delta=0.03, 0.05$ 以及 0.1 ,计算 $t=60$ 时环形腔激光器的激光输出 $|E(r, t)|$ 湍流态的投影斑图如图2所示.

图2清晰地显示了在不同数值的腔失谐参数 Δ 下所得到的湍流花样是不同的.当腔失谐参数 Δ 取其他数值时,得到的湍流花样与这三者也截然不同.另外,计算中我们还发现湍流花样对激光输出的初始值具有敏感的依赖性,所取的初始值不同,得到的湍流花样也不同,但均具有对称性.

考虑连接多台环形腔激光器构成一个激光网络进行信号的聚类同步传输.网络的各个节点就是单个的环形腔激光器,网络的边就是这些激光器之间的连接.在这个激光网络中,假设共有 N 台环形腔激光器,以任

图1 (网络版彩图) 最大Lyapunov指数随参数 Δ 的演化
Figure 1 (Color online) Evolution of maximum Lyapunov exponent with parameter Δ .

意方式连接在一起, 我们欲同时传输 m 个信号, 故将这个激光网络分成 m 个聚类, 每个聚类内的所有节点, 即每个聚类内的环形腔激光器传输其中的一种信号. 则网络第 i 个节点的状态方程可由下式表示:

$$\frac{\partial E_i(r, t)}{\partial t} = F(E_i(r, t), \theta_i)$$

$$\begin{aligned} & + \sigma_i \sum_{q=1}^N c_{iq} E_q(r, t) + u_i(r, t) \\ & = f(E_i(r, t)) + g(E_i(r, t)) \theta_i \\ & + \sigma_i \sum_{q=1}^N c_{iq} E_q(r, t) + u_i(r, t), i \in \Omega, \end{aligned} \quad (2)$$

其中 $F(E_i(r, t), \theta_i)$ 即为激光网络节点处的动力学方程, 即单个环形腔激光器方程 $F(E_i(r, t), \theta_i) = -E_i(r, t)(1 - j\Delta)(|E_i(r, t)|^2 - p) + ja\nabla^2 E_i(r, t)$, θ_i 为网络的不确定参数, 它的识别量为 $\hat{\theta}_i$. $u_i(r, t)$ 为激光网络的控制输入. 若用 k_l 代表第 l 个聚类中的节点数目, $\Omega = \{k_1 + k_2 + \dots + k_{l-1} + 1, \dots, k_1 + k_2 + \dots + k_{l-1} + k_l\}$ 则代表第 l 个聚类中所有节点的指标集, $l=1, 2, \dots, m$ 且 $k_1 + k_2 + \dots + k_m = N$. $\sigma_i \sum_{q=1}^N c_{iq} E_q(r, t)$ 是激光网络的边, 即网络中所有环形腔激光器之间的耦合连接. 其中 σ_i 是网络节点之间的耦合强度, c_{iq} 是表示网络拓扑结构的耦合矩阵元. 如果节点 i 和节点 q 之间存在连接, 则 $c_{iq} \neq 0$, 否则, $c_{iq} = 0$. 由于本文中的环形腔激光器动力学方程为场方程, 因此在实际中采用全光耦合方式实现激光器之间的场耦合较为方便. 首先可以让环形腔激光器的输出经过若干个比例可调分束器和反射镜, 从而获得不同方向以及不同耦合强度

图2 (网络版彩图) 激光输出的投影斑图. (a) $\Delta=0.03$; (b) $\Delta=0.05$; (c) $\Delta=0.1$
Figure 2 (Color online) Projection pattern of laser output. (a) $\Delta=0.03$; (b) $\Delta=0.05$; (c) $\Delta=0.1$.

的光束. 然后再让这些光束经过全反镜或光栅改变方向后, 分别通过欲耦合的激光器谐振腔中的部分反射镜, 透射到各个激光器谐振腔中, 即可实现环形腔激光器之间的场耦合.

假设需要同步传输的激光斑图信号由孤立的环形腔激光器发送

$$\frac{\partial E_l^{\text{sign}}(r, t)}{\partial t} = F(E_l^{\text{sign}}(r, t), \theta_l), l = 1, 2, \dots, m, \quad (3)$$

定义网络节点与同步传输的激光斑图信号之间的误差

$$e_i(r, t) = E_i(r, t) - E_l^{\text{sign}}(r, t), i = 1, 2, \dots, N, \quad (4)$$

则误差的时间演化关系为

$$\begin{aligned} \frac{\partial e_i(r, t)}{\partial t} &= \frac{E_i(r, t)}{\partial t} - \frac{E_l^{\text{sign}}(r, t)}{\partial t} = f(E_i(r, t)) + g(E_i(r, t))\theta_i \\ &\quad + \sigma_i \sum_{q=1}^N c_{iq} E_q(r, t) + u_i(r, t) - F(E_l^{\text{sign}}(r, t), \theta_l). \end{aligned} \quad (5)$$

定义 1: 当激光网络中的 N 台环形腔激光器聚类同步传输激光斑图信号时, 必存在 $\lim_{t \rightarrow \infty} |E_i(r, t) - E_l^{\text{sign}}(r, t)| = 0$.

3 激光网络聚类同步传输技术

我们设计一个有效的函数 $\Sigma_i(r, t)$, 它与网络误差之间的演化关系为

$$\Sigma_i(r, t) = e_i(r, t) + \rho_i \int_0^t e_i(r, \tau) d\tau, \quad (6)$$

这里, ρ_i 为配置系数.

定理 1: 若存在 $\rho_i > 0$, 则函数 $\Sigma_i(r, t)$ 在零点处将渐近于零.

证明 基于方程(6), 若函数 $\Sigma_i(r, t)$ 在零点处渐近于零, 则必有

$$\frac{\partial e_i(r, t)}{\partial t} = -\rho_i e_i(r, t), \quad (7)$$

显然, 若

$$\rho_i > 0, \quad (8)$$

则当 $t \rightarrow \infty$ 时, 必有 $e_i(r, t) \rightarrow 0$, 即函数 $\Sigma_i(r, t)$ 在零点处将渐近于零.

定理 2: 若设计激光网络中的不确定参数的识别律为

$$\frac{\partial \hat{\theta}_i}{\partial t} = \xi_i g(E_i(r, t))^T \Sigma_i(r, t), \quad (9)$$

且激光网络的控制输入为

$$\begin{aligned} u_i(r, t) &= -(l_i + \rho_i + \sigma_i \lambda_i) e_i(r, t) \\ &\quad - \sigma_i \sum_{q=1}^N c_{iq} E_l^{\text{sign}}(r, t) - \Sigma_i(r, t), \end{aligned} \quad (10)$$

则激光网络对激光斑图信号的聚类同步传输将被完成.

证明 我们构造如下形式的 Lyapunov 函数:

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \Sigma_i(r, t)^T \Sigma_i(r, t) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \frac{1}{\xi_i} (\hat{\theta}_i - \theta_i)^T (\hat{\theta}_i - \theta_i), \quad (11)$$

其中 ξ_i 是正的调节参数.

进一步地, Lyapunov 函数的导数可以表示为

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial t} &= \sum_{i=1}^N \Sigma_i(r, t)^T \frac{\partial \Sigma_i(r, t)}{\partial t} + \sum_{i=1}^N \frac{1}{\xi_i} \frac{\partial \hat{\theta}_i^T}{\partial t} (\hat{\theta}_i - \theta_i) = \sum_{i=1}^N \Sigma_i(r, t)^T \left[\frac{\partial e_i(r, t)}{\partial t} + \rho_i e_i(r, t) \right] + \sum_{i=1}^N \frac{1}{\xi_i} \frac{\partial \hat{\theta}_i^T}{\partial t} (\hat{\theta}_i - \theta_i) \\ &= \sum_{i=1}^N \Sigma_i(r, t)^T \left[f(E_i(r, t)) + g(E_i(r, t))\theta_i + \sigma_i \sum_{q=1}^N c_{iq} E_q(r, t) + u_i(r, t) \right. \\ &\quad \left. - F(E_l^{\text{sign}}(r, t), \theta_l) + \rho_i e_i(r, t) \right] + \sum_{i=1}^N \frac{1}{\xi_i} \frac{\partial \hat{\theta}_i^T}{\partial t} (\hat{\theta}_i - \theta_i) \\ &= \sum_{i=1}^N \Sigma_i(r, t)^T \left[F(E_i(r, t), \hat{\theta}_i) - F(E_l^{\text{sign}}(r, t), \theta_l) - g(E_i(r, t))(\hat{\theta}_i - \theta_i) \right. \\ &\quad \left. + \sigma_i \sum_{q=1}^N c_{iq} E_q(r, t) + u_i(r, t) + \rho_i e_i(r, t) \right] + \sum_{i=1}^N \frac{1}{\xi_i} \frac{\partial \hat{\theta}_i^T}{\partial t} (\hat{\theta}_i - \theta_i). \end{aligned} \quad (12)$$

考虑我们设计的激光网络中的不确定参数的识别律方程(9), 可以获得

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial V}{\partial t} &= \sum_{i=1}^N \Sigma_i(r, t)^\top \left[F(E_i(r, t), \widehat{\theta}_i) - F(E_i^{\text{sign}}(r, t), \theta_i) - g(E_i(r, t))(\widehat{\theta}_i - \theta_i) \right. \\
 &\quad \left. + \sigma_i \sum_{q=1}^N c_{iq} E_q(r, t) + u_i(r, t) + \rho_i e_i(r, t) \right] + \sum_{i=1}^N \frac{1}{\xi_i} \frac{\partial \widehat{\theta}_i^\top}{\partial t} (\widehat{\theta}_i - \theta_i) \\
 &= \sum_{i=1}^N \Sigma_i(r, t)^\top \left[F(E_i(r, t), \widehat{\theta}_i) - F(E_i^{\text{sign}}(r, t), \theta_i) - g(E_i(r, t))(\widehat{\theta}_i - \theta_i) \right. \\
 &\quad \left. + \sigma_i \sum_{q=1}^N c_{iq} E_q(r, t) + u_i(r, t) + \rho_i e_i(r, t) \right] + \sum_{i=1}^N \Sigma_i(r, t)^\top g(E_i(r, t))(\widehat{\theta}_i - \theta_i) \\
 &= \sum_{i=1}^N \Sigma_i(r, t)^\top \left[F(E_i(r, t), \widehat{\theta}_i) - F(E_i^{\text{sign}}(r, t), \theta_i) + \sigma_i \sum_{q=1}^N c_{iq} E_q(r, t) + u_i(r, t) + \rho_i e_i(r, t) \right]. \quad (13)
 \end{aligned}$$

基于Lipschitz条件, 对于实数 $l_i > 0$, 下式成立:

$$\|F(E_i(r, t), \widehat{\theta}_i) - F(E_i^{\text{sign}}(r, t), \theta_i)\| \leq l_i \|E_i(r, t) - E_i^{\text{sign}}(r, t)\|, \quad (14)$$

那么, 方程(13)可以简化为

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial V}{\partial t} &= \sum_{i=1}^N \Sigma_i(r, t)^\top \left[F(E_i(r, t), \widehat{\theta}_i) - F(E_i^{\text{sign}}(r, t), \theta_i) + \sigma_i \sum_{q=1}^N c_{iq} E_q(r, t) + u_i(r, t) + \rho_i e_i(r, t) \right] \\
 &\leq \sum_{i=1}^N \Sigma_i(r, t)^\top \left[l_i e_i(r, t) + \sigma_i \sum_{q=1}^N c_{iq} E_q(r, t) + u_i(r, t) + \rho_i e_i(r, t) \right] \\
 &= \sum_{i=1}^N \Sigma_i(r, t)^\top \left[(l_i + \rho_i) e_i(r, t) + \sigma_i \sum_{q=1}^N c_{iq} E_q(r, t) + u_i(r, t) \right] \\
 &= \sum_{i=1}^N \Sigma_i(r, t)^\top \left[(l_i + \rho_i) e_i(r, t) + \sigma_i \sum_{q=1}^N c_{iq} e_q(r, t) + \sigma_i \sum_{q=1}^N c_{iq} E_i^{\text{sign}}(r, t) + u_i(r, t) \right] \\
 &= \sum_{i=1}^N \Sigma_i(r, t)^\top \left[(l_i + \rho_i + \sigma_i \lambda_i) e_i(r, t) + \sigma_i \sum_{q=1}^N c_{iq} E_i^{\text{sign}}(r, t) + u_i(r, t) \right], \quad (15)
 \end{aligned}$$

其中 λ_i 是激光网络耦合矩阵的本征值.

考虑设计的激光网络的控制输入方程(10), 方程(15)可以简化为

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial V}{\partial t} &= \sum_{i=1}^N \Sigma_i(r, t)^\top \left[(l_i + \rho_i + \sigma_i \lambda_i) e_i(r, t) \right. \\
 &\quad \left. + \sigma_i \sum_{q=1}^N c_{iq} E_i^{\text{sign}}(r, t) + u_i(r, t) \right] \\
 &= - \sum_{i=1}^N \Sigma_i(r, t)^\top \Sigma_i(r, t), \quad (16)
 \end{aligned}$$

显然

$$\frac{\partial V}{\partial t} \leq 0. \quad (17)$$

依据Lyapunov定理, 利用环形腔激光器构成的激光网络对激光斑图信号的聚类同步传输得以完成.

4 仿真结果与分析

通过仿真分析来验证我们设计的技术方案的有效性. 假设激光网络由15台环形腔激光器, 即15个节

点构成, 其中4台激光器要传输图2(a)所示的激光斑图, 5台激光器要传输图2(b)所示的激光斑图, 6台激光器要传输图2(c)所示的激光斑图. 为此, 我们将激光网络分成3个聚类, 即 $m=3$, 且3个聚类的节点数分别是 $k_1=4$, $k_2=5$ 以及 $k_3=6$. 由于我们提出的聚类同步传输技术允许网络节点的连接是任意的, 故假设3个聚类中节点的连接如图3所示.

取参数 $\sigma_i=1$, $\rho_i=1$, $l_i=0.01$ 以及 $\xi_i=0.5$, 并假设激光网络中的参数 a_i ($i=1, 2, \dots, 15$) 是不确定的, 由不确定参数的识别律方程(9)所替代. 并且, 激光网络3个聚类中的所有节点方程的初始值均取不同值, 所以在施加网络控制输入的初始阶段, 3个聚类中所有节点的激光斑图是完全不同的. 但经过一个暂态过程后, 我们会发现每个聚类中所有节点的激光斑图与选定的作为同步传输目标的激光斑图信号趋于一致, 此时, 网络节点与同步传输的激光斑图信号之间的误差趋于零, 说明激光网络对激光斑图信号的聚类同步传输得以

完成, 激光网络的控制输入有效地发挥了应有的作用. 为了清晰地展示这一点, 图4-6显示了施加网络控制输

图3 (网络版彩图) 具有15个节点以及3个聚类的网络
Figure 3 (Color online) A network with three clusters consisting of fifteen nodes.

图4 (网络版彩图) 第1个聚类中节点的投影斑图. (a) 节点1的投影斑图; (b) 节点2的投影斑图; (c) 节点3的投影斑图; (d) 节点4的投影斑图

Figure 4 (Color online) Projection pattern of nodes in first cluster. (a) Projection pattern of node 1; (b) projection pattern of node 2; (c) projection pattern of node 3; (d) projection pattern of node 4.

图5 (网络版彩图) 第2个聚类中节点的投影斑图. (a) 节点5的投影斑图; (b) 节点6的投影斑图; (c) 节点7的投影斑图; (d) 节点8的投影斑图; (e) 节点9的投影斑图

Figure 5 (Color online) Projection pattern of nodes in second cluster. (a) Projection pattern of node 5; (b) projection pattern of node 6; (c) projection pattern of node 7; (d) projection pattern of node 8; (e) projection pattern of node 9.

入以后3个聚类在时间 $t=60$ 时所有节点的激光斑图.可以发现,3个聚类中所有节点的激光斑图分别与图2所示的3个作为同步传输目标的激光斑图信号完全一致,说明环形腔激光器构成的激光网络实现了对激光斑图信号的聚类同步传输.

此外,当参数 σ_i , ρ_i , l_i 以及 ξ_i 取其他值时,只要保证我们构造的Lyapunov函数满足稳定性条件,环形腔激光器构成的激光网络就能够实现对激光斑图信号的聚类同步传输,并且我们设计的不确定参数的识别律

也能够有效地替代激光网络中的不确定参数.

5 结论

我们发现,当存在二维空间扩散项时,环形腔激光器的激光输出呈现新的湍流效应.在此基础上,提出了一个新的技术去完成由环形腔激光器构成的激光网络对激光斑图信号的聚类同步传输.研究结果显示,在我们设计的技术方案中,允许网络中存在不确定

图 6 (网络版彩图) 第3个聚类中节点的投影斑图. (a) 节点10的投影斑图; (b) 节点11的投影斑图; (c) 节点12的投影斑图; (d) 节点13的投影斑图; (e) 节点14的投影斑图; (f) 节点15的投影斑图

Figure 6 (Color online) Projection pattern of nodes in third cluster. (a) Projection pattern of node 10; (b) projection pattern of node 11; (c) projection pattern of node 12; (d) projection pattern of node 13; (e) projection pattern of node 14; (f) projection pattern of node 15.

定参数. 并且, 激光网络中聚类的划分、拓扑结构以及每个聚类中的节点数目不受任何限制. 预计这种技

术在光通信、生物工程以及自动化等领域有着广阔的应用前景.

参考文献

- 1 Lugiato L A, Milani M. Disappearance of laser instabilities in a Gaussian cavity mode. *Optics Commun*, 1983, 46: 57–60
- 2 Pecora L M, Carroll T L. Master stability functions for synchronized coupled systems. *Phys Rev Lett*, 1998, 80: 2109–2112
- 3 Whigham P A, Dick G, Parry M. Collective dynamics of “small-world” networks. *Nature*, 1998, 393: 440–442
- 4 Barabási A L, Albert R. Emergence of scaling in random networks. *Science*, 1999, 286: 509–512
- 5 Čelikovský S, Lynnyk V, Chen G. Robust synchronization of a class of chaotic networks. *J Franklin Inst*, 2013, 350: 2936–2948
- 6 Lü L, Li C, Chen L. Projective synchronization of the small-world delayed network with uncertainty. *Nonlinear Dyn*, 2014, 76: 1633–1640
- 7 Sun A, Lü L, Li C. Synchronization of an uncertain small-world neuronal network based on modified sliding mode control technique. *Nonlinear*

- [Dyn](#), 2015, 82: 1905–1912
- 8 Li W, Li C, Song H. Quantum synchronization and quantum state sharing in an irregular complex network. [Phys Rev E](#), 2017, 95: 022204
- 9 Lü L, Li C, Li G, et al. Synchronization transmission of spiral wave and turbulence within the uncertain switching network. [Phys A-Stat Mech Its Appl](#), 2017, 474: 85–98
- 10 Selivanov A A, Lehnert J, Dahms T, et al. Adaptive synchronization in delay-coupled networks of Stuart-Landau oscillators. [Phys Rev E](#), 2012, 85: 016201, arXiv: [1107.4197](#)
- 11 Selivanov A, Fradkov A, Fridman E. Passification-based decentralized adaptive synchronization of dynamical networks with time-varying delays. [J Franklin Inst](#), 2015, 352: 52–72
- 12 Wu Y, Li C, Yang A, et al. Pinning adaptive anti-synchronization between two general complex dynamical networks with non-delayed and delayed coupling. [Appl Math Comput](#), 2012, 218: 7445–7452
- 13 Rakkiyappan R, Sakthivel N. Pinning sampled-data control for synchronization of complex networks with probabilistic time-varying delays using quadratic convex approach. [Neurocomputing](#), 2015, 162: 26–40
- 14 Mahdavi N, Menhaj M B, Kurths J, et al. Pinning impulsive synchronization of complex dynamical networks. [Int J Bifurcation Chaos](#), 2012, 22: 1250239
- 15 Kaviarasan B, Sakthivel R, Lim Y. Synchronization of complex dynamical networks with uncertain inner coupling and successive delays based on passivity theory. [Neurocomputing](#), 2016, 186: 127–138
- 16 Li W, Zhang F, Li C, et al. Quantum synchronization in a star-type cavity QED network. [Commun Nonlinear Sci Numer Simul](#), 2017, 42: 121–131
- 17 Sakthivel R, Anbuviya R, Mathiyalagan K, et al. Reliable anti-synchronization conditions for BAM memristive neural networks with different memductance functions. [Appl Math Comput](#), 2016, 275: 213–228
- 18 Thuan M V, Trinh H, Hien L V. New inequality-based approach to passivity analysis of neural networks with interval time-varying delay. [Neurocomputing](#), 2016, 194: 301–307
- 19 Ray A, Roychowdhury A. Outer synchronization of networks with different node dynamics. [Eur Phys J Spec Top](#), 2014, 223: 1509–1518
- 20 Ahmadizadeh S, Nešić D, Freestone D R, et al. On synchronization of networks of Wilson-Cowan oscillators with diffusive coupling. [Automatica](#), 2016, 71: 169–178
- 21 Rakkiyappan R, Sakthivel N. Cluster synchronization for T-S fuzzy complex networks using pinning control with probabilistic time-varying delays. [Complexity](#), 2015, 21: 59–77
- 22 Sorrentino F, Pecora L M, Hagerstrom A M, et al. Complete characterization of the stability of cluster synchronization in complex dynamical networks. [Sci Adv](#), 2016, 2: e1501737, arXiv: [1507.04381](#)
- 23 Nishikawa T, Motter A E. Network-complement transitions, symmetries, and cluster synchronization. [Chaos](#), 2016, 26: 094818
- 24 Glyzin S D, Kolesov A Y, Rozov N K. Periodic two-cluster synchronization modes in completely connected genetic networks. [Diff Equat](#), 2016, 52: 157–176
- 25 Vahedi S, Noorani M S M. Cluster modified projective synchronization between networks with distinct topologies. [Int J Mod Phys C](#), 2016, 27: 1650087

Cluster synchronization transmission of laser pattern signal in laser network with ring cavity

LV Ling^{*}, LI ChengRen, LI Gang & ZHAO GuanNan

School of Physics and Electronic Technology, Liaoning Normal University, Dalian 116029, China

Based on Lugiato's work, we found that when considering the transverse effects of laser, the output of laser with ring cavity can not only show behaviors of the cooperation frequency locking and quasi periodic oscillation, but also present new turbulence effects. And the laser pattern corresponding to turbulence is also simulated. Furthermore, cluster synchronization transmission of laser pattern signal in laser network constituted by lasers with ring cavities can be completed. In our technical scheme, uncertain parameters are allowed to exist in the network. Moreover, there are no restrictions on the cluster partition, the topological structure of the cluster and the number of nodes in each cluster.

cluster synchronization transmission, network, laser pattern, laser with ring cavity

PACS: 05.45.Xt, 05.45.Pq, 05.45.Ra

doi: [10.1360/SSPMA2017-00022](https://doi.org/10.1360/SSPMA2017-00022)