反對數理邏輯中的唯心主義

B. П. 屠曼利諾夫、Л. Е. 邁斯特洛夫著 關肇直譯

希勒柏特及阿克爾曼“理論邏輯概論”及塔爾斯基的“邏輯及演繹科學方法論引論”兩書俄文譯本在蘇聯的出版引起了關於數理邏輯的討論。不懂得辯證唯物主義的學者們慣於把研究自然或思維的一定範圍的性質的個別科學誇大，把它的内容、方法推廣，而企圖使它無所不包，或把它置於一切之上，種種不正確的哲學學派於是乎產生。遠者如隨着力學而生出的機械唯物主義，近者如與數理邏輯相關的“邏輯實證主義”，都是很明顯的例子。如何把數理邏輯從唯心主義的籠罩下解放出來，明確它的對象，方法，及適用範圍，不僅是蘇聯的數學家與邏輯學家們的任務，新中國的從事數學基礎的工作者想必也是十分關切的。謹將“哲學問題”1950年第3期中所載的討論文章譯出，希望引起同好者的研討。

譯者識

國家外文文獻出版社翻譯了並出版了兩種關於數理邏輯的書：在1947年，D.希勒柏特及W.阿克爾曼的“理論邏輯概論”；由C. A.雅諾夫斯卡雅教授主編，並附有她的介紹論文及評註；在1948年，有阿勒弗烈德·塔爾斯基的“邏輯及演繹科學方法論引論”，由C. A.雅諾夫斯卡雅主編，附有她的序及Г. М.阿捷勒孫—維勒斯基的註。

這兩種書的分別在於：在第一種中著者們沒有多少理論化，只主要地闡明邏輯演算的技巧，而在第二種中充塞着“原則性的”討論與推理。兩種書既都是以唯心主義的立場寫的，都曲解了數理邏輯的本質。

數理邏輯的發達是與數學的真實需要及特性相聯系的。

19世紀後半葉數學的突飛猛進，數學的大量新部門的出現，數學方法在自然科學，特別是在物理學中的寬廣應用，激起了方法論地及邏輯地奠定數學基礎，及對其對象與方法本質的闡明的尖銳需要。

自然科學的發展使得對客觀存在着的物質世界反映得更深刻，使得更完全更深刻地揭示出來發生於物質世界中的量的與質的聯繫。由此，自然科學各部門對數學方法應用的需要更加增大，數學對象的擴展成為必然的。

與數學的發展聯繫着，在其中也產生了很多

困難，生長的困難（例如集合論中的詭論等）。在羅巴切夫斯基天才地發現了非歐幾里得幾何之後，發生了奠定幾何學以及數學任意其他部門基礎的問題。由於克服這些及其它困難的願望，於是創造出數理邏輯。

由數學對象的擴展出發，很多資產階級的哲學家們及數學家們作出了錯誤的推論，認為數學最後似乎要代替了一切科學。事實上，數學的發展却證明了那一無可置疑的真理，即數學以及任何個別的專門科學都不能包容實在的一切無窮多樣的相互聯繫，不能僭稱“科學的科學”，而數學的規律只表現客觀世界的現象的個別側面（即量與空間的）。

馬列主義的經典對於正確地了解數學的哲學問題曾給與我們清楚的、完全足夠的指示。只須提醒恩格斯在“反杜林論”及“自然辯證法”中關於高等以及初等數學的辯證的本性所說的很多深刻的話；列寧在“唯物論與經驗批判論”中所指出關於由數學物理作出的唯心主義的推論是自然科學危機的一個泉源；馬克思的數學筆記，他在那裏利用辯證唯物主義的方法分析了數學發展的途徑。恩格斯寫道：

“變量的數學，其最重要的部門就是無窮小計算法，依其本質說正是辯證法在數學方面的應用”（見恩格斯反杜林論；吳黎平譯本165頁）。

顯然，邏輯的奠定數學基礎只能在馬克思主義的辯證方法的基礎上實現。

但外國的數學“奠基者”們遵循着正好相反的途徑：即遵循着唯心主義及形而上學的途徑，把邏輯進一步地形式化，並從它抽去一切對象的內容，誇大數學，其方法及其邏輯在科學領域中的“世界性統治”。

這些傾向也表現在又一方面，即無根據地擴展數理邏輯做為任意科學的基礎，特別是邏輯的基礎，但事實上，數理邏輯是這樣一門學問，藉助它可以解決很多關於數學基礎，證明論等的問題。

數學的新問題也生出了數理邏輯的新方法。輾近數理邏輯在技術上有了寬廣的應用*。

資產階級數理邏輯的創立者們的反動哲學推論曲解了這門學科的內容。因此在數理邏輯方面工作着的蘇聯數學家們應當對這些曲解加以尖銳的批評。

在希勒柏特及阿克爾曼的書中沒有分辨數學演算本身及其應用的領域。數理邏輯的工具被擴展到日常的話上去。在所謂命題演算中，諸命題（就是陳述，判斷）是依據在它們彼此之間關係中真與偽而彼此結合的。用確定的符號以分辨並表示諸命題之間的邏輯、文法聯繫，表示諸語“或”，“及”，“不”（否定），“如果——那末”，“同值”。藉助於這些使其平常意義首先適應數學上需要的結合詞，組成複合的命題。例如。由兩個基本命題“ $2.2=4$ ”及“雪是白的”可得複合命題“如果 $2.2=4$ ，那末雪是白的”。〔原註1〕每個組成份子的命題只是“真”或“偽”的符號，因此無論我們結合怎樣的命題，並無關係。由上例可以看出，任意的基本命題，即使其間無任何關係，也可以結合：“茶在菜園中，而傭人在基輔”。這種方式在希勒柏特—阿克爾曼的書中並非偶見的。著者們在專門的數學演算中暗藏着唯心主義的觀點，企圖把一切邏輯替換成數學邏輯。

邏輯中的唯心主義者們，其中包括希勒柏特及阿克爾曼，並不關切命題的意義，而只關切其結合詞（關係）的使用規則。依照他們的意見，關係“如果——那末”只有當第一命題真而第二命題偽時才是偽的。因此，命題“如果 $2.2=5$ ，那末雪是白的”，“如果 $2.2=5$ ，那末雪是黑的”都是真的，而命題“如果 $2.2=4$ ，那末雪是黑的”是偽的。〔原註2〕

在系統地研究上述關係的性質之基礎上，組成了“真性函數”**的組合理論。上述的邏輯·文字的聯繫看做函數，而由它所聯結的命題是“目”（аргумент）。

同樣的文法邏輯的結合也出現於另外的命題演算方式中——即形式演繹的。

這時只是它們所聯結的不再是有內容的，不是確定的命題，如“雪是白的”型的，而是數學公式，即所謂抽象命題，命題一般。

在命題演算中，命題的內在結構，即其主詞與賓詞間的關係，並不考慮，命題看做不可肢解的整個。在邏輯的演算在形式邏輯的邏輯推論中（“類演算”及“組合演算”）賓詞，就是事物的性質，是在與其內容的關係之外而被考慮的。

正如在命題演算中我們的思想（命題）彼此分裂開來，而以極其偶然的方式結合，在這裏賓詞也被與其持有者——對象——分裂開來，而混成一堆——“賓詞彙”。

對判斷或推論的具體客觀內容的考察被換成使這些判斷與推論適應表示“一切對象”或“一定羣（一定集合）中的一切對象”的公式，有時不自然甚至無意義的公式。

下面就是一例。希勒柏特與阿克爾曼寫道，這個或那個公式的真實性，表示“賓詞X或 $X \vee Y$ ”對於一切對象都滿足……。一切公式都依最一般判斷的意義而得出。為了表示平常的最一般判斷，例如“凡人必有死”，可以首先把這判斷陳述成下面形式：“凡對象或不是人，或是有死的”〔原註3〕。

否定的最一般判斷“無人 是完備的”依希勒柏特—阿克爾曼的解釋是“一切對象或不是人，或是不完備的”〔原註4〕

這裏所見的是事物及其性質的分裂，補充上形式文字的一般對特別的“征服”。最後的情形是特徵的。但事實上，一般存在於特別中，並由特別

*譯者註：關於這方面的著作，可參看蘇聯數學三十年數學基礎部份中所引文獻。

原註1：見希勒柏特——阿克爾曼原書德文版（1937年版）第4頁。

原註2：見前書，第4頁。

**譯者註：或譯“函詞”。

原註3：見前書，37頁。

原註4：見前書，37頁。

表示出來。在希勒柏特及阿克爾曼的書中則反是。真正的科學研究特殊的現象，從其中找出一般，找出它們的相互聯繫。數理邏輯在這本書中把一般舉做純文字、符號的式，做為與經驗與事實無關的形式。如果某一個別的、特殊的現象“存在”那末它只是偶然地存在，與一般毫無關係。邏輯是一回事，實在完全是另一回事。

如此，對邏輯演算的這樣解釋，及其以後的“發展”（“狹義的算詞演算”及“推廣的算詞演算”）都建立在這書的著者們所自出發的方法論的“原則”：不在客觀實在，不在實踐中去找尋真理的泉源及鑑定，而是在概念的結合、組合中去找，而概念又只是“純粹的”關係，文字的聯繫；不是在判斷或結論的內容客觀性中看出真實性的鑑定來，而是在其形式的公有中，並且形式是了解成文字的或符號的形式。

為一般化的目的而由個別現象或思维的具體內容中抽象出來，尋找一整羣現象或思维的共同內容，這不僅是合法的方式，而且是一切科學的一個主要任務（例如邏輯，文法）。但為了由內容創造的“純粹的”及主觀的形式而抽掉其一切內容，是與馬克思主義及科學相衝突的。

依其本質，希勒柏特及阿克爾曼建立數理邏輯的原則是唯心主義的。他們把藉用與實在比較而估計判斷的真偽的途徑代換成與實在割裂開的真偽結合關係。在定義及創造這些組合法則時，既然與內容完全隔離，一些判斷由取做公理的另一一些判斷推導出來。如此，邏輯形式主義走到了它的盡頭——至於把科學作成自閉的整個，與實在割裂開。

如果不承認對象，物體是本體，是性質及關係的持有者，唯物主義的邏輯是不可想像的。辯證唯物主義認為，如果不承認事物的客觀存在是客觀運動的持有者，就不可能是科學的邏輯。在現代資產階級的關於數理邏輯的文獻中，與這種唯物主義的方向想反，對象消融於關係中，做為本體是消滅了。

外國的關係邏輯的馬赫主義特徵是顯然的。這種“邏輯”與馬赫的一個發明是緊密地結合的，就是認為物體由成立於感性元素之間的已知方程形成。而依照馬赫，與依照關於數理邏輯的資產階級文獻一樣，這些符號的方程與關係形成了科學

的基本內容。

如此，數理邏輯在現代唯心主義者們把它表現的形狀下，依其方法不過是馬赫主義及其最新的形形色色在數學及邏輯中的出現。

在全部這種文獻裏，都強調數理邏輯的工具及一切運算的純粹形式的特性，完全從它們之中去掉一切內容。雖然數理邏輯的構成的一個方式叫做“有內容的”，但我們看到，數理邏輯割斷了聯結簡單命題的聯繫（在上述的例中，“如果——那末”的結合詞），與判斷的內容，關係看做與其持有者相割裂的。由藉助這方法作成的“規則”導出“永恆真的命題”，就是數理邏輯的規律。它們也是完全形式的。希勒柏特寫道：“邏輯的第一任務乃是：找出永真的那些命題結合，就是說，與基本命題表現真或偽的肯定無關的命題結合”〔原註5〕。在其敘述中，數學邏輯的一切其餘運算也具有這種特徵。

唯心主義的曲解把數理邏輯引入無內容的思想的死巷。有“關係邏輯”的形形色色，依其唯心主義的表現（羅素，懷特黑德等）把一切現象約化成“純粹關係”，沒有這些關係的物質持有者；唯心主義者們企圖從邏輯思维中奪去一切對象內容，把邏輯的對象看做沒有任何持有者的“純粹”關係，看做超經驗的思维“創造”。他們把邏輯看做“演算”，看做依照確定的形式規則而施行的計算技巧，由邏輯的公理演繹地推導。他們宣稱演繹方法是唯一科學的，把邏輯思维澈底地由經驗，由實踐割裂開。

但還不限於此。既把邏輯思维表現成機械的、沒有意義的、超經驗的、脫離實在過程的，就是把邏輯變成其正相反的東西、變成偽邏輯的機器，於是數理邏輯的資產階級代表者們宣稱數學也就是“純粹邏輯”，與數理邏輯同是一切科學的基礎。

現代數學的唯心主義者們企圖證明數學方法可用來代替一切其餘的科學方法，數學是無所不包的科學、一切科學的科學，而數理邏輯是一般科學的方法論。

表現得最清楚的，是在塔爾斯基的書中，他輕蔑地談到“傳統邏輯”；論及“這邏輯的價值在現代科學中只起微不足道的作用”〔原註6〕時，他宣稱

原註5：見前書，12頁。

現代邏輯就是數理邏輯〔原註6〕，“邏輯可以正確地看做一切其他科學的基礎”，“並不假定任意以前的學科”，“凡演繹理論必是數學的部門”。他把數學約化成邏輯。他說“這情形，即能把整個算術包括由它生出的各學科——如代數，分析等——做為純粹邏輯的部份而闡發，這構成近代邏輯研究的一個最偉大的成就”。既曲解了數理邏輯的內容，塔爾斯基宣稱它是一切知識的基礎。他寫道：“這方向最初是起源於相當有限的問題，即加強數學的基礎。但在其近代的形式，它却追求着較寬大的目的；它傾向於創立唯一的概念工具，使可做為一切人類知識的共同基礎”。

但不難看出，一切這些肯定所表現的只不過是以新的調子重彈那些已經腐朽了的概念——這些概念曾在列寧的天才著作“唯物論與經驗批判論”中遭到了毀滅。

提醒一下是並不多餘的，即也有些資產階級的研究者們批評數學唯心主義者們把數理邏輯表現成一切科學的萬應靈方的妄圖，而數學——邏輯也是一樣，只是穿上另外的袈裟，數學唯心主義者們把數學及邏輯約化成遊戲的規則，條件的遊戲，但依其本質是敵視實在或漠視實在的，化成“規則的神聖，但是無遊戲的規則。”〔原註7〕

既然數學是客觀世界的數量關係與空間形式的科學，那末它就不能解釋那些其中空間數量關係並無關重要的現象。至於邏輯，那末不僅是數理邏輯，就連任意其他的，都不能代替了科學，不能構成規律，也不能發現它們，因為為了發現實在的規律，首先需要由觀測及實驗獲得的事實。否認後者的價值就等於本質上企圖使中世紀的唯理主義及經院哲學復活，使先天主義重返。

恩格斯在其天才的著作“反杜林論”中指出凡想由數學公理以至某門科學自己的公理推出某門科學的內容的企圖是毫無根據的。我們知道，杜林曾辯護應用公理方法於任意知識領域中，其中包括歷史、道德、及法律。關於這點，恩格斯寫道：“他（指杜林——原註）的方法乃是把認識的每羣對象分解成它們的似乎最簡單的元素，對於這種元素使用簡單的，似乎最顯然的公理，然後如此推出結果來”〔原註8〕。恩格斯在揭露出這種方法的唯心主義本質時，又寫道：“這只不過是舊時所愛用的觀念論的或稱為先天主義的方法的變相，依照這

方法，某對象的性質並不是經由在對象本身中發現而認識，而是經由從對象的概念邏輯地推導而認識。首先，由‘對象出發’作出來對象的概念；然後把整個頭腳倒置，把對象的表象與概念變成對象本身的尺度。這時不是概念應當適合對象，而是對象應當適合概念了”〔原註9〕；所以，恩格斯寫道，這方法乃是“實在不由其自己導出，而由其表現導出”〔原註9〕。顯然，把這種或那種科學的一切內容純粹邏輯地從公理導出，而不訴於經驗也不加驗證——這種觀念是錯誤的。理論思維的作用是偉大的，但以這思維代替經驗是絕不能的。理論思維是已知經驗的加工。但形式公理學認為邏輯思維是認識的獨立泉源。

塔爾斯基在指出“感謝形式化的公設，數學的形式特徵顯著地加強了”時，強調如果以前“至少許可對邏輯概念賦以平常的意義”，那末“現在則對在這門學科中所遇到的一切表示式應當無例外地一概忽略其意義，而在構成演繹理論時，我們應當把那些命題看做只是記號的結合‘而這些記號毫無內容；凡證明只不過是把公理或以前證過的定理加以一連串的純外在的改觀而已’”〔原註10〕。

不僅如此，塔爾斯基認為公理本身“我們了解為真的，……，並毫不成立其真實性”〔原註11〕。這是對公理方法的最深的曲解。公理的眞性應由整個實踐活動來證驗。

眞性問題塔爾斯基在其書的另外一些地方也會觸及，都是唯心主義地、形式地解決。例如在182頁上，把客觀眞理用形式的準繩代替，並於是以後者用為眞理的鑑定標準。他與希勒柏特一樣，由完全與內容割裂開來的形式出發，來考察命題。

“如果 $2.2 = 4$ ，那末紐約是座大城市；

如果 $2.2 = 5$ ，那末紐約是座大城市；

如果 $2.2 = 4$ ，那末紐約是座小城市；

原註6：阿·塔爾斯基，邏輯及演繹科學方法論引論，俄譯本22—23頁，47—48頁，154頁，165頁，167頁，123頁，20頁。

原註7：見B.巴甫洛夫在“Philosophy of Science”，雜誌1944年1月份47—52頁上的論文“數學及醫學”。

原註8：見恩格斯反杜林論，吳黎平譯本113頁。

原註9：恩格斯反杜林論，吳黎平譯本113頁。

原註10：阿·塔爾斯基，邏輯及演繹科學方法論引論，俄譯本183頁。

原註11：塔爾斯基前書164頁。

如果 $2.2 = 5$ ，那末紐約是座小城市。”

認為“在日常說話中，上面那些命題不大會看做是有意義的，更不大會看做是真的。但另一方面，從數理邏輯的觀點看，這一切都是有意義的，其中第三命題是偽的，而其餘三個都是真的”〔註12〕。

讚揚演繹法，以及分科學為演繹的與歸納的，都是一樣不科學的。塔爾斯基把演繹法估價為“用以建立科學的方法中最完備的一個”〔註13〕。依照塔爾斯基，這方法帶有純粹形式的特徵。“在建立演繹理論時我們忽略公理的涵義，而只注意其形式”，因此“談到演繹科學及在這些科學的領域中一切推理的純粹形式特徵”〔原註13〕。

對於一切人，這些觀點與真正科學的根本衝突是顯然的。沒有一門真正的科學只應用演繹法，或只應用歸納法。每種科學應用兩種方法。這對數學也是如此，儘管在其中演繹法起着很大的作用。數學推廣的過程，以及數學在技術上的應用，都不能只建立在單獨演繹之上。只有中世紀的經院哲學是只奠基於單獨的演繹之上。資產階級的數理邏輯工作者們想把科學變成經院哲學。在現刻，在資產階級的哲學中先天主義及邏輯主義興起及與匄行的經驗主義相鬥爭之際，保衛科學——包括數學——的經驗基礎是特別重要的。

在塔爾斯基書的23—24頁，讚美着演繹科學，以它們與“經驗的科學”相對立。他寫道：“從純粹方法論的觀點看，不能把經驗科學單純地看做科學理論，就是說不能看做是一組依確定的規則樹立的肯定命題，而勿寧說是某一複合，部份地由這種肯定命題，部份地由人類活動的例組成。應當附加一句，經驗科學的高度發展既造成自己間的尖銳矛盾，即使費盡心機，也很難頌揚這些科學的方法論上有什麼確定的成就。在解釋含於這些領域中的概念的初步工作也還沒有以任何差強人意的形式而滿足。由此，方法論的教程在應用於經驗科學與應用於邏輯應當有完全不同的特徵，並應當顯著地自限於對所做的摸索嘗試及無結果的努力加以估價及鑑定。”

這裏與在那書的很多其他地方一樣，清楚地表示了高度的、輕蔑的唯心主義者塔爾斯基對於經驗，對於一切超乎抽象，演繹構成的界限的一切的態度。只有唯心主義者纔能很鄭重地把科學分

成純演繹的與純經驗的，完全把理論從實踐，從實驗分裂開。只有唯心主義的反動者們，以及不知道什麼是科學的實驗的人們，纔會把實驗的研究看做一堆摸索的嘗試。在論及變數在數學中的價值時（前書43頁），塔爾斯基由馬赫主義的“人類思惟的經濟”的原理出發。馬赫主義者們企圖藉助這原理“重新把主觀唯心論熱一熱再端上桌來”〔原註14〕。唯心主義者塔爾斯基也企圖如此作。塔爾斯基在他書中凡觸及哲學問題時都站在唯心主義的立場。他常常涉及其他邏輯學者們的著作，容認了對歷史真理的最深刻的曲解。例如在其書的150頁中塔爾斯基把最偉大的捷克數學家博勒擦諾叫做德國數學家。在全書的範圍中著者讚頌着不大知名的邏輯學者們的著作，而無一處提及曾在數理邏輯中有大貢獻的那些偉大俄羅斯學者們，如П. С. 坡列茨基(1846—1907)，И. И. 熱受勒金(1869—1947)，М. И. 沙因芬克勒(1887—1942)。一般地在這書中，無隻字論及俄羅斯或蘇聯的學者們。

這書的每章中有足夠多的練習(共176)。但這些練習的組成完全不能幫助人了解數理邏輯的對象，而相反地，在作完它們之後只會得到一種信念，認為整個數理邏輯只是符號與字的遊戲。這書的整個敘述中都貫穿着形式主義的精神，在其中既未揭示數理邏輯的本質，也未揭露其任務。

* * *

馬克思主義對數理邏輯的態度並不是全盤否定它。問題不是要“取消”數理邏輯，而是要剔去其中反動的傾向以及反映敵對我們的階級的意識形態的種種曲解。沒有必要再重述這些曲解都是些什麼，但應當強調如何從數理邏輯中清除那些對它的曲解。

首先，應當堅決地清除那種把數理邏輯誇大為最一般的科學方法論的僭妄。上述的希勒柏特與阿克爾曼的“理論邏輯概論”及塔爾斯基的“邏輯及演繹科學方法論引論”兩書中可以看到資產階級學者們對於數理邏輯的價值的誇張。一般的

原註12：塔爾斯基前書57頁。

原註13：塔爾斯基前書181頁。

原註13：前書177頁。

原註14：列寧，唯物論與經驗批判論，陳曉時譯本178頁。

科學的方法論會是而且仍舊是馬克思主義的辯證法，馬克思主義的認識論。其次，應當同樣堅決地清除掉把數學看做“科學的科學”的僭妄，這種僭妄阻礙着它的正當發展。第三，應當丟棄對於數學及其理論基礎的片面演繹的及先天公理的觀點，因為這與數學的實在本質相衝突，實際上它是應用一切一般科學的方法對經驗材料的理性加工；數學與其他科學一樣，其進展是建基於實踐的準繩，而不是建基於如塔爾斯基所說的“思維的經濟”。第四，應當解決數理邏輯是否實在是邏輯，它在邏輯中起着怎樣的作用。這問題在蘇聯數學家中間已在醞釀着。在塔爾斯基的那本書的“編後記”中，在末頁曾指出：“蘇聯的學者們對於數理邏輯所以關切首先是把它看做數學的一部份，看做一門新數學部門，具有特殊的工具，並已備有可以直接使用於數學及技術中的結果及方法”〔原註15〕。但如果很多蘇聯數學家們認為數學邏輯只是數學的一部份，那末上述那書的評語中在其整個其餘全文中却強調數理邏輯做為邏輯科學的作用。第五，應當堅決地克服那種“觀念”，認為數學是“特殊”的科學，只有形式邏輯才適用於它。例如，那種思想，認為一切數學的命題只是當它們形式邏輯地加工之後，作到可以單值的“確定的”回答“是”或“不”的形式然後纔有意義，這種思想清楚地表現在阿捷勒孫—維勒斯基的註語中：“在數學方法的研究中必須使所研究的概念遵守形式邏輯的規律。”，就是說，使關於它們的這些或那些性質，可以完全確定地回答“是”或“不”〔原註16〕。他顯然沒有足夠地看清，如恩格斯所指出，數學在其發展中衝破了形式邏輯的狹仄水平線。如此，則可以容許說，很自然地，不必反對數學中的形式主義及邏輯主義而鬥爭了。

如果仔細地以方法論的觀點注意蘇聯數學家們在數理邏輯方面的實際工作，可以發現他們的著作是大部份遵循着克服這門科學中那些反動的反科學的層化與曲解的道路。實際地與看數理邏輯為科學一般邏輯的處理法分道揚鑣是正確的。

蘇聯在數學方面工作的哲學家們的任務是把這門數學由一切可能的唯心主義曲解中解放出來。

數理邏輯反映着所研究的數學現象的辯證特性及客觀世界的規律性，以及數學科學本身的發

展的辯證法。我們認為，在數理邏輯的工具中，有與個別著者的志願及希望無關的辯證的契機。一般說，數學的發展較其他科學的發展並不差地可以用來做物質世界的相互聯繫及反映它的思想的辯證特性的證明。在數學方面工作着的蘇聯哲學家在我們的人民面前與在一切進步的人類面前有重大的任務：他們直到現在還沒有揭露，也沒有表明數學發展過程的真正實在的形狀，當這一任務完成之後，那末數學唯心主義者們想曲解數學內容的一切企圖都將遭遇到全面的失敗。

* * *

我們的在數學方面工作着的哲學家們不僅就數學整個來說，而是就其一部份——即叫做數理邏輯這一部份來說，離完成這任務距離之遠，可以由上舉的與出版希勒柏特及阿克爾曼以及塔爾斯基的書相關聯的雅諾夫斯卡雅及阿捷勒孫—維勒斯基同志的著作而看出。

這些著作乃是對數學中的唯心主義妥協態度的表現。

在編譯塔爾斯基的書的編後語中編者正確地指出，塔爾斯基以及其他數理邏輯的領袖們都是所謂邏輯實證主義的代表者——這主義乃是資產階級哲學中的一個現代馬赫主義的方向。但編者與著者都未曾指出這些資產階級學者們的反動哲學觀點對數理邏輯的直接影響。

雅諾夫斯卡雅及阿捷勒孫—維勒斯基同志們既只限於一般地宣稱塔爾斯基，希勒柏特及其他人的唯心主義，以及僅批評他們觀點的個別側面，卻沒有揭示出他們的著作的唯心主義及形而上學的基礎。С. А. 雅諾夫斯卡雅及Г. М. 阿捷勒孫—維勒斯基並沒有與其曲解演繹方法的內容及誇張其價值的企圖作鬥爭。他們在反對塔爾斯基在對立“經驗的”科學與“演繹的”科學的命題時有些什麼推理呢？在24頁的註語中寫道：

“著者不正確地認為經驗科學的方法論不能以任何確定的成就而自豪。依本質來說，數理統計學就完成着經驗科學的方法論的作用，這乃是整理觀測的理論，在晚近藉幾率論的方法大大地發展了。最後，數理邏輯的概念在這理論中起着很大

原註15：阿·塔爾斯基，前書，320—321頁。

原註16：阿·塔爾斯基，前書389頁。

的作用”(見原書24頁)。

由此得出,“經驗科學”的方法論的作用不是由辯證唯物主義的方法來完成,而是由……數理統計來完成!這樣的結論是如何的荒謬!依照阿捷勒孫—維勒斯基,數理邏輯不僅是“演繹科學”的,而且是“經驗科學”的基礎,這甚至馬赫主義者塔爾斯基也沒有決心如此企圖。這裏對資產階級反動派由科學而作的創造採取無批評的着手方法到了什麼地步!

我們記得,在數理邏輯中有一支(即“類演算”),應用邏輯演算於關於思維形式的形式邏輯的學說。依照雅諾夫斯卡雅,命題“凡蘇聯婦女都與蘇聯男子法律上平等”依這種演算的語言可以表現成:“對於凡對象(或‘對於一切人類’),下面是真的:即如果這對象是蘇聯婦女,那末它就與蘇聯男子在法律上平等”(希勒伯特—阿克爾曼,理論邏輯概論俄譯本280—281頁)。

真的,對於凡“對象”,甚至從“非人類”中取出者,這樣命題也應當是顯然的——這不是科學了!凡是人,只要不為形式主義所嚇呆,都會看出,這種平等並不是邏輯,而引導到非邏輯,無意義。

我們看到被形式主義蒙蔽的驚人典型,是當雅諾夫斯卡雅同志企圖以例來定義邏輯的推論時。雅諾夫斯卡雅同志寫道,“邏輯推論”的定義之所以引起我們現在的關切,不是在其命題演算的範圍內,而是當我們轉到其應用的時候。我們且以例說明相應的定義。

設有下列的前提組:

- 1.在關於思維與存在之間關係的基本哲學問題方面只有兩個回答:唯物主義的或唯心主義的。
- 2.唯物主義的回答是與唯心主義的不相容的。
- 3.如果馬赫主義者們所說的是真理,那末他們對哲學基本問題的回答既不是唯物的也不是唯心的。

直接看出,由此得出邏輯推論如下:

- 4.馬赫主義者所說的並非真理。

雅諾夫斯卡雅同志既陳述出這些前提,並對他們施以所需的加工(改組它們,轉換成符號的語言等等),而,如何的奇蹟!,她的回答述出:“馬赫主義者所說的不是真理”。

與讚揚這樣的“勝利”相反,我們指出:這是喪

壞了我們的偉大學說。這例證明了什麼呢?形式主義者們把二乘二等於四與黑色的雪混合,把婦女與無生命的對象混合,連篇累牘地用公式“證明”如果一切人有死,那末我,也很可憐地有死,他們如此地把回答適應平常邏輯的形式及規律。在雅諾夫斯卡雅所舉的例中,“前提的矯揉造作”的特性是顯然的。

但猶有甚者。

回答“馬赫主義者們所說的並非真理”是什麼意思呢?照字面上這意思是:他們的回答或是唯物主義的,或是唯心主義的,但只能是其中的一個。這就是這些練習的“有內容性”及“確定性”。

我們知道,列寧回答這問題不是以“或——或”的形式,而是完全確定地:馬赫主義者的回答是唯心主義的。

塔爾斯基書中的註是非常不仔細的。例如,在對於命題“對於任意兩數 x 及 y ,存在一數 z 使 $x = y + z$ ”的註4(見塔爾斯基,邏輯及演繹科學方法論引論俄譯本,38頁),註上說:“這命題可以陳述如下:無論如何取兩數 x 及 y ,總可以找到一個依從於它們的數 z ,使 $x + y = z$ ”。又“再應注意,‘找到’一語並不完全合適。我們只要求這樣的數存在”(前書289頁)。在原書中本寫着“存在”的,註語中寫成“找到”。這樣的註語有什麼必要呢?佔了整整三頁的關於一一對應的註語的輕鬆語調有什麼價值呢?

但在著者容認深深的歪曲與誤解的地方,本須給以批評的,卻不過三言兩語就過去了,如在註6,32,44,52等。

一切外國的數學唯心主義者們都站在以數理邏輯代替一切其他邏輯的立場。但雅諾夫斯卡雅並沒有與這一論題鬥爭。依照她的見解,數理邏輯“不但可以看成是數學的邏輯,而且可以看成邏輯的數學”(希勒伯特—阿克爾曼,理論邏輯概論俄譯本第7頁)。

雅諾夫斯卡雅同志寫道:“有些不準備專門研究數理邏輯,而希望知道一些數理邏輯的梗概並同時在其中解釋傳統邏輯的讀者們,為要照顧他們的興趣,我們在這裏給出對材料的較大衆化的敘述”(見前書271—272頁,重點是本文著者所加)。這難道不是把邏輯包括在數理邏輯之中嗎?

塔爾斯基從“右邊”以數理邏輯擁護者的立場

批判形式邏輯，而雅諾夫斯卡雅及阿捷勒孫—維勒斯基同志默不作聲地肯定了這立場。

在對形式邏輯的一整串的攻勢之際，系統的默許本質上等於對以數理邏輯代替一切邏輯的論題直接支持。

雅諾夫斯卡雅及阿捷勒孫—維勒斯基同志在他們對於外國數學唯心主義者們的著作的論文，評註中表現了折中主義，對唯心主義的妥協。

我們認為，攷察數理邏輯的哲學基礎，並揭露雅諾夫斯卡雅及阿捷勒孫—維勒斯基同志們所犯

的錯誤，可以引導到對數學唯心主義鬥爭的加強，而後者對個別蘇聯數學家的影響顯然直到現在還沒有消除。改正錯誤的最真實的方法乃是更快地出版蘇聯數學家們及邏輯學家們關於數理邏輯的著作。

毫無疑問，對祖國有很大的服務的蘇聯數學將在辯證唯物主義的馬列主義哲學的基石上更前進地發展，並拋棄掉意識形態的反動派使由這唯一正確的、科學的途徑分離的一切及各種企圖。

C.A.雅諾夫斯卡雅致編者函

在莫斯科很多科學機構中對於我對希勒柏特阿克爾曼及塔爾斯基的書的序及評註所做的討論顯示出來在解決基本問題——即所謂數理邏輯的本質問題——方面還不够明白。我承認這種不够明白是我做為這些書的出版者及序與評註的著者的錯誤，同時我願意努力陳述我對這問題的看法，請求編輯把我這封信刊出。

* * * *

數學的一個特點乃是它特有的對規律的使用——首先是由數字及字母表示的——及對由這些規律組成的公式的使用。數學公式不僅適用於表示數量關係及空間關係的目的，而且可以用做解決問題及證明定理的技術工具。這時使用它們是依照確定的規則而運用的。數學的以記號運算的特點，其與真正邏輯證明之不同，恩格斯已曾精細地注意到了。在恩格斯為準備“反杜林論”所寫的一個註語中，他寫道：

“演算的推理是計算機！把容許物質的證明，驗證——因為它們是奠基於直接的物質的，雖然是抽象的思攷——的數學活動與那種只容許藉推理的證明、從而不是數學活動所特有的肯定確實性的純邏輯活動可笑地混淆——其中很多是錯誤的！積分的機器……”（見恩格斯，反杜林論，1950年俄文本318頁）。

顯然，這註語是針對着唯心主義應用滿足像積分那樣的複雜數學運算的機器創造以用演算代替推理的反動傾向。另一方面，在這註語中，恩格斯強調如上所說滿足一些規律及由此組成的公式

的數學活動容許物質的證明，驗證，因為它們（指數學活動）是“奠基於直接的、物質的，雖然是抽象的思攷之上”因此對於數學運算“肯定的確實性”是特有的。

聯繫着數學的發展，在其中使用的公式及數學演算的工具之複雜化，它們擴展到實在無窮的對象集合上，也聯繫着新數字運算的引入、把對有窮的對象集合正確的推理方法推廣到無窮集合上去而生出的困難，在數學中生出了新的數學部門，這部門得了一個並不完全適合其內容的名稱——數理邏輯。這乃是因為這部門的內容首先乃是研究施於數學對象——數字及應用於數學中的其他記號——上的數學演算及算法的工具。關於“邏輯”一語，這裏只是由於敘述關於恩格斯所說“肯定確實性”的性質的研究，也顯出其真實成就的界限。這個數學部門對象的特點乃是在其中創造公式的特殊輔助工具（“演算”），包括以數學記號運算的規則，其中也有容許物質的驗證的數學證明的規則。

希勒柏特及阿克爾曼的書就是為了構成這種輔助工具的。至於所討論的兩本書到底有如何的科學價值，我將在下面再講。其著者是數學家，而這兩本書本質上首先表現適於研究或準備研究集合論以及數學計算法的難題的數學專家，或在製造計算機及自動機的技術人員的興趣的。書的專門對象既如此，其敘述的方式並不適於為廣大讀者而出版。因此無疑地這書應當不由哲學出版方

*譯者註：此段吳黎平譯本上沒有。

面印出，而是由數學出版方面印出。

但由此並不可以說在數學的出版之下就可以出版這書而不加適當的批評，不暴露著者們把自己引到數學基礎的危機的無望絕路上去的唯心主義傾向。希勒柏特與阿克爾曼的傾向的錯誤首先表現在下面的方向：即他們不把數理邏輯看做數學演算與證明的輔助工具、而是看做真正的——理論的——邏輯。從這點看，書名本身——“理論邏輯概論”已是足夠指意的。

同時，在“數理邏輯”中考慮的運算的特性，它們對於確定種類的任意公式之可應用（例如這些公式滿足唯一的要求，即對於它們可以依規則而運算，而這種規律容許物質的驗證，即是恩格斯所說的“肯定的確實性”）在大多數情形中相反的制定了它們在平常邏輯中的不可應用。為了解釋，以算術範圍中的少數幾個例開始。

在整數的算術中，以5除17的問題是不可解的。介紹進來分數之後使這問題可解了（其結果等於 $3\frac{4}{5}$ 。）但由此並不能推論說由於分數的引入便可能解決把17個人分在旅店五間房裏而使每間房有同樣多人這問題。應當分清數學計算本身及其應用的範圍：沒有人能否定分數計算的合法性，但這計算對於分住旅店房間的問題是不可應用的。同樣，叫做“物質的蘊涵”的運算，即希勒柏特及阿克爾曼在其書中用箭頭表示的，並讀成邏輯結合詞“如果——那末”的，在這本書中所考慮的演算範圍之內起着基本的作用，但由此並不能推論認為它可以應用於平常說話中。沒有任何必要去等同“物質的蘊涵”與結合語“如果——那末”並在這基礎上把下面的“判斷”引入習慣：

“如果‘2乘2等於4’，那末‘雪是白的’”。或

“如果‘2乘2等於5’，那末‘雪是白的’”。如希勒柏特及阿克爾曼所做的（見該書德文版第4頁）。

這種任意地侵入平常說話及其邏輯規則的範圍對於希勒柏特——阿克爾曼的書並非偶然的，雖然這只見於每章的前幾頁。事實在於不僅在書名上，而是在書的專門內容上都顯示出著者的基本意識形態的傾向，而這種傾向對於我們是絕對不容許的，因為這是唯心主義的。這傾向乃是著者們不僅單純地把數理邏輯做為專門的數學部門而闡發：他們要把平常邏輯用數理邏輯來代替，而上面已曾指出，數理邏輯一般說並非真正的研究思

維規律的邏輯，只能當做具有自己的——有限的——應用範圍的輔助工具。

這傾向的錯誤不只見於書名及其前幾頁上。沒有平常邏輯便不能處理任何科學。沒有平常邏輯著者們也不能寫那本書。但他們宣佈這平常的一切人的邏輯是“超邏輯”（металогика），換句話說，他們把它放逐於邏輯範圍之外。毫不足奇，希勒柏特想把他的“超邏輯”限於所謂有窮主義規則的企圖完全失敗；這些邏輯方法的蓄藏適於用來奠基凡一定邏輯·數學演算的工具的合法性者在非微末的情形下（包括在平常算術的情形）從不以在考慮的演算自己之中所組成的方法自限；而在數理邏輯本身中表現基本興趣者乃是所謂超邏輯的——即由平常邏輯的方法所研究證明的定理。如此，即在數學中，數理邏輯也絕不能代替真正邏輯。不僅如此，如果沒有真正邏輯，就不能建立任何數理邏輯，不能建立任何以邏輯推理規則的運用來補充的數學演算的輔助工具。

至於著者們把數理邏輯解釋成理論邏輯的意識形態傾向會引導到什麼，最好由如卡爾拿潑之流的“邏輯實證主義者們”依據這種解釋而作出的推論來判斷。卡爾拿潑宣稱：“直到現在還不敢從‘邏輯’的古典形式再向前走的原因最後在於廣泛地流行着一種看法，認為這種分支需要證明合法，即需要證明這語言的新形式‘正確’，即它通到‘真確的邏輯’……我們擁護的看法乃是……其改組的命題及規則的組織形式（平常叫做‘公理’及‘推理法則’）可以完全自由地選擇。‘證明合法’的問題並不存在……。把邏輯的船從被看做歷史狀貌的古典形式的堅固海岸解放出來的最初企圖是很勇敢的。但它們被走向‘真實’的趨勢征服了。現在，終於克服了這阻碍，在我們面前展開着自由可能性的廣大海洋”（見魯多勒夫·卡爾拿潑，語言的邏輯語法，Ⅶ-Ⅷ頁）。

只須讀一下所引證的卡爾拿潑的話就可以看到在邏輯中這種傾向是服務於愚昧及反動的目的的，而“自由”的可能性的“廣大海洋”——乃是無阻碍地毀滅科學的方法，因為它不承認在邏輯中有真理的要求。如此企圖的出現把科學沉沒在“自由可能性的海洋”中，因而使蘇聯數學家們及邏輯家們不得不加強爭取科學真理的鬥爭，其中包括為科學的，真理的邏輯而鬥爭。

我把希勒柏特及阿克爾曼的書加上序及評註。在序中說明批判寄生於數理邏輯上的唯心主義者們的必要；在評註中可以找到證明物質蘊涵不能與條件判斷相等同的企圖；其中也曾談到，“對於我們，真理乃是與真實（物質的）的實在相符合，由實踐驗證”（234頁）；不可否認評註者的傾向去以內容證明他引入的定義及公理的合法性，並揭示出數學如何估料到選擇某組公式做為所考慮的理論的出發公理的秘密。然而序與評註從出發傾向的明確性的觀點看都是不滿人意的。

在序的開宗明義第一句：“在這書中所論的理論或正確地叫做數理的邏輯的歷史……”就談到在基本問題——即關於“數理邏輯”的本質——方面唯心主義的混亂。這種混亂不止於此，而在後面我又寫道：“……數理邏輯命名的合法性的證明，不僅在於它由數學的需要生出來，而且它所得到的新結果的絕大多數是屬於數學專家的。它是做為典型的數學部門而構成……”（第7頁）。因為在這些話之後，可以讀到：“……不只可以看做是數學的邏輯，而且可以看做是邏輯的數學。因為它很顯著地是應用數學方法於形式邏輯的結果”。換句話說，這裏認為數理邏輯不是專門數學的部門，而是邏輯，雖然只是“數學的邏輯”。此外，事實上它的對象是“形式邏輯的問題”。這裏本是指形式邏輯中的那些容許數學處理的問題，與著名的關於概念的對象間的關係的歐拉“圈”相似——這對於讀者仍是不够清楚的——而最重要的乃是，這裏

可以造成一種印象，認為數理邏輯如此不是做為數學與邏輯的輔助工具，而是做為真正的邏輯而處理。

我所用來企圖解釋數理邏輯的概念及方法的很多例也適足有助於造成把數理邏輯提昇到真正邏輯的行列的印象。既由哲學及蘇聯人民的生活中借取來這些例，不可能不造成印象，即所說的乃是取來以某種程度解決哲學與政治的問題的真正邏輯，這樣特別是向很多同志們提醒起批判馬赫主義的範圍中的例。雖然這例事實上是針對着卡爾拿潑的傾向，應當服務於證明所提邏輯推論的定義的合法性——即依它之與一切人類的科學的邏輯的規律相符合的意義之下證明後者的真實性的目的，但既由與馬赫主義鬥爭的範圍借來這些例，不可能不引導出那種想法，即認為作者準備應用數理邏輯於哲學的範圍中。

如上面已指出，希勒柏特及阿克爾曼的書最好是在數學出版方面而不是在哲學的出版方面出版，並且絕不應使用書名“理論邏輯概論”，因為後者可能把讀者引入歧途。

這書必需伴以正確地清楚地解決關於數理邏輯的本質及任務的基本問題的序；並在這基礎上暴露在這範圍中唯心主義的臆測。因為沒有對基本問題的正確及清楚的解決，也就不可能有對唯心主義的真正批評。

（原載蘇聯“哲學問題”1950年第3期）

更正

本刊2卷5期463頁第1欄第18行“……氣壓計正在……”應改為“……氣壓計正在……”，465頁第2欄第2行“……挪威水電冶鍊廠……”應改作“……挪威水電製氮公司……”所附原文中“Kveolstoff-akievelskab”應改作“Kvelstoffakievelskab”，同頁同欄第15行“……挪威水力廠……”亦應改為“……挪威水電製氮公司……”。

又簡訊中553頁第2欄第4行“……中央科學院……”應改為“……中國科學院……”，558頁第1欄第33、34行“……隕星巨爵座……”應改為“……隕星坑……”，同頁同欄倒數第5行“……“great smag……”應改為“……大烟幕……”，以上各點多承顧震潮同志指正，除更正外，謹表謝意。