基于 Galois 域的异构认知无线网络信道跳频汇合算法

杨博^{①②③}, 郑萌^{①②}, 梁炜^{①②*}

① 中国科学院网络化控制系统重点实验室, 沈阳 110016

② 中国科学院沈阳自动化研究所, 沈阳 110016

③ 中国科学院大学, 北京 100049

* 通信作者. E-mail: weiliang@sia.cn

收稿日期: 2014–10–31; 接受日期: 2015–04–16; 网络出版日期: 2015–05–08

中国科学院战略性先导科技专项 (批准号: XDA06021000) 资助

摘要 信道汇合是认知无线网络中次用户之间选择公共可用信道并建立通信链路的过程, 是通信的前提和基础. 针对次用户可用信道集合不同的异构认知无线网络难以保证信道汇合的问题, 本文提出一套基于 Galois 域的信道汇合算法, 具体包括面向全局信道和面向局部信道的汇合算法. 该算法利用 Galois 域的加和乘运算生成周期性跳频序列, 各周期序列包括顺时针方向遍历的信道、校验信道、逆时针方向遍历的信道 3 个阶段. 面向局部信道的汇合算法是针对分布式环境中次用户无法获取全局信道信息而提出的. 此外, 本文对两种算法的最长汇合时间进行了理论分析. 仿真结果表明, 与已有算法相比, 在全局信道和局部信道两种条件下, 所提算法都具有更短的平均汇合时间.

关键词 认知无线网络 信道汇合 跳频 异构网络 Galois 域

1 引言

认知无线网络采用的动态频谱接入方式, 可以有效解决目前无线频谱资源稀缺以及利用率不高的问题, 已成为无线网络发展的必然趋势. 认知无线网络中的授权用户 (即主用户) 可以不受干扰地优先使用频谱资源, 而非授权用户 (即次用户) 将以较低的优先级机会式地使用空闲频谱. 鉴于主用户活动的随机性和次用户所处位置的多样性, 不同次用户的可用信道在时域、空域和频域上均呈现出异构性, 这就为次用户的组网及正常通信带来很大挑战.

次用户在通信之前必须在某个公共可用信道上发现邻居用户, 建立通信链路, 以进行数据传输, 这一过程就是信道汇合^[1], 是进行正常通信不可或缺的前提条件. 但是在邻居发现之前或通信中断之后, 次用户之间不知道对方的存在, 其他次用户的可用信道等信息也是未知的, 次用户之间无法协商从众多信道中选取某个作为汇合信道, 所以在认知无线网络环境中实现信道汇合具有较大难度.

对于信道汇合的研究, 早期的解决方法通常假设网络中存在专用的公共控制信道^[2], 对于所有次用户均时刻可用, 仅需切换至该公共控制信道即可简便地实现通信. 但该方法的弊端有: (1) 公共控制信道容易受主用户活动的影响, 一旦主用户长期占用控制信道, 就阻塞了次用户的通信; (2) 当很多次

引用格式: 杨博, 郑萌, 梁炜. 基于 Galois 域的异构认知无线网络信道跳频汇合算法. 中国科学: 信息科学, 2015, 45: 752–765, doi: 10.1360/N112014-00333

图 1 对称、非对称和异构模型比较

Figure 1 Comparisons of symmetric, asymmetric and heterogeneous models. (a) Symmetric model ($V_A = V_B, P_A = P_B$); (b) asymmetric model ($V_A = V_B, P_A \neq P_B$); (c) heterogeneous model ($V_A \neq V_B, P_A \neq P_B$)

用户同时在控制信道传输数据时, 就会产生饱和问题, 降低网络的吞吐量; (3) 控制信道很容易受到信号干扰等恶意攻击, 造成网络单点失效.

因此, 不需要公共控制信道的盲信道汇合方法成为目前的研究热点. 而信道跳频是大多数盲汇合方法所采用的典型技术, 即次用户在不同的时隙按照跳频序列访问信道, 一旦在某个时隙访问相同的公共可用信道, 即成功实现汇合. 盲信道汇合方法通常需要满足以下几个条件.

(1) 实现确定性汇合. 长时间无法汇合不能满足快速组网的要求, 汇合算法应在有限时间内保证汇合. 最长汇合时间 (maximum time to rendezvous, MTTR) 是衡量在最坏情况下实现确定性汇合的重要指标.

(2) 较短的汇合时间. 用尽可能短的时间实现信道汇合对于需要传输紧急数据的网络具有重要意义, 平均汇合时间 (expected time to rendezvous, ETTR) 也是目前评价盲汇合方法的重要指标.

(3) 支持时钟异步场景. 在分布式认知无线网络环境中很难在次用户通信握手之前实现全局时钟同步, 次用户很可能在不同的时间开始跳频, 因此盲汇合方法需要满足在时钟异步场景中仍能够保证汇合.

(4) 不区分发送方 / 接收方的角色. 在分布式网络环境中, 难以确定次用户的角色, 比如期望接收来自其他用户数据的发送方也将成为接收方. 不区分发送方 / 接收方角色 (即不同次用户按相同方式跳频) 更适用于分布式环境.

特别地, 随着认知无线网络通信范围的扩大, 大量的异构无线设备被采用, 研究异构认知无线网络中的信道汇合问题有着更为普遍的现实意义, 即盲信道汇合算法应支持异构模型. 异构模型是指不同次用户因为频谱感知能力不同导致的可用信道集合不同的模型, 否则称为同构模型. 同构模型可进一步分为对称 (即空闲信道完全相同) 和非对称 (即空闲信道不完全相同) 模型. 图 1 比较了对称、非对称和异构模型之间的区别 (其中 V_A, V_B 分别表示次用户 A 和 B 可检测到的信道集合, P_A, P_B 分别表示次用户 A 和 B 检测到的被主用户占用的信道集合).

为符合上述条件, 本文提出了适用于异构认知无线网络的基于 Galois 域的信道跳频 (Galois-field-based channel hopping, GFCH) 汇合算法, 在设计跳频序列时依据 Galois 域的 $\oplus$ 和 $\otimes$ 运算, 通过在一个周期序列内设置顺时针方向遍历信道、校验信道和逆时针方向遍历信道 3 个阶段, 可保证在异构网络环境中实现确定性汇合, 而且无需次用户标识号等任何附加信息, 更适用于分布式环境. 本文的贡献总结如下:

- 基于认知无线网络中的全局信道设计跳频序列, 利用 Galois 域的代数运算证明了信道汇合的确

定性并分析了最长汇合时间的理论值;

- 鉴于次用户在分布式环境中未必拥有全局信道的信息, 而且当次用户仅能感知到少量的可用信道时, 全局信道的方法会在不可用信道上进行不必要的汇合尝试以致汇合时间延长, 本文进而仅利用各次用户的局部信道信息设计跳频序列, 证明了信道汇合的确定性并分析了最长汇合时间的理论值;

- 通过仿真实验, 与目前性能优越的汇合算法进行比较, 验证了本文算法的可行性.

本文内容组织如下: 第 2 节总结分析了相关工作, 第 3 节阐述基于全局信道的汇合算法, 第 4 节阐述基于局部信道的汇合算法, 第 5 节进行仿真对比, 第 6 节总结全文.

2 相关工作

目前大多数文献都侧重于同构模型的研究, 一些信道汇合算法理想化地假设网络具备时钟同步能力. 比如文献 [3,4] 利用 quorum 子集系统的轮转闭合性质设计的跳频序列, 能保证在有限时间内汇合. RCCH 算法 [5] 区分了次用户的收 / 发角色, 要求收发双方跳频序列的初始信道具有相同的奇偶性而且按照相反的方向进行跳频, 并且限制了信道数为偶数. CHS [6], CACH [7] 算法与本文都采用 Galois 域的数学工具, 但上述算法仅在时钟同步场景才适用, 对于更为普遍的时钟异步场景便无法保证汇合. 为此很多算法都扩展到时钟异步场景. 比如, CRSEQ 算法 [8] 利用三角形数 ($T_n = n(n+1)/2$) 和中国剩余定理设计跳频序列. ACH 算法 [9] 利用比特序列和次用户标识号等附加信息设计非正交跳频序列, 可保证同时所有可用信道上实现汇合. Jump-Stay 算法 [10] 的周期序列由“跳”和“等”两个阶段组成, “跳”阶段的每个时隙都进行信道切换可遍历所有信道, “等”阶段仅在某信道停留以期望汇合, 但在非对称模型下其汇合时间较长. Enhanced-Jump-Stay 算法 [11,12] 适当延长了“跳”阶段的时长, 这样可以缩短非对称模型下的汇合时间. SARCH 算法 [5] 按逆时针、顺时针相反的方向交错式地构建序列, 并将循环轮转后的序列按序成对地拼接在一起, 但需要区分次用户的收 / 发角色. DRDS 算法 [13] 利用不相交松弛差集的性质, 设计了公共信道跳频序列, 并分析了非对称模型汇合时间的下界. ASYNC-ETCH 算法 [14] 是将素数求模运算和非正交序列相结合构造跳频序列, 素数求模运算用于将 N 个信道组成 $N-1$ 个不同的排列, 而非正交序列方法用于将 $N-1$ 个不同的排列组成 $N-1$ 个不同的子序列, 再将这些子序列拼接, 可满足均匀使用信道的需求. SSB 算法 [15] 将 N 个信道设置在离散区间上, 从区间一端递增至另一端再反向回到原点, 在折返原点后停滞一时隙以确保汇合, 是目前汇合时间最短的算法之一.

鉴于异构的无线设备在认知无线网络中普遍存在, 对异构场景的信道汇合研究越来越受到关注. 文献 [16,17] 提出的 HH 和 ICH 算法为解决异构信道汇合问题开创了先河, 但两者都假设次用户能感知到一段连续的信道, 条件较为苛刻. 针对文献 [16,17] 的问题, 文献 [18] 提出的 A-HCH 算法和文献 [19] 提出的 MLS 算法仅依据次用户的局部可用信道构建跳频序列, 而且不限制可用信道具有连续性, 但 A-HCH 和 MLS 算法都将次用户的标识号 ID 作为附加信息以确保汇合, 这种方式对于分布式环境中的匿名用户并不适用.

表 1 对目前一些典型的信道汇合算法进行了总结. 其中, N 表示网络全部信道数; M 表示网络中的次用户数; P 表示不小于 N 的最小素数; G 表示公共可用信道数; N_A, N_B 分别表示次用户 A 和 B 的可用信道数; L 表示 A-HCH 算法中可选序列的长度; Δ 表示 A-HCH 算法中对称类的度, 详见文献 [18]; l 表示 MLS 算法中由次用户 ID 确定的常数, 详见文献 [19].

表 1 典型信道汇合算法比较

Table 1 Comparisons of some typical rendezvous algorithms

Algorithm	Asynchronous	No sender/receiver role	Heterogeneous	MTTR
L/M-QCH ^[3]	×	✓	×	$\geq N^{\frac{3}{2}}$
RCCH ^[5]	×	×	×	$\frac{N^2}{2}$
CHS ^[6]	×	✓	×	$N(N+1)$
CACH ^[7]	×	✓	×	$N(N+1)$
CRSEQ ^[8]	✓	✓	×	$3P^2 - 3P$
ACH ^[9]	✓	✓	×	$6 \lceil \lg M \rceil N^2$
JS ^[10]	✓	✓	×	$6NP(P-G)$
EJS ^[11,12]	✓	✓	×	$4P(P+1-G)$
SARCH ^[5]	✓	×	×	$8N^2 + 8N$
DRDS ^[13]	✓	✓	×	$3P^2 + 2P$
ASYN-ETCH ^[14]	✓	✓	×	$N^2(2N+1)$
SSB ^[15]	✓	✓	×	$(N-1)(2N-1)$
HH ^[16]	✓	✓	✓	$O(N_A N_B)$
ICH ^[17]	✓	✓	✓	$O(N_A N_B)$
A-HCH ^[18]	✓	✓	✓	$\frac{LN_A N_B}{\Delta G}$
MLS ^[19]	✓	✓	✓	$2(l+1)P^2$

3 基于全局信道的汇合算法

3.1 Galois 域相关背景

任何有限域 (比如有理数域 $\mathbb{Q}$) 都是由 p^n 个元素组成, 其中 p 为素数, n 为正整数. 有限域也称为 Galois 域, 记作 $\mathbb{GF}(p^n)$. 特别地, 当 $n=1$ 时, $\mathbb{GF}(p) = \{0, 1, \dots, p-1\}$ 可视为对 p 求模^[20].

本文在设计跳频序列时, 主要利用 $\mathbb{GF}(p)$ 的加法和乘法这两种代数运算.

定义 1 $\oplus$ 运算: $\forall a, b \in \mathbb{GF}(p), a \oplus b = (a + b) \bmod p$;

$\otimes$ 运算: $\forall a, b \in \mathbb{GF}(p), a \otimes b = (a \times b) \bmod p$.

$\otimes$ 运算的优先级要高于 $\oplus$ 运算. $\oplus$ 运算的单位元为 0, 相加结果为 0 的两个元素互为逆元, 即 $a \oplus (-a) = 0$; $\otimes$ 运算的单位元为 1, 相乘结果为 1 的两个元素互为逆元, 即 $a \otimes a^{-1} = 1$ ($a \neq 0$).

图 2 列出了 $\mathbb{GF}(7)$ 中各元素的 $\oplus$ 和 $\otimes$ 运算结果.

至于 $\mathbb{GF}(p)$ 中的减运算和除运算, 可分别通过 $\oplus$ 和 $\otimes$ 运算实现. 即对于 $\forall a, b \in \mathbb{GF}(p), a - b = a \oplus (-b)$, 其中 $-b$ 为 b 的加法逆元; 对于 $\forall a, b \in \mathbb{GF}(p)$ 且 $b \neq 0, a/b = a \otimes b^{-1}$, 其中 b^{-1} 为 b 的乘法逆元.

引理 1 集合 $Z_p = \{0, 1, 2, \dots, p-1\}$ 对模 p 的加法和乘法构成 Galois 域的充要条件是 p 为素数.

证明 充分性. 该证明可转化为 Z_p 对模 p 的加法和乘法可构成交换群. Z_p 关于模 p 的加法显然可构成交换群. 而对于模 p 的乘法, 由同余运算性质, $Z_p^+ = Z_p - \{0\}$ 满足封闭性、结合律和交换律, 且 $e = 1$ 是其唯一的单位元. 再由 Fermat 小定理知, Z_p^+ 的各元素都存在乘法逆元, 则 Z_p^+ 关于模 p 的乘法可构成交换群. 故 Z_p 关于模 p 的加法和乘法可构成 Galois 域.

$\oplus$	0	1	2	3	4	5	6
0	0	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6	0
2	2	3	4	5	6	0	1
3	3	4	5	6	0	1	2
4	4	5	6	0	1	2	3
5	5	6	0	1	2	3	4
6	6	0	1	2	3	4	5

(a)

$\otimes$	0	1	2	3	4	5	6
0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6
2	0	2	4	6	1	3	5
3	0	3	6	2	5	1	4
4	0	4	1	5	2	6	3
5	0	5	3	1	6	4	2
6	0	6	5	4	3	2	1

(b)

 图 2 $\mathbb{GF}(7)$ 中的 Galois 域运算

 Figure 2 Operations in $\mathbb{GF}(7)$. (a) $\oplus$ operation in $\mathbb{GF}(7)$; (b) $\otimes$ operation in $\mathbb{GF}(7)$

必要性. 采用反证法. 假设 p 为合数, 则 $p = p_1 p_2$ (p_1, p_2 为 p 的因数), 则有 $p_1 p_2 \equiv 0 \pmod{p}$, 即 Z_p^+ 关于模 p 的乘法不满足封闭性, 进而 Z_p^+ 关于模 p 的乘法无法构成交换群. 故当 p 为合数时, Z_p 关于模 p 的加法和乘法无法构成 Galois 域.

3.2 网络模型

假设认知无线网络中有 p 个授权信道, 全局信道集合表示为 $C = \{c_0, c_1, \dots, c_{p-1}\}$. 在异构认知无线网络中, 各次用户感知到的可用信道集合不尽相同, 用 C_A ($C_A \subseteq C$) 和 C_B ($C_B \subseteq C$) 分别表示次用户 A 和 B 的可用信道集合. 为实现汇合, 需假设两个次用户之间至少有一个公共信道, 即 $C_A \cap C_B \neq \emptyset$. 假设每个次用户均配置单根天线, 即在同一时隙只能接入一个信道, s_A^t 和 s_B^t 表示两者在时隙 t 接入的信道, S_A 和 S_B 表示两者的跳频序列 ($S_A = \{s_A^0, s_A^1, \dots, s_A^t, \dots\}$). 令 δ 表示时钟异步情形下两个次用户开始跳频时的时间偏差, 并从后开始跳频的次用户的初始时间 (即两用户同时开始跳频的时间) 计算实现汇合所需的时间. 网络时间被等分为相同时长的时隙, 时隙长度设为 $2t$. 若次用户接入相同的信道, 则在时间 t 内可完成建立通信链路等过程. 时隙设为 $2t$ 是为了保证在两个次用户的时隙不对齐的情况下仍能正常建立通信链路, 因为此时无论时隙偏差多少, 总能保证两个时隙有 t 时长的重叠. 在每个时隙, 各次用户按照某种跳频序列接入可用信道, 并试图与潜在的邻居汇合.

信道汇合可定义为: 若存在信道 c^* ($c^* \in C_A \cap C_B$), 使得 $s_A^t = s_B^{t+\delta} = c^*$, 且 c^* 在时隙 t 时空闲, 则次用户 A 和 B 在公共可用信道 c^* 上成功实现汇合.

3.3 算法描述

每个次用户的跳频序列均为周期性循环序列, 鉴于纯随机方式的跳频^[21]会导致无法汇合, 本文的跳频序列是由一组参数对 (α, h) 确定的伪随机序列. 其中 α 表示次用户随机选取的初始信道编号, 即 α 是 $[0, p-1]$ 范围内随机选取的一个整数; h ($h \neq 0$) 表示次用户随机选取的跳频步长, 即 h 是 $[1, p-1]$ 范围内随机选取的一个整数. 给定参数对 (α, h) , 则跳频序列在时隙 t 访问的信道可由 $s^t = \alpha \oplus h \otimes t$ 计算得到. 例如, 若 $p = 7$, 次用户 A 和 B 的跳频参数对分别为 $(\alpha_A, h_A) = (0, 3)$, $(\alpha_B, h_B) = (2, 4)$, 则次用户 A 在一周期内的序列为 $\{0, 3, 6, 2, 5, 1, 4\}$, 次用户 B 在一周期内的序列为 $\{2, 6, 3, 0, 4, 1, 5\}$, 如果次用户 A 和 B 同时开始跳频, 则在第 6 个时隙有汇合信道 c_1 .

为保证次用户在时钟异步和异构网络环境中能够汇合, 本文在设计序列时将跳频设想为时钟转动, 各周期中的前 p 个元素是按顺时针方向遍历信道, 后 p 个元素则是按逆时针方向遍历信道, 处于周期中间位置的信道是校验信道. 设置校验信道是为了避免当两个次用户的初始信道及跳频步长均相同且同步开始跳频时无法汇合 (此时两者的间距始终保持不变) 的问题. 本文设计的跳频序列周期长度为 $T = 2p + 1$, 各时隙访问的信道由式 (1) 给出.

$$s_A^t = \begin{cases} \alpha_A \oplus h_A \otimes r, & 0 \leq r \leq p-1, \\ h_A, & r = p, \\ (\alpha_A \oplus (-h_A)) \oplus (-h_A) \otimes (r - p - 1), & p+1 \leq r \leq 2p, \end{cases} \quad (1)$$

其中, $r = t \bmod (2p+1)$, $0 \leq r \leq p-1$ 时为顺时针方向遍历的信道, $r = p$ 时为校验信道, $p+1 \leq r \leq 2p$ 时为逆时针方向遍历的信道.

利用 Galois 域设计跳频序列, 无论按顺时针还是逆时针方向跳频, 都可以遍历所有信道.

引理 2 次用户可在顺时针遍历信道阶段或逆时针遍历信道阶段访问到所有 p 个信道.

证明 采用反证法. 假设存在某个信道 c 在一周期内没有被访问. 因为一周期内有 p 个不同信道, 由鸽巢原理知, 在序列中存在信道 c' 至少被访问 2 次. 不失一般性, 设序列分别在时隙 t_1 和 t_2 访问信道 c' , 在顺时针跳频阶段有 $c' = (a + t_1 \times h) \bmod p = (a + t_2 \times h) \bmod p$, 可推得 $0 = (t_1 - t_2)h \bmod p$. 因为 h 和 p 互质且 $t_1 - t_2 < p$, 则 $t_1 - t_2 = 0$, 与假设矛盾. 同理, 在逆时针跳频阶段, 假设也不成立. 故次用户可在一个周期内访问到所有 p 个信道.

推论 1 在任一周期的跳频序列中, 校验信道的编号将出现 3 次, 而其他非校验信道都将出现 2 次.

证明 由引理 2 知, 在顺时针和逆时针遍历信道阶段, 每个信道都分别被访问 1 次. 故在一周期内, 非校验信道将出现 2 次. 而校验信道将在 $r = p$ 时多出现 1 次.

由式 (1) 构建的跳频序列是当所有信道均可用时的默认序列, 但次用户可检测到的可用信道数通常要小于全局信道数. 为了避免在不可用信道上试图进行不必要的汇合以增加汇合机会, 各次用户的默认序列中的不可用信道将被替换为局部可用信道. 以次用户 A 为例, 将 S_A 中的不可用信道替换为局部可用信道的规则由式 (2) 给出.

$$\forall s_A^t \notin C_A, s_A^t = (\beta - 1) \bmod |C_A| + 1, \quad (2)$$

其中, t 表示不可用信道所在的时隙, $\beta = \lceil \frac{t}{T} \rceil$, 即第 β 个周期中的不可用信道将被替换为局部可用信道集 C_A 中的第 $((\beta - 1) \bmod |C_A| + 1)$ 个信道.

图 3(a) 示意了当 $p = 5$, $C_A = \{0, 2, 4\}$, $(\alpha_A, h_A) = (2, 4)$, $C_B = \{0, 1, 3, 4\}$, $(\alpha_B, h_B) = (3, 2)$ 时次用户 A 和 B 的默认序列, 灰色阴影表示不可用信道. 图 3(b) 是按照替换规则替换后的序列, 此时灰色阴影表示替换后的信道, 箭头表示两个次用户之间的汇合信道.

GFCH 的原理如算法 1 所示.

3.4 性能分析

下面的定理 1 和 2 分别证明了在时钟同步和异步情形下, GFCH 算法均可保证汇合.

定理 1 按照 GFCH 算法独立生成跳频序列的次用户 A 和 B , 当时钟同步时可实现确定性汇合.

图 3 信道替换举例

Figure 3 Illustrations of the channel replacements. (a) Default sequence; (b) replaced sequence

算法 1 GFCH rendezvous algorithm

Require: t, p, C_A ;

- 1: α_A = a randomly selected integer from $[0, p - 1]$;
- 2: h_A = a randomly selected integer from $[1, p - 1]$;
- 3: $t = 0$;
- 4: **while** rendezvous is not achieved **do**
- 5: $t = t + 1$;
- 6: $r = t \bmod (2p + 1)$;
- 7: **if** $0 \leq r \leq p - 1$ **then**
- 8: $s_A^t = \alpha_A \oplus h_A \otimes r$;
- 9: **else if** $r = p$ **then**
- 10: $s_A^t = h_A$;
- 11: **else**
- 12: $s_A^t = (\alpha_A \oplus (-h_A)) \oplus (-h_A) \otimes (r - p - 1)$;
- 13: **end if**
- 14: **if** $s_A^t \notin C_A$ **then**
- 15: $s_A^t = \text{the } ((\lceil t/(2p + 1) \rceil - 1) \bmod |C_A| + 1)^{\text{th}} \text{ channel in } C_A$;
- 16: **end if**
- 17: Attempt rendezvous on channel s_A^t ;
- 18: **end while**

证明 情况 1. 当 $h_A = h_B$ 且 $\alpha_A = \alpha_B$ 时, 次用户 A 和 B 的初始信道和跳频步长均相同, 则两者的校验信道相同, 且各时隙访问的信道均相同, 即一周期内有 $2p + 1$ 个汇合信道.

情况 2. 当 $h_A = h_B$ 且 $\alpha_A \neq \alpha_B$ 时, 次用户 A 和 B 的校验信道相同, 且一周期内仅在校验信道上有一次汇合机会. 以下证明在非校验时隙无法汇合. 假设在 $0 \leq r \leq p - 1$ 范围内次用户 A 和 B 之间存在汇合信道, 该信道相对于校验信道的距离为 x , 则有 $\alpha_A \oplus h_A \otimes x = \alpha_B \oplus h_B \otimes x$, 由代数运算可得 $\alpha_A \oplus (-\alpha_B) = (h_B \oplus (-h_A)) \otimes x$, 则 $x = (h_B \oplus (-h_A))^{-1} \otimes (\alpha_A \oplus (-\alpha_B))$. 由 $h_A = h_B$ 知 x 不存在. 类似地, 在 $p + 1 \leq r \leq 2p$ 范围内次用户 A 和 B 之间也不存在汇合信道. 故在非校验时隙次用户 A 和 B 之间没有汇合信道.

情况 3. 当 $h_A \neq h_B$ 时, 次用户 A 和 B 的校验信道不同. 假设在 $0 \leq r \leq p - 1$ 范围内次用户 A 和 B 之间存在汇合信道, 该信道相对于校验信道的距离为 x , 通过与情况 2 相同的运算得 $x = (h_B \oplus (-h_A))^{-1} \otimes (\alpha_A \oplus (-\alpha_B))$. 因为 $h_A \neq h_B$, 故存在 x 使得次用户 A 和 B 之间存在汇合信

图 4 $h_A = h_B$ 且 $\alpha_A = \alpha_B$ 时跳频序列汇合举例Figure 4 Overlaps of two channel-hopping sequences when $h_A = h_B$ and $\alpha_A = \alpha_B$

道. 类似地, 在 $p+1 \leq r \leq 2p$ 范围内次用户 A 和 B 之间也存在汇合信道. 故在此条件下, 一周期内在非校验信道至少有两次汇合机会.

综上所述, GFCH 算法在时钟同步时可保证汇合.

定理 2 按照 GFCH 算法独立生成跳频序列的次用户 A 和 B , 当时钟异步时可实现确定性汇合.

证明 情况 1. 当 $h_A = h_B$ 且 $\alpha_A = \alpha_B$ 时, 次用户 A 和 B 的跳频序列相同, 只是初始跳频时间不同. 下面对两个序列的时间偏移 δ 分情况讨论:

(i) 当 $(\delta \bmod T)$ 为奇数时, 令 $\tau_o = \frac{2p+1-(\delta \bmod T)}{2}$ 表示汇合信道在先开始跳频的次用户的某个周期跳频序列中的相对位置, 则 τ_o 的取值范围为 $[1, p]$. 此时两个次用户之间的汇合信道可表示为

$$s_A^{\tau_o} = s_B^{\tau_o} = \alpha \oplus h \otimes (p - \tau_o) = \alpha \oplus h \otimes \frac{(\delta \bmod T) - 1}{2}.$$

(ii) 当 $(\delta \bmod T)$ 为偶数时, 令 $\tau_e = 2p+1 - \frac{\delta \bmod T}{2}$, τ_e 的含义与 τ_o 类似, 区别在于 $(\delta \bmod T)$ 为偶数, 且 τ_e 的取值范围为 $[p+1, 2p]$. 此时两个次用户之间的汇合信道可表示为

$$s_A^{\tau_e} = s_B^{\tau_e} = (\alpha \oplus (-h)) \oplus (-h) \otimes (2p - \tau_e) = (\alpha \oplus (-h)) \oplus (-h) \otimes \left(\frac{\delta \bmod T}{2} - 1 \right).$$

图 4 示意了当 $h_A = h_B = 3, \alpha_A = \alpha_B = 1$ 时两个次用户的跳频序列在各种时间偏移时的汇合情况.

情况 2. 当 $h_A = h_B$ 且 $\alpha_A \neq \alpha_B$ 时, 首先考虑在非校验信道上的汇合, 次用户 A 和 B 可能分别在各自周期的顺时针跳频阶段或逆时针跳频阶段汇合.

(i) 如果次用户 A 和 B 在各自周期的顺时针跳频阶段汇合, 则由式 (1) 有

$$\alpha_A \oplus h_A \otimes r = \alpha_B \oplus h_B \otimes (r + \delta), \quad (3)$$

可求得 $\delta = h_B^{-1} \otimes (\alpha_A \oplus (-\alpha_B))$, 且当 $h_A = h_B, \alpha_A \neq \alpha_B$ 时存在 δ 值满足条件 (i).

(ii) 如果次用户 A 和 B 在各自周期的逆时针跳频阶段汇合, 则由式 (1) 有

$$(\alpha_A \oplus (-h_A)) \oplus (-h_A) \otimes (r - p - 1) = (\alpha_B \oplus (-h_B)) \oplus (-h_B) \otimes (r - p - 1 + \delta), \quad (4)$$

可求得 $\delta = (-h_B)^{-1} \otimes (\alpha_A \oplus (-\alpha_B))$, 且当 $h_A = h_B, \alpha_A \neq \alpha_B$ 时存在 δ 值满足条件 (ii).

(iii) 如果次用户 A 和 B 分别在各自周期的顺时针跳频阶段和逆时针跳频阶段汇合, 则由式 (1) 有

$$\alpha_A \oplus h_A \otimes r = (\alpha_B \oplus (-h_B)) \oplus (-h_B) \otimes (r - p - 1 + \delta), \quad (5)$$

可求得 $\delta = (-h_B)^{-1} \otimes ((\alpha_A \oplus (-\alpha_B) \oplus h_B) \oplus (h_A \oplus h_B) \otimes r) + p + 1$, 且当 $h_A = h_B, \alpha_A \neq \alpha_B$ 时存在 δ 值满足条件 (iii).

其次, 考虑校验信道上的汇合. 由推论 1 可知, 随着次用户 B 的跳频序列的偏移, 次用户 A 的校验信道与次用户 B 的非校验信道可能有 2 次汇合机会.

(i) 如果次用户 A 的校验信道与次用户 B 的非校验信道在顺时针跳频阶段汇合, 则由式 (1) 有

$$h_A = \alpha_B \oplus h_B \otimes (r + \delta), \quad (6)$$

可求得 $\delta = h_B^{-1} \otimes (h_A \oplus (-\alpha_B)) - r$, 且当 $h_A = h_B, \alpha_A \neq \alpha_B$ 时存在 δ 值满足条件 (i).

(ii) 如果次用户 A 的校验信道与次用户 B 的非校验信道在逆时针跳频阶段汇合, 则由式 (1) 有

$$h_A = (\alpha_B \oplus (-h_B)) \oplus (-h_B) \otimes (r - p - 1 + \delta), \quad (7)$$

可求得 $\delta = (-h_B)^{-1} \otimes (h_A \oplus h_B \oplus (-\alpha_B)) - r + p + 1$, 且当 $h_A = h_B, \alpha_A \neq \alpha_B$ 时存在 δ 值满足条件 (ii).

情况 3. 当 $h_A \neq h_B$ 时, 首先考虑在非校验信道上的汇合, 次用户 A 和 B 可能分别在各自周期的顺时针跳频阶段或逆时针跳频阶段汇合.

(i) 如果次用户 A 和 B 在各自周期的顺时针跳频阶段汇合, 则由式 (3) 可求得 $\delta = h_B^{-1} \otimes (\alpha_A \oplus (-\alpha_B) \oplus (h_A \oplus (-h_B)) \otimes r)$, 且当 $h_A \neq h_B$ 时存在 δ 值满足条件 (i).

(ii) 如果次用户 A 和 B 在各自周期的逆时针跳频阶段汇合, 则由式 (4) 可求得 $\delta = (-h_B)^{-1} \otimes (\alpha_A \oplus (-\alpha_B) \oplus (-h_A) \oplus h_B \oplus ((-h_A) \oplus h_B) \otimes (r - p - 1))$, 且当 $h_A \neq h_B$ 时存在 δ 值满足条件 (ii).

(iii) 如果次用户 A 和 B 分别在各自周期的顺时针跳频阶段和逆时针跳频阶段汇合, 则由式 (5) 可求得 $\delta = (-h_B)^{-1} \otimes ((\alpha_A \oplus (-\alpha_B) \oplus h_B) \oplus (h_A \oplus h_B) \otimes r) + p + 1$, 且当 $h_A \neq h_B$ 时存在 δ 值满足条件 (iii).

其次, 考虑校验信道上的汇合. 随着次用户 B 的跳频序列的偏移, 次用户 A 的校验信道与次用户 B 的非校验信道可能有 2 次汇合机会.

(i) 如果次用户 A 的校验信道与次用户 B 的非校验信道在顺时针跳频阶段汇合, 则由式 (6) 可求得 $\delta = h_B^{-1} \otimes (h_A \oplus (-\alpha_B)) - r$, 且当 $h_A \neq h_B$ 时存在 δ 值满足条件 (i).

(ii) 如果次用户 A 的校验信道与次用户 B 的非校验信道在逆时针跳频阶段汇合, 则由式 (7) 可求得 $\delta = (-h_B)^{-1} \otimes (h_A \oplus h_B \oplus (-\alpha_B)) - r + p + 1$, 且当 $h_A \neq h_B$ 时存在 δ 值满足条件 (ii).

综上所述, GFCH 算法在时钟异步时可保证汇合.

下面的定理 3 分析了 GFCH 算法的最长汇合时间.

定理 3 按照 GFCH 算法独立生成跳频序列的次用户 A 和 B , 其最长汇合时间为 $MTTR = p(2p + 1)$.

证明 由定理 1 和 2 知, 当所有信道均可用时, 次用户 A 和 B 在 1 个周期 ($T = 2p + 1$) 内可实现汇合. 但某个次用户能感知到的可用信道数通常会小于 p . 最坏情况是有 $(p - 1)$ 个信道不可用, 次用户 A 和 B 之间只剩余 1 个公共可用信道可期望汇合. 由 3.3 小节的式 (2) 给出的替换规则知, 至多

经过 p 个周期, 不可用信道都将被替换为可用信道. 即在最坏情况下, 次用户 A 和 B 之间唯一的公共可用信道最迟出现在第 p 个周期. 故最长汇合时间 $\text{MTTR} = p(2p + 1)$.

推论 2 按照 GFCH 算法独立生成跳频序列的次用户 A 和 B , 当有 $m(0 \leq m \leq p - 1)$ 个信道不可用时, 其最长汇合时间为 $\text{MTTR} = (m + 1)(2p + 1)$.

4 基于局部信道的汇合算法

4.1 算法描述

以往对于跳频序列的设计通常利用全局信道信息, 并在每个信道上 (包括可用和不可用信道) 尝试汇合. 但不可用信道对于汇合并无用处, 只会延长汇合时间, 尤其是当次用户的可用信道很少时更为严重. 通常采用的方法是将不可用信道随机替换为局部可用信道, 以增加汇合机会, 但替换信道并未从根本上解决问题, 因为跳频序列周期长度并未改变, 而周期长度对于汇合时间通常具有决定性作用. 况且, 在实际的分布式环境中, 全局信道信息对于次用户而言是未知的, 次用户所能获取的信息仅限于局部可用信道.

为此, 本节仅利用次用户的局部可用信道设计跳频序列, 原理与第 3 节类似, 但本节的基于 Galois 域的局部信道跳频 (local Galois-field-based channel hopping, L-GFCH) 汇合算法无需信道替换操作, 因为每个信道都是可用的. L-GFCH 算法需要限定次用户 A 和 B 的跳频序列周期 $T_A(T_A = 2|C_A| + 1)$ 和 $T_B(T_B = 2|C_B| + 1)$ 互质.

L-GFCH 的原理如算法 2 所示.

算法 2 L-GFCH rendezvous algorithm

Require: t, C_A ;

```

1:  $\alpha_A$  = a randomly selected integer from  $C_A$ ;
2:  $h_A$  = a randomly selected integer from  $[1, |C_A| - 1]$ ;
3:  $\text{index}_{\alpha_A}$  = the relative location of  $\alpha_A$  in  $C_A$ ;
4:  $t = 0$ ;
5: while rendezvous is not achieved do
6:    $t = t + 1$ ;
7:    $r = t \bmod (2|C_A| + 1)$ ;
8:   if  $0 \leq r \leq |C_A| - 1$  then
9:      $s_A^t = (\text{index}_{\alpha_A} \oplus h_A \otimes r)^{th}$  channel in  $C_A$ ;
10:  else if  $r = |C_A|$  then
11:     $s_A^t = \alpha_A$ ;
12:  else
13:     $s_A^t = (\text{index}_{\alpha_A} \oplus (-h_A)) \oplus (-h_A) \otimes (r - |C_A| - 1)^{th}$  channel in  $C_A$ ;
14:  end if
15:  Attempt rendezvous on channel  $s_A^t$ ;
16: end while

```

图 5 示意了当 $p = 5, C_A = \{0, 2, 4\}, (\alpha_A, h_A) = (2, 2), C_B = \{0, 1, 3, 4\}, (\alpha_B, h_B) = (3, 3)$ 时次用户 A 和 B 的基于局部可用信道的跳频序列, 箭头表示两个次用户之间的汇合信道.

图 5 基于局部可用信道跳频序列的汇合

Figure 5 Overlaps of two channel-hopping sequences with only local available channels

4.2 性能分析

定理 4 如果 $\gcd(T_A, T_B) = 1$, 那么按照 L-GFCH 算法独立生成跳频序列的次用户 A 和 B 可实现确定性汇合且最长汇合时间为 $MTTR = T_A \cdot T_B - 2G \cdot \min\{T_A, T_B\} + 1$, 其中 $\gcd$ 表示最大公约数, $G = |C_A \cap C_B|$ 表示两者的公共可用信道数.

证明 设次用户 A 和 B 都开始跳频时的本地时间分别为 t_0^A 和 t_0^B . 为保证在时钟异步时能汇合, 必须存在 t^* 使得 $s_A^{t_0^A+t^*} = s_B^{t_0^B+t^*} = c^*$ ($c^* \in C_A \cap C_B$). 令 $u (1 \leq u \leq T_A)$ 和 $v (1 \leq v \leq T_B)$ 分别表示次用户 A 和 B 之间第一个汇合信道 (如 3.2 小节所述, 次用户 A 和 B 之间至少要有一个公共可用信道才可能实现汇合) 在所处周期中的相对位置. 则汇合条件可表示为以下 2 个同余式:

$$t^* \equiv (u - t_0^A) \bmod T_A, \quad (8)$$

$$t^* \equiv (v - t_0^B) \bmod T_B, \quad (9)$$

由已知条件 $\gcd(T_A, T_B) = 1$ 及中国剩余定理知, 存在 $t^* (0 < t^* \leq T_A \cdot T_B)$ 使得以上同余式成立, 该结果表明次用户 A 和 B 可实现确定性汇合.

t^* 的上界为 $T_A \cdot T_B$, 在该时段内, 次用户 A 和 B 的周期序列将分别重复 T_B 和 T_A 次. 而次用户 A 和 B 的单个周期序列中, 由推论 1 知, 每个信道至少出现 2 次, 又因为两者之间一共有 G 个公共可用信道 (由容斥原理知 $|C_A| + |C_B| - G \leq p$), 则次用户 A 和 B 之间汇合机会的最小值为 $2G \cdot \min\{T_A, T_B\}$. 故 $MTTR = T_A \cdot T_B - 2G \cdot \min\{T_A, T_B\} + 1$.

5 仿真实验

本节分别对面向全局和局部信道的汇合算法进行仿真, 性能评价指标为最长汇合时间 (MTTR) 和平均汇合时间 (ETTR). 当全局信道已知时, 本文将 GFCH 算法与 ASYNC-ETCH^[14] 和 SSB^[15] 算法进行比较; 当仅有局部信道已知时, 本文将 L-GFCH 算法与 A-HCH^[18] 和 MLS^[19] 算法进行比较. 所有算法的仿真场景相同, 仿真参数设置如下: $p = 41, |C_A| = 23, |C_B| = 29$, 由容斥原理知 $|C_A| + |C_B| - G \leq p$, 则公共可用信道 G 的取值范围为 $[11, 23]$. 所有算法的仿真均运行 20000 次, MTTR 和 ETTR 分别取仿真结果的最大值和平均值.

图 6 是 MTTR 的比较结果. 随着公共可用信道数量的增加, 所有算法的 MTTR 大致呈现下降趋势. 在全局信道情形中, ASYNC-ETCH 的 MTTR 远高于其他算法, 所以未在图中显示. 虽然 GFCH 算法的序列周期长度略大于 SSB (长 2 个时隙), 但跳频步长会大于 SSB 的步长 (SSB 的跳频步长为 1), 故可以较快汇合. 在局部信道情形下, 当公共可用信道较少时, L-GFCH 算法要优于 MLS 算法但逊色于 A-HCH 算法; 当公共可用信道较多时, L-GFCH 算法要优于 A-HCH 算法但逊色于 MLS 算法.

图 6 MTTR 比较结果

Figure 6 Comparisons of MTTR

图 7 ETTR 比较结果

Figure 7 Comparisons of ETTR

图 7 是 ETTR 的比较结果. 随着公共可用信道数量的增加, 所有算法的 ETTR 明显呈现下降趋势. 在全局信道情形中, GFCH 算法的 ETTR 远小于 ASYNC-ETCH 算法, 且比 SSB 算法平均下降 16.06%. 在局部信道情形下, L-GFCH 算法也取得最短的 ETTR, 比 A-HCH 和 MLS 算法分别平均下降 22.66% 和 21.14%. 表明 GFCH 和 L-GFCH 算法的平均性能最佳.

6 总结与展望

本文提出了基于 Galois 域的信道汇合算法, 可在时钟异步和异构网络场景下实现确定性汇合. 该算法可分别利用全局信道和局部信道信息生成跳频序列. 理论及仿真结果表明, 在全局信道和局部信道两种条件下, 本文所提出的算法在汇合时间上表现出一定优势. 随着网络设备硬件技术的发展, 多天线无线设备日益普及, 未来工作将围绕多天线场景的异构信道汇合算法展开, 以期望更快实现信道汇合.

参考文献

- 1 Liu Q, Zhao G S, Wang X D, et al. Rendezvous in cognitive radio networks: a survey. *J Softw*, 2014, 25: 606–630 [刘权, 赵光胜, 王晓东, 等. 认知无线网络信道交汇研究综述. *软件学报*, 2014, 25: 606–630]
- 2 Jia J C, Zhang Q, Shen X M. HC-MAC: a hardware-constrained cognitive MAC for efficient spectrum management. *IEEE J Sel Area Commun*, 2008, 26: 106–117
- 3 Bian K G, Park J M, Chen R L. Control channel establishment in cognitive radio networks using channel hopping. *IEEE J Sel Area Commun*, 2011, 29: 689–703
- 4 Li X Y, Zhang H L, Hu F, et al. Quorum-based channel hopping scheme for cognitive radio networks. *Sci China Inf Sci*, 2013, 56: 049302
- 5 Chang G Y, Teng W H, Chen H Y, et al. Novel channel-hopping schemes for cognitive radio networks. *IEEE Trans Mobile Comput*, 2014, 13: 407–421
- 6 Lin T Y, Wu K R, Yin G C. Channel-hopping scheme and channel-diverse routing in static multi-radio multi-hop wireless networks. *IEEE Trans Comput*, 2015, 64: 71–86
- 7 Wu T Y, Liao W, Chang C S. CACH: cycle-adjustable channel hopping for control channel establishment in cognitive radio networks. In: *Proceedings of IEEE Conference on Computer Communications (INFOCOM)*, Toronto, 2014. 2706–2714

- 8 Shin J, Yang D, Kim C. A channel rendezvous scheme for cognitive radio networks. *IEEE Commun Lett*, 2010, 14: 954–956
- 9 Bian K G, Park J M. Maximizing rendezvous diversity in rendezvous protocols for decentralized cognitive radio networks. *IEEE Trans Mobile Comput*, 2013, 12: 1294–1307
- 10 Liu H, Lin Z Y, Chu X W, et al. Jump-stay rendezvous algorithm for cognitive radio networks. *IEEE Trans Parallel Distrib Syst*, 2012, 23: 1867–1881
- 11 Lin Z Y, Liu H, Chu X W, et al. Enhanced jump-stay rendezvous algorithm for cognitive radio networks. *IEEE Commun Lett*, 2013, 17: 1742–1745
- 12 Barbeau M, Cervera G, Garcia-Alfaro J, et al. A new analysis of the cognitive radio jump-stay algorithm under the asymmetric model. In: *Proceedings of IEEE Conference on Communications (ICC)*, Sydney, 2014. 1590–1595
- 13 Gu Z Q, Hua Q S, Wang Y X, et al. Nearly optimal asynchronous blind rendezvous algorithm for cognitive radio networks. In: *Proceedings of IEEE Conference on Sensing, Communications and Networking (SECON)*, New Orleans, 2013. 371–379
- 14 Zhang Y F, Yu G X, Li Q, et al. Channel-hopping-based communication rendezvous in cognitive radio networks. *IEEE/ACM Trans Netw*, 2014, 22: 889–902
- 15 Reguera V A, Guerra E O, Souza R D, et al. Short channel hopping sequence approach to rendezvous for cognitive networks. *IEEE Commun Lett*, 2014, 18: 289–292
- 16 Wu S H, Wu C C, Hon W K, et al. Rendezvous for heterogeneous spectrum-agile devices. In: *Proceedings of IEEE Conference on Computer Communications (INFOCOM)*, Toronto, 2014. 2247–2255
- 17 Wu C C, Wu S H. On bridging the gap between homogeneous and heterogeneous rendezvous schemes for cognitive radios. In: *Proceedings of ACM Symposium on Mobile Ad Hoc Networking and Computing (MOBIHOC)*, Bangalore, 2013. 207–216
- 18 Chen L, Bian K G, Chen L, et al. A group-theoretic framework for rendezvous in heterogeneous cognitive radio networks. In: *Proceedings of ACM Symposium on Mobile Ad Hoc Networking and Computing (MOBIHOC)*, Philadelphia, 2014. 165–174
- 19 Gu Z Q, Hua Q S, Dai W G. Local sequence based rendezvous algorithms for cognitive radio networks. In: *Proceedings of IEEE Conference on Sensing, Communications and Networking (SECON)*, Singapore, 2014. 194–202
- 20 Grimaldi R P. *Discrete and Combinatorial Mathematics: an Applied Introduction*. 5th ed. London: Pearson, 2003
- 21 Theis N C, Thomas R W, DaSilva L A. Rendezvous for cognitive radios. *IEEE Trans Mobile Comput*, 2011, 10: 216–227

Galois-field-based channel hopping rendezvous algorithms for heterogeneous cognitive radio networks

YANG Bo^{1,2,3}, ZHENG Meng^{1,2} & LIANG Wei^{1,2*}

¹ Key Laboratory of Networked Control Systems, Chinese Academy of Sciences, Shenyang 110016, China;

² Shenyang Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Shenyang 110016, China;

³ University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

*E-mail: weiliang@sia.cn

Abstract Channel rendezvous is a prerequisite in cognitive radio networks, where secondary users choose a common available channel and establish a connection. It is difficult to guarantee rendezvous in heterogeneous cognitive radio networks, where no universal channel set is shared among secondary users. In this paper, we propose two Galois-field-based channel hopping (GFCH) heterogeneous rendezvous algorithms: one is global-channel-oriented and the other is local-channel-oriented. The algorithms generate periodic channel-hopping sequences by performing the operations of plus and multiply in the Galois field. The sequence in each period includes three phases: access all the channels in a clockwise direction, access the parity channel, and access all the channels in a counter-clockwise direction. As in a distributed environment, global channels may not be shared among secondary users;

we then propose a local Galois-field-based channel hopping (L-GFCH) rendezvous algorithm utilizing only local available channels. Furthermore, we analyze the theoretical values of the maximum-time-to-rendezvous of GFCH and L-GFCH. Extensive simulations confirm that GFCH and L-GFCH outperform existing algorithms in terms of expected-time-to-rendezvous in global and local scenarios, respectively.

Keywords cognitive radio network, channel rendezvous, channel hopping, heterogeneous network, Galois field

YANG Bo was born in 1987. He received a B.S. degree from China Agricultural University in 2010 and a M.S. degree from Shenyang Aerospace University in 2013. He is currently a Ph.D. candidate at the Shenyang Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences and the University of the Chinese Academy of Sciences. His research interests include cognitive radio networks and number theory.

ZHENG Meng was born in 1983. He received a Ph.D. degree from Shenyang Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences in 2012. He was a visiting student from 2010 to 2012 in the Fraunhofer Institute for Telecommunication, Heinrich-Hertz-Institute, Germany. He is currently serving as an associate professor at Shenyang Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences. His research interests include wireless sensor networks and cognitive radio networks.

LIANG Wei was born in 1974. She received a Ph.D. degree from Shenyang Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences in 2002. She is currently serving as a full professor at Shenyang Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences. Her research interests are in the areas of wireless sensor networks and industrial wireless networks.