量子关联的绝热操控和退相干动力学

李敏¹, 刘万芳^{2*}, 郑丽³

1. 集美大学诚毅学院, 厦门 361000;

2. 安庆师范大学物理与电气工程学院, 安庆 246133;

3. 大连工业大学信息科学工程学院, 大连 116034

*联系人, E-mail: lwf2002251@126.com

收稿日期: 2018-09-24; 接受日期: 2018-12-07; 网络出版日期: 2019-05-17

国家自然科学基金(编号: 116034)、福建省中青年教育科研项目(编号: JAT160690)和安徽省自然科学基金(编号: 1408085QA15)资助项目

摘要 在电磁诱导光透明机制下, 通过绝热操控驱动场, 运用Quantum Discord (QD)度量理论, 研究了系综内两原子之间量子关联的生成. 理论表明量子关联依赖于不同的激发模式、光子数 n 、系综内的原子个数 N 以及驱动场频率. 在满激发和半激发模式下, 通过调节驱动场系综能够生成最好的量子关联. 考虑退相干后, 我们研究了量子关联在3种退相干渠道下的动力学, 发现量子关联始终不会出现突然死亡的现象. 进一步比较了不同激发模式生成的量子关联在3种退相干渠道下的存活能力. 通过满激发模式小混合角生成的量子关联, 在振幅阻尼渠道下有较强的存活能力; 而对于大混合角生成的量子关联, 则在相位阻尼渠道下有较强的存活能力. 通过半激发模式生成的量子关联, 对于任意的混合角, 在振幅阻尼渠道有较强的存活能力, 但是, 当混合角增加到临界值时, 量子关联在相位阻尼渠道和退极化渠道下的存活能力将出现翻转, 这个角度临界值随着原子个数的增加向 $\pi/2$ 靠近. 通过低激发模式生成的量子关联, 在振幅阻尼渠道下有较强的存活能力, 在相位阻尼渠道下次之, 而在退极化渠道下最弱.

关键词 电磁诱导光透明, 绝热操控, 量子关联, 退相干

PACS: 03.67.-a, 03.67.Pp, 03.65.Yz

1 引言

量子纠缠是量子世界中特有的物理现象^[1,2], 在量子信息处理过程中扮演着重要的角色, 利用量子纠缠可以完成诸多经典物理不能实现的任务^[3-5]. 作为必备的量子资源, 在过去的几十年里被广泛的研究, 理论上

也曾一度被认为是量子态中非经典关联的刻画. 最近的研究表明, 量子纠缠并不能完全反映量子态中的非经典关联. 例如, 在原始的量子关联度量理论Quantum Discord (QD)中指出, 对于某些特殊的二体量子态, 当两个体状态可分离的时候, 虽然量子纠缠为零, 但量子关联依然存在^[6]. 进一步的研究表明, 量子关联QD和

引用格式: 李敏, 刘万芳, 郑丽. 量子关联的绝热操控和退相干动力学. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2019, 49: 070303

Li M, Liu W F, Zheng L. Adiabatic manipulation and decoherence dynamics of quantum correlations (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2019, 49: 070303, doi: 10.1360/SSPMA2018-00326

量子纠缠没有直接的大小关系,二者本质上不完全等同^[7],纠缠只刻画了量子关联中很特殊的那一部分.在完成某些量子任务时,量子纠缠并非是完全必要的,只需量子关联存在即可^[8].遗憾的是,对于一个最简单的二体系统——两Qubit体系,也仅仅是一些特殊的量子态能给出解析解^[9,10].但是,由于这种量子关联的度量方法具有很强的可靠性,从而被广泛地运用和研究.例如,在qubit-qubit杂合系统^[11]、耗散系统^[12]、自旋链条^[13–15]、量子马尔科夫过程^[16]及连续变量系统^[17–19]中,量子关联的刻画都采用QD度量.典型地,用QD度量刻画的纠缠度为零的非零量子关联态,可以用来在非么正量子计算模型中实现加速解决一些计算方案^[20].另一方面,在量子信息领域研究量子信息处理时,由于光场具有某些独到的优势,从而使得光场-原子系统得到了广泛的关注.在量子光学中,借助于驱动光场,利用量子相干性,可以有效地改变介质的吸收和折射^[21],从而实现电磁诱导光透明(EIT)^[22,23],由于其具有诸多实用价值而受到广泛的关注.在电磁诱导光透明机制中,驱动场可以有效地控制探测场的传播,让探测场的传播速度达到17 m/s^[24],同时,探测场信息被写入原子系综并加以存储,研究表明,光脉冲通过冷原子介质时,存储时间可以达到800 μs以上^[25].*Science*杂志的评论文章用一个大型魔术形象地比喻探测场向原子系综存储这一现象:光脉冲如同一列火车驶入并“压缩”在一薄丝帷幕中.当然,需要的时候,又可以将“压缩的火车”从“薄丝帷幕”中释放出来.在驱动场控制探测场的过程中,由于系综与探测场存在相互作用,所以,驱动场其实也控制着原子系综,那么,系综的各种特性必然可以被驱动场所操控.作为量子关联的部分反映,驱动场操控下系综的量子纠缠和自旋压缩已被研究^[26],他们采用的办法是让数态光场作为探测场,去生成自旋压缩和量子纠缠.还有一种是利用EIT技术,选择压缩光场作为探测场,直接将压缩光场的性质转移给原子系综,让系综获得自旋压缩和量子纠缠^[27].通过这种转移技术,利用双模之间的纠缠让空间独立的两个原子系综形成纠缠^[28].在EIT机制下,如果系综内存在量子关联,那么,其必然受控于驱动场.受这些工作的激发,本文运用QD理论去研究驱动场操控过程中的原子系综的量子关联,针对不同的激发模式,研究量子关联的生成,探索最大量子关联的获取.进一步,考虑3种典型的退相干渠道,运用EIT机制生成

量子关联,研究其在不同的退相干渠道下的行为特征.

2 电磁诱导光透明及暗态极化子

在电磁诱导光透明系统中,涉及较多的是λ型三能级原子,对应的3个状态通常可以用激发态 $|a\rangle$ 、基态 $|b\rangle$ 和低稳态 $|c\rangle$ 来表示.那么,相应的跃迁有两种:一种是单个原子从基态 $|b\rangle$ 向激发态 $|a\rangle$ 的跃迁,通过用量子场描述的探测场共振耦合来实现;而另一种跃迁则是单个原子从低稳态 $|c\rangle$ 向激发态 $|a\rangle$ 的跃迁,通过经典驱动场来实现,控制强度为 $\Omega(t)$,该场可以人工绝热地调节,保证任何一个原子可以实现从 $|c\rangle$ 到 $|a\rangle$ 的跃迁,从而实现对原子系综的绝热操控.两种跃迁可以用算符 $\sigma_{\alpha\alpha}^i = |a\rangle_i \langle a|$, ($\alpha = b, c$)来描述,如图1所示.在相互作用图像下,系统相应的哈密顿量可以表示为^[28,29]

$$H = \hbar g a \sum_{i=1}^N \sigma_{ab}^i + \hbar \Omega(t) \sum_{i=1}^N \sigma_{ac}^i + \text{H.c.}, \quad (1)$$

其中, a 是量子场的湮灭算符, g 为耦合强度.通过计算,该哈密顿量有许多本征值为零的本征态,它们构成一个暗态家族^[29].

在研究信息转移、存储和释放时,一个核心的概念是暗态极化子 $|d_n\rangle$:

$$|d_n\rangle = \frac{F(n, N, \theta) D^{+n}}{\sqrt{n!}} |0\rangle, \quad (2)$$

其是暗态家族中的一个,式中 $F(n, N, \theta)$ 为归一化常数, n 为光子数, $D = a \cos \theta(t) - C \sin \theta(t)$, $C = \sum_{i=1}^N \sigma_{bc}^i$ 为集体算

图1 量子场和经典场作用下的λ型三能级原子示意图

Figure 1 λ-type three-level atom coupling with quantum field and classical field.

符, $\theta(t)$ 为量子信息存储过程中通过驱动场控制的混合角, 满足

$$\sin\theta(t) = -gN^{1/2} / [g^2N + \Omega(t)^2]^{1/2}, \quad (3)$$

$$\cos\theta(t) = \Omega(t) / [g^2N + \Omega(t)^2]^{1/2}. \quad (4)$$

$|0\rangle = |0\rangle_L |b^N\rangle$ 为真空态, 由电磁真空态 $|0\rangle_L$ 和 N 个原子的基态 $|b^N\rangle$ 构成. 从式(2)直接进行计算, 可以得到

$$|d_n\rangle = F(n, N, \theta) \sum_{m=0}^n c(n, m, \theta) |n-m\rangle_L |c^m\rangle, \quad (5)$$

式中, $c(n, m, \theta)$ 为叠加系数,

$$c(n, m, \theta) = \sqrt{C_n^m \frac{N!}{(N-m)!N^m}} f(\theta), \quad (6)$$

式中, $C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$, $f(\theta) = \sin^m\theta \cos^{n-m}\theta$, 在大 N 极限和低激发近似下, 其可以简化为

$$c(n, m, \theta) = \sqrt{C_n^m} f(\theta). \quad (7)$$

进一步, 归一化常数 $F(n, N, \theta)$ 可以通过标准的归一化办法得到.

如果驱动场的强度较弱, 但满足 $\Omega(t)$ 远远大于 $g\sqrt{N}$, 那么, $|d_n\rangle$ 变为量子态 $|n\rangle_L |c^0\rangle$, 这时, 便实现了介质对探测场的电磁诱导透明, 且透明窗口较窄, 这时对应 $\theta=0$. 反之, 通过调节 $\Omega(t)$, 如果 $\Omega(t)$ 远远小于 $g\sqrt{N}$, $|d_n\rangle$ 则变为量子态 $|0\rangle_L |c^n\rangle$, 这时对应 $\theta=\pi/2$. 由于光子的作用, 有 n 个原子处于低稳态 $|c\rangle$, 光子的信息也就完全存储在原子系综内. 对于一般的情况, $0<\theta<\pi/2$, 光场-原子系综的状态由式(5)给出, $|n-m\rangle_L |c^m\rangle$ 表示态中有 $n-m$ 个光子, 消失的 m 个光子用于激发 m 个原子, 一般地, 原子系综处于混合态, 这可以通过对光场求迹而得到, 计算有具体的形式:

$$\rho_a = \sum_{m=0}^n p(n, m, \theta) |c^m\rangle\langle c^m|, \quad (8)$$

式中,

$$p(n, m, \theta) = \frac{C_n^m N!}{(N-m)!N^m} [F(n, N, \theta) f(\theta)]^2, \quad (9)$$

表示原子系综处于 $|c^m\rangle$ 的概率.

在量子信息转移过程的讨论中, 由于量子相干性

的存在以及绝热的操控, 激发态 $|a\rangle$ 始终没有出现, 起作用的是基态能级 $|b\rangle$ 和亚稳态能级 $|c\rangle$, 所以, 这时的三能级原子可以看为准二能级原子. 这样一个由 N 个准二能级原子构成的系综, 当 N 个原子都处于单粒子基态 $|b\rangle$ 时, 集体量子态 $|b^N\rangle$ 为该系综的基态; 系综的激发态则只能由原子从基态能级 $|b\rangle$ 激发到亚稳态能级 $|c\rangle$ 构成. 有 m 个原子处于亚稳态能级 $|c\rangle$ 的状态 $|c^m\rangle$, 为该系综的激发态. 基态和激发态分别对应总角动量 $J=N/2$ 子空间中的量子态 $|J, -J\rangle$ 和 $|J, -J+m\rangle$.

需要指出的是, 哈密顿量的暗态家族由许多分支 $|d(m, n)\rangle$ 构成, m 取一个值对应一个分支, 本文涉及的暗态极化子 $|d(0, n)\rangle$ 是最简单的那一支. 在缓慢调节驱动场的过程中, 为了不让量子态 $|d(0, n)\rangle$ 向别的暗态分支 $|d(m \neq 0, n)\rangle$ 跃迁, 这需要简并态绝热定理来保证; 而不让其向非暗态家族的量子态的跃迁, 这需要非简并态绝热定理来保证, 通过计算可以给出相应的条件^[29]. 实际上, 为了实现理想的量子信息存储, 保证 $|d(0, n)\rangle$ 在绝热操控过程中不跑出该子空间, 需要克服各种因素带来的量子漏损^[30].

3 量子关联

对于任意混合角 θ , 为了计算两原子之间的量子关联, 需要给出两原子的密度矩阵和两单个原子的密度矩阵. 利用任意两个原子的交换对称性, 在基底 $|c\rangle_i |c\rangle_j$, $|c\rangle_i |b\rangle_j$, $|b\rangle_i |c\rangle_j$ 和 $|b\rangle_i |b\rangle_j$ 下, 可得“ i ”, “ j ”两原子体系的密度矩阵:

$$\rho_{ij} = \begin{pmatrix} v_+ & 0 & 0 & 0 \\ 0 & w & y & 0 \\ 0 & y & w & 0 \\ 0 & 0 & 0 & v_- \end{pmatrix}. \quad (10)$$

各个矩阵元可表示为^[31,32]

$$v_{\pm} = \frac{1 \pm 2\langle\sigma_{iz}\rangle + \langle\sigma_{iz}\sigma_{jz}\rangle}{4}, \quad (11)$$

$$w = \frac{1 - \langle\sigma_{iz}\sigma_{jz}\rangle}{4}, \quad (12)$$

$$y = \frac{\langle \sigma_{ix} \sigma_{jx} \rangle + \langle \sigma_{iy} \sigma_{jy} \rangle}{4}, \quad (13)$$

$$\langle \sigma_{iz} \rangle = \frac{2\langle J_z \rangle}{N}, \quad \langle \sigma_{ia} \sigma_{ja} \rangle = \frac{4\langle J_a^2 \rangle - N}{N(N-1)}, \quad (14)$$

式中, $J_a = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sigma_{ia}$ 表示原子系综总自旋的 z 分量,

$\sigma_{iz} = |c\rangle_i \langle c| - |b\rangle_i \langle b|$ 表示与第 i 个原子相对应的 Pauli 算符的 z 分量, 另外两个分量可以类似地给出.

进一步计算, 在基底 $|c\rangle$ 和 $|b\rangle$ 下, 可以获得单个原子的状态:

$$\rho_i = \rho_j = \begin{bmatrix} v_+ + w & 0 \\ 0 & v_- + w \end{bmatrix}. \quad (15)$$

最早的量子关联度量方法——QD, 由 Ollivier 和 Zurek^[6] 于 2002 年提出, 随后人们用该方法研究了各种形式的两 qubit 量子态中的量子关联. 对于一般形式的两 qubit 态, QD 没有解析解, 但是, 对于 X 型的两 qubit 态, 其 QD 有并不简洁的解析表达式^[7]. 本文中, 由于两原子的密度矩阵有较高的对称性, 所以无论从哪个子系出发进行测量去计算量子关联, 其结果不会有任何的差异. 这使得 QD 的计算过程可以得到进一步的简化. 根据文献^[10]提供的计算方法, 通过对子系统“ j ”进行测量后, 得到的量子关联 QD 的结果如下:

$$QD = \min(Q_1, Q_2), \quad (16)$$

其中,

$$Q_1 = S(\rho_j) - S(\rho_{ij}) - M, \quad (17)$$

$$Q_2 = S(\rho_j) - S(\rho_{ij}) - N, \quad (18)$$

$$M = (v_+ + w)a_1 \log_2 a_1 + (v_+ + w)a_2 \log_2 a_2 + (w + v_-)b_1 \log_2 b_1 + (w + v_-)b_2 \log_2 b_2, \quad (19)$$

$$N = c_+ \log_2 c_1 + c_- \log_2 c_2, \quad (20)$$

$$a_1 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{|v_+ - w|}{v_+ + w} \right), \quad a_2 = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{|v_+ - w|}{v_+ + w} \right), \quad (21)$$

$$b_1 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{|w - v_-|}{v_- + w} \right), \quad b_2 = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{|w - v_-|}{v_- + w} \right), \quad (22)$$

$$c_{\pm} = \frac{1 \pm \sqrt{(v_+ - v_-)^2 + 4|y|^2}}{2}. \quad (23)$$

数值计算表明, 优化的结果为

$$QD = S(\rho_j) - S(\rho_{ij}) - N. \quad (24)$$

4 信息存储过程中两原子的量子关联

4.1 满激发

满激发情形下, $n=N$, 即用 N 个光子去激发 N 个原子. 由于光信息存储前后, 系综内所有的原子自旋朝向是完全确定的, 一种状态是自旋全部朝下, 另一种则是全部朝上, 这是两个典型的非量子关联态, 故不存在量子关联. 但是, 对于一般的混合角 ($0 < \theta < \pi/2$), 系综内两原子一般是量子关联的. 在 $n=N=2$ 时, 量子关联最大取值能达到 0.34, 但对应的混合角并不是 $\pi/4$, 而是 0.28π , 如图 2(a) 中实现所示. 从理论上来看, 当角度在 $\pi/4$ 附近时, 系综内量子态 $|J, 0\rangle$, $|J, \pm 1\rangle$, $|J, \pm 2\rangle$ 的权重是最大的, 而这些态本身包含有较大的量子关联, 故这时候两原子包含有较大的量子关联. 而造成量子关联曲线在 $\pi/4$ 两侧不完全对称的原因是混合角在 $\theta \rightarrow \pi/2 - \theta$ 变换下, 系综状态中 $|J, \pm M\rangle$ 的权重略有差异, 这一点从式(6)中可以看出, 物理本质是因为低激发条件和大 N 极限条件得不到满足, 原子系综激发态和光子系统激发态之间的差异会体现出来. 随着光子数的增加, 量子关联的最大值有所下降, 但是, 在大 N 极限下, 也不会低于 0.3, 且最大值对应的混合角向右略有移动, 如图 2(a) 三线比较所示.

4.2 半激发

如果光子数和原子数满足关系 $n=N/2$, 那么系综内最多只有一半的原子被光子激发, 在光信息完全存储到原子系综时, 两原子有最好的量子关联. 理论上, 在光信息转移完毕时, 由于半数原子被激发, 原子系综的状态是确定的, 即处于量子态 $|J, 0\rangle$, 比较于其他量子态 $|J, -J+m\rangle$ ($m < J$), 该态本身包含有较大的量子关联, 故此时有最大的量子关联. 对于一般的混合角, 随着混合角的减小, 量子态 $|J, 0\rangle$ 的权重逐渐下降, 那是因为那些含有低量子关联的状态会分得一定的权重, 其结果是整体拉低了两原子的量子关联. 当混合角为零时, 即初始时刻, 那些包含有量子关联的量子态的权重都为零, 故此时系综内两原子的量子关联到达另一个极端, 即两原子之间没有量子关联, 如图 2(b) 中量子关联曲线所示.

另外, 在光信息存储完毕时, 量子关联不仅仅依赖于光子数 n , 还依赖于比值 n/N , 但是在大 N 极限下, 却

图 2 量子关联QD的绝热操控. (a) 满激发条件下的量子关联; (b) 半激发条件下的量子关联; (c) 低激发条件下的量子关联
Figure 2 The manipulation of the quantum correlation QD. (a) The full excitation mode; (b) the half excitation mode; (c) the low excitation mode.

只依赖于比值 n/N . 如果用两个原子去存储单光子, 理论上不难证明, 此时的两原子处于Bell态 $|\psi\rangle = (|b\rangle_1|c\rangle_2 + |c\rangle_1|b\rangle_2)/\sqrt{2}$, 这时两原子将获得极大的量子关联, 如图2(b)中实线所示. 但是, 随着 N 的增加, 量子关联的最大值有所下降, 在大 N 极限下, 量子关联向下逼近并最终到达0.3, 如图2(b)中虚点线所示.

4.3 低激发

要求光子数 n 远小于系综内原子个数 N , 这时, 信息存储完毕时, 系综的状态为 $|J, -J+n\rangle$, 其偏离系综基态不会太远, 这是个低量子关联态. 对于一般的混合角, 那些包含有更低量子关联的量子态会获得一定的权重, 类似半激发那样, 这些量子态会拉低量子关联, 总体说来, 量子关联曲线的动力学行为与半激发情形没有本质的区别. 类似地, 量子关联不仅仅依赖于光子数 n 还依赖于比值 n/N , 但是在在大 N 极限下, 却只依赖于比值 n/N , 比值越小, 最终的量子关联越低, 如图2(c)中三线比较所示.

从根本上讲, 系综内两原子之间量子关联的产生是由于光场与原子间的非线性相互作用, 但是, 光场本身和系综内其余的原子又充当了一个复杂的环境, 进一步的研究显示, 系综内原子个数越多, 这种由于环境带来的退相干越明显. 本质上, 两原子间的量子关联是光场与系综的作用和环境退相干共同作用的结果. 然而, 这种复杂的退相干过程并不是如下将要叙述的3种退相干模型之一单独能够描述的. 为了能够看清楚退相干对量子关联带来的影响, 下面我们研究量子关联在3种单一的退相干渠道下的动力学.

5 退相干渠道下的量子关联

对于单个二能级原子来说, 哪怕一个微弱的电磁信号都有可能对其产生直接的影响. 那么, 对于两个二能级原子系统的量子态, 如果受到了环境的影响, 就不可避免地会引起退相干, 这是量子信息处理过程以及信息保存过程中需要克服的主要障碍. 通常, 退相干问题可以用振幅阻尼、相位阻尼和退极化3种退

相干渠道加以描述^[33,34]. 即在数学处理上, 引入一组 Kraus 算符 $\{E_i\}$, 然后再对系统的算符 $\hat{F}$ 进行操作:

$$\varepsilon^+(\hat{F}) = \sum_i E_i^\dagger \hat{F} E_i. \quad (25)$$

不同的退相干渠道, 对应有不同的 Kraus 算符. 而两个二能级原子在退相干发生时的状态则通过第 4 部分论述的绝热操控来生成.

5.1 振幅阻尼渠道(ADC)

振幅阻尼渠道本质上是系统能量的损耗. 该渠道描述了一个二能级原子从激发态自发衰变到基态的物理过程. 设原子激发态为 $|e\rangle$ 和基态为 $|g\rangle$, 分别对应本文中准二能级原子的低稳态 $|c\rangle$ 和基态 $|b\rangle$. 环境为电磁场, 初始状态 $|0\rangle_E$, 表示电磁场的真空态. 当原子从激发态以概率 p 衰变到基态并发射一个光子使环境从真空态跃迁到光场数态 $|1\rangle_E$ 上, 原子和环境的演化可以用如下的映射描述:

$$|g\rangle|0\rangle_E \rightarrow |g\rangle|0\rangle_E, \quad (26)$$

$$|e\rangle|0\rangle_E \rightarrow \sqrt{1-p}|e\rangle|0\rangle_E + \sqrt{p}|g\rangle|1\rangle_E. \quad (27)$$

对于原子来说, 相应的 Kraus 算符为

$$E_0 = \sqrt{s}|e\rangle\langle e| + |g\rangle\langle g|, \quad (28)$$

$$E_1 = \sqrt{p}|g\rangle\langle e|, \quad (29)$$

$$p = 1 - s, \quad (30)$$

式中, $s = e^{-\eta/2}$, 是与环境相关的因子, 显然, 该渠道对原子基态 $|g\rangle$ 无影响, 而对激发态 $|e\rangle$ 作用后, 由于衰变只有部分概率还留在激发态. 通过 Kraus 算符作用后, 三个 Pauli 算符在环境影响下的演变满足关系:

$$\varepsilon_A^+(\sigma_x) = \sqrt{s}\sigma_x, \quad (31)$$

$$\varepsilon_A^+(\sigma_y) = \sqrt{s}\sigma_y, \quad (32)$$

$$\varepsilon_A^+(\sigma_z) = s\sigma_z - p. \quad (33)$$

进一步, 将这些关系引入到系综的准二能级原子, 可以得到在此渠道下几个相关期望值的演变:

$$\langle\sigma_z\rangle = s\langle\sigma_z\rangle_0 - p, \quad (34)$$

$$\langle\sigma_{iz}\sigma_{jz}\rangle = s^2\langle\sigma_{iz}\sigma_{jz}\rangle_0 - 2sp\langle\sigma_{iz}\rangle_0 + p^2, \quad (35)$$

$$\langle\sigma_{ix}\sigma_{jx}\rangle = s\langle\sigma_{ix}\sigma_{jx}\rangle_0, \quad (36)$$

$$\langle\sigma_{iy}\sigma_{jy}\rangle = s\langle\sigma_{iy}\sigma_{jy}\rangle_0. \quad (37)$$

5.2 相位阻尼渠道(PDC)

该渠道描述一个二能级原子与环境形成纠缠, 使环境状态发生变化, 而原子并不作任何跃迁的物理过程. 设环境的基本状态为 $|0\rangle_E$, $|1\rangle_E$ 和 $|2\rangle_E$, 那么, 相应的映射为

$$|g\rangle|0\rangle_E \rightarrow \sqrt{1-p}|g\rangle|0\rangle_E + \sqrt{p}|g\rangle|1\rangle_E, \quad (38)$$

$$|e\rangle|0\rangle_E \rightarrow \sqrt{1-p}|e\rangle|0\rangle_E + \sqrt{p}|e\rangle|2\rangle_E. \quad (39)$$

对于单个原子, 在该渠道下相应的 Kraus 算符为

$$E_0 = \sqrt{1-p}I, E_1 = \sqrt{p}|e\rangle\langle e|, \quad (40)$$

$$E_2 = \sqrt{p}|g\rangle\langle g|, \quad (41)$$

式中, I 为单位算符. 通过 3 个 Kraus 算符作用后, 3 个 Pauli 算符在环境影响下的演变满足关系:

$$\varepsilon_P^+(\sigma_x) = s\sigma_x, \varepsilon_P^+(\sigma_y) = s\sigma_y, \varepsilon_P^+(\sigma_z) = \sigma_z. \quad (42)$$

类似地, 可以得到在此渠道下几个相关期望值的演变:

$$\langle\sigma_z\rangle = \langle\sigma_z\rangle_0, \langle\sigma_{iz}\sigma_{jz}\rangle = \langle\sigma_{iz}\sigma_{jz}\rangle_0, \quad (43)$$

$$\langle\sigma_{ix}\sigma_{jx}\rangle = s^2\langle\sigma_{ix}\sigma_{jx}\rangle_0, \quad (44)$$

$$\langle\sigma_{iy}\sigma_{jy}\rangle = s^2\langle\sigma_{iy}\sigma_{jy}\rangle_0. \quad (45)$$

5.3 退极化渠道(DPC)

二能级原子的两个状态在 3 个 Pauli 算符作用下会引起的量子位翻转、相位翻转和两者兼而有之的翻转. 如果 3 种翻转等概率进行, 就构成了退极化渠道. 在该渠道下, 相应的映射为

$$|\psi\rangle|0\rangle_E \rightarrow \sqrt{1-p}|\psi\rangle|0\rangle_E + \sqrt{\frac{p}{3}}[\sigma_1|\psi\rangle|1\rangle_E + \sigma_2|\psi\rangle|2\rangle_E + \sigma_3|\psi\rangle|3\rangle_E], \quad (46)$$

式中, $|\psi\rangle$ 为原子的状态, 由基态和激发态叠加构成.

对于单个原子, 在该渠道下相应的 Kraus 算符为

$$E_0 = \sqrt{1-\frac{3}{4}p}I, E_1 = \frac{p}{2}\sigma_x, E_2 = \frac{p}{2}\sigma_y, \quad (47)$$

$$E_3 = \frac{p}{2}\sigma_z. \quad (48)$$

通过4个Kraus算符作用后, 3个Pauli算符在环境影响下的演变满足关系:

$$\varepsilon_D^+(\sigma_\alpha) = s\sigma_\alpha, \alpha \in \{x, y, z\}. \quad (49)$$

考虑到上述关系后, 相关的期望值变为

$$\langle \sigma_z \rangle = s \langle \sigma_z \rangle_0, \quad (50)$$

$$\langle \sigma_{iz} \sigma_{jz} \rangle = s^2 \langle \sigma_{iz} \sigma_{jz} \rangle_0, \quad (51)$$

$$\langle \sigma_{ix} \sigma_{jx} \rangle = s^2 \langle \sigma_{ix} \sigma_{jx} \rangle_0, \quad (52)$$

$$\langle \sigma_{iy} \sigma_{jy} \rangle = s^2 \langle \sigma_{iy} \sigma_{jy} \rangle_0. \quad (53)$$

有了这些关系, 便可以讨论不同退相干渠道下, 量子关联的行为特征.

通过比较发现, 3种渠道下二能级最后的状态存在差异, 在振幅退相干渠道下, 其最后依然是一个纯态, 在另外的两个退相干渠道下, 量子态是一个混合态, 甚至有可能变成没有任何用处的最大混合态.

5.4 三种退相干渠道下的量子关联

缓慢地调节驱动场, 可以对整个系统的状态进行

绝热的操控, 混合角也不断地发生变化, 两原子的状态可以写为 $\rho_{ij}(\theta)$, 从而可以获得3种退相干渠道下相关期望值的初始值 $\langle F \rangle_0$, 这样便完成了量子态的制备. 保持混合角 θ 不动, 引入退相干机制后, 进一步得到第5.1–5.3节中涉及的期望值 $\langle F \rangle$, 再利用式(16), 从而得到退相干渠道下的量子关联.

5.4.1 满激发生成量子关联与退相干

发现在3种退相干渠道下, 对于任意混合角度, 任意的原子个数, 量子关联都不会出现突然死亡, 然而不少理论研究发现, 3种退相干渠道下量子纠缠和自旋压缩容易出现突然死亡的现象^[26,33], 虽然同是量子关联的反映, 但量子关联QD具有明显不同于二者的行为特征. 在不同的退相干渠道下, 量子关联的存活能力也存在差异. 在小角度的时候, 振幅阻尼渠道下的量子关联有较强的存活能力, 但是随着角度的增加, 振幅阻尼渠道下的存活能力有明显的下降, 如图3(a)–(c)中实线曲线比较所示. 对于一个大的混合角, 相位阻尼渠道下的量子关联反而展示出较强的存活能力, 如图3(c)中三

图3 满激发模式下生成的量子关联在3种渠道中的演变. 实线、虚线及虚点线分别对应振幅阻尼渠道、相位阻尼渠道和退极化渠道. (a) $n=N$, $\theta=\pi/6$, $N=100$; (b) $n=N$, $\theta=\pi/3$, $N=100$; (c) $n=N$, $\theta=0.478\pi$, $N=100$

Figure 3 The dynamics of the quantum correlation QD generated via the full excitation mode under the three decoherence channels. Solid, dashed, and dashed dotted lines correspond the ADC, the PDC, and the DPC, respectively. (a) $n=N$, $\theta=\pi/6$, $N=100$; (b) $n=N$, $\theta=\pi/3$, $N=100$; (c) $n=N$, $\theta=0.478\pi$, $N=100$.

线比较所示. 对于一个合适的混合角, 退极化渠道与相位阻尼渠道下量子关联的行为完全一致, 如图3(b)虚线和虚点线重叠所示.

5.4.2 半激发生成量子关联与退相干

和满激发一样, 由半激发模式生成的量子关联, 对于任意初始条件, 在3种渠道下同样没有出现突然死亡的现象. 但不同于满激发的是无论什么样的混合角, 量子关联在振幅阻尼渠道下都有较强的存活能力, 如图4(a)–(d)实线所示. 对于小混合角, 量子关联在退极化渠道下的存活能力最弱, 如图4(a)中虚点线所示; 但是, 随着角度的增加, 当达到某个临界角度时, 量子关联在相位阻尼和退极化渠道下的存活能力会出现翻转, 从而导致角度越过临界角时量子关联在相位阻尼渠道下的存活能力最弱, 如图4(b)中虚线所示. 随着系统内原子数的增加, 这两个渠道下量子关联出现翻转的临界角向 $\pi/2$ 逼近, 如图4(c)和(d)中虚线和虚点线重合比较所示.

5.4.3 低激发生成量子关联与退相干

低激发条件下, 对于任意的混合角 θ , 任意的原子个数 N , 任意的比值 n/N , 量子关联在振幅阻尼渠道下, 有较强的存活能力, 在退极化渠道下则最弱. 如图5(a)–(c)三线比较所示.

6 结论

本文利用量子关联的QD度量理论, 研究了电磁诱导光透明机制下量子关联的绝热生成, 结果表明系统内两原子一般处于量子关联态. 满激发条件下, 调节驱动场, 可以获得0.3以上的量子关联. 而半激发和低激发条件下, 光信息向原子系统转移完毕时, 两原子之间有最大的量子关联, 在大 N 极限下, 其值只依赖于光子数与原子数的比值, 比值越小, 量子关联越弱, 半激发时, 对应的量子关联也不低于0.3. 进一步, 研究了不同激发条件生成的量子关联在3种退相干渠道的动力学. 最明显的特征是量子关联不会出现突然死亡的现象.

图4 半激发模式下生成的量子关联在三种渠道中的演变. 实线, 虚线及虚点线分别对应振幅阻尼渠道, 相位阻尼渠道和退极化渠道. (a) $n=N/2$, $\theta=\pi/4$, $N=2$; (b) $n=N/2$, $\theta=0.446\pi$, $N=2$; (c) $n=N/2$, $\theta=0.3822\pi$, $N=50$; (d) $n=N/2$, $\theta=\pi/2$, $N=100$

Figure 4 The dynamics of the quantum correlation QD generated via the half excitation mode under the three decoherence channels. Solid, dashed, and dashed dotted lines correspond to the ADC, the PDC, and the DPC, respectively. (a) $n=N/2$, $\theta=\pi/4$, $N=2$; (b) $n=N/2$, $\theta=0.446\pi$, $N=2$; (c) $n=N/2$, $\theta=0.3822\pi$, $N=50$; (d) $n=N/2$, $\theta=\pi/2$, $N=100$.

图 5 低激发模式下生成的量子关联在三种渠道中的演变. 实线、虚线及点线分别对应振幅阻尼渠道、相位阻尼渠道和退极化渠道. (a) $N=200$, $\theta=\pi/4$, $n=5$; (b) $N=200$, $\theta=\pi/2$, $n=10$; (c) $N=200$, $\theta=\pi/2$, $n=20$

Figure 5 The dynamics of the quantum correlation QD generated via the low excitation mode under the three decoherence channels. Solid, dashed, and dashed dotted lines correspond the ADC, the PDC, and the DPC, respectively. (a) $N=200$, $\theta=\pi/4$, $n=5$; (b) $N=200$, $\theta=\pi/2$, $n=10$; (c) $N=200$, $\theta=\pi/2$, $n=20$.

象, 这种特性不同于退相干渠道下的量子纠缠, 从这个角度来说, 我们也支持量子关联与量子纠缠从根本上不完全等同的观点^[7]. 不同激发模式生成的量子关联, 在3种退相干渠道下生存能力强弱的比较结果也不完

全. 继量子纠缠之后, 量子关联也是量子信息处理过程中的重要资源, 但环境的影响是一个不可回避的问题, 退相干给量子信息处理过程带来了不少的挑战, 本文的研究能为其提供一些理论参考价值.

参考文献

- 1 Einstein A, Podolsky B, Rosen N. Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete? *Phys Rev*, 1935, 47: 777–780
- 2 Schrödinger E. Die gegenwärtige situation in der quantenmechanik. *Naturwissenschaften*, 1935, 23: 823–828
- 3 Bennett C H, Brassard G, Crepeau C, et al. Teleporting an unknown quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen channels. *Phys Rev Lett*, 1993, 70: 1895–1899
- 4 Karlsson A, Bourennane M. Quantum teleportation using three-particle entanglement. *Phys Rev A*, 1998, 58: 4394–4400
- 5 Zhou J, Hou G, Zhang Y. Teleportation scheme of S -level quantum pure states by two-level Einstein-Podolsky-Rosen states. *Phys Rev A*, 2001, 64: 012301
- 6 Ollivier H, Zurek W H. Quantum discord: A measure of the quantumness of correlations. *Phys Rev Lett*, 2002, 88: 017901
- 7 Ali M, Rau A R P, Alber G. Quantum discord for two-qubit X states. *Phys Rev A*, 2010, 81: 042105, arXiv: 1002.3429
- 8 Datta A, Shaji A, Caves C M. Quantum discord and the power of one qubit. *Phys Rev Lett*, 2008, 100: 050502, arXiv: 0709.0548

- 9 Girolami D, Adesso G. Quantum discord for general two-qubit states: Analytical progress. *Phys Rev A*, 2011, 83: 052108, arXiv: [1103.3189](#)
- 10 Ding B F, Wang X Y, Zhao H P. Quantum and classical correlations for a two-qubit X structure density matrix. *Chin Phys B*, 2011, 20: 100302–100308
- 11 Bylicka B, Chruściński D. Witnessing quantum discord in $2 \times N$ systems. *Phys Rev A*, 2010, 81: 062102, arXiv: [1004.0434](#)
- 12 Yang G H, Zhang B B, Li L. Quantum correlation dynamics in a two-qubit Heisenberg XYZ model with decoherence. *Chin Phys B*, 2015, 24: 060302
- 13 Zheng Y, Mao Z, Zhou B. Thermal quantum correlations of a spin-1/2 Ising-Heisenberg diamond chain with Dzyaloshinskii-Moriya interaction. *Chin Phys B*, 2018, 27: 090306
- 14 Qin M, Ren Z, Zhang X. Monogamy quantum correlation near the quantum phase transitions in the two-dimensional XY spin systems. *Chin Phys B*, 2018, 27: 060301
- 15 Xu S, Song X K, Ye L. Monogamy of quantum correlations in the one-dimensional anisotropic XY model. *Chin Phys B*, 2014, 23: 010302
- 16 Hu X, Gu Y, Gong Q, et al. Necessary and sufficient condition for Markovian-dissipative-dynamics-induced quantum discord. *Phys Rev A*, 2011, 84: 022113
- 17 Giorda P, Paris M G A. Gaussian quantum discord. *Phys Rev Lett*, 2010, 105: 020503, arXiv: [1003.3207](#)
- 18 Giorda P, Allegra M, Paris M G A. Quantum discord for Gaussian states with non-Gaussian measurements. *Phys Rev A*, 2012, 86: 052328, arXiv: [1206.1807](#)
- 19 Liu X, Wu W. Rise of quantum correlations in non-Markovian environments in continuous-variable systems. *Chin Phys B*, 2014, 23: 070303
- 20 Madhok V, Datta A. Quantum discord as a resource in quantum communication. *Int J Mod Phys B*, 2013, 27: 1345041, arXiv: [1204.6042](#)
- 21 Scully M O. From lasers and masers to phaseonium and phasers. *Phys Rep*, 1992, 219: 191–201
- 22 Harris S E. Electromagnetically induced transparency. *Phys Today*, 1997, 50: 36–42
- 23 Harris S E, Field J E, Kasapi A. Dispersive properties of electromagnetically induced transparency. *Phys Rev A*, 1992, 46: R29–R32
- 24 Hau L V, Harris S E, Dutton Z, et al. Light speed reduction to 17 metres per second in an ultracold atomic gas. *Nature*, 1999, 397: 594–598
- 25 Liu C, Dutton Z, Behroozi C H, et al. Observation of coherent optical information storage in an atomic medium using halted light pulses. *Nature*, 2001, 409: 490–493
- 26 Gong Z R, Wang X, Sun C P. Adiabatic creation of atomic squeezing in dark states versus decoherences. *Phys Rev A*, 2010, 82: 012112, arXiv: [1001.0445](#)
- 27 Shimizu K, Hashimoto D. Pairwise quantum correlation formed in an ensemble of atomic two-level systems storing squeezed light. *Phys Rev A*, 2009, 79: 062312
- 28 Lukin M D, Yelin S F, Fleischhauer M. Entanglement of atomic ensembles by trapping correlated photon states. *Phys Rev Lett*, 2000, 84: 4232–4235
- 29 Sun C P, Li Y, Liu X F. Quasi-spin-wave quantum memories with a dynamical symmetry. *Phys Rev Lett*, 2003, 91: 147903–147907
- 30 Sun C P, Yi S, You L. Decoherence of collective atomic spin states due to inhomogeneous coupling. *Phys Rev A*, 2003, 67: 063815
- 31 Wang X, Mølmer K. Pairwise entanglement in symmetric multi-qubit systems. *Eur Phys J D-Atomic Mol Opt Phys*, 2002, 18: 385–391
- 32 Wang X, Sanders B C. Spin squeezing and pairwise entanglement for symmetric multiqubit states. *Phys Rev A*, 2003, 68: 012101
- 33 Wang X, Miranowicz A, Liu Y X, et al. Sudden vanishing of spin squeezing under decoherence. *Phys Rev A*, 2010, 81: 022106, arXiv: [0909.4834](#)
- 34 Zeng J Y, Pei S Y. New Developments in Quantum Mechanics (in Chinese). Beijing: Peking University Press, 2000 [曾谨言, 裴寿镛. 量子力学新进展. 北京: 北京大学出版社, 2000]

Adiabatic manipulation and decoherence dynamics of quantum correlations

LI Min¹, LIU WanFang^{2*} & ZHENG Li³

¹ Chengyi University College, Jimei University, Xiamen 361000, China;

² School of Physics and Electric Engineering, Anqing Normal University, Anqing 246133, China;

³ School of Information Science and Engineering, Dalian Polytechnic University, Dalian 116034, China

By adiabatically manipulating the Rabi frequency of the drive field, the quantum discord (QD) has been used to analyze the quantum correlation for two atoms of the ensemble under the electromagnetically induced transparency (EIT) mechanism. It is shown that, the quantum correlation of two atoms depends on the Rabi frequency of the drive field, the excitation mode, the photon number and the atom number of the ensemble. If more than half of atoms were excited, the ensemble can generate the maximum quantum correlation. Furthermore, we investigate the behavior of the quantum correlation under three decoherence channels respectively. It is found that the sudden death of the quantum correlation do not exist in any decoherence channel. Generated via the full excitation mode with a small mixed angle, the quantum correlation has a strong survival ability under the amplitude damping channel, but for a larger mixed angle, the survival ability is stronger under phase damping channel. The quantum correlation generated via the half excitation mode displays a strong survive ability for arbitrary mixed angle under the amplitude damping channel. By manipulating the Rabi frequency in this excitation mode, for an appropriate mixed angel, survivability of quantum correlation reverses under the phase damping channel and the depolarizing channel. But when the mixed angle reaches the critical value towards $\pi/2$ with the number of atoms increasing. For the low excitation mode with any mixed angle, the quantum correlation survives more easily under the amplitude damping channel, conversely, it survives more difficultly under the depolarizing channel.

electromagnetically induced transparency, adiabatic manipulation, quantum correlation, decoherence

PACS: 03.67.-a, 03.67.Pp, 03.65.Yz

doi: [10.1360/SSPMA2018-00326](https://doi.org/10.1360/SSPMA2018-00326)