冲击载荷下弹体材料断裂破坏的数值模拟研究

段妍, 赵宇哲, 任会兰*

北京理工大学爆炸科学与技术国家重点实验室, 北京 100081

* E-mail: huilanren@bit.edu.cn

收稿日期: 2015-11-23; 接受日期: 2016-01-21; 网络出版日期: 2016-03-18

国家自然科学基金(批准号: 11390363)资助项目

摘要 高强钢作为弹体结构设计中最常用的一种材料, 针对其在冲击载荷下断裂破坏特性的数值模拟研究一直以来都受到研究人员重视. 此类问题通常涉及材料在高温、高压、高应变率环境下的动态响应与破坏. 因而本文提出了一种 Euler 网格与 Lagrange 标志点相耦合的局部标志点映射算法. 该算法在 Euler 网格中添加带正六面体影响域的标志点, 根据标志点与网格的拓扑关系, 通过影响域加权将网格物理量映射到标志点上. 基于 MPI 标准编写了三维并行程序代码, 在程序中引入 Johnson-Cook 本构关系与等效应变断裂判据, 对钢板在爆炸载荷作用下的破坏行为进行了数值模拟. 与实验结果的对比表明, 本文提出的算法结合了 Euler 方法和 Lagrange 方法的优点, 能很好地处理材料的大变形及破坏过程, 同时保证了计算精度和效率, 可以更好地应用于各类冲击问题的数值模拟研究.

关键词 标志点法, 数值模拟, 并行计算, 断裂特性

1 引言

冲击载荷作用下弹体材料的变形及破坏是复杂的非线性动态响应过程, 如冲击侵入、超高速碰撞、爆炸加载、聚能射流等, 既有结构发生大位移时所产生的几何非线性, 又有材料发生大变形时所表现出的物理非线性等. 在兵器工业领域, 高强钢常作为杆式动能穿甲弹、枪弹和航弹弹头材料、以及战术导弹中的杀伤破片等等, 有重要的应用前景. 因而高强钢在极端环境下材料动力学性能一直以来都受到广泛的关注, 科研人员针对其在冲击载荷下的断裂破坏特性进行了大量的研究工作. 在对该类问题的研

究中, 由于现有的各种理论和实验方法都有一定的应用范围与条件, 因而随着近年来计算机技术的飞速发展, 数值模拟技术日益成为研究该类动态破坏问题的重要手段. 例如美国海军水面武器中心的 Hopson 等人^[1]采用美国 Sandia 国家实验室开发的 Euler 算法冲击物理程序 CTH, 对 AerMet100 合金柱壳在内部爆炸加载下的破碎过程进行了数值模拟. Børvik 等人^[2]结合分离式霍普金森拉杆实验与显示动力学有限元分析程序 LS-DYNA 对 Weldox 460 E 钢的断裂应变等参数进行了测定, 并分析了该种钢的应变率效应与温度效应等, 应用于一系列薄靶侵入的问题研究. 由此可见, 数值模拟技术已经成为该

引用格式: 段妍, 赵宇哲, 任会兰. 冲击载荷下弹体材料断裂破坏的数值模拟研究. 中国科学: 技术科学, 2016, 46: 357–367
Duan Y, Zhao Y Z, Ren H L. Numerical study on the fracture characteristics of projectile material under impact loading (in Chinese). Sci Sin Tech, 2016, 46: 357–367, doi: 10.1360/N092016-00006

类爆炸与冲击问题中的不可缺少的研究手段。

根据所采用的运动描述方法, 数值计算方法主要分为 Lagrange 法和 Euler 法。Lagrange 方法中计算网格固连在物体上并随之一起变形, 控制方程中不存在对流项, 易于跟踪材料界面和处理与变形历史相关的材料本构和失效模型。较为著名的程序有美国 Sandia 实验室开发的采用 Lagrange 网格的三维瞬态动力学有限元法程序 PRONTO3D^[3]等。Euler 方法中计算网格固定, 适合模拟大变形问题, 但难以精确地确定材料界面和自由表面的位置, 如宁建国等人^[4]开发的三维多物质弹塑性流体动力学并程序 pMMIC-3D。为了解决物质界面追踪及网格间物质输运量的问题, 国内外学者提出了很多解决方法, 如格子类方法(cell-type method)中的超粒子模拟^[5](particle in cell, PIC)方法与标志点网格^[6](marker and cell, MAC)方法等, 界面重构方法中的 Youngs^[7]界面及 Level Set^[8]等。除此之外有采用 Lagrange 标志点和 Euler 网格双重描述的混合方法, 如物质点法(MPM)^[9]。Ma 等人^[10]提出了一种 VOF 和 PIC 方法耦合的多物质界面处理算法并对侵彻问题进行了研究。Ren 等人^[11]在此基础上提出了一种影响域输运算法, 可有效减少传统 PIC 方法中的数值震荡问题。除此之外, 还有无网格方法中的光滑标志点流体动力学法(SPH)^[12], 通过采用点来离散物质, 适用于处理不连续问题, 不存在 Lagrange 网格的畸变问题并且容易处理物质界面。鉴于 Euler 方法计算大变形问题有很强的优势, 而 Lagrange 方法却在很多固体力学或小变形流场的动力学计算中有较好的表现, 因此, 如何有效地将这两种计算方法的优势结合在一起, 是爆炸力学数值计算研究的热点和难点问题之一。

由于材料在高温、高压、高应变率下的断裂破坏常常涉及到材料的大变形及内部损伤的累积但与强度相关的物理量通常随材料变形运动, 需采用随体坐标进行描述, 单纯 Euler 方法难以用来模拟材料的动态断裂破坏等过程。为了解决这个问题, 本文提出一种 Lagrange 标志点和 Euler 网格相耦合的并行双向映射算法, 并嵌入到自行开发的欧拉大规模三维并程序 pMMIC-3D 中。为避免网格畸变, 数值模拟仍然以 Euler 方法为主, 同时为了表征材料的动态本构关系与失效特性参数, Lagrange 标志点携带速度、应变等物理量, 使用标志点影响域加权对物理量进行网格和标志点之间的相互插值映射, 并在该算法

的基础上加入了 Johnson-Cook 材料模型与等效应变失效断裂判据。从而可据此对弹体材料在强冲击载荷下的动态断裂及破坏问题进行数值模拟研究, 突破了原有 Euler 方法的局限性, 同时保证了计算的规模与精度。本文对高强钢板在冲击载荷下的断裂过程进行了数值模拟, 通过与实验结果进行对比, 证实了耦合算法在对该类问题进行数值模拟研究的适用性。

2 Lagrange-Euler 耦合标志点法

传统的 Euler 方法虽然易于处理爆炸与冲击问题中涉及多物质的大变形过程, 但由于难以准确地描述物质界面, 在处理材料的断裂与破坏等问题时不如 Lagrange 方法。Lagrange 方法中网格依附于材料并随之一起变形, 从而可精确地描述材料变形历史及破坏过程, 但经常会由于网格变形过大导致结果失真甚至计算终止。本文提出了一种 Lagrange 标志点和 Euler 网格相耦合的双向映射算法, 在金属介质区域增加了带六面体影响域的标志点。标志点带有速度、应力、应变等物理量, 并随物质一起运动, 从而实现网格间物理量的输运。改进后的标志点映射输运算法主要可分为三步: 第一步, 标志点的初始化, 在计算开始之前, 对标志点的物理量(如位置、坐标、影响域等)赋初值; 第二步, 根据标志点与网格的相对位置关系, 将网格的物理量按照一定的规则映射到标志点; 第三步, 根据更新后的标志点影响域与网格的相对位置关系, 将标志点的物理量映射回网格。

2.1 基本方程

对于爆炸与冲击等工程问题的数值求解, 都是通过求解一系列微分方程而得, 其中包括描述计算方法的计算模型和描述材料的外载荷下的响应的力学模型。基本方程采用非守恒形式的 Euler 流体弹塑性动力学偏微分方程组^[13,14]。

质量守恒:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \rho + \rho \nabla \cdot \mathbf{u} = 0; \quad (1)$$

动量守恒:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot (\nabla \mathbf{u}) = \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}; \quad (2)$$

能量守恒:

$$\frac{\partial e}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla e = \frac{1}{\rho} \nabla \cdot (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{u}). \quad (3)$$

三组守恒方程可以统一写成如下形式:

$$\frac{\partial \boldsymbol{\varphi}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \boldsymbol{\varphi} = \mathbf{H}, \quad (4)$$

式中, $\boldsymbol{\varphi}$ 代表 ρ (密度), e (比内能) 和 $\mathbf{u}$ (速度矢量) 等物理量, $\mathbf{H}$ 为源项.

对于上述控制方程组, 其数值方法采用算子分裂方法, 即将每个形如(4)式的方程分裂成如(5)式两个方程. 在数值计算时也分成相应的两步完成, Lagrange 步和输运步(Euler 步):

$$\frac{\partial \boldsymbol{\varphi}}{\partial t} = \mathbf{H}, \quad \frac{\partial \boldsymbol{\varphi}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \boldsymbol{\varphi} = 0. \quad (5)$$

在 Lagrange 步中, 网格随物质一起变形, 不考虑对流项, 仅考虑压力和偏应力的梯度效应, 得到网格速度和比内能的中间值, 采用(6)式所示的一阶中心差分格式离散. 在 Euler 步中, 对质量、动量和能量在网格上进行重新分配, 得到新的网格速度、网格内各介质的质量及内能.

$$\begin{aligned} \tilde{\boldsymbol{\varphi}}^{n+1} = & \boldsymbol{\varphi}^n + \frac{\Delta t}{\Delta x} (\mathbf{H}_{i+1/2,j,k}^n - \mathbf{H}_{i-1/2,j,k}^n) \\ & + \frac{\Delta t}{\Delta y} (\mathbf{H}_{i,j+1/2,k}^n - \mathbf{H}_{i,j-1/2,k}^n) \\ & + \frac{\Delta t}{\Delta z} (\mathbf{H}_{i,j,k+1/2}^n - \mathbf{H}_{i,j,k-1/2}^n). \end{aligned} \quad (6)$$

2.2 双向映射算法

由于标志点不参与质量、动量、能量的输运, 因而可以将标志点布置在研究者重点关心的塑性破坏区域, 假设 1 个网格内分布 N 个标志点, $\mathbf{x} = [x_i, y_j, z_k]^T$ 为网格中心坐标, $\delta \mathbf{x} = [\Delta x, \Delta y, \Delta z]^T$ 为 3 个方向网格步长, 标志点的影响域体积为 $\frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{N}$, 第 k 个标志点 p_k 的坐标可以用 $\mathbf{x}_{p_k} = [x_{p_k}, y_{p_k}, z_{p_k}]^T$ 表示, 由(7)式得

$$\mathbf{x}_{p_k} = \mathbf{x} - \left(\frac{1}{2} - \frac{(2 \cdot ii - 1)}{\sqrt[3]{N} + 1} \right) \delta \mathbf{x}, \quad ii = 1, 2, \dots, \sqrt[3]{N}. \quad (7)$$

双向映射算法分为两步, 第一步是从网格到标志点的正向映射, 第二步是从标志点到网格的反向映射. 第一步, 标志点 p_k 携带的物理量 U_{p_k} 可以通过

周围网格物理量 $U_{i,j,k}$ 加权得到, 如速度 $u_{i,j,k}$, 应变增量 $\delta \varepsilon_{i,j,k}$, 等效塑性应变增量 $\delta \varepsilon_{i,j,k}^p$ 等. 第二步, 当标志点通信完成后, 需要将标志点携带的物理量, 如等效塑性应变 ε^p 等映射回网格参与本构方程计算, 权重系数与影响域体积计算同上述正向映射. 映射公式如下:

$$U_{p_k} = \sum_{\lambda=1}^S \omega_{\lambda} U_{i+l\theta_x, j+m\theta_y, k+n\theta_z}, \quad (8)$$

式中, S 的取值与标志点与网格关系的分类情况有关, $\theta_x, \theta_y, \theta_z$ 则用来确定参与加权的网格, 计算公式如(9)式, θ_y 和 θ_z 的计算方法同 θ_x , 编号 λ 则与不同分类情况对应的映射区域有关, 权重系数 ω_{λ} 取决于标志点映射在网格中的影响域体积 V_{λ} . 计算速度、应力、应变等物理量时, 其权重系数的分母为该标志点在周围网格内的影响域体积之和.

$$\theta_x = \begin{cases} \frac{x_{p_k} - x_i}{|x_{p_k} - x_i|}, & |x_{p_k} - x_i| > \frac{\sqrt[3]{N}-1}{2\sqrt[3]{N}} \Delta x, \\ 0, & \text{else,} \end{cases} \quad (9)$$

$$\omega_{\lambda} = \frac{V_{\lambda}}{\sum_{\lambda=1}^S V_{\lambda}}. \quad (10)$$

根据标志点在网格中所处位置的不同, 影响域体积需要分类进行计算, 根据标志点在 1 个网格中的位置和其影响域所占据的网格, 可分图 1 中 ABCD 四种情况. 以标志点位于 D 类区域为例, 标志点影响域映射在相邻 8 个网格内, 共分为 8 种情况, $S=8$, 需要相邻 8 个网格物理量加权, 影响域体积加权示意图如图 2 所示, 加权体积计算公式如下:

$$V_{\lambda} = a_x a_y a_z, \quad (11)$$

式中, λ 的取值为 1~8, a_x, a_y, a_z 分别为标志点影响域三边的长度:

$$\begin{aligned} a_x &= |x_i + \delta_x \theta_x \Delta x - x_{p_k}|, \quad \delta_x = |\alpha - l|; \\ a_y &= |y_j + \delta_y \theta_y \Delta y - y_{p_k}|, \quad \delta_y = |\alpha - m|; \\ a_z &= |z_k + \delta_z \theta_z \Delta z - z_{p_k}|, \quad \delta_z = |\alpha - n|. \end{aligned}$$

α 与 (l, m, n) 的取值取决于初始化时每个网格内标志点个数 N , $\alpha = \frac{\sqrt[3]{N}+1}{2\sqrt[3]{N}}$, 不同影响域编号 λ 对应的 (l, m, n) 见表 1.

图 1 (网络版彩图)标志点影响域分类示意图

图 2 (网络版彩图)影响域体积加权示意图(以 D 为例)

表 1 影响域编号 λ 与对应参数 (l, m, n) 的取值

参数	$\lambda=1$	$\lambda=2$	$\lambda=3$	$\lambda=4$	$\lambda=5$	$\lambda=6$	$\lambda=7$	$\lambda=8$
l	0	1	0	1	0	1	0	1
m	0	0	1	1	0	0	1	1
n	0	0	0	0	1	1	1	1

2.3 并行程序实现

并行计算为解决爆炸与冲击问题大规模数值模拟最有效的手段之一。本程序中将三维计算区域分成若干子区域,子区域的 6 个面各增加一层虚网格(Ghost grids)用来存储临近子区域的边界信息,更新后的变量需要传递给相邻进程。图 3 表示标志点在进程间通信的两步过程,根据上文的双向映射算法,并行通信同样分为两步。第一步,首先根据标志点速度 $\mathbf{u} = [u_{pk}, v_{pk}, w_{pk}]^T$ 先计算标志点 x 方向坐标,统计进入左右虚网格内的标志点信息并发送给左右相邻进

图 3 (网络版彩图)子区域通信示意图

程,通信完毕后统计子区域内的标志点信息;其次按照上述步骤更新 y 方向和 z 方向的信息;最终完成整个计算域的标志点信息更新,标志点坐标更新公式见(12)式。图 3 中当 $p1$ 进程中的标志点进入到白色虚网格区域时,需要将该区域内的标志点信息发送给右侧相邻进程 $p2$,同时 $p1$ 需要接收从左侧相邻进程 $p0$ 发送过来的标志点信息,从而保证标志点从左到右跨过子区域边界。

第二步通信,在标志点坐标信息更新完成的基础上,将标志点的等效应变等物理量映射回网格,从而通过标志点的位置变化完成输运,此时要将进程 $p1$ 边界网格(Boundary grids)的标志点信息发送给左侧相邻进程 $p0$ 的右侧虚网格。同时 $p1$ 的虚网格接收来自右侧相邻进程 $p2$ 左边界网格内的标志点信息,xyz 三个方向分别通信完成后,可以根据标志点网格位置关系将标志点物理量映射回网格,可在一个三重循环内完成此对角输运,节约计算时间,随后删除虚网格上的物理信息并释放内存,为了避免程序因通信死锁,采用捆绑式发送和接收函数进行数据通信。

$$\mathbf{x}_{pk}^{n+1} = \mathbf{x}_{pk}^n + \mathbf{u}\Delta t. \quad (12)$$

3 高强钢材料模型

对于弹体材料中常用的高强钢,既要考虑其在高温高压下的流体弹塑性性质,又要考虑其应变率效应和温度效应,同时为了研究其断裂破坏特性,合理可行的断裂准则是必不可少的。因而在本文提出的 Lagrange-Euler 耦合标志点法的基础上,将 Johnson-Cook 材料模型^[15]与基于等效应变的失效准则嵌入到程序中,结合上文描述的双向映射算法,采

用径向返回法对偏应力进行修正计算, 并计算材料的瞬时等效应变, 用于判断材料是否失效.

3.1 流体弹塑性本构

在爆炸或冲击等载荷作用下, 需要将固体当作兼有流体性质和弹塑性性质的连续介质. 因为在过程早期靠近载荷源的区域内, 介质的屈服极限远小于压力, 其行为接近流体, 而在远处或过程后期, 介质却呈现固体的性质. 由于金属结构在爆炸冲击载荷作用下的变形和断裂是一个复杂的流体弹塑性过程, 为了对问题进行简化, 数值模拟采用连续介质假设, 局部热平衡假设, 物质均匀与各向同性假设, 理想塑性假设及弹性小变形假设, 并忽略外力、外源及热传导.

本构方程中由于 Cauchy 应力率 $\dot{\sigma}_{ij}$ 不满足客观性原理而使用 Jaumann 应力率 σ_{ij}^{∇} 来代替:

$$\dot{\sigma}_{ij} = \sigma_{ij}^{\nabla} + \sigma_{ik}\Omega_{jk} + \sigma_{jk}\Omega_{ik}, \quad (13)$$

式中, σ_{ij} 可分解为偏应力 s_{ij} 和体积应力 P , 分别由本构关系和状态方程求得. 其中弹性模型的偏应力更新格式为

$$s_{ij}^{n+1} = s_{ij}^n + 2G(\dot{\epsilon}_{ij} - \frac{1}{3}\dot{\epsilon}_{kk}\delta_{ij})\Delta t. \quad (14)$$

考虑到金属材料在高温、高压、高应变率下表现出的材料动态行为, 对于金属材料采用 Mie-Grüneisen 状态方程描述, 用于计算体积应力 P , 其一般形式如下:

$$P = P_H + \rho e(\Gamma + A\mu), \quad (15)$$

式中, Γ 为 Grüneisen 系数, ρ 为当地密度, e 为当地单位质量的比内能.

3.2 Mises 屈服模型

对于弹塑性材料, 可采用 J_2 流动理论描述金属的塑性行为, 屈服条件为

$$f(\sigma_{ij}, q_1) = \sqrt{3J_2} - \sigma_y(\epsilon^p) = 0, \quad (16)$$

式中, ϵ^p 为累积等效塑性应变, σ_y 为单向拉伸屈服应力, 应力偏量的第二不变量 $J_2 = \frac{1}{2}s_{ij}s_{ij}$, $\sqrt{3J_2} = \sqrt{\frac{3}{2}s_{ij}s_{ij}} = s$ 为 Von Mises 等效应力, J_2 流动理论也称为 Mises 屈服模型, 只有一个内变量, 即 $q_1 = \epsilon^p$, 内变

量演化方程为 $\dot{\epsilon}^p = \dot{\lambda}$. 塑性加载时, 需要采用返回映射法保证应力点保持在屈服面上, J_2 流动理论的屈服面在 π 平面内为一圆, 法向为其径向, 采用径向返回法进行塑性修正, 是返回映射算法的一种特殊情况.

当采用 Von Mises 等效应力的更新格式为^[9]

$$s^{(n+1)} = s^{*(n+1)} - 3G\Delta\epsilon^{p(n+1)}, \quad (17)$$

式中, $\Delta\epsilon^p = \sqrt{\frac{2}{3}\Delta\epsilon_{ij}^p\Delta\epsilon_{ij}^p}$ 为 Von Mises 等效塑性应变增量, 上标 $(n+1)$ 表示 $t^{(n+1)}$ 时间步的物理量, $s^{*(n+1)}$ 为 $t^{(n+1)}$ 时间步的塑性修正值. 对于线性强化问题, 其塑性模量 E^p 为常数, 结合线性强化式 $\sigma_y^{(n+1)} = \sigma_y^{(n)} + E^p\Delta\epsilon^{p(n+1)}$ 和内变量关系式 $\Delta\epsilon^{p(n+1)} = \Delta\lambda^{(n+1)}$, 可得到屈服函数为

$$\begin{aligned} f^{(n+1)} &= s^{*(n+1)} - 3G\Delta\lambda^{(n+1)} - \sigma_y^{(n+1)} \\ &= s^{*(n+1)} - \sigma_y^{(n)} - (3G + E^p)\Delta\lambda^{(n+1)}; \end{aligned} \quad (18)$$

等效塑性应变增量为

$$\Delta\epsilon^{p(n+1)} = \Delta\lambda^{(n+1)} = \frac{s^{*(n+1)} - \sigma_y^{(n)}}{3G + E^p}; \quad (19)$$

等效塑性应变更新公式为

$$\epsilon^{p(n+1)} = \epsilon^{p(n)} + \Delta\epsilon^{p(n+1)}; \quad (20)$$

屈服应力更新公式为

$$\sigma_y^{(n+1)} = \sigma_y^{(n)} + E^p\Delta\epsilon^{p(n+1)}. \quad (21)$$

随后计算偏应力修正系数, 并利用径向返回算法使应力点回到屈服面上, 修正系数 α 计算公式如下:

$$\alpha = \frac{\sigma_y^{(n+1)}}{s^{*(n+1)}}. \quad (22)$$

大量实验观察表明, 工程材料在压缩和拉伸过程中, 内部会产生大量的微裂纹或微空洞, 这些微损伤在外载的作用下增长、聚合从而扩展导致宏观裂纹的产生直至材料的破坏或断裂. 金属结构在高温、高压、高应变率下的损伤破坏是十分复杂的过程, 在宏观上表现为材料力学性能的变化和失效. Johnson 和 Cook^[15]在综合考虑了金属加工硬化效应、温度对流动应力的影响及材料的应变率效应的基础上提出了目前最常用的 Johnson-Cook 材料模型, 将屈服应力表示为

$$\sigma_y = (A + B\epsilon^{pn})(1 + C \ln \dot{\epsilon}^*) (1 - T^{*m}), \quad (23)$$

式中, $\dot{\epsilon}^* = \frac{\dot{\epsilon}^p}{\dot{\epsilon}^0}$ 是无量纲等效塑性应变率 ($\dot{\epsilon}^0 = 1 \text{ s}^{-1}$ 为

参考应变率), $\dot{\varepsilon}^p = \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\varepsilon}_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}}$, A, B, n, C, m 是材料常数, 可通过实验获得. Johnson-Cook 材料模型中屈服应力 σ_y 是等效塑性应变 ε^p 的非线性函数, 可对 σ_y 做关于 ε^p 的泰勒展开直接进行求解. 其塑性模量 $E^p = \frac{d\sigma_y}{d\varepsilon^p} = nB(\varepsilon^p)^{n-1}(1+C \ln \dot{\varepsilon}^*)(1-T^{*m})$. 当屈服函数 $f^{*(n+1)} > 0$ 需要进行塑性修正. 屈服应力和塑性修正的计算需要在上述耦合标志点法的基础上进行, 其中等效塑性应变由标志点携带, 首先在网格上计算得到等效塑性应变增量, 再通过正向映射将增量映射给标志点, 在标志点上进行等效塑性应变的计算, 标志点坐标更新完成后将等效塑性应变通过反向映射回网格, 用于塑性模量 E^p 和屈服函数的计算.

3.3 等效应变断裂判据

材料的失效是一种具有复杂物理力学机制的现象. 在动力学有限元程序中, 对失效的模拟引进了侵蚀的概念, 当某一单元的特征参量(应力、应变或其他参量)达到指定的临界数值时, 便认为该单元完全破坏, 丧失承载能力, 将单元进行删除, 这种方法会造成系统的质量不守恒, 破坏的材料无法继续提供作用等问题. 因而本文基于 Lagrange-Euler 耦合标志点法提出了等效应变失效判据, 用于研究弹体材料的破坏特性, 失效网格只能承受静水压力, 不能承受偏应力, 该算法可以很好地处理材料断裂面.

单元应变率张量 $\dot{\varepsilon}$ 可表示为

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right); \quad (24)$$

每一时间步的应变增量为

$$\Delta \varepsilon_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij} \Delta t; \quad (25)$$

应变分量更新公式为

$$\varepsilon_{ij}^{n+1} = \varepsilon_{ij}^n + \Delta \varepsilon_{ij}; \quad (26)$$

每个标志点所代表微团的等效应变为

$$\bar{\varepsilon} = \left(\frac{2}{3} \varepsilon_{ij} \cdot \varepsilon_{ij} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (27)$$

假设金属材料的损伤在 1 个微元上是均匀分布的, 损伤材料不能承受剪应力及拉力, 只能承受流体静压力. 所以当微元的等效塑性应变超过极限值时, 表示该微元失效.

等效应变的计算同样需要在耦合标志点法的基础上进行, 其中应变分量由标志点携带, 首先通过网格速度计算出应变率和应变增量, 随后通过正向映射从网格映射到标志点, 在标志点上进行等效应变的计算, 标志点坐标更新完成后将等效应变通过反向映射回网格, 用于判断该网格是否失效.

4 算例结果及分析

高强度钢在爆炸冲击载荷下的断裂破坏具有很重要的研究意义, 本节采用上文的数值模拟方法对高强度钢板在装药爆炸载荷作用下的变形与断裂过程进行数值模拟研究. 本算例模型网格划分如图 4 所示, 钢板由固支夹板固定, 钢板上放置柱状装药, 起爆方式为平面起爆, 固支夹板和支座采用刚性模型. 网格步长为 0.3 mm, 共划分网格 762 万, 每个金属网格布 8 个标志点, 标志点总数为 4147200 个. 图 5 给出了二维截面模型图以及测量点(gauge points)分布示意图, 其中 $r=2$ cm, $h=3$ cm, $\delta=0.4$ cm. 为了追踪钢板上压力和速度等物理量的时程曲线, 在钢板上下表面布置测量点, 其中 P_1 和 V_1 均位于钢板正中心, P_1 和 V_1 均位于装药边界处, 每个点的间距为 0.5 cm, 上下两组点一一对应, P 点表示作用在钢板上表面爆轰产物的压力, V 点表示钢板下表面的速度.

炸药采用 TNT, 爆轰产物用 JWL 状态方程来描

图 4 (网络版彩图) 计算模型

(a) 三维模型示意图; (b) 三维网格划分图

图 5 (网络版彩图)二维截面测量点分布示意图

述,材料参数见表 2,炸药爆轰过程中压力和比容的关系见(28)式.对于高强钢材料,数值模拟中采用 Johnson-Cook 模型,材料参数见表 3,失效判据为等效应变失效准则,即当材料微元 $\varepsilon > \varepsilon_f$ 时即判断该微元失效,根据文献[16]试验中测得金属壳体断裂应变为 0.43,将其设为本文算例中的失效应变.

$$p = C_1 \left(1 - \frac{\omega}{r_1 v} \right) e^{-r_1 v} + C_2 \left(1 - \frac{\omega}{r_2 v} \right) e^{-r_2 v} + \frac{\omega E}{v}. \quad (28)$$

图 6(a)为标志点显示的钢板变形及破坏过程的等效塑性应变云图与损伤演化云图.根据等效塑性应变云图可以看出钢板中塑性波传播的过程,钢板沿装药边界内部首先在爆炸冲击载荷作用下进入塑性状态,随后塑性区域逐渐向外扩张,最终整块钢板

都进入塑性状态,其中等效塑性应变最大值为 0.32.图 6(b)为标志点显示的损伤演化过程,虚线框表示钢板该处由标志点携带的等效应变已经超过给定的断裂应变值,可以看出损伤首先在靠近钢板上表面的装药边界处出现,随后向钢板中心和下表面延伸扩展,这说明在钢板内部沿装药边界区域出现较为明显的拉剪混合破坏区域,材料在拉伸状态下沿最大剪应力方向会产生滑移和颈缩,对于延性金属来说,此种应力状态下失效模式以剪切失效为主.

图 7 为钢板断裂过程的压力云图以及与实验的对比,可以看出钢板在接爆炸冲击载荷作用下,沿装药边界处发生破坏,产生大小与装药形状相近的一块破片飞出,破片截面呈现近似圆弧形.压力云图中,浅色和深色区域分别表示材料受压缩和受拉伸区域.根据钢板在接触爆炸载荷下的变形及破坏的特征可将该过程分为 3 个阶段.阶段 1 开始于爆轰波到达钢板表面并入射到钢板上表面产生了一个向钢板中运动的压缩波,从而推动钢板向外运动,该阶段是钢板的弹塑性变形过程,整个过程看不到爆轰产物和任何裂纹.阶段 2 中随着压缩波到达钢板下表面自由面,从自由面向平板内部反射稀疏波,钢板内部出现微小裂纹和损伤,如图所示在 $3.72 \mu\text{s}$ 时内表面附近压

表 2 TNT 装药材料参数

$\rho_s \text{ (g cm}^{-3}\text{)}$	$p_{CJ} \text{ (GPa)}$	$D_{CJ} \text{ (m/s)}$	$C_1 \text{ (GPa)}$	$C_2 \text{ (GPa)}$	r_1	r_2	ω
1.63	21.4	6930	373.77	3.747	4.15	0.9	0.35

表 3 X70 钢材料参数

$\rho_s \text{ (g cm}^{-3}\text{)}$	$G \text{ (GPa)}$	$A \text{ (MPa)}$	$B \text{ (MPa)}$	n	c	m	$T_m \text{ (K)}$
7.83	77	753	510	0.26	0.014	1.03	1793

图 6 (网络版彩图)钢板变形及破坏过程标志点云图
(a) 等效塑性应变云图; (b) 损伤演化云图

图 7 (网络版彩图)钢板断裂过程数值模拟与文献[17]实验结果对比

缩区域开始出现破坏. 在该阶段中, 伴随着钢板继续发生塑性变形, 更多的裂纹和损伤开始出现. 阶段 2 最后, 贯穿平板厚度方向的破坏区域基本形成, 爆轰产物开始从断口中溢出. 第 3 阶段破片完全形成, 并以一定初速向外飞出. 由于压力差及速度梯度导致破片的翻转变形也可从图中看出, 钢板实验图片取自文献[17]中炸药与钢板接触爆炸实验结果照片, 与本文的数值模拟结果进行对比可以发现钢板变形及破坏过程基本一致, 钢板在爆炸冲击作用下形成面积与装药面积相近的破片, 且破片有一定翻转变形, 钢板破坏区域剪切效果明显, 下表面有剪切唇现象, 如图中实验结果所示.

图 8 为钢板在接触爆炸载荷作用下变形破坏的过程, 由于爆心处压力较大, 而距离爆心越远压力峰值越低, 这使得钢板在冲击载荷下首先沿装药边界处形成凹坑, 产生较大的塑性变形, 同时随着压力的

图 8 (网络版彩图)钢板断裂过程三维压力云图
(a) $t = 2.9 \mu s$; (b) $t = 4.7 \mu s$; (c) $t = 6.7 \mu s$; (d) $t = 9.4 \mu s$

降低, 变形也随之减小, 由于在边界处的金属材料在拉伸状态下沿最大剪应力方向会产生滑移和颈缩, 在该处形成失效破坏, 最终形成破片并以一定速度飞出.

图 9 和 10 分别为钢板上表面各点的压力时程曲线和下表面的速度时程曲线, 为了方便比较, 将测量点分为两组. 从图中可以看出各点起爆初始的压力差值达到 30 GPa, 其中位于装药内部的点 $P_1 \sim P_4$, 起爆初始的压力均达到 31.4 GPa, 而压力峰值接近

图 9 (网络版彩图)上表面测量点压力时程曲线
(a) 测量点 P_1, P_3, P_5, P_7 ; (b) 测量点 P_2, P_4, P_6, P_8

图 10 (网络版彩图)下表面测量点速度时程曲线
(a) 测量点 V_1, V_3, V_5, V_7 ; (b) 测量点 V_2, V_4, V_6, V_8

40 GPa, 随着爆轰产物的扩散, 各点压力逐渐降低, 从装药中心到装药外部压力迅速降低. 位于装药边界处的 P_5 点, 其压力峰值只有 11.8 GPa. 而位于装药外部的点 $P_6 \sim P_8$, 其压力峰值随着到装药中心距离的增加而逐渐下降. 压力的差值是造成钢板下表面存在较大速度梯度的主要原因, 从图 10 中可以看出, 与上表面各点一一对应的下表面各点的速度时程曲线分布情况与压力分布情况基本一致, 速度梯度达到 1600 m/s. 与装药内部的点 $P_1 \sim P_4$ 对应的点 $V_1 \sim V_4$, 开始时速度迅速增加, 随后由于上表面压力逐渐降低, 下表面速度增加渐缓. 对于点 $V_5 \sim V_8$, 其速度随着到钢板中心距离的增加而降低, 使得钢板呈现凹坑变形, 最终断裂形成弧形破片.

钢板在爆炸载荷作用下破坏及变形所消耗的能量远小于炸药爆轰释放的能量, 因而钢板在接触装药加载下的运动过程可视为有效装药部分对平板的抛射问题. 爆轰产物驱动钢板运动的速度为

$$u = D \left(1 + \frac{\theta - 1}{\eta \theta} - \frac{l}{Dt} \theta \right), \quad (29)$$

式中, $\eta = \frac{16m}{27M}$, $\theta = \left(1 + 2\eta \left(1 - \frac{l}{Dt} \right) \right)^{-\frac{1}{2}}$, m 为有效装药质量, M 为与装药接触部分的钢板质量, l 为装药长度, D 为炸药爆速, t 为时间. 针对敞开装药的模型, 其有效药量的计算如下:

$$m = \begin{cases} \frac{2}{3} \pi r_0^3 \rho_0, & l \geq \frac{9}{2} r_0, \\ \left(\frac{4}{9} l - \frac{8}{81} \frac{l^2}{r_0} + \frac{16}{2187} \frac{l^3}{r_0^2} \right) \pi r_0^2 \rho_0, & l < \frac{9}{2} r_0, \end{cases} \quad (30)$$

式中, r_0 为装药半径. 本文中有有效装药质量为 19.22 g, 钢板接触部分质量为 39.21 g. 理论计算与数值模拟的结果对比如图 11 中所示, 可以看出数值模拟结果与理论结果在后期符合得很好, 也就是说炸药驱动钢板达到的最终速度是相符的, 但是在开始的时候, 数值模拟结果略低于理论计算, 这是由于数值模拟中钢板是可压的, 而理论计算并未考虑板内冲击波的影响.

5 结论

本文对冲击载荷下弹体材料的断裂破坏特性进行数值模拟研究, 提出了一种 Lagrange 标志点和 Euler 网格相耦合的并行双向映射算法, 解决了 Euler 方法不易处理材料失效破坏的问题. 根据标志点与网格拓扑关系对标志点影响域进行分类, 采用影响域加权对物理量进行网格和标志点之间的双向插值映射, 通过标志点法将 Johnson-Cook 材料本构模型以及等效应变断裂判据嵌入到程序中, 可用于计算屈服函数及判断网格失效. 根据该算法对钢板在接

图 11 (网络版彩图)钢板速度数值模拟结果与理论结果对比

触爆炸加载下的断裂及破坏问题进行数值模拟研究, 很好地解决了材料动态断裂破坏的问题, 通过与实

验结果进行对比, 证实了该耦合算法解决冲击破坏问题的可行性及适用性.

参考文献

- 1 Hopson M V, Scott C M, Patel R. Computational comparisons of homogeneous and statistical descriptions of AerMet100 steel subjected to high strain rate loading. *Int J Impact Eng*, 2011, 38: 451–455
- 2 Børvik T, Hopperstad O S, Dey S, et al. Strength and ductility of Weldox 460 E steel at high strain rates, elevated temperatures and various stress triaxialities. *Eng Fract Mech*, 2005, 72: 1071–1087
- 3 Attaway S, Mello F, Heinsteins M, et al. PRONTO-3D users' instructions: A transient dynamic code for nonlinear structural analysis. Sandia Report, SAND98-1361. 1998
- 4 Ning J G, Ma T B, Fei G L. Multi-material Eulerian method and parallel computation for 3D explosion and impact problems. *Int J Comp Meth-Sing*, 2014, 11: 1350079
- 5 Amsden A A. Particle-in-cell method for the calculation of the dynamics of compressible fluids. Technical Report. Los Alamos Scientific Lab, LA-3466. 1966
- 6 Harlow F H, Welch J E. Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface. *Phys Fluids*, 1965, 8: 2182
- 7 Youngs D L. Time-dependent multi-material flow with large fluid distortion. In: *Numerical Methods for Fluid Dynamics*. Salt Lake City: Academic Press, 1982. 273–285
- 8 Enright D, Fedkiw R, Ferziger J, et al. A hybrid particle level set method for improved interface capturing. *J Comput Phys*, 2002, 183: 83–116
- 9 Zhang X, Sze K Y, Ma S. An explicit material point finite element method for hyper-velocity impact. *Int J Numer Meth Eng*, 2006, 66: 689–706
- 10 Ma T B, Wang J, Ning J G. A hybrid VOF and PIC multi-material interface treatment method and its application in the penetration. *Sci China-Phys Mech Astron*, 2010, 53: 209–217
- 11 Ren H L, Ma T B, Yao X H. Numerical studies of penetration problems by an improved particle method. *Sci China-Phys Mech Astron*, 2012, 55: 2273–2283
- 12 Liu M B, Liu G R. Smoothed particle hydrodynamics (SPH): An overview and recent developments. *Arch Comput Method E*, 2010, 17: 25–76
- 13 Ma T B, Wang C, Ning J G. Multi-material Eulerian formulations and hydrocode for the simulation of explosions. *Comput Model Eng Sci*, 2008, 33: 155–178
- 14 马天宝, 宁建国. 三维爆炸与冲击问题仿真软件研究. *计算力学学报*, 2009, 26: 600–603
- 15 Johnson G R, Cook W H. A constitutive model and data for metals subjected to large strains, high strain rates and high temperatures. In: *Proceedings of the 7th International Symposium on Ballistics*. Hague, Netherlands, 1983. 541–547
- 16 汤铁钢, 谷岩, 李庆忠. 爆轰加载下金属柱壳膨胀破裂过程研究. *爆炸与冲击*, 2003, 23: 529–533
- 17 刘飞, 唐献述, 任新见. 钢板局部接触爆炸破片形成过程分析. *爆破*, 2010, 27: 5–8

Numerical study on the fracture characteristics of projectile material under impact loading

DUAN Yan, ZHAO YuZhe & REN HuiLan

State Key Laboratory of Explosion Science and Technology, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China

As one of the most common material used for projectile, the numerical simulation about high strength steel about its fracture characteristics under impact loading has always been emphasized. These kinds of problem often involved in the non-linear dynamic response and fracture of multi-material at high temperatures and pressures and strain rate. We put forwards a kind of mapping algorithm about local marked particles through coupling Lagrangian particles and Eulerian meshes. It is obtained by adding marked particles with regular hexahedral influence domain. According to the topological relation between particles and cells, the physical variables of cell are mapped to particles by weighted influence domain. Based on MPI standards, 3D parallel multi-material program with particles was developed. Besides, Johnson-Cook constitutive equation and fracture criterion about effective strain. A series of penetration in different working conditions were simulated and compared with experiment. It is found that the algorithm, which combines the best feature of Eulerian method and Lagrangian method, could be applied in simulating large deformation and fracture process of metal material. At the same time, the computational efficiency and accuracy could also be guaranteed. It is concluded that the improvement could make the algorithm more suitable for the simulation of various impact dynamic problems.

marked particles, numerical simulation, parallel computing, fracture characteristics

doi: 10.1360/N092016-00006