论 文

木星平运动共振和 I 型迁移对土星核形成的作用

吴晓梅^{①②*}, 周济林^②, 张辉^②, 宫衍香^{①②}^① 泰山学院物理与电子工程学院, 泰安 271021;^② 南京大学天文与空间科学学院, 南京 210093

* 联系人, E-mail: wuxiaomei-71@163.com

收稿日期: 2013-06-30; 接受日期: 2013-10-28

国家自然科学基金 (批准号: 10925313, 11003010)、山东省自然科学基金 (编号: ZR2010AM024, ZR2010AQ023) 和山东省高等学校青年骨干教师国内访问学者项目经费资助

摘要 采用三维 N 体模拟研究了在太阳星云盘中木星完全形成后土星核的快速形成. 除了考虑太阳, 木星及行星胚胎间的引力相互作用, 还考虑了使行星胚胎发生 I 型迁移和轨道圆化效应的气体盘潮汐作用. 模拟表明: 木星的平运动共振构型和行星 I 型迁移大大地提高了行星胚胎的碰撞吸积率, 同时木星的引力摄动有效地阻止大行星胚胎过快向内迁移而落入太阳中, 最终在两百万年的时间内有可能在雪线之外靠近木星 3:2 平运动共振处吸积形成一颗土星核.

关键词 数值模拟, 土星核, 平运动共振, I 型迁移**PACS:** 96.15.Bc, 96.50.Dj, 96.30.Kf, 96.30.Mh**doi:** 10.1360/132013-318

1 引言

观测发现, 太阳系外的许多年轻恒星都具有气体盘^[1]. 我们太阳系中的木星和土星也具有厚重的气体包层说明它们形成于气体盘中. 而土星的气体包层比木星的要小得多的事实说明, 木星是先于土星形成. 流体动力学模拟表明^[2]: 在太阳系巨行星完全形成, 并且周围的气体星云盘已消散后, 四颗巨行星可能经历了先向内, 然后又向外的迁移过程. 最近, Walsh 等人^[3]进一步提出: 木星形成后, 太阳系巨行星经历了先向内迁移, 当木星迁移到 1.5AU 处, 土星进入木星的 3:2 平运动共振, 然后它们带动着外侧两颗冰质巨行星一起向外迁移. 该模型能很好地再现当前巨行星的轨道特性和类地行星的形成, 并能很

好地解释火星和木星之间的小行星带中两种不同类型小行星的分布. 但是, Walsh 的模拟是从三颗巨行星——土星、天王星和海王星已经分别形成 $30M_{\oplus}$, $5M_{\oplus}$ 和 $5M_{\oplus}$ 的固态核开始的, 回避了它们的固态核的形成.

按照传统的核吸积理论, 木星形成后, 土星核需要 10–30 百万年才能形成, 在如此长的时间里, 太阳星云中的气体已消散殆尽, 土星无法再吸积气体形成气体包层. 要想吸积足够的气体, 土星核必须在木星形成后的 2–3 百万年内迅速形成. 土星核快速形成的理论目前主要有两个. Kobayashi 等人^[4]认为星子会在气体盘被木星打开的空隙外边缘的径向压力最大处聚集, 这有效地提高了附近较大行星胚胎 (Planetary Embryo) 对星子的吸积率, 从而有可能在两百万

引用格式: 吴晓梅, 周济林, 张辉, 等. 木星平运动共振和 I 型迁移对土星核形成的作用. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2014, 44: 100–108

Wu X M, Zhou J L, Zhang H, et al. On the formation of Saturn's core: the effect of mean-motion resonances with Jupiter and type I migration of embryos (in Chinese). Sci Sin- Phys Mech Astron, 2014, 44: 100–108, doi: 10.1360/132013-318

年的时间内在该处形成土星核. Beaugé等人^[5]提出木星的共振俘获有利于土星核的形成. 他们成功模拟了 1000 颗初始质量为 $0.015M_{\oplus}$ 的行星胚胎在 7 百万年内碰撞凝聚形成一颗约 $13M_{\oplus}$ 的土星核的过程. 但是, 在他们的模型中, 木星是固定不动的, 并且气体盘对行星胚胎施加的是空气动力学阻尼 (Stokes Drag). 实际上, 气动阻尼对小星子 ($< 0.002M_{\oplus}$) 更有效, 而对质量大于 $0.015M_{\oplus}$ 的行星胚胎, 气动阻尼不再适用, 这时气体盘潮汐作用对行星胚胎更有效^[6,7].

气体盘与行星胚胎的潮汐作用力不仅会抑制行星胚胎的轨道偏心率和倾角, 而且还会减小行星胚胎的轨道半长径, 即使行星胚胎发生 I 型迁移. 前面的两个模型中都忽略了行星胚胎的 I 型迁移. Ward^[8]认为 I 型迁移会增加行星胚胎的碰撞率而加速其吸积生长, Tanaka 和 Ida^[9]通过数值模拟也证实了这一点. 同时, 由于 I 型迁移的速度很快, 它会使得行星胚胎快速向内迁移而落入中央恒星. 但是, 如果行星胚胎在落入中央恒星之前碰撞吸积形成大于 $10M_{\oplus}$ 核, 它会快速吸积周围气体成为气态巨行星而使迁移速度慢下来^[10,11], 从而有可能在星云气盘消散后幸存下来.

我们认为木星的平运动共振和行星的 I 型迁移的共同作用, 会大大提高行星胚胎的碰撞吸积, 使土星核在太阳星云中快速形成. 由于气体盘的自引力, 湍流, 周围磁场和恒星的辐射等因素都会影响行星胚胎 I 型迁移方向和速度, 在我们的模拟中加上了一旦通过碰撞并合使行星胚胎的质量达到 $5M_{\oplus}$ 就停止迁移的条件. 实际上, 通过我们的模拟发现, 随着行星胚胎的生长, 它的 I 型迁移速度也随之增大, 大质量的行星胚胎会迁移到行星胚胎盘的内侧, 木星强烈的引力散射和此处气体盘的径向压力最大都会有效抑制大行星胚胎的向内迁移^[4,9].

2 数值模型

在我们研究的模型中, 木星刚刚在太阳系原行星盘中完全形成, 气体盘仍存在. 气体盘对原行星盘中的行星胚胎的潮汐相互作用会减小行星胚胎的轨道半长径, 偏心率和倾角, 使行星胚胎发生 I 型迁移

和轨道圆化效应. 因此, 我们的模型包括中央天体 (太阳), 木星, 木星外侧的行星胚胎盘和气体盘. 考虑太阳对木星和行星胚胎的引力相互作用, 木星及各行星胚胎间的引力相互作用, 气体盘对行星胚胎的潮汐相互作用. 由于木星已经在其周围气体盘中打开一个足够宽的空隙, 气体盘对其轨道基本没有影响. 不考虑气体盘的自引力和湍流现象.

任一行星胚胎 m_i 相对于中央天体 (太阳) 的运动方程为

$$\frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = -\frac{G(M_{\odot} + m_i)}{|\mathbf{r}_i|^3}\mathbf{r}_i - \sum_{j \neq i}^N \frac{Gm_j}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|^3}(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) + \mathbf{f}_{mig} + \mathbf{f}_{damp}, \quad (1)$$

其中, $\mathbf{r}$ 和 $\mathbf{v}$ 分别代表行星胚胎的位置和速度矢量, G 是万有引力常量, $M_{\odot}$ 表示太阳质量. 方程 (1) 等号右侧前两项分别是单位质量行星胚胎受到的来自太阳和其他行星胚胎 (包括木星) 的引力作用; 后两项是考虑气体盘潮汐作用使行星胚胎 I 型迁移和轨道圆化而用微扰的方法引入的等效耗散力. $\mathbf{f}_{mig}$ 和 $\mathbf{f}_{damp}$ 的方程如下^[12]:

$$\mathbf{f}_{mig} = -\frac{\mathbf{v}}{\tau_{mig}}, \quad (2)$$

$$\mathbf{f}_{damp} = -2\frac{(\mathbf{v} \cdot \mathbf{r})\mathbf{r}}{r^2\tau_e} - 2\frac{(\mathbf{v} \cdot \mathbf{k})\mathbf{k}}{\tau_i}, \quad (3)$$

(3) 式中的 $\mathbf{k}$ 是沿 z 轴方向的单位矢量. τ_{mig} 是行星胚胎的 I 型迁移时标, τ_e 和 τ_i 是气体盘对行星胚胎的轨道偏心率和倾角的抑制时标, 并且令 $\tau_i = \tau_e$.

Cresswell 和 Nelson^[13]采用流体模拟给出了考虑行星胚胎大偏心率轨道情形的 I 型迁移时标和偏心率抑制时标:

$$\tau_{mig} = \frac{1}{f_1} \frac{2}{2.7 + 1.1\beta} \left(\frac{M_{\odot}}{m}\right) \left(\frac{M_{\odot}}{\Sigma_g a^2}\right) \left(\frac{H}{r}\right)^2 \times \left(\frac{1 + \left(\frac{er}{1.3H}\right)^5}{1 - \left(\frac{er}{1.1H}\right)^4}\right) \Omega^{-1}, \quad (4)$$

$$\tau_e = \frac{Q_e}{0.78} \left(\frac{M_{\odot}}{m}\right) \left(\frac{M_{\odot}}{\Sigma_g a^2}\right) \left(\frac{H}{r}\right)^4 \times \left(1 + \frac{1}{4} \left(e \frac{r}{H}\right)^3\right) \Omega^{-1}, \quad (5)$$

这里, 我们假设气体盘的纵横比 $H/r = 0.03^{[12]}$, 气体密度分布幂指数 $\beta = 1.5^{[14]}$, a 和 e 是行星胚胎的轨道半长径和偏心率. Σ_g 表示气体盘面密度. Ω 是行星胚胎轨道角速度. 引入 f_l 和 Q_e 分别作为 I 型迁移和偏心率抑制时标的缩放因子. I 型迁移的减速因子 f_l 取值一般在 $[0.01, 1]$ 之间^[14,15]. 偏心率抑制时标的缩放因子 Q_e 通过模拟测试确定恰当值, 原则上, Q_e 越小, 对偏心率的抑制作用越强.

原行星盘我们采用 Ida 和 Lin^[16] 在 Hayashi 的最小质量太阳星云 (MMSN)^[17] 模型基础上修改后的模型, 气体盘和行星胚胎盘面密度均与轨道半长径呈幂律关系, 并且引入随时间指数衰减的因子表示气体的逐渐耗散.

气体盘和行星胚胎盘面密度分别为

$$\Sigma_g = 2.4 \times 10^3 f_g \exp(-t/\tau_{dep}) \left(\frac{a}{1\text{AU}}\right)^{-3/2} \text{g.cm}^{-2}, \quad (6)$$

$$\Sigma_d = 10 f_d \eta_{ice} \left(\frac{a}{1\text{AU}}\right)^{-3/2} \text{g.cm}^{-2}, \quad (7)$$

其中, AU 是天文单位 (地球到太阳的距离), f_g 和 f_d 分别表示气体盘和行星胚胎盘面密度相对 MMSN 模型的增强因子, 这里 f_g 和 f_d 均取 1. 基于原恒星盘的观测特性, 气体盘耗散时标约为 1–10 百万年^[18,19]. 气体盘耗散时标越长, 气体盘对行星胚胎的潮汐作用越显著, 这里取中间值 4 百万年. η_{ice} 是反映雪线内外冰类物质凝结程度不同的转换因子, 太阳系的雪线位置大约在 2.7AU 附近. 木星和行星胚胎盘都在雪线之外, $\eta_{ice} = 4.2$.

分布在 $[a_0, a_1]$ 之间环带的行星胚胎盘总质量 ΔM_d 可由公式 (7) 得到

$$\Delta M_d = 19.7 \left[\left(\frac{a_1}{1\text{AU}}\right)^{1/2} - \left(\frac{a_0}{1\text{AU}}\right)^{1/2} \right] M_{\oplus}, \quad (8)$$

其中, $M_{\oplus}$ 表示地球质量, a_0, a_1 表示行星胚胎盘的内外边界.

我们通过直接计算气体盘的等效潮汐耗散力, 采用 Mercury 积分器中的 Hybrid symplectic/Bulirsch-Stoer 算法^[20], 对 N 体系统进行数值积分. 积分器选取 15 天的固定步长和 10^{-12} 的 Bulirsch-Stoer 误差, 该算法能够计算行星胚胎间的密近交会. 假设行星胚胎的碰撞是完全非弹性的, 即一旦碰撞就会吸积

并合. 由于行星胚胎间强烈的引力聚焦作用, 它们的有效碰撞半径会大大增加, $s \approx (R_1 + R_2)v_e/v^{[8]}$. R_1, R_2 表示两碰撞行星胚胎的有效半径; v, v_e 分别是行星胚胎间的相对速度和逃逸速度. 因此, 我们采用了增大的碰撞半径, $s = 3(R_1 + R_2)$.

3 初始条件

在标准模型中, 考虑气体盘的潮汐作用使行星胚胎发生 I 型迁移和轨道圆化效应. 方程 (4) 中的 I 型迁移时标缩放因子 $f_l = 0.3$, 方程 (5) 中的偏心率抑制时标的缩放因子 $Q_e = 0.01$. 木星质量取当前值 $317.8M_{\oplus}$, 初始位置在 $a = 6\text{AU}$ 处, 初始偏心率和倾角 $e = 2i = 0.02$, 初始轨道幅角对于本文中的百万年的长期演化没有影响. 为了便于重复本工作, 本文取 J2000 时期的值. 我们的目的只是模拟土星核的形成, 不涉及在此过程中天王星和海王星的核的形成, 因此, 我们的星子盘外边界选取 14AU; 而木星周围约 $3.5R_H$ 以内的行星胚胎都基本被木星清空, $R_H = (M_J/(3M_{\odot}))^{1/3}a_J$ 是木星的 Hill 半径, M_J, a_J 分别表示木星质量和半长径. 由此可以计算出内边界约在 8AU 处. 行星胚胎盘为 $[8, 14]\text{AU}$ 之间宽为 6AU 的环带. 由方程 (8) 得到 8–14AU 的行星胚胎盘的总质量约为 $18M_{\oplus}$. 我们的模拟是从木星完全形成开始的, 实际上, 在木星形成过程中, 它的引力摄动和平运动共振就会对行星胚胎的生长和轨道特性等产生影响, 但是, 我们无法得到此时行星胚胎盘的实际分布. 这里, 我们假设了一个静态分布的胚胎盘. 虽然它与胚胎盘的实际分布不同, 但是并不会影响最终模拟结果的真实性, 只是延长了木星核形成的时间. 因为, 在木星的影响下, 假设的静态分布的盘经过一段时间就会演化成与实际盘非常接近的分布. 我们将行星胚胎盘分割成 6 个 1AU 宽的子环, 每个子环的质量仍由方程 (8) 计算得到, 行星胚胎在每个子环内等质量均匀分布. 行星胚胎体密度为 3g cm^{-3} . 所有行星胚胎初始处于近圆, 共面轨道, $e = 2i = 0.001$, 各行星胚胎的初始轨道幅角取 $[0, 2\pi]$ 间的随机数. 对于行星胚胎的初始质量, 我们选取两种不同模型, 下面分别说明.

标准模型 1: 所有行星胚胎取相同质量, $m = 0.01M_{\oplus}$, 根据每个子环行星胚胎的总质量, 得到从内到外各个子环的行星胚胎数分别为 340, 320, 300, 290, 280, 270, 共 1800 颗.

为了检验各参数对行星胚胎碰撞吸积速率及土星核形成的影响和作用, 我们从以下几方面改变标准模型 1 的初始条件, 模拟得到在不同条件下行星胚胎的碰撞吸积及演化结果, 得以同标准模型进行比较.

(1) 去掉气体盘对行星胚胎的潮汐作用而引入的等效力 f_{mig} , 即不考虑行星胚胎的 I 型迁移.

(2) 去掉木星, 检验木星的引力摄动和平运动共振对土星核形成的影响.

(3) 令 I 型迁移时标缩放因子取不同值, 检验 I 型迁移速度对行星胚胎碰撞吸积的影响.

标准模型 2: 选取不同质量的行星胚胎. 我们研究的阶段是木星已完全形成, 此时, 通过碰撞吸积各处已形成大小不等的行星胚胎. 行星胚胎的生长时标与其质量的关系为 [21]

$$\tau_{\text{grow}} \simeq 0.12 \eta_{ice}^{-1} f_d^{-1} f_g^{-2/5} \left(\frac{a}{1\text{AU}} \right)^{27/10} \left(\frac{M_P}{M_{\oplus}} \right)^{1/3} \text{Myr.} \quad (9)$$

为了简化问题, 假设在每个子环内行星胚胎的质量仍是相等的, 为 2–3 百万年能在子环内吸积形成的行星胚胎的质量, 从内到外各子环内行星胚胎质量分别为 $0.1M_{\oplus}$, $0.05M_{\oplus}$, $0.02M_{\oplus}$, $0.01M_{\oplus}$, $0.005M_{\oplus}$, $0.005M_{\oplus}$, 对应行星胚胎数 34, 66, 150, 290, 560, 540, 共 1640 颗.

轨道半长径越大, 行星胚胎的吸积速率越慢; 或者说, 在相同时标内, 形成的行星胚胎的质量越小. 一般认为, 木星是在太阳形成后约 2–3 百万年的时间内形成的. 这时各处已经吸积形成大小不一的行星胚胎, 而不再是质量相等的行星胚胎, 因此, 标准模型 2 能更加真实地再现当时的场景, 真实反映出行星胚胎碰撞吸积成土星核的过程. 但是, 可以看到, 取不同质量的行星胚胎, 行星胚胎盘内侧行星胚胎数相对较少, 而木星的 2:3, 3:5, 1:2 等几个主要平运动共振就位于 8–10AU 之间, 较少的行星胚胎数可能无法呈现出木星的平运动共振对行星胚胎吸积碰撞过程的影响, 而标准模型 1 弥补了这方面的不足. 构建两个不同的模型, 能全面地展现出行星胚胎的吸积碰撞演化过程.

4 结果分析

4.1 行星胚胎盘取质量相等的胚胎

对标准模型 1, 我们运行了 20 组行星胚胎初始轨道幅角为不同随机数的模拟, 演化时间为两百万年. 在 20 组模拟中, 有 3 组各形成一颗 $10M_{\oplus}$ 以上的土星核. 由于行星胚胎的演化是一个混沌的随机过程, 在这 3 组模拟中, 虽然形成土星核的行星胚胎的初始位置, 土星核形成的具体时间和演化路径不尽相同, 但演化结果和性质却是十分相似的. 经过前期的随机碰撞演化后会形成多个较大质量的行星胚胎, 最后形成土星核的行星胚胎在演化过程中, 往往会在与木星或其他较大行星胚胎的通约位置附近获得较为稳定轨道, 直到与其他行星胚胎发生碰撞并合破坏这种构型继续向内迁移, 继而会在另一个通约位置附近获得新的稳定轨道, 最终和另一已形成的较大行星胚胎发生碰撞并合而在两百万年内在靠近木星 3:2 平运动共振的位置形成土星核. 图 1 是其中一组在 5000, 50000, 200000, 500000, 1200000 年时行星胚胎轨道偏心率 (a) 和倾角 (b) 与轨道半长径的位置关系. 图中蓝色球体表示已完全形成的木星. 为了跟踪形成土星核的行星胚胎以及最后与之发生碰撞并合的大行星胚胎的演化, 我们将它们与其他行星胚胎区别表示. 我们分别用直径与行星胚胎的直径成正比的红色实心圆, 绿色实心圆和黑色空心圆表示土星核, 最后与土星核并合的较大行星胚胎和其他行星胚胎, 但与表示木星的蓝色实心球没有任何比例关系.

在我们的模拟中, 一方面, 木星对行星胚胎和行星胚胎间的引力作用会激发行星胚胎的偏心率和倾角; 另一方面, 气体盘的潮汐作用对行星胚胎的偏心率和倾角有抑制作用. 在行星胚胎盘演化的早期阶段, 大多数行星胚胎的轨道偏心率和倾角具有较小值, 分别分布在 $[0, 0.02]$ 和 $[0^\circ, 0.3^\circ]$ 区间. 但是, 木星的 3:2, 5:3 和 2:1 平运动共振对其中的行星胚胎的轨道偏心率却有显著的激发, 其中以 2:1 平运动共振最为强烈; 这些共振对轨道倾角也有激发作用, 但较偏心率弱. 行星胚胎盘偏心率的这种构型, 一方面, 使得邻近小偏心率行星胚胎间迅速碰撞并合; 另一方面,

这些行星胚胎也会和来自共振区的具有较大偏心率的行星胚胎发生密近交会, 增加它们的碰撞率. 此时, 行星胚胎的生长方式是雪崩式的生长^[22]. 先长大的行星胚胎具有较大的 I 型迁移速度, 使得它们相对行星胚胎盘向内迁移的过程中又不断吸积附近的行星胚胎长大.

从图 1 可以看到, 经过约 20 万年演化, 通过邻近小偏心率行星胚胎间以及与来自共振区具有较大偏

图 1 不同时刻剩余行星胚胎的轨道半长径与偏心率的分布
Figure 1 Configurations of survived embryos in the a - e plane during evolution.

心率的行星胚胎发生密近交会时的迅速碰撞并合, 在行星胚胎盘的不同位置形成多个较大质量行星胚胎. 在随后行星胚胎盘的演化阶段, 虽然气体盘随时间逐渐衰减, 但由于气体盘潮汐作用对行星胚胎的偏心率和倾角的抑制作用与行星胚胎的质量成正比, 换句话说, 质量越大的行星胚胎, 气体盘对其偏心率和倾角的抑制越强烈, 尚未消散的气体盘的潮汐作用足以抑制大质量行星胚胎的偏心率和倾角, 使之处于近圆, 共面轨道. 而当大行星胚胎的质量与其周围小行星胚胎的质量比达到一定值时, 大行星胚胎会显著激发附近小行星胚胎的偏心率和倾角^[23], 这时, 大行星胚胎对小行星胚胎的碰撞吸积已明显减小, 这些被激发的小行星胚胎逐渐会被抛射出去. 在约 80 万年时, 行星胚胎盘中的小行星胚胎的数量已经很少, 不同质量的大行星胚胎间的轨道排斥力使它们的轨道间隔维持在 5 个相互 Hill 半径以上^[24], 行星胚胎通过吸积和散射已将其俘获区基本清空, 但不同质量的大胚胎的不同 I 型迁移速度会破坏这种平衡, 一旦某个大胚胎迁移进入其他胚胎的俘获区, 它们就会发生碰撞并合, 形成更大的行星胚胎. 在图 1 表示的模拟中, 在 120 万年附近, 约 $6M_{\oplus}$ (红色) 和 $4M_{\oplus}$ (绿色) 的行星胚胎在雪线外碰撞并合成一颗大于 $10M_{\oplus}$ 的土星核.

图 2 是形成土星核的行星胚胎和最后与之碰撞的 3 颗质量大于 $1M_{\oplus}$ 的行星胚胎的轨道半长径和质量随时间的演化. 从左下角开始的一组阶梯型的较光滑的曲线是质量随时间的演化, 从左上角开始的一组较曲折的曲线是轨道半长径随时间的演化. 其

图 2 土星核的轨道半长径和质量的演化
Figure 2 The evolution of Semi-major axis and mass on Saturn core.

中, 红色曲线代表形成土星核的行星胚胎的演化, 其他颜色的曲线分别对应与之发生碰撞的几个大行星胚胎演化. 我们在图中还用黑色长虚线标出了木星的演化, 三条黑色短虚线从下到上分别代表木星的 3:2, 8:5 和 7:4 平运动共振位置. 演化的初始阶段, 由于行星胚胎的质量较小, 气体盘对行星胚胎的潮汐作用较弱, 行星胚胎间的引力散射使它们的运动是混沌随机的, 小行星胚胎间碰撞并合, 这个阶段行星胚胎的碰撞吸积率高, 即为行星胚胎的雪崩式生长阶段. 一旦行星胚胎的雪崩式生长基本结束, 盘中形成少数较大质量的行星胚胎, 它们在气体盘的较强潮汐作用下向内迁移. 在向内迁移的过程中, 当到达与木星具有通约关系或者与其他大行星胚胎具有通约关系的位置附近时, 这种通约关系会使它们获得较稳定的轨道而放慢迁移的步伐, 一旦周围行星胚胎的作用破坏这种构型使它们碰撞并合继续向内迁移, 直到在另一个通约附近获得新的稳定轨道. 正是这种与木星或其他大行星胚胎的通约对行星胚胎轨道的稳定作用和不同质量行星胚胎具有不同 I 型迁移速度, 增大了大质量行星胚胎的碰撞几率. 图 2 表示的这组模拟, 形成土星核的行星胚胎 (红色) 和与之碰撞的最大行星胚胎 (蓝色) 约 30 万年时进入 7:6 通约, 随后这种关系被约 $1M_{\oplus}$ (枚红色) 的行星胚胎的碰撞打破, 但在约 50 万年又处于 10:9 通约, 而且还分别与木星处于 7:4 和 8:5 通约, 在这期间, 形成土星核的行星胚胎又与一颗迁移过来的接近 $3M_{\oplus}$ (绿色) 的行星胚胎碰撞, 但并没有改变它们的这种通约关系, 直到约 120 万年它们碰撞并合形成土星核, 并且最终迁移到靠近木星的 3:2 平运动共振的位置.

为了进一步探究气体盘的潮汐作用使行星胚胎发生 I 型迁移和木星的平运动共振激发行星胚胎偏心率对土星核的形成的作用, 我们不改变胚胎的轨道根数, 对以下三种模型分别重新完成上述 20 组模拟: (1) 有木星, 但对行星胚胎不加 I 型迁移; (2) 无木星, 但对行星胚胎加 I 型迁移; (3) 既无木星, 又不对行星胚胎加 I 型迁移. 这里需要特别说明的是, 在后两个模型中, 我们去除了木星, 不仅仅去除了木星与行星胚胎的平运动共振, 而是完全去除了行星胚胎受到的来自木星的引力摄动, 因此, 对土星核的形成不再仅仅局限于木星平运动共振对其形成的影响,

这里我们主要是通过与前面有木星存在的模型比较, 以显示木星平运动共振的作用. 表 1 是四种模型的 20 组模拟最终形成的最大行星胚胎质量的统计结果.

图 3 给出在 10 万年和 200 万年与图 1 相同的一组模拟的轨道偏心率的构型, 为了对比, 我们把标准模型的结果也放进去. 实心球代表木星, 剩余行星胚胎仍用与其直径成正比的小圆表示. 其中 (a) 和 (c) 为对行星胚胎加 I 型迁移, (b) 和 (d) 为不对行星胚胎加 I 型迁移.

结合表 1 和图 3 可以清楚地看到: 在 10 万年, 有木星的模型, 在其平运动共振中的行星胚胎偏心率被大大激发; 而没有木星的模型, 没有出现偏心率被显著激发的现象. 没有木星, 无论是否考虑 I 型迁移, 都只能形成最大不超过 $2M_{\oplus}$ 的核, 但是在两百万年

表 1 四种模型中每种模型的 20 组模拟最终形成土星核的组数, 最大胚胎的最大质量和平均质量. 质量的单位是 $M_{\oplus}$

Table 1 For four different models, the number of Saturn core which ultimately formed, the maximum mass and the mean-mass of the biggest embryos of 20 runs in each kind of models. Mass units is $M_{\oplus}$

Jupiter	I-migration	Num	Mass _{max}	Mass _{mean}
Y	Y	3	10.9	8.3
Y	N	0	7.8	3.5
N	Y	0	1.8	1.5
N	N	0	1.6	1.5

图 3 (网络版彩图) 四种模型在 10, 200 万年时剩余行星胚胎的轨道半长径与偏心率的分布

Figure 3 (Color online) For four different models, the configurations of survived planetary embryos in the a - e plane at 100,000 and 2,000,000 years respectively.

内, 考虑 I 型迁移的情况中形成的较大行星胚胎基本都进入雪线之内 (图 3(c)); 有木星, 没有 I 型迁移, 虽然能产生较大质量的行星胚胎, 但是, 行星胚胎的质量在两百万年内很难达到 $10M_{\oplus}$; 而有木星, 又对行星胚胎加 I 型迁移的情况 (图 3(a)), 产生大于 $10M_{\oplus}$ 的核, 形成概率约 15%, 而且与图 3(c) 比较, 木星的存在不仅仅有助于行星胚胎的碰撞吸积, 而且对行星胚胎的迁移有显著地抑制作用.

为了考察行星胚胎 I 型迁移速度对土星核形成的影响, 又分别令 $f_1 = 0.03, 0.1, 0.5, 1$, 重新运行 20 组模拟, 结果发现, $f_1 = 0.03, 0.1$ 的情况, 没有一组形成大于 $10M_{\oplus}$ 的核; 和 $f_1 = 0.3$ 类似, $f_1 = 0.5, 1$ 分别有 6 和 9 组在靠近木星 3:2 平运动共振处形成大于 $10M_{\oplus}$ 的核, 同样没有发现在其他平运动共振附近形成大于 $10M_{\oplus}$ 的核, 形成概率分别为 30% 和 45%. 可见, 只有气体盘使行星胚胎发生 I 型迁移的速度达到一定值 ($f_1 \geq 0.3$) 才有助于行星胚胎间的碰撞吸积形成土星核. 我们仔细调查了所有形成土星核的模拟, 土星核都无一例外的形成在雪线之外.

4.2 行星胚胎盘取质量不等的胚胎

对于标准模型 2, 我们同样运行了行星胚胎初始轨道根数取不同随机数的 20 组模拟, 在两百万年的时间内有四组各形成一颗大于 $10M_{\oplus}$ 的核, 概率为 20%. 和标准模型 1 相似, 虽然形成土星核的行星胚胎的初始位置是不确定的, 但这些核最终都形成在靠近木星的 3:2 平运动共振位置. 图 4 是其中一组的演化. (a) 是最后剩余行星胚胎的轨道偏心率与半长径的关系构型, 实心球和实心圆分别代表木星和最后形成的土星核; (b) 是形成土星核的行星胚胎的轨道半长径和质量随时间的演化, 包括与之发生碰撞的最大 3 颗行星胚胎的演化, 黑色长虚线标出木星的演化, 短虚线代表木星的 3:2 平运动共振位置; (c) 是与 (a) 对应的, 最靠近木星的土星核和另外 3 颗最大行星胚胎的轨道半长径和质量的演化. 与形成土星核的行星胚胎发生碰撞的 3 颗最大行星胚胎, 在碰撞前的一段时间内, 都与之处于较高的一阶通约. 我们还发现, 虽然经过两百万年的演化后剩余多个大小不等的胚胎, 但是, 最大的几个都聚集在木星附

近. 除土星核外的最大 3 颗行星胚胎在演化后期分别进入形成土星核的行星胚胎的 5:4, 4:3, 3:2 通约位置, 并且距离土星核最近的两颗在约 140 万年时交换了位置. 这 3 颗大行星胚胎的质量分别仅有 $1M_{\oplus}$ 左右.

5 结论与讨论

在已经观测到的行星系统之中, 有大量的多行星系统. 而且根据行星形成理论, 也没有理由认为在原恒星盘中只会形成一颗行星胚胎. 那么行星胚胎之间, 以及行星胚胎与已形成的巨行星之间的动力学相互作用将十分关键, 这将对最后的行星系统动力学构型造成决定性的影响. 其中, 有一个非常有趣又很重要的问题: 即先形成的巨行星会对其周围后形成的行星产生怎样的影响——它会促进还是抑制其周围行星的形成. 我们在 N 体数值模拟中加入了气体盘潮汐效应, 对“太阳 - 木星 - 星子盘”系统进行了研究. 在我们的研究中, 我们重点关注了在木星引力影响下, 星子盘中行星胚胎的碰撞生长过程. 为了更加接近真实情况, 我们除了考虑太阳和木星对行星胚胎的引力作用, 行星胚胎间的相互作用力外, 还以微扰的方式考虑气体盘的潮汐作用力对行星胚胎轨道半长径的减小及轨道偏心率和倾角的抑制. 根据我们模拟的结果以及对结果的分析我们得到如下结论.

(1) 首先, 形成于原恒星气体盘中的巨行星 (如木星) 与外侧行星胚胎的平运动共振构型会增加行星胚胎的碰撞吸积率, 加速行星胚胎在气体盘中的生长. 其次, 木星对行星胚胎的散射还会抑制行星胚胎向内迁移的速度, 一方面使得在气体盘中形成的几个地球质量的行星胚胎不至于过快的向内迁移落入太阳; 另一方面, 使这些大质量行星胚胎有可能通过碰撞形成大于 $10M_{\oplus}$ 的行星核 (可通过吸积气体成为土星). 因此, 我们认为在木星平运动共振俘获和气体盘潮汐作用的共同影响下, 土星核可以在两百万年内在雪线外迅速形成.

(2) 由于行星胚胎会在气体盘潮汐作用下发生迁移, 并且有极大概率被木星的平运动共振俘获. 在所有形成土星核的模拟中, 无论行星胚胎的初始位置

图4 (网络版彩图) 在标准模型2中, 剩余行星胚胎的轨道半长径与偏心率的分布 (a), 土星核 (b) 和最大三颗幸存行星胚胎 (c) 的轨道半长径和质量的演化

Figure 4 (Color online) In standard model 2, the configuration of survived embryos in the a - e plane (a), the evolution of Semi-major axis and mass on Saturn core (b) and three biggest survived embryos (c).

如何, 土星核最终都形成在靠近木星的 3:2 平运动共振的位置. 土星核最终形成在木星的 3:2 共振附近, 而不是更为强烈的 2:1 共振附近, 或许是因为在 3:2 共振处木星对行星胚胎的散射更为强烈, 更有效地抑制了 I 型迁移, 从而使得土星核能在其附近驻留; 也可能是因为迁移速度太快, 多数行星胚胎越过 2:1 共振而更多的聚集在 3:2 共振处.

我们的结论表明, 在原恒星盘内先形成的巨行星将有利于周围其他行星核的生长, 而且这些行星核的位置一般位于这些巨行星的平运动共振位置处. 随着土星核快速吸积附近的气体而迅速生长, 最终可能导致两颗巨行星处于紧密的动力学构型之中. 而这正是 Walsh^[3] 的模型所需要的初始条件. 目前观测到的太阳系外行星系统中, 大部分还是单行星系统, 这并不与本文的结论矛盾. 首先, 通过掩星方法观测的行星系统中, 只能探测到那些离主星很近的行星. 那些距离很远, 质量很小的行星很难被发现. 当测光精度进一步提高, 观测基线进一步延长以后, 会发现更多的单行星系统其实是多行星系统. 这一现象已被 Kepler 项目所验证. 其次, 通过视向速度探测的行星系统, 多种视向速度信号叠加在一起, 只有质量最大的行星容易被抽取出来. 质量较小和周期很长的

行星同样需要更长的观测时间和更高的精度. 这样观测的选择效应, 并不能解释大多数热木星都是单行星系统这一现象. 但公认的是, 在原恒星盘消散后, 热木星必然经历了大范围的迁移或者散射. 在这样的动力学过程中, 其周围甚至整个行星系统中小质量行星被清空是非常合理的. 而我们的结论只针对原恒星盘尚未消散这一阶段. 我们的模拟时间持续了两百万年, 行星胚胎盘中的行星胚胎具有三种不同的归宿: (1) 行星胚胎的一小部分被散射到行星胚胎盘的外面, 它们或者与当地的小胚胎继续吸积形成天王星, 海王星, 或者成为 Kuiper 带小行星; (2) 极少部分被散射进木星以内成为小行星带小行星; (3) 绝大多数通过碰撞凝聚成一个大于 $10M_{\oplus}$ 的核和多个质量不等的胚胎幸存下来. 这似乎与太阳系土星附近并无小行星带的事实矛盾. 实际上, 在土星生长过程中, 幸存下来的行星胚胎一部分会与土星碰撞, 这些闯入土星大气包层的行星胚胎, 有的在经过大气包层的过程中被消融掉, 而较大质量的或许会到达土星核而继续增大土星核质量; 另一部分会被巨大的土星散射出去或者被俘获形成土星的卫星, 这正好解释了土星大量卫星的起源. 我们将在后续工作中, 对土星核的生长进行相应的研究.

参考文献

- 1 Beckwith S V W, Sargent A I, Chini R S, et al. A survey for circumstellar disks around young stellar objects. *Astron J*, 1990, 99: 924–945
- 2 Tsiganis K, Gomes R, Morbidelli A, et al. Origin of the orbital architecture of the giant planets of the solar system. *Nature*, 2005, 435: 459–461
- 3 Walsh K J, Morbidelli A, Raymond S N, et al. A low mass for Mars from Jupiter's early gas-driven migration. *Nature*, 2011, 475: 206–209

- 4 Kobayashi H, Ormel C W, Ida S. Rapid formation of Saturn after Jupiter completion. *Astrophys J*, 2012, 756: 70–76
- 5 Beaugé C, Aarseth S J, Ferraz-Mello S. Resonance capture and the formation of the outer planets. *Mon Not R Astron Soc*, 1994, 270: 21–34
- 6 Kominami K, Ida S. The effect of tidal interaction with a gas disk on formation of terrestrial planets. *Icarus*, 2002, 157: 43–56
- 7 Zhou J L, Lin D N C. Planetesimal accretion onto growing proto-gas giant planets. *Astrophys J*, 2007, 666: 447–465
- 8 Ward W R. On the rapid formation of giant planet cores. *Astrophys J*, 1989, 345: L99–L102
- 9 Tanaka H, Ida S. Growth of a migrating protoplanet. *Icarus*, 1999, 139: 350–366
- 10 Lin D N C, Papaloizou J. On the tidal interaction between protoplanets and the protoplanetary disk. III. Orbital migration of protoplanets. *Astrophys J*, 1986, 309: 846–857
- 11 Ward W R. Survival of planetary systems. *Astrophys J*, 1997, 482: L211–L214
- 12 Papaloizou J C B, Larwood J D. On the orbital evolution and growth of protoplanets embedded in a gaseous disc. *Mon Not R Astron Soc*, 2000, 315: 823–833
- 13 Cresswell P, Nelson R P. On the evolution of multiple protoplanets embedded in a protostellar disc. *Astron Astrophys*, 2006, 450: 833–853
- 14 Ida S, Lin D N C. Toward a deterministic model of planetary formation. IV. Effects of type I migration. *Astrophys J*, 2008, 673: 487–501
- 15 Alibert Y, Mordasini C, Benz W, et al. Models of giant planet formation with migration and disc evolution. *Astron Astrophys*, 2005, 434: 343–353
- 16 Ida S, Lin D N C. Toward a deterministic model of planetary formation. I. A desert in the mass and semimajor axis distributions of extrasolar planets. *Astrophys J*, 2004, 604: 388–413
- 17 Hayashi C K. Structure of the solar nebula, growth and decay of magnetic fields and effects of magnetic and turbulent viscosities on the nebula. *Prog Theor Phys Suppl*, 1981, 70: 35–53
- 18 Beckwith S V W, Sargent A I. Circumstellar disks and the search for neighbouring planetary systems. *Nature*, 1996, 383: 139–144
- 19 Haisch K E, Lada E A, Lada C J. Disk frequencies and lifetimes in young clusters. *Astron J*, 2001, 553: L153–L156
- 20 Chambers J E. A hybrid symplectic integrator that permits close encounters between massive bodies. *Mon Not R Astron Soc*, 1999, 304: 793–799
- 21 Zhou J L, Aarseth S J, Lin D N C, et al. Origin and ubiquity of short-period Earth-like planets: Evidence for the sequential accretion theory of planet formation. *Astrophys J*, 2005, 631: L85–L88
- 22 Kokubo E, Ida S. On runaway growth of planetesimals. *Icarus*, 1996, 123: 180–191
- 23 Ida S, Makino J. Scattering of planetesimals by a protoplanet: Slowing down of runaway growth. *Icarus*, 1993, 106: 210–227
- 24 Kokubo E, Ida S. Orbital evolution of protoplanets embedded in a swarm of planetesimals. *Icarus*, 1995, 114: 247–257

On the formation of Saturn’s core: the effect of mean-motion resonances with Jupiter and type I migration of embryos

WU XiaoMei^{1,2*}, ZHOU JiLin², ZHANG Hui² & GONG YanXiang^{1,2}

¹ College of Physics and Electronic Engineering, Taishan University, Taian 271021, China;

² School of Astronomy and Space Science, Nanjing University, Nanjing 210093, China

The rapid formation of Saturn’s core after the assembly of Jupiter in the solar nebula is studied using three-dimensional N -body simulations. Mutual gravitational interaction among the Sun, Jupiter and embryos are considered. We also take into account type I migration, orbital eccentricity and inclination damping of the embryos due to tidal interaction with a gas disk. Numerical simulations show that the mean-motion resonances with Jupiter and type I migration of embryos greatly increase the collisional accretion rate between them, while gravitational perturbations of Jupiter prevent bigger embryos from rapidly migrating to the Sun. Ultimately, an embryo like the Saturn’s core can form at a position that is always closely in 3:2 mean-motion resonances with Jupiter (outside the snow line) in two million years.

numerical simulation, Saturn’s core, mean-motion resonance, type I migration

PACS: 96.15.Bc, 96.50.Dj, 96.30.Kf, 96.30.Mh

doi: 10.1360/132013-318