度规的量子涨落对宇宙演化的影响

杨荣佳^{①②}^① 河北大学物理科学与技术学院, 保定 071002;^② 中国科学院理论物理研究所, 理论物理国家重点实验室, 北京 100190

E-mail: yangrongjia@tsinghua.org.cn

2015-07-30 收稿, 2015-09-17 接受, 2015-09-24 网络版发表

国家自然科学基金(11147028, 11273010)、河北省杰出青年科学基金(A2014201068)和河北大学杰出青年基金(2012JQ02)资助

摘要 修改引力最一般的方法, 是考虑用里奇标量的一般函数代替爱因斯坦-海森伯作用量, 也即 $f(R)$ 理论. 本文即根据海森伯的度规非微扰量子化方法, 提出了一种新的修改引力理论, 即把度规算符分解为经典部分和量子涨落部分, 得到修改引力的场方程和守恒方程. 应用到 Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker 时空, 得到修改的弗雷德曼方程. 由于度规的量子涨落, 在一定条件下, 可以实现反弹宇宙; 或者在暗能量主导的时期, 宇宙的膨胀速度也可能减慢, 并根据物理条件, 对相关参数进行了必要的限制. 我们不仅分析了度规的量子涨落对辐射和尘埃演化时期的影响, 而且还给出了量子涨落对暴涨参数——如慢滚参数、光谱指数和原初曲率扰动谱的修正.

关键词

修改引力
量子涨落
海森伯非微扰
量子化
暴涨
暗能量

大量的天文观测证据表明宇宙正处于加速膨胀时期. 为解释这一现象, 在广义相对论框架下, 通常需要引入一种称为暗能量的未知的能量成分. 最简单的暗能量模型是具有常数状态方程 ($w = -1$) 的真真空能. 这一模型能满足大多数的天文观测检验, 但是面临着宇宙学常数问题^[1]和年龄问题^[2]. 因此, 人们很自然地去考虑更为复杂一些的情形. 最流行的做法是采用 Ricci 标量的不同函数形式去替代爱因斯坦-希尔伯特拉格朗日量, 即著名的 $f(R)$ 理论. 这一理论受到了非常广泛的研究^[3-7]. 然而, $f(R)$ 理论的四阶方程使得它很难进行解析分析. 与 $f(R)$ 理论相类似, 人们提出一种基于修改 teleparallel 引力的方案, 即 $f(T)$ 理论, 来解释宇宙近期加速膨胀现象^[8,9]. 最近, 国外学者的研究表明, 可以从海森伯非微扰量子化方法出发, 得到修改引力理论^[10-12]. 根据这一方法, 用场的算符代替场方程中出现的相应的经典场. 考虑到爱因斯坦方程, 可以得到算符爱因斯坦方程

$$\hat{G}_{\mu\nu} \equiv \hat{R}_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \hat{g}_{\mu\nu} \hat{R} = k^2 \hat{T}_{\mu\nu}, \quad (1)$$

这里取了 $k^2 = 8\pi G$ 和 $c = 1$. 所有的几何算符, 例如 $\hat{F}_{bc}^a$, $\hat{R}_{bcd}^a$ 和 $\hat{R}_{ab}$, 与经典情况下的定义一样, 只是用算符代替相应的经典量^[10]. 海森伯的技巧是用所有可能的度规算符, 即 $\hat{g}(x_1), \dots, \hat{g}(x_n)$, 乘以算符爱因斯坦方程, 然后求平均, 可以提供一种求解算符爱因斯坦方程的可能方法, 写为格林函数的无限组方程就是

$$\langle Q | \hat{g}(x_1) \cdot \hat{G}_{\mu\nu} | Q \rangle = k^2 \langle Q | \hat{g}(x_1) \cdot \hat{T}_{\mu\nu} | Q \rangle, \quad (2)$$

$$\dots = \dots, \quad (3)$$

$$\begin{aligned} & \langle Q | \hat{g}(x_1) \cdot \dots \cdot \hat{g}(x_n) \cdot \hat{G}_{\mu\nu} | Q \rangle \\ &= k^2 \langle Q | \hat{g}(x_1) \cdot \dots \cdot \hat{g}(x_n) \cdot \hat{T}_{\mu\nu} | Q \rangle, \end{aligned} \quad (4)$$

这里 $|Q\rangle$ 是一个量子基态^[10,11]. 这一组方程不能解析地求解. 国外学者探讨了一些求解这组方程的近似方法^[10,13], 例如, 可以把度规算符 $\hat{g}_{\mu\nu}$ 分解为平均后的度规 $g_{\mu\nu}$ 和涨落部分 $\delta\hat{g}_{\mu\nu}$ 之和^[10]

$$\hat{g}_{\mu\nu} = g_{\mu\nu} + \delta\hat{g}_{\mu\nu}, \quad (5)$$

假设 $\langle \delta\hat{g}_{\mu\nu} \rangle \neq 0$ 和忽略高阶涨落, 修改的朗格朗日密

引用格式: 杨荣佳. 度规的量子涨落对宇宙演化的影响. 科学通报, 2015, 60: 3332–3336

Yang R J. Effects of quantum fluctuations of metric on the universe (in Chinese). Chin Sci Bull, 2015, 60: 3332–3336, doi: 10.1360/N972015-00877

度可以写为(详细推导见文献[10])

$$L = \frac{1}{2k^2} \sqrt{-g} \left[R + G_{\mu\nu} \langle \delta \hat{g}^{\mu\nu} \rangle \right] + \sqrt{-g} \left[L_m + \frac{1}{2} T_{\mu\nu} \langle \delta \hat{g}^{\mu\nu} \rangle \right], \quad (6)$$

其中第二项和最后一项分别是度规的量子涨落对时空几何和物质的影响。

本文将考虑最简单的情形: $\langle \delta \hat{g}_{\mu\nu} \rangle = \alpha g_{\mu\nu}$, 并得到运动方程. 然后, 考察度规的量子涨落对宇宙演化的影响. 显然, 如果 $\alpha \ll 1$, 修改的拉格朗日密度近似为希尔伯特-爱因斯坦拉格朗日密度, 也就是说这里考虑的修改引力近似为广义相对论. 为了充分考虑度规的量子涨落对宇宙演化的影响, 或者认真对待从海森伯非微扰量子化方法得到修改引力的方案, 本文将考虑 α 的所有可能取值.

1 修改引力的场方程

对于拉格朗日密度(6), 唯象考虑一种最简单的文献[10]中提出的情况: $\langle \delta \hat{g}_{\mu\nu} \rangle = \alpha g_{\mu\nu}$. 一般而言, α 应该是时空坐标的函数. 对于这一比较复杂的情形, 需要另起一文进行详细的讨论. 这样拉格朗日密度(6)取如下形式

$$L = L_{\text{mg}} + L_{\text{mm}} = \frac{1}{2k^2} \sqrt{-g} (1-\alpha) R + \sqrt{-g} \left[L_m - \frac{1}{2} \alpha T \right], \quad (7)$$

这里 $T_{\mu\nu} = -2\delta(\sqrt{-g} L_m) / (\sqrt{-g} \delta g^{\mu\nu})$ 且 $T = g_{\mu\nu} T^{\mu\nu}$. 拉格朗日密度(7)也许能重新表示为文献[14]提出的唯象引力理论 $f(R, T)$ 的一种特殊情形, 但是本文是从近似求解算符方程组(2)~(4)的角度且唯象地选择量子涨落部分与经典度规成线性比例关系得到的, 并首次详细讨论它. 假设在边界上满足 $\delta g_{\mu\nu} = 0$, 将拉格朗日密度(7)对 $g^{\mu\nu}$ 变分, 可以得到

$$\delta L_{\text{mg}} = \frac{1}{2k^2} (1-\alpha) \left(R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R \right) \delta g^{\mu\nu}, \quad (8)$$

$$\delta(\sqrt{-g} L_m) = -\frac{1}{2} T_{\mu\nu} \sqrt{-g} \delta g^{\mu\nu}, \quad (9)$$

以及

$$\begin{aligned} \delta(\sqrt{-g} T) &= T \delta \sqrt{-g} + \sqrt{-g} \delta T \\ &= -\frac{1}{2} g_{\mu\nu} T \sqrt{-g} \delta g^{\mu\nu} \\ &\quad + \sqrt{-g} (T_{\mu\nu} + \theta_{\mu\nu}) \delta g^{\mu\nu}, \end{aligned} \quad (10)$$

这里 $\delta T / \delta g^{\mu\nu} = T_{\mu\nu} + \theta_{\mu\nu}$ 且 $\theta_{\mu\nu} = g^{ab} \delta T_{ab} / \delta g^{\mu\nu}$. 假设物质的拉格朗日密度 L_m 只依赖于度规张量 $g_{\mu\nu}$, 而不依赖于它的导数, 容易得到 $T_{\mu\nu} = g_{\mu\nu} L_m - 2\delta L_m / \delta g^{\mu\nu}$, 以及

$$\begin{aligned} \frac{\delta T_{\alpha\beta}}{\delta g^{\mu\nu}} &= -g_{\alpha\lambda} g_{\beta\sigma} \delta^{\lambda\sigma}_{\mu\nu} L_m + \frac{1}{2} g_{\mu\nu} g_{\alpha\beta} L_m \\ &\quad - \frac{1}{2} T_{\mu\nu} g_{\alpha\beta} - 2 \frac{\partial^2 L_m}{\partial g^{\alpha\beta} \partial g^{\mu\nu}}, \end{aligned} \quad (11)$$

这里 $\delta^{\lambda\sigma}_{\mu\nu} = \delta g^{\lambda\sigma} / \delta g^{\mu\nu}$. 由此, 有以下等式

$$\theta_{\mu\nu} = g_{\mu\nu} L_m - 2T_{\mu\nu} - 2g^{\alpha\beta} \frac{\partial^2 L_m}{\partial g^{\alpha\beta} \partial g^{\mu\nu}}. \quad (12)$$

对不同的物质, $\theta_{\mu\nu}$ 取不同的形式. 从方程(8), (9)和(10), 得到修改引力的场方程

$$\begin{aligned} R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R \\ = \frac{2k^2}{1-\alpha} \left[\frac{1}{2} (1-\alpha) T_{\mu\nu} - \frac{1}{4} \alpha g_{\mu\nu} T + \frac{1}{2} \alpha \theta_{\mu\nu} \right]. \end{aligned} \quad (13)$$

由于度规的量子涨落, 引力常数和能量-动量张量受到修改. 因为 $R = -k^2 [T + \alpha \theta / (1-\alpha)]$, 修改引力的场方程(13)可以重写为

$$\begin{aligned} R_{\mu\nu} &= \frac{2k^2}{1-\alpha} \\ &\quad \times \left[\frac{1}{2} (1-\alpha) T_{\mu\nu} - \frac{1}{4} g_{\mu\nu} T + \frac{1}{2} \alpha \theta_{\mu\nu} - \frac{1}{4} \alpha g_{\mu\nu} \theta \right]. \end{aligned} \quad (14)$$

这里 $\theta = g_{\mu\nu} \theta^{\mu\nu}$. 考虑到爱因斯坦张量的协变散度, 得到能量-动量张量的散度方程为

$$\nabla^\nu T_{\mu\nu} = \frac{1}{1+\alpha} \left[\frac{1}{2} \alpha \nabla_\mu T - \alpha \nabla^\nu \theta_{\mu\nu} \right]. \quad (15)$$

也就是说, 如果考虑度规的量子涨落, 能量-动量张量将不再守恒. 文献[15~18]对能量-动量张量的不守恒情形进行了详细的讨论. 如果 $\alpha \approx 1$, 量子涨落甚至可以抵消引力作用. 但是, 如果 α 很小, 度规的量子涨落的影响也就很微弱, 拉格朗日密度(6)近似为希尔伯特-爱因斯坦拉格朗日密度. 为了充分考虑度规的量子涨落的影响, 本文将考虑参数所有可能取值, 并将在下一章进行详细的讨论.

2 宇宙学上的应用

把修改引力的场方程(13)应用到均匀各向同性的Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker(FLRW)宇宙

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t) \left[\frac{dr^2}{1+Kr^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2) \right], \quad (16)$$

这里 a 是标量因子, 空间曲率常数 $K = +1, 0$ 和 -1 , 分别对应闭合、平坦和开放的宇宙. 在本文中, 考虑具有如下能量-动量张量的理想流体

$$T_{\mu\nu} = (\rho + p)u_\mu u_\nu - g_{\mu\nu}p. \quad (17)$$

理想流体的拉格朗日密度可以取不同的形式, 在广义相对论中, 所有这些不同形式导致相同的场方程和能量-动量张量^[19,20]. 2种拉格朗日密度, $L_m = -p$ 和 $L_m = \rho$, 得到广泛地讨论和应用^[21~26]. 文献[16]详细讨论了物质的拉格朗日密度 L_m 作为物质能量密度 ρ 的任意函数的情形. 在本文研究中, 物质的拉格朗日密度在场方程中出现, 所有相关结果都很大程度上依赖于 L_m 的选择. 一般而言, 物质的拉格朗日密度没有一个唯一确定的选择, 而且仍是一个值得研究的问题. 按照文献[14]的做法, 本文选择物质的拉格朗日密度为: $L_m = -p$. 流体的四速度满足条件 $u^\mu u_\mu = 1$. 从理想流体的能量-动量张量对度规张量的变分方程(12), 容易得到

$$\theta_{\mu\nu} = -2T_{\mu\nu} - g_{\mu\nu}p. \quad (18)$$

因此 $T = \rho - 3p$ 和 $\theta = -2T - 4p = -2(\rho - p)$. 修改引力的场方程的 $\mu\nu = 00$ 分量是

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{1}{3} \frac{k^2}{2(1-\alpha)} [\rho + (3-4\alpha)p], \quad (19)$$

联合方程 $\mu\nu = 00$ 和 $\mu\nu = 11$, 给出

$$H^2 + \frac{K}{a^2} = \frac{1}{3} \frac{k^2}{2(1-\alpha)} [(2-3\alpha)\rho + \alpha p]. \quad (20)$$

这里 $H \equiv \dot{a}/a$ 为哈勃参数. 为了考察度规量子涨落的影响, 出于简单而不失一般性的考虑, 选择平坦的 FLRW 时空. 这样, 方程(20)和(19)可以重写为

$$\begin{aligned} H^2 &= \frac{k^2}{3} \left[\frac{2-3\alpha}{2-2\alpha} \rho + \frac{\alpha}{2-2\alpha} p \right] \\ &= \frac{k^2}{3} \frac{2-(3-w)\alpha}{2-2\alpha} \rho, \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \frac{\ddot{a}}{a} &= -\frac{k^2}{3} \frac{1}{2(1-\alpha)} [\rho + (3-4\alpha)p] \\ &= -\frac{k^2}{6} \left[\frac{1+(3-4\alpha)w}{1-\alpha} \right] \rho, \end{aligned} \quad (22)$$

在3种情形下: (1) $w=0$ 且 $\alpha > 1$, (2) $0 < w < 1$ 且 $1 < \alpha < \frac{3}{4} + \frac{1}{4w}$, (3) $w < 0$ 且 $\alpha > 1$ 或 $\alpha < \frac{3}{4} + \frac{1}{4w}$, 可以得到 $\ddot{a} > 0$, 也即可以实现宇宙加速膨胀. 如果

$\alpha = \frac{3}{4} + \frac{1}{4w}$, 可以得到匀速膨胀. 对于其他情形, 可以实现减速膨胀.

用 u^μ 与方程(15)缩并, 得到守恒方程

$$u^\mu \nabla_\mu T_{\mu\nu} = \dot{\rho} + 3H(\rho + p), \quad (23)$$

$$u^\mu \nabla_\mu T = \dot{\rho} - 3\dot{p}, \quad (24)$$

$$u^\mu \nabla_\mu \theta_{\mu\nu} = -2[\dot{\rho} + 3H(\rho + p)] - \dot{p}. \quad (25)$$

修改引力的守恒方程取如下形式

$$\left(1 - \frac{3}{2}\alpha + \frac{1}{2}w\alpha \right) \dot{\rho} + \frac{1}{2}\alpha\rho\dot{w} = 3(\alpha-1)H\rho(1+w). \quad (26)$$

如 $\alpha = 0$, 方程(21), (22)和(26)约化为标准情形时的方程.

有了这些基本方程, 现在可以来考察度规的量子涨落对早期宇宙、暴胀、辐射主导、尘埃主导和暗能量主导时期的影响. 首先考察量子涨落对很早期时期的宇宙的影响. 从方程(21)和(22)很容易看出, 如果取 $\alpha = 2/(3-w)$ 且 $-1 < w < 0$, 发现可以满足条件 $H = 0$ 和 $\dot{H} > 0$, 也就是说可以实现反弹宇宙, 从而避免大爆炸奇点. 如果只有正常物质, 如辐射, 这反弹宇宙不可能在广义相对论中实现.

其次, 讨论量子涨落对暴胀的影响. 考虑具有能量密度 $\rho = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi)$ 和压强 $p = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi)$ 的标量场. 慢滚条件为 $\dot{\phi}^2 \ll V(\phi)$ 和 $\ddot{\phi} \ll dV(\phi)/d\phi$. 因此, 方程(21)和(26)分别取如下形式

$$H^2 = \frac{k^2}{3} \frac{1-2\alpha}{1-\alpha} V(\phi), \quad (27)$$

$$3H\dot{\phi} = -\frac{1-2\alpha}{1-\alpha} \frac{dV(\phi)}{d\phi}. \quad (28)$$

与暴胀的标准方程比较, 由于度规的量子涨落, 每个方程都多了一个因子 $\frac{1-2\alpha}{1-\alpha}$, 可能对暴胀过程带来影响. 条件 $\frac{1-2\alpha}{1-\alpha} > 0$ 给出: $\alpha > 1$ 或 $\alpha < 1/2$. 2个慢滚参数分别修改为

$$\varepsilon_m = \frac{1-2\alpha}{1-\alpha} \varepsilon, \quad (29)$$

$$\eta_m = \frac{1-\alpha}{1-2\alpha} \eta, \quad (30)$$

这里 $\varepsilon = \frac{1}{24\pi G} \left(\frac{V'}{V} \right)^2$ 和 $\eta = \frac{1}{24\pi G} \frac{V''}{V}$ 是2个慢滚参数的标准定义形式. 光谱指数和原初曲率扰动谱分别修改为

$$n_{\text{sm}} = 1 - 6\varepsilon_m + 2\eta_m = 1 - 6\frac{1-2\alpha}{1-\alpha}\varepsilon + 2\frac{1-\alpha}{1-2\alpha}\eta, \quad (31)$$

$$P_m = \frac{1-\alpha}{1-2\alpha}P_R, \quad (32)$$

这里 P_R 是标准的原初曲率扰动谱. 由于度规的量子涨落, 如果 $0 < \alpha < 1/2$ 或者 $\alpha > 1$, 修改的 η_m 和 P_m 比标准的 η 和 P 要大; 如果 $\alpha < 1$, 修改的 η_m 和 P_m 则比标准的 η 和 P 要小. 而修改的 ε_m 变化则相反.

如果状态方程为常数, 方程(26)取如下形式

$$\left(1 - \frac{3}{2}\alpha + \frac{1}{2}w\alpha\right)\dot{\rho} = 3(\alpha-1)(1+w)H\rho, \quad (33)$$

积分得

$$\rho = \rho_0 a^{\frac{6(\alpha-1)(1+w)}{2-3\alpha+w\alpha}}. \quad (34)$$

辐射主导时期, $w = 1/3$, 方程(34)给出

$$\rho = \rho_0 a^{\frac{12(\alpha-1)}{3-4\alpha}}. \quad (35)$$

当 $\alpha = 0$, 方程约化为辐射的标准演化形式: $\rho = \rho_0 a^{-4}$. 如果 $1 < \alpha < 2/3$, 即使在辐射主导时期, 宇宙的膨胀也有可能被加速. 而事实上, α 应该很小, 也就是说度规的量子涨落对辐射主导时期的宇宙演化的影响比较微弱.

尘埃主导时期, $w = 0$, 方程(34)约化为

$$\rho = \rho_0 a^{\frac{6(\alpha-1)}{2-3\alpha}}. \quad (36)$$

当 $\alpha = 0$, 得到尘埃的标准演化形式: $\rho = \rho_0 a^{-3}$. 如果 $\alpha > 1$, 即使在尘埃主导时期, 宇宙的膨胀也同样可能被加速. 同样, 参数 α 应该很小, 度规的量子涨落对尘埃主导时期的宇宙演化的影响也比较微弱.

暗能量主导时期, 如果暗能量状态方程为常数

且 $\frac{3}{4} + \frac{1}{4w} < \alpha < 1$, 由于度规的量子涨落, 宇宙的膨胀可以减速. 例如, 如果取 $w = -9/10$ 和 $17/36 < \alpha < 1$, 可得到 $\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{k^2}{6c^2} \frac{17-36\alpha}{10(1-\alpha)} \rho < 0$ 和 $\rho = \rho_0 a^{\frac{6(\alpha-1)}{20-39\alpha}}$;

若取 $w = -11/10$ 和 $23/44 < \alpha < 1$, 可得到 $\frac{\ddot{a}}{a} =$

$-\frac{k^2}{6c^2} \frac{23-44\alpha}{10(1-\alpha)} \rho < 0$ 和 $\rho = \rho_0 a^{\frac{6(\alpha-1)}{-20+41\alpha}}$. 也就是说, 即

使在暗能量主导时期, 这2种情况都有可能导致宇宙减速膨胀. 参数 α 的具体数值, 可以根据天文观测, 如超新星和哈勃参数数据, 来进行拟合限制.

3 讨论和结论

本文考虑了一种基于海森伯度规非微扰量子化方法的修改引力. 得到了修改引力的场方程并应用到FLRW时空. 考察了度规的量子涨落对早期宇宙、暴胀、辐射主导、尘埃主导和暗能量主导时期宇宙演化的影响. 发现, 由于度规的量子涨落, 在一定条件下可以实现反弹宇宙. 讨论了量子涨落对暴胀参数(如慢滚参数、光谱指数和原初曲率扰动谱)的影响. 如果量子涨落比较大, 在辐射主导或尘埃主导的时期, 也可以实现宇宙加速膨胀. 但事实上, α 的值理论上应该比较小, 也就是说度规的量子涨落对辐射和物质主导时期的宇宙演化影响比较微弱. 在暗能量主导的时期, 比较小的度规的量子涨落也可能导致宇宙膨胀减速的情形. 度规量子涨落的其他可能情形, 比如 $\langle \delta \hat{g}_{\mu\nu} \rangle \propto R_{\mu\nu}$ 或 $\langle \delta \hat{g}_{\mu\nu} \rangle \propto G_{\mu\nu}$, 也值得在未来的研究中深入探讨.

致谢 感谢KITPC举办的学术活动“Holographic duality for condensed matter physics”, 在此期间, 本工作得以顺利完成.

参考文献

- 1 Carroll S M. The Cosmological constant. *Living Rev Rel*, 2001, 4: 1
- 2 Yang R J, Zhang S N. The age problem in Λ CDM model. *Mon Not Roy Astron Soc*, 2010, 407: 1835–1841
- 3 Capozziello S, Laurentis M De. Extended theories of gravity. *Phys Rept*, 2011, 509: 167–321
- 4 Sotiriou T P, Faraoni V. $f(R)$ theories of gravity. *Rev Mod Phys*, 2010, 82: 451–497
- 5 Silvestri A, Trodden M. Approaches to understanding cosmic acceleration. *Rept Prog Phys*, 2009, 72: 096901
- 6 Nojiri S, Odintsov S D. Unified cosmic history in modified gravity: From $f(R)$ theory to Lorentz non-invariant models. *Phys Rept*, 2011, 505: 59–144
- 7 Felice A De, Tsujikawa S. $f(R)$ theories. *Living Rev Rel*, 2010, 13: 3

- 8 Bengochea G R, Ferraro R. Dark torsion as the cosmic speed-up. *Phys Rev D*, 2009, 79: 124019
- 9 Yang R. New types of $f(T)$ gravity. *Eur Phys J C*, 2011, 71: 1797
- 10 Dzhunushaliev V, Folomeev V, Kleihaus B, et al. Modified gravity from the quantum part of the metric. *Eur Phys J C*, 2014, 74: 2743
- 11 Dzhunushaliev V, Folomeev V, Kleihaus B, et al. Modified gravity from the nonperturbative quantization of a metric. *Eur Phys J C*, 2015, 75: 157
- 12 Dzhunushaliev V. Nonperturbative quantization: Ideas, perspectives, and applications. 2015, arXiv: 1505.02747
- 13 Dzhunushaliev V, Folomeev V, Kleihaus B, et al. Quantum torsion with non-zero standard deviation: Non-perturbative approach for cosmology. *Phys Lett B*, 2013, 719: 5–8
- 14 Harko T, Lobo F S, Nojiri S, et al. $f(R, T)$ gravity. *Phys Rev D*, 2011, 84: 024020
- 15 Bertolami O, Lobo F S, Paramos J. Non-minimum coupling of perfect fluids to curvature. *Phys Rev D*, 2008, 78: 064036
- 16 Harko T. Modified gravity with arbitrary coupling between matter and geometry. *Phys Lett B*, 2008, 669: 376–379
- 17 Bisabr Y. Modified gravity with a non-minimal gravitational coupling to matter. *Phys Rev D*, 2012, 86: 044025
- 18 Minazzoli O. Conservation laws in theories with universal gravity/matter coupling. *Phys Rev D*, 2013, 88: 027506
- 19 Schutz B F. Perfect fluids in general relativity: Velocity potentials and a variational principle. *Phys Rev D*, 1970, 2: 2762
- 20 Brown J D. Action functionals for relativistic perfect fluids. *Classical Quantum Gravity*, 1993, 10: 1579–1606
- 21 Sotiriou T P, Faraoni V. Modified gravity with R-matter couplings and (non-)geodesic motion. *Classical Quantum Gravity*, 2008, 25: 205002
- 22 Faraoni V. The Lagrangian description of perfect fluids and modified gravity with an extra force. *Phys Rev D*, 2009, 80: 124040
- 23 Bertolami O, Bohmer C G, Harko T, et al. Extra force in $f(R)$ modified theories of gravity. *Phys Rev D*, 2007, 75: 104016
- 24 Bertolami O, Frazao P, Paramos J. Accelerated expansion from a non-minimal gravitational coupling to matter. *Phys Rev D*, 2010, 81: 104046
- 25 Bertolami O, Martins A. On the dynamics of perfect fluids in non-minimally coupled gravity. *Phys Rev D*, 2012, 85: 024012
- 26 Bertolami O, Frazao P, Paramos J. Reheating via a generalized non-minimal coupling of curvature to matter. *Phys Rev D*, 2011, 83: 044010

Effects of quantum fluctuations of metric on the universe

YANG RongJia^{1,2}

¹ College of Physical Science and Technology, Hebei University, Baoding 071002, China;

² State Key Laboratory of Theoretical Physics, Institute of Theoretical Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China

In general, one can propose a modified gravity by replacing the Einstein-Hilbert Lagrangian with different functions of the Ricci scalar, known as $f(R)$ theory. We consider a model of modified gravity from the nonperturbative quantization of a metric, namely decomposing the metric operator into a sum of a classical metric and a fluctuating part. We obtain the modified gravitational field equations and the modified conservational equations. We apply it to the Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker spacetime, obtain the modified Friedmann equations. We find that due to the quantum fluctuations a bounce universe can be obtained and a decelerated expansion can also possibly be obtained even in a dark energy dominated epoch, we also constrain the related parameters according to the physical conditions. We not only analyze the effects of quantum fluctuations on the evolutions of the radiation and dust, but also present the its modifications on inflation parameters, such as slow-roll parameters, spectral index, and the spectrum of the primordial curvature perturbation.

modified gravity, quantum fluctuations, Heisenberg's nonperturbative quantization, inflation, dark energy

doi: 10.1360/N972015-00877