



# 近场动力学与有限元方法耦合求解复合材料损伤问题

刘硕<sup>1</sup>, 方国东<sup>1\*</sup>, 付茂青<sup>1</sup>, 王兵<sup>1</sup>, 梁军<sup>2\*</sup>

1. 哈尔滨工业大学特种环境复合材料技术国防科技重点实验室, 哈尔滨 150001;

2. 北京理工大学先进结构技术研究院, 北京 100081

\* E-mail: fanggd@hit.edu.cn; liangjun@bit.edu.cn

收稿日期: 2019-02-22; 接受日期: 2019-04-10; 网络版发表日期: 2019-07-08

国家自然科学基金(批准号: 11732002, 11672089)资助项目

**摘要** 本文提出了一种求解纤维增强复合材料破坏问题的近场动力学方法(peridynamics, PD)/有限单元法(finite element method, FEM)耦合方法. 根据PD方法求解含裂纹等不连续问题以及FEM高效求解的优势, 将模型划分为PD区域、FEM区域和耦合区域. 其中包含裂纹的区域采用PD建模, 其他区域采用FEM建模, 两区域的结合部分为耦合区域. 该耦合方法操作简单, PD粒子与FEM节点之间没有重叠区域. PD粒子与其域内所有粒子(包括PD粒子和FEM节点)以非局部方式连接, FEM节点与其周围的所有粒子以有限元方式相互作用. 该耦合方案模拟的复合材料损伤状态与纯PD方法模拟结果相符, 但该耦合方案可有效地提高计算效率.

**关键词** 耦合, 有限元, 近场动力学, 复合材料, 损伤

## 1 引言

复合材料具有高强度、高模量、低密度等优点而广泛应用于航空航天、机械工程、土木工程等各种工程领域<sup>[1-3]</sup>. 由于复合材料的复杂性, 其失效预测是一个具有挑战性的工作<sup>[4-7]</sup>. 传统的连续介质理论假设构型中的任意一点附近存在连续可微的位移场. 然而, 在损伤和破坏分析中存在诸多不连续性, 在不连续区域内难以得到位移场的偏微分方程. 因此, 传统理论在面对裂纹、损伤、断裂等不连续问题时, 求解会遇到

困难<sup>[8]</sup>. 虽然内聚力模型(cohesive zone models, CZM)、扩展有限元法(eXtended finite element method, XFEM)等数值方法可以处理诸如此类不连续问题. 但它们的使用有很多局限性, 例如内聚力模型在处理裂纹扩展问题时, 裂纹只能在单元表面分布; 扩展有限元法处理裂纹分叉、多裂纹扩展以及三维裂纹扩展等问题存在困难<sup>[9]</sup>.

2000年, Silling<sup>[10]</sup>提出了近场动力学方法(peridynamics, PD), 与传统的连续介质理论不同, PD方法基于域内积分建立运动方程. 在PD方法中, 连续体的内

引用格式: 刘硕, 方国东, 付茂青, 等. 近场动力学与有限元方法耦合求解复合材料损伤问题. 中国科学: 技术科学, 2019, 49: 1215-1222  
Liu S, Fang G D, Fu M Q, et al. Study of composite material damage problem using coupled peridynamics and finite element method (in Chinese). Sci Sin Tech, 2019, 49: 1215-1222, doi: 10.1360/SST-2019-0068

力是通过域内任意两物质点间的非局部作用来表示, 损伤是本构模型的一部分. 材料域内任意位置损伤的萌发和扩展是自发产生的, 并且可沿任意路径进行, 而不需要引入新的裂纹扩展准则. 作为一种新兴理论, PD方法自问世起便受到了极大的关注, 近年来许多专家学者开始这方面的研究<sup>[11-17]</sup>, 并且取得了大量的研究成果. PD方法也被引入到复合材料的破坏研究中<sup>[18-23]</sup>. 均匀化假设只适合复合材料的应力、应变分析, 对于渐进损伤以及破坏分析, 均匀化假设不再成立, 对此, Kilic等人<sup>[18]</sup>将求解区域划分为纤维区域和基体区域. 分别将纤维和基体的材料属性赋予以上两个区域. Oterkus和Madenci<sup>[19]</sup>将PD方法中粒子间的作用键分为纤维键和基体键, 并通过在相同工况下PD方法的应变能与连续介质理论的应变能相等来确定纤维键和基体键的弹性参数, 通过形成单位面积的新裂纹的功与能量释放率相等推导出基体键的临界伸长率. 胡祎乐等人<sup>[23]</sup>将微模量看作与距离相关的量, 采用键型PD方法分析了3种纤维增强复合材料的破坏模式, 即纤维破坏、基体破坏和分层破坏.

PD方法处理非连续问题时具有天然的优势, 但由于其属于非局部理论, 每个PD粒子要与周围较多的粒子相互作用, 故其计算效率也会低于传统连续介质力学方法. 为了充分利用PD方法处理非连续问题以及连续介质力学方法计算效率高的优势, 可以将两种方法进行耦合<sup>[9,24-31]</sup>. Macek和Silling<sup>[25]</sup>把求解区域分成PD区域以及FEM区域, 其中危险区域为PD区域, 其他区域为FEM区域. 在两区域的重叠部分采用位移协调方法来实现耦合. 文献<sup>[26-28]</sup>在局部模型以及非局部区域的重叠部分取一个混合函数来实现两区域的平滑过渡. Shojaei等人<sup>[9]</sup>将PD方法和FEM耦合求解破坏问题. 其优势在于可以将PD方法写为有限元格式, 并与FEM单元一同装配. 不需要在两个区域之间设置重叠区域, 实施简单方便.

大多数文献的耦合方案的计算模型为均质材料, 很少有文献将耦合方案用于复合材料. 文献<sup>[31]</sup>虽然将耦合方案用于复合材料, 但其属于子模型方法. 本文提出一种耦合的PD/FEM求解纤维增强复合材料的破坏问题. 首先, 将求解区域划分为PD区域和FEM区域, 其中, 危险区域采用PD方法建模, 其他区域采用FEM建模. 本文的耦合方案具有计算速度快、计算精度高等优点.

## 2 耦合计算方案

FEM属于局部理论, 在求解速度方面要远远高于PD方法, 但是FEM是基于偏微分方程的数值方法, 在处理不连续问题时有很大的局限性. PD方法基于运动方程, 不需要对位置求偏导数, 故可以很方便地处理不连续问题, 但PD方法为非局部理论, 其计算效率远低于FEM. 为了利用两种方法的优势, 如图1所示, 将求解区域划分为3个区域, 裂纹附近为PD区域 $\Omega_1$ , 远离裂纹的区域为FEM区域 $\Omega_3$ , 两个区域的结合部位为耦合区域 $\Omega_2$ .

### 2.1 PD理论

基于键型PD理论, 在任意时刻 $t$ , 任意一点 $\mathbf{x}$ 的运动方程可写为<sup>[19]</sup>

$$\rho(\mathbf{x})\ddot{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, t) = \int_H (\mathbf{f}(\mathbf{u}' - \mathbf{u}, \mathbf{x}' - \mathbf{x}, t))dH + \mathbf{b}(\mathbf{x}, t), \quad (1)$$

式中,  $\rho$ 代表材料密度,  $H$ 表示以 $\delta$ 为半径的粒子 $\mathbf{x}$ 的邻域, 可以写为

$$H = H(\mathbf{x}, \delta) = \{\mathbf{x}' \in: |\mathbf{x}' - \mathbf{x}| \leq \delta\}. \quad (2)$$

将式(1)写为离散形式:

$$\rho_k \ddot{\mathbf{u}}_k = \sum_{j=1}^N (\mathbf{f}_{kj}(\mathbf{u}'_j - \mathbf{u}_k, \mathbf{x}'_j - \mathbf{x}_k, t))V_j + \mathbf{b}_k(\mathbf{x}, t), \quad (3)$$

式中,  $\mathbf{x}_k$ 和 $\mathbf{x}_j$ 分别代表粒子 $k, j$ 的初始坐标,  $\mathbf{u}_k$ 和 $\mathbf{u}_j$ 分别表示粒子 $k, j$ 的位移,  $\mathbf{b}_k$ 为作用在粒子 $k$ 上的体力密度.  $\mathbf{f}_{kj}$ 为粒子 $j$ 作用在粒子 $k$ 上的本构力函数.  $N$ 表示粒子 $k$ 域内的粒子数,  $V_j$ 为粒子 $j$ 所占的体积, 如图2所示.

本构力函数 $\mathbf{f}_{kj}$ 可以写为

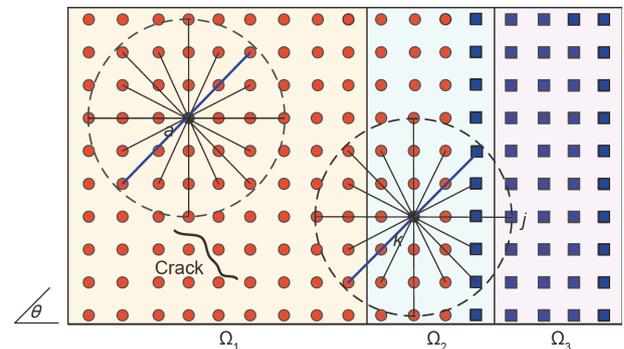


图1 (网络版彩图)模型区域划分

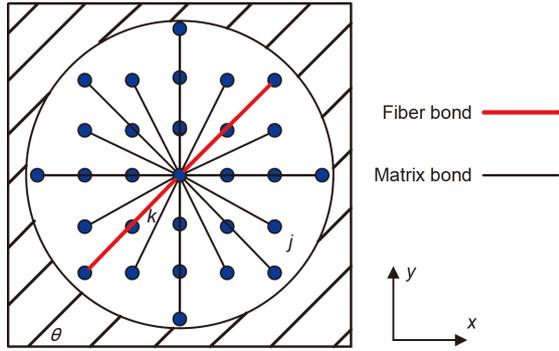


图2 (网络版彩图)纤维角为 $\theta$ 的纤维增强复合材料PD模型

$$\mathbf{f}_{kj} = cs_{kj}\mu_{kj} \frac{\mathbf{y}_j - \mathbf{y}_k}{|\mathbf{y}_j - \mathbf{y}_k|}, \quad (4)$$

式中,  $\mathbf{y}_j - \mathbf{y}_k = \mathbf{x}_j - \mathbf{x}_k + \mathbf{u}_j - \mathbf{u}_k$ ,  $\mu_{kj}$ 表示状态变量,  $\mu_{kj}=1$ 表示粒子 $k, j$ 之间的键未发生破坏,  $\mu_{kj}=0$ 表示粒子 $k, j$ 之间的键发生破坏.

$s_{kj}$ 代表粒子 $k$ 与粒子 $j$ 之间的键的伸长率:

$$s_{kj} = \frac{|\mathbf{y}_j - \mathbf{y}_k| - |\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_k|}{|\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_k|}. \quad (5)$$

对于纤维增强复合材料<sup>[19]</sup>:

$$c = \begin{cases} c_f, & \varphi = \theta, \\ c_m, & \varphi \neq \theta, \end{cases} \quad (6)$$

式中,  $\varphi$ 表示粒子 $k$ 与粒子 $j$ 之间的键与 $x$ 方向的夹角,  $\theta$ 为纤维方向与 $x$ 方向的夹角.  $c_f$ 和 $c_m$ 分别为纤维方向以及其他方向上键的刚度, 可写为

$$c_f = \frac{2E_1(E_1 - E_2)}{\left(E_1 - \frac{1}{9}E_2\right) \sum_{q=1}^Q |\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_k| V_q}, \quad (7)$$

$$c_m = \frac{8E_1E_2}{\left(E_1 - \frac{1}{9}E_2\right) \pi h \delta^3},$$

式中,  $Q$ 表示纤维方向与粒子 $k$ 作用的粒子总数,  $h$ 表示单层板厚度,  $E_1$ 和 $E_2$ 分别为纵向和横向的弹性模量.

如果达到临界状态:

$$s_{kj} \geq s_c, \quad (8)$$

键发生破坏(即 $\mu_{kj}=0$ ),  $s_c$ 为临界伸长率, 对于复合材料单层板,  $s_c$ 可定义为<sup>[23]</sup>

$$s_c = \begin{cases} \frac{X_T}{E_1}, & s \geq 0, \text{ fiberbond,} \\ \frac{X_C}{E_1}, & s < 0, \text{ fiberbond,} \\ \frac{Y_T}{E_2}, & s \geq 0, \text{ matrixbond,} \\ \frac{Y_C}{E_2}, & s < 0, \text{ matrixbond,} \end{cases} \quad (9)$$

式中,  $X_T, Y_T$ 分别为纵向和横向的拉伸强度,  $X_C, Y_C$ 分别为纵向和横向的压缩强度.

粒子 $k$ 的损伤定义为

$$\phi_k = 1 - \frac{\sum_{j=1}^{N_k} \mu_{kj}}{N_k}, \quad (10)$$

$\phi_k=1$ 表示与粒子 $k$ 连接的所有键均已破坏. PD区域的裂纹由PD粒子的损伤程度来表示.

对于小变形情况, 式(4)可以写为<sup>[9]</sup>

$$\mathbf{f}_{kj} = cs_{kj} \frac{\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_k}{|\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_k|}. \quad (11)$$

将式(11)代入式(3), 可以将PD方程写为矩阵形式:

$$\rho_k \ddot{\mathbf{u}}_k V_k + \sum_{j=1}^N \mu_{kj} (\mathbf{k}_{kj}^{11} \mathbf{u}_k + \mathbf{k}_{kj}^{12} \mathbf{u}_j) = \mathbf{b}_k V_k, \quad (12)$$

式中,  $\mathbf{k}_{kj}^{11}$ 和 $\mathbf{k}_{kj}^{12}$ 为连接粒子 $k$ 与 $j$ 之间的键的刚度矩阵.

$$\mathbf{k}_{kj}^{\text{PD}} = c \frac{V_k V_j}{|\xi|} \begin{bmatrix} \xi_1^2 & \xi_1 \xi_2 & -\xi_1^2 & -\xi_1 \xi_2 \\ \xi_1 \xi_2 & \xi_2^2 & -\xi_1 \xi_2 & -\xi_2^2 \\ -\xi_1^2 & -\xi_1 \xi_2 & \xi_1^2 & \xi_1 \xi_2 \\ -\xi_1 \xi_2 & -\xi_2^2 & \xi_1 \xi_2 & \xi_2^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{kj}^{11} & \mathbf{k}_{kj}^{12} \\ \mathbf{k}_{kj}^{21} & \mathbf{k}_{kj}^{22} \end{bmatrix}, \quad (13)$$

式中,  $|\xi| = |\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_k|$ ,  $\xi_1 = (\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_k) / |\xi|$ ,  $\xi_2 = (\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_k) / |\xi|$ , 上标1, 2分别为坐标在 $x, y$ 方向上的分量.

## 2.2 耦合方案

为了实现PD区域与FEM区域的耦合, 在两者之间设置一层耦合区域.  $\delta$ 的大小对PD模型的计算精度有很大的影响, 尤其是破坏分析<sup>[16,17]</sup>. 然而, 一系列研究表明,  $\delta \geq 3\Delta$  ( $\Delta$ 代表网格密度)可以满足PD模型的计算精度<sup>[9,22,24,30]</sup>. 在本文中,  $\delta=3\Delta$ . 如图1所示, FEM采用

四边形双线性单元. 将求解区域划分为3个区域, 裂纹附近为PD区域 $\Omega_1$ , 远离裂纹的区域为FEM区域 $\Omega_3$ , 两区域之间为耦合区域 $\Omega_2$ (耦合区域包括 $\delta/\Delta$ 层PD粒子和1层FEM节点). 图1中, 圆形代表PD粒子, 四边形代表FEM节点. PD粒子与其域内所有粒子(包括PD粒子和FEM节点)采用PD的方式相互作用(式(12)所示), 同理, FEM节点与其周围所有节点(包括PD粒子和FEM节点)采用FEM的方式相互作用.

在耦合区域, 总体刚度矩阵由FEM和PD共同构成. 如图1所示的PD粒子 $k$ 与FEM节点 $j$ 之间的相互作用对整体动力学方程的贡献可以写为

$$\begin{bmatrix} \vdots & \vdots \\ \dots & \rho_k V_k \dots \\ \vdots & \vdots \\ \dots & \dots \mathbf{m}_{jj} \dots \\ \vdots & \vdots \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_k \\ \vdots \\ \ddot{\mathbf{u}}_j \\ \vdots \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \vdots & \vdots \\ \dots & \mathbf{k}_{kj}^{11} \dots \mathbf{k}_{kj}^{12} \dots \\ \vdots & \vdots \\ \dots & \bar{\mathbf{k}}_{kj} \dots \bar{\mathbf{k}}_{jj} \dots \\ \vdots & \vdots \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \vdots \\ \mathbf{u}_k \\ \vdots \\ \mathbf{u}_j \\ \vdots \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \vdots \\ \mathbf{b}_k V_k \\ \vdots \\ \mathbf{P}_j \\ \vdots \end{Bmatrix}, \quad (14)$$

式中, 刚度矩阵 $\mathbf{k}_{kj}^{11}$ 和 $\mathbf{k}_{kj}^{12}$ 为连接粒子 $k$ 与 $j$ 之间的键的刚度矩阵,  $\mathbf{b}_k$ 为PD粒子 $k$ 所受到的体力 $\mathbf{K}_{kj}$ 和 $\bar{\mathbf{K}}_{jj}$ 为有限元刚度矩阵,  $\mathbf{P}_j$ 为FEM节点 $j$ 所受的外力.

对于静态问题, 式(14)修改为

$$\begin{bmatrix} \vdots & \vdots \\ \dots & \mathbf{k}_{kj}^{11} \dots \mathbf{k}_{kj}^{12} \dots \\ \vdots & \vdots \\ \dots & \bar{\mathbf{k}}_{kj} \dots \bar{\mathbf{k}}_{jj} \dots \\ \vdots & \vdots \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \vdots \\ \mathbf{u}_k \\ \vdots \\ \mathbf{u}_j \\ \vdots \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \vdots \\ \mathbf{b}_k V_k \\ \vdots \\ \mathbf{P}_j \\ \vdots \end{Bmatrix}. \quad (15)$$

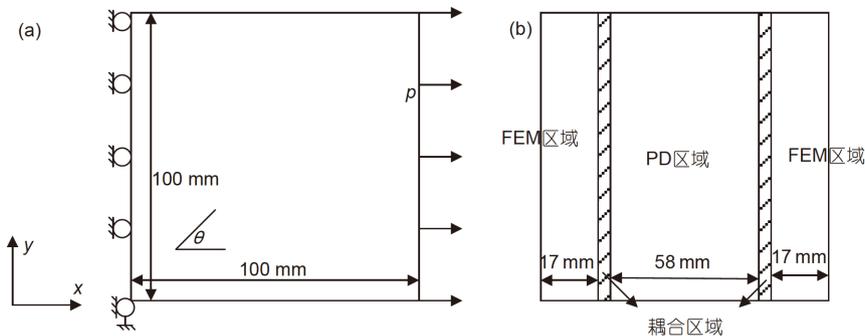


图3 复合材料单层板模型. (a) 模型尺寸以及边界条件; (b) 模型区域划分

### 3 数值算例

#### 3.1 纤维增强复合材料位移模拟

为了验证本文耦合方案的有效性, 分别采用本文耦合方案以及FEM求解复合材料单层板位移场. 单层板尺寸以及边界条件如图3(a)所示, 单层板右侧受均匀分布荷载 $p=1$  MPa, 单层板厚度 $t=1$  mm, 纤维角 $\theta$ 分别取 $0^\circ$ ,  $45^\circ$ 和 $90^\circ$ . 图3(b)为模型的区域划分, 其中两侧区域为FEM区域, 中间的区域为PD区域, PD区域与FEM的结合部分为耦合区域. 粒子密度 $\Delta=1$  mm, 耦合区域包含3层PD粒子和1层FEM节点. 模型共包含4000个PD粒子和6000个FEM节点, 5841个四边形等参单元. 材料参数 $E_1=159960$  MPa,  $E_2=8960$  MPa.

$0^\circ$ ,  $45^\circ$ 和 $90^\circ$ 单层板位移沿中线变化规律如图4所示, 其中, 图4(a)~(c)为 $x$ 方向位移, 图4(d)~(f)为 $y$ 方向位移. 从图4可以看出, 本文耦合方案结果与FEM结果吻合, 耦合方案可靠.

#### 3.2 纤维增强复合材料裂纹扩展分析

取与上节尺寸相同的单层板模型, 在模型中间开一长为45 mm的竖直裂纹, 如图5(a)所示. 模型区域划分如图5(b)所示, 由于裂纹会沿着初始裂纹向外扩展, 所以初始裂纹附近区域为危险区域. 在以往的近场动力学模拟动力学裂纹扩展时, 为了防止突然加载时加载区域发生破坏, 会把加载区域附近作为无损区. 本文基于这一思想, 将裂纹附近区域作为危险区域, 靠近施加边界条件的区域为其他区域, 在减小计算量的同时可以保证加载区域不会发生破坏. 模型共包含4000个PD粒子和6000个FEM节点, 5841个四边形等参单元.

采用Newmark方法<sup>[32]</sup>计算单层板动态破坏过程.

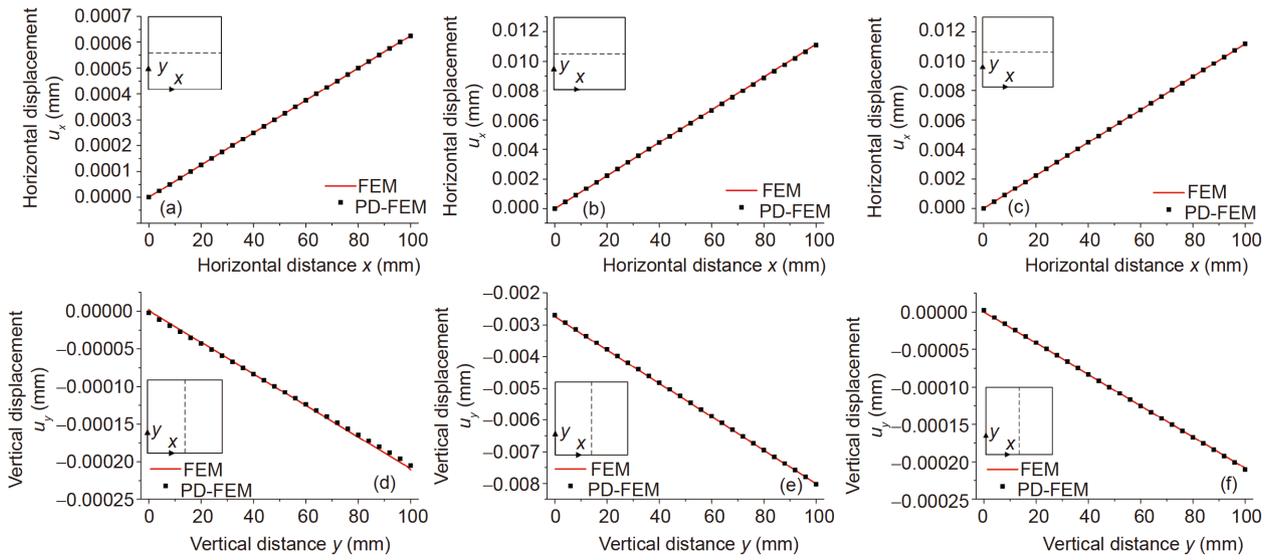


图4 (网络版彩图)各角度单层板位移对比。(a) 0°单层板x方向位移; (b) 45°单层板x方向位移; (c) 90°单层板x方向位移; (d) 0°单层板y方向位移; (e) 45°单层板y方向位移; (f) 90°单层板y方向位移

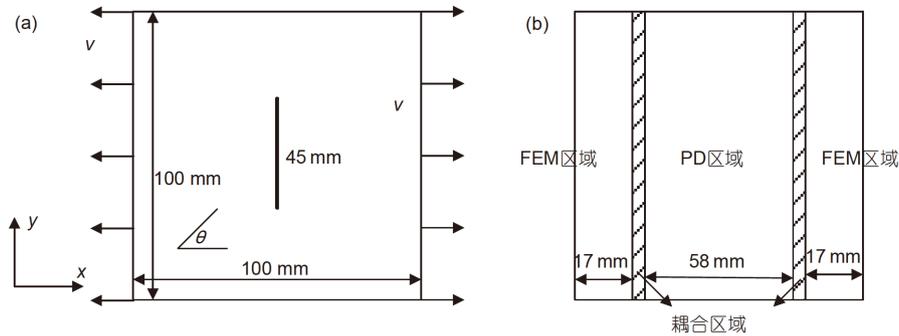


图5 复合材料单层板模型。(a) 模型尺寸以及边界条件; (b) 模型区域划分

为了保证算法无条件稳定, 取动力学参数 $\alpha=0.25$ ,  $\beta=0.5$ . 时间步长取 $dt=1.0 \times 10^{-7}$  s. 左右边界条件分别如式(16)和(17)所示:

$$u_{\text{left}} = -1000t \text{ mm}, v_{\text{left}} = -1000 \text{ mm/s}, \quad (16)$$

$$u_{\text{right}} = 1000t \text{ mm}, v_{\text{right}} = 1000 \text{ mm/s}. \quad (17)$$

分别采用本文耦合模型和PD模型模拟0°, 45°和90°单层板的破坏过程, PD模型与耦合模型采用相同的网格密度, PD模型共含有10400个PD粒子. 材料参数以及强度信息分别如表1和2所示.

0°单层板裂纹扩展规律如图6所示. 其中, 图6(a)为本文耦合模型的结果, 图6(b)为采用PD模型得到的结果. 从图6可以看出, 裂纹在初始裂纹尖端沿纤维方向水平向左右两侧扩展. 耦合模型结果与PD模型结果吻

表1 模型材料参数<sup>[33,34]</sup>

参数	数值
$E_1$ (MPa)	159960
$E_2$ (MPa)	8960
$\rho$ (t/mm <sup>3</sup> )	$1.645 \times 10^{-9}$

表2 模型强度信息<sup>[33,34]</sup>

强度	数值
$X_T$ (MPa)	2840
$X_C$ (MPa)	1551
$Y_T$ (MPa)	60
$Y_C$ (MPa)	168

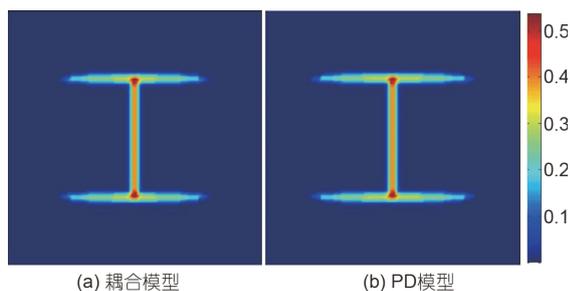


图 6 (网络版彩图)0°单层板裂纹扩展路径. (a) 耦合模型; (b) PD模型

合很好. 由于PD为非局部理论, PD中的裂纹由PD粒子的损伤程度来表达, 而没有明确的裂纹位置. 在模拟过程中, 粒子的损伤是自然发生的(临近伸长率为其判断破坏的准则), 只要两个粒子间的伸长率达到临界伸长率就会发生破坏, 所以粒子的损伤程度未达到1但损伤区域可以继续扩展.

45°单层板以及90°单层板裂纹扩展规律分别如图7和8所示. 从图7和8可以看出, 45°单层板裂纹在初始裂纹尖端向左下方和右上方45°沿纤维方向扩展; 90°单层板裂纹沿初始裂纹方向向上下两侧竖直扩展. 此外, 耦合模型结果与PD模型结果吻合很好.

耦合模型以及PD模型的计算时间对比如表3所示. 从表3可以看出, 对于两种模型, 45°单层板的计算时间最短, 0°单层板的计算时间最长. 耦合模型的计算时间均为PD模型的60%左右, 说明本文耦合方案在保证计算精度的前提下可以有效地提高计算效率.

本文计算采用计算机的硬件条件如下: 处理器为i7-7700K CPU@4.20 GHz; 内存为16.00 GB; 操作系统为Windows 10 Enterprise 64 bit.

#### 4 结论

本文利用PD方法处理非连续问题以及FEM计算

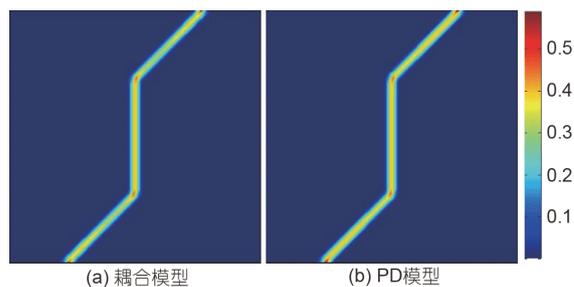


图 7 (网络版彩图)45°单层板裂纹扩展路径. (a) 耦合模型; (b) PD模型

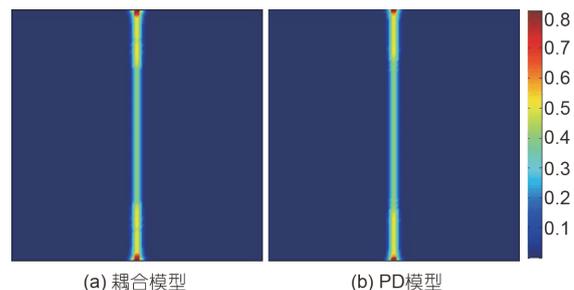


图 8 (网络版彩图)90°单层板裂纹扩展路径. (a) 耦合模型; (b) PD模型

表 3 计算时间对比

单层板	耦合模型	PD模型
0°单层板	1265s	2025s
45°单层板	991s	1487s
90°单层板	1124s	1773s

效率高的优势, 将PD/FEM耦合求解纤维增强复合材料破坏问题. 耦合方案实施简单方便. 数值算例表明, 本文耦合方法得到的纤维增强复合材料位移场结果准确, 求解裂纹扩展问题高效准确. 该耦合方案可以进一步拓展到热力耦合条件下含裂纹材料和结构的裂纹扩展问题.

#### 参考文献

- 1 沈观林, 胡更开. 复合材料力学. 北京: 清华大学出版社, 2006
- 2 焦妍琼, 李贺军, 李克智. TCVI工艺制备C/C复合材料的多物理场耦合模拟. 中国科学E辑: 技术科学, 2009, 39: 1804-1809
- 3 Li K, Jiao T, Xing R, et al. Fabrication of tunable hierarchical MXene@AuNPs nanocomposites constructed by self-reduction reactions with enhanced catalytic performances. *Sci China Mater*, 2018, 61: 728-736
- 4 廖晓玲, 李贺军, 李克智. 应力水平对3D C/C复合材料的弯弯疲劳损伤模式的影响. 中国科学E辑: 技术科学, 2007, 37: 53-59
- 5 谢军波, 方国东, 陈振, 等. 针刺C/C-SiC复合材料剪切非线性本构关系. 复合材料学报, 2016, 33: 1507-1514

- 6 Ge J, He C, Liang J, et al. A coupled elastic-plastic damage model for the mechanical behavior of three-dimensional (3D) braided composites. *Compos Sci Tech*, 2018, 157: 86–98
- 7 Wang B, Fang G, Liu S, et al. Progressive damage analysis of 3D braided composites using FFT-based method. *Compos Struct*, 2018, 192: 255–263
- 8 余天堂. 扩展有限单元法: 理论、应用及程序. 北京: 科学出版社, 2014
- 9 Shojaei A, Mudric T, Zaccariotto M, et al. A coupled meshless finite point/Peridynamic method for 2D dynamic fracture analysis. *Int J Mech Sci*, 2016, 119: 419–431
- 10 Silling S A. Reformulation of elasticity theory for discontinuities and long-range forces. *J Mech Phys Solids*, 2000, 48: 175–209
- 11 Wang Y, Zhou X, Xu X. Numerical simulation of propagation and coalescence of flaws in rock materials under compressive loads using the extended non-ordinary state-based peridynamics. *Eng Fract Mech*, 2016, 163: 248–273
- 12 Chen Z, Bakenhus D, Bobaru F. A constructive peridynamic kernel for elasticity. *Comput Methods Appl Mech Eng*, 2016, 311: 356–373
- 13 Wang Y T, Zhou X P, Wang Y, et al. A 3-D conjugated bond-pair-based peridynamic formulation for initiation and propagation of cracks in brittle solids. *Int J Solids Struct*, 2018, 134: 89–115
- 14 Wang Y T, Zhou X P, Kou M M. Three-dimensional numerical study on the failure characteristics of intermittent fissures under compressive-shear loads. *Acta Geotech*, 2018, 53: 1
- 15 黄丹, 章青, 乔丕忠, 等. 近场动力学方法及其应用. *力学进展*, 2010, 40: 448–459
- 16 Ha Y D, Bobaru F. Studies of dynamic crack propagation and crack branching with peridynamics. *Int J Fract*, 2010, 162: 229–244
- 17 Ferhat Y, Ozkol I. The effects of dimension ratio and horizon length in the micropolar peridynamic model. *Engineering*, 2011, 03: 594–601
- 18 Kilic B, Agwai A, Madenci E. Peridynamic theory for progressive damage prediction in center-cracked composite laminates. *Compos Struct*, 2009, 90: 141–151
- 19 Oterkus E, Madenci E. Peridynamic analysis of fiber-reinforced composite materials. *J Mech Mater Struct*, 2012, 7: 45–84
- 20 Cheng Z, Zhang G, Wang Y, et al. A peridynamic model for dynamic fracture in functionally graded materials. *Compos Struct*, 2015, 133: 529–546
- 21 Hu Y L, Madenci E. Bond-based peridynamic modeling of composite laminates with arbitrary fiber orientation and stacking sequence. *Compos Struct*, 2016, 153: 139–175
- 22 Diyaroglu C, Oterkus E, Madenci E, et al. Peridynamic modeling of composite laminates under explosive loading. *Compos Struct*, 2016, 144: 14–23
- 23 胡祎乐, 余音, 汪海. 基于近场动力学理论的层压板损伤分析方法. *力学学报*, 2013, 45: 624–628
- 24 刘硕, 方国东, 王兵, 等. 近场动力学与有限元方法耦合求解热传导问题. *力学学报*, 2018, 50: 339–348
- 25 Macek R W, Silling S A. Peridynamics via finite element analysis. *Finite Elem Anal Des*, 2007, 43: 1169–1178
- 26 Lubineau G, Azdoud Y, Han F, et al. A morphing strategy to couple non-local to local continuum mechanics. *J Mech Phys Solids*, 2012, 60: 1088–1102
- 27 Azdoud Y, Han F, Lubineau G. A morphing framework to couple non-local and local anisotropic continua. *Int J Solids Struct*, 2013, 50: 1332–1341
- 28 Han F, Lubineau G, Azdoud Y, et al. A morphing approach to couple state-based peridynamics with classical continuum mechanics. *Comput Methods Appl Mech Eng*, 2016, 301: 336–358
- 29 Bie Y H, Cui X Y, Li Z C. A coupling approach of state-based peridynamics with node-based smoothed finite element method. *Comput Methods Appl Mech Eng*, 2018, 331: 675–700
- 30 Zaccariotto M, Mudric T, Tomasi D, et al. Coupling of FEM meshes with Peridynamic grids. *Comput Methods Appl Mech Eng*, 2018, 330: 471–497
- 31 Oterkus E, Madenci E, Weckner O, et al. Combined finite element and peridynamic analyses for predicting failure in a stiffened composite curved panel with a central slot. *Compos Struct*, 2012, 94: 839–850
- 32 徐斌, 高跃飞, 余龙. MATLAB 有限元结构动力学分析与工程应用. 北京: 清华大学出版社, 2009
- 33 Knight Jr. N, Rankin C, Brogan F. Controlling progressive failure analyses using artificial viscous damping. In: 19th AIAA Applied Aerodynamics Conference. Anaheim, 2001. 1181
- 34 Bogert P, Satyanarayana A, Chunchu P. Comparison of damage path predictions for composite laminates by explicit and standard finite element analysis tools. In: 47th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference. Newport, 2006. 1750

## Study of composite material damage problem using coupled peridynamics and finite element method

LIU Shuo<sup>1</sup>, FANG GuoDong<sup>1</sup>, FU MaoQing<sup>1</sup>, WANG Bing<sup>1</sup> & LIANG Jun<sup>2</sup>

<sup>1</sup> *Science and Technology on Advanced Composites in Special Environments Key Laboratory, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China;*

<sup>2</sup> *Institute of Advanced Structure Technology, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China*

A new method is proposed to study damage problems of fiber reinforced composite material by using coupled peridynamics (PD) and finite element method (FEM). This method has both the advantage of the computational efficiency of FEM and the advantage of PD solving discontinuous problems. The computational domain can be partitioned into PD region and FEM region and coupling region. The region containing crack is modeled by PD, the other region is modeled by FEM, and the coupling region is between the above two regions. Application of the coupling scheme proposed in this paper is simple and convenient, and there is no need to introduce an overlapping region between PD particles and FE nodes. The PD particle is connected non-locally to all particles (PD particles and FE nodes) within its horizon, whereas the FE node interacts with other nodes in the finite element manner. The damage states obtained by the coupling method are good in agreement with that obtained pure PD method, while this coupling method has the high computation efficiency.

**coupling, finite element method, peridynamics, composite material, damage**

doi: [10.1360/SST-2019-0068](https://doi.org/10.1360/SST-2019-0068)