两能级系统中高保真度布居数反转

豆福全^{①*}, 郑伟强^②

① 西北师范大学物理与电子工程学院, 兰州 730070;

② 兰州文理学院, 兰州 730000

* 联系人, E-mail: doufq@nwnu.edu.cn

2015-10-30 收稿, 2015-12-14 修回, 2015-12-15 接受, 2016-04-22 网络版发表

国家自然科学基金(11547046)和中国博士后科学基金(2015M580068)资助

摘要 两能级量子系统中布居数反转的研究是量子调控中的前沿课题之一, 在原子、分子物理以及量子信息等领域有着至关重要的意义. 本文运用复合绝热通道技术, 研究了正余弦函数形式外场驱动的两能级量子系统在有限时间内的跃迁问题, 实现了有限时间内该系统的高保真度布居数反转. 讨论了外场耦合强度、失谐强度等参数对跃迁概率的影响, 发现只要选择合适的控制相位, 在很大的参数范围内能够抑制跃迁概率的振荡, 保真度能达到1, 系统误差小于 10^{-4} , 从而实现高效、快速、稳定, 具有很好的参数鲁棒性的布居数完全反转. 接着运用经典哈密顿量分析和验证了该方法的有效性和可行性. 该技术适用于任何两能级系统, 也能推广到多能级系统中, 在量子信息、量子光学以及冷原子系统等领域有着广泛的应用.

关键词 有限时间的两能级系统, 复合绝热通道技术, 布居数反转, 高保真度

量子系统的布居数反转是原子、分子、光物理以及化学等领域的一个重要研究领域, 在高精密光谱^[1,2]、分子动力学相干控制^[3]、量子态制备、化学反应^[4]、原子钟的设计^[5], 特别在量子信息^[6]等领域有着极为广泛的应用前景. 长期以来, 在两能级系统中人们主要利用共振脉冲技术和各种绝热通道技术来实现两种态的布居数反转^[7]. 共振脉冲技术保真度较高, 即反转效率高, 但是对实验及其环境参数敏感, 绝热通道技术尽管有很好的参数鲁棒性, 但往往保真度不高, 而且耗时长. 然而在量子计算中, 保真度的要求非常苛刻, 其容许误差应该控制在 10^{-4} 以内^[6]. 因此, 探索既具有参数鲁棒性又具有高保真度的快速布居数反转技术成为多年来量子操控领域的一个热门研究课题. 近年来, 也涌现了一系列这方面的工作, 比如Daems等人^[8]提出的单束整形脉冲(Single-Shot Shaped Pulse)技术^[8], Berry, Demirplak, Rice等

人^[9,10]提出的超绝热技术以及Chen等人^[11,12]提出的绝热捷径技术等. 除此之外, Vitanov研究组提出了一种复合绝热通道技术^[13], 该技术拥有共振脉冲和绝热通道技术各自的优点, 既具有高保真度, 同时对实验参数有很好的鲁棒性, 成为量子操控中的一个重要手段. 该方法用一系列具有特定相位的复合脉冲去代替单个脉冲, 通过控制这些脉冲的相位, 从而实现高保真度量子操控, 最近已经在实验上验证了这一方法的有效性^[14].

两能级系统是研究量子现象的基本模型, 可用于研究一系列典型的量子问题^[15-20]. 对两能级系统的布居数反转问题, 大部分工作主要集中在研究无限长时间(infinite-time)过程, 比如Landau-Zener模型、Demkov-Kunike模型、Nikiton模型等^[21], 对于有限时间的隧穿以及布居数反转问题研究相对较少^[22,23]. 最近, Miao等人^[24]在氦原子的激光实验中,

引用格式: 豆福全, 郑伟强. 两能级系统中高保真度布居数反转. 科学通报, 2016, 61: 2309-2315

Dou F Q, Zheng W Q. High-fidelity population inversion of two-level system (in Chinese). Chin Sci Bull, 2016, 61: 2309-2315, doi: 10.1360/N972015-01021

应用了一种正、余弦函数形式的驱动外场,研究了有限时间的两能级布居数反转问题,引起了许多研究者的兴趣.利用这种实验上易于实现的周期外场, Lu等人^[25,26]研究了一系列两能级系统布居数反转问题,获得了一些解析结果.然而,其保真度不是很高,且反转效率敏感地依赖于外场参数的变化.本文以三角正、余弦函数形式的外场驱动两能级系统为例,探讨了复合绝热通道技术在有限时间中的布居数反转问题,发现在有限的时间内,即使使用较少的脉冲个数,也能实现高保真度布居数反转,同时也研究了该方法在系统中的参数鲁棒性.

1 模型与复合绝热通道技术

我们考虑的两能级系统其哈密顿量为

$$\mathbf{H}(t) = \frac{v(t)}{2} \hat{\sigma}_x + \frac{\gamma(t)}{2} \hat{\sigma}_z, \quad (1)$$

其中 $\hat{\sigma}_x, \hat{\sigma}_z$ 为泡利矩阵, $v(t), \gamma(t)$ 分别表示施加外场的拉比频率(耦合)和失谐(能级差)(在不同的物理系统中所代表物理意义不同).该系统满足下述 Schrödinger 方程:

$$i \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{a}(t) = \mathbf{H}(t) \mathbf{a}(t), \quad (2)$$

其中 $\mathbf{a}(t) = [a_1(t), a_2(t)]^T$ 为两态 $|1\rangle, |2\rangle$ 的概率幅.该模型尽管形式简单,但是它能描述许多物理现象. $\gamma(t), v(t)$ 选取不同的时间变化函数,会对应一系列经典模型.该系统的演化可用如下时间演化算符 $\mathbf{U}$ 来描述^[13],

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} a & b \\ -b^* & a^* \end{pmatrix}, \quad (3)$$

其中 a, b 是 Cayley-Klein 参数,系统由初始时刻 t_i 的概率幅可以导出系统在任意时刻 t_f 的概率幅,即 $\mathbf{a}(t_f) = \mathbf{U}(t_f, t_i) \mathbf{a}(t_i)$.复合绝热通道技术要求对驱动场施加一个控制相位 φ , 演化算符 $\mathbf{U}$ 变为

$$\mathbf{U}_\varphi = \begin{pmatrix} a & be^{-i\varphi} \\ -b^* e^{i\varphi} & a^* \end{pmatrix}. \quad (4)$$

如果控制外场由 N 个完全一样的脉冲链组成,每个脉冲具有一个控制相位 $\varphi_k (k=1, 2, \dots, N)$, 则演化算符就变为

$$\mathbf{U}_N = \mathbf{U}_{\varphi_N} \mathbf{U}_{\varphi_{N-1}} \cdots \mathbf{U}_{\varphi_2} \mathbf{U}_{\varphi_1}. \quad (5)$$

如果 $v(t)$ 是关于时间的偶函数, $\gamma(t)$ 是时间的奇函数,通过适当选择控制相位 $\varphi_k (k=1, 2, \dots, N)$, 就能实现

高保真度量子操控,如布居数反转.一般脉冲数为奇数,取 $N = 2n + 1 (n=0, 1, 2, \dots \text{整数})$.为简单起见,文献[13]选取了一种具有对称性的控制相位,并得到了其解析表达式

$$\varphi_k = \left(N + 1 - 2 \left\lfloor \frac{k+1}{2} \right\rfloor \right) \left\lfloor \frac{k}{2} \right\rfloor \frac{\pi}{N}, \quad (6)$$

符号 $\lfloor x \rfloor$ 表示 floor 函数.这里定义的跃迁概率为 $P = 1 - |a_1(t=t_f)|^2$, 即在初始时刻,当初态在 $|1\rangle$ 态上时,在 $t=t_f$ 时刻,粒子最终能够跃迁到初始时处于空置状态 $|2\rangle$ 上的概率,即为系统的保真度, $1-P$ 就是系统的误差.

文献[13,27]等已经研究了在无限长时间外场中该方法的有效性.然而,在量子操控中人们总是希望控制时间是有限的,这种有限的时间内完成的高保真度量子操控在量子计算中具有重要的意义.在本文中我们选择文献[24~26,28]所采用三角函数形式驱动场,

$$v(t) = v_0 \cos(\omega t), \gamma(t) = \gamma_0 \sin(\omega t), \quad (7)$$

即耦合是余弦函数形式的脉冲(初始时刻和结束时刻强度均为零),失谐是时间的正弦函数,其中 $\omega = \pi/T$, T 是外场周期, v_0, γ_0 分别是耦合强度和失谐强度,系统演化要求在有限时间 $[-T/2, T/2]$ 进行.该外场是一种典型的有限时间模型,易于实验操控,当外场周期 T 很大时,退化为经典的 Landau-Zener 模型.它对应的量子系统的本征能级为 $E_{\pm} = \pm \frac{1}{2} \sqrt{v_0^2 \cos^2(\omega t) + \gamma_0^2 \sin^2(\omega t)}$, 不同参数下的外场和对应的能级如图1所示.

2 高保真度布居数反转

本部分我们分别计算了不同情况下系统的跃迁概率 P 随参数的变化情况.计算中外场参数 v_0 和 γ_0 均用 ω 去无量纲化,每个脉冲的持续时间为 $[-T/2, T/2]$, 所有的计算中取 $T = \pi$.

图2显示了在不同脉冲个数情况下跃迁概率随参数 v_0 和 γ_0 的变化情况.当脉冲个数 $N=1$ 时,就是文献[24~26]研究过的情况,即没有控制相位的正、余弦函数外场的两能级隧穿问题,跃迁概率对应的区域分为两部分:一部分为振荡区域,另一为非振荡区域.我们看到,在大部分区域跃迁概率 P 是振荡的, $P > 0.9999$ 的区域只是其中非常小的一小部分,如图2(a)所示.这种情况下要实现布居数绝热反转,首先

图1 (网络版彩色)三角正弦函数形式的外场和对应的能级结构. (a), (d) $\gamma_0 > v_0$; (b), (e) $\gamma_0 = v_0$; (c), (f) $\gamma_0 < v_0$

Figure 1 (Color online) Sinusoidally varying pulse and the corresponding level for (a), (d) $\gamma_0 > v_0$, (b), (e) $\gamma_0 = v_0$ and (c), (f) $\gamma_0 < v_0$

图2 (网络版彩色)不同驱动脉冲个数下 P 随参数 v_0, γ_0 的等高图. (a) $N=1$; (b) $N=3$; (c) $N=5$

Figure 2 (Color online) Contour plots of transition probability as the function of v_0 and γ_0 with different composite sequence pulses N . (a) $N=1$, (b) $N=3$ and (c) $N=5$

演化时间会非常长, 其次还要满足绝热条件. 增加脉冲个数, 当 $N=3$, 对应的控制相位分别为 $\varphi_1 = \varphi_3 = 0$,

$\varphi_2 = 2\pi/3$, 振荡区域依然仅存在于 γ_0 和 v_0 取值比较小的区域, $P>0.9999$ 的区域已经扩大. 继续增加脉冲个

数, 当 $N=5$, 对应的控制相位分别为 $\varphi_1 = \varphi_5 = 0$, $\varphi_2 = \varphi_4 = 4\pi/5$, $\varphi_3 = 2\pi/5$, 振荡区域继续减小, $P > 0.9999$ 的区域进一步增大, 几乎布满了大部分 γ_0 和 v_0 的参数区域. 这种通过调节相位的多脉冲操控方式, 不仅抑制了跃迁概率的振荡, 而且也提高了跃迁概率. 说明利用这种方法确实能实现高保真度跃迁, 完成布居数完全反转, 且随着脉冲数量的增加, 高跃迁概率的参数范围会进一步扩大.

为了进一步讨论这种操控方式对外场参数的鲁棒性, 分别计算了 P , $1-P$ 随参数 v_0 和 γ_0 的变化情况, 如图3所示, (a), (b)中 $\gamma_0/\omega = 8$, (c), (d)中取 $v_0/\omega = 8$. 我们发现, 在脉冲个数为1时, 保真度随 v_0 和 γ_0 均是振荡的, 随着脉冲数增加, 通过相位的调节, 这些振荡逐渐减弱, 甚至完全消失, 即使使用比较少的脉冲个数, 如3个或者5个的情况下, 复合绝热通道技术也能实现高保真度布居数反转, 其系统误差在很大的参数区域都在 10^{-4} 以下, 特别是 $N=5$ 时, 在我们

计算的参数区域内, 系统误差全部在 10^{-4} 以下. 这就充分说明复合绝热通道技术具有很好的参数鲁棒性, 也进一步验证了以上的结论.

为了更加清晰地认识这种操控技术的优越性, 探索操控过程中的物理机制, 引入系统的经典哈密顿量^[17]. 首先定义一对正则变量: 跃迁概率 P 和相对相位 θ , 其中 $P = |a_2|^2$, $a_1 = \sqrt{1-P} \exp(i\theta_1)$, $a_2 = \sqrt{P} \exp(i\theta_2)$, $\theta = \theta_2 - \theta_1$, 则系统(2)对应的经典哈密顿量如下:

$$H(t) = \frac{\gamma(t)}{2}(1-2P) + v(t)\sqrt{P(1-P)}\cos(\theta + \varphi_k), \quad (8)$$

$\dot{\theta} = \partial H / \partial P$, $\dot{P} = -\partial H / \partial \theta$, 可以得到一对正则方程:

$$\dot{P} = v(t)\sqrt{P(1-P)}\sin(\theta + \varphi_k), \quad (9)$$

$$\dot{\theta} = -\gamma(t) + \frac{v(t)(1-2P)}{2\sqrt{P(1-P)}}\cos(\theta + \varphi_k). \quad (10)$$

借助上述正则方程, 计算了取5个脉冲时跃迁概率 P ,

图3 (网络版彩色)不同脉冲个数下 P , $1-P$ 分别随参数 v_0 和 γ_0 的变化情况. (a) $P-v_0$; (b) $(1-P)-v_0$; (c) $P-\gamma_0$; (d) $(1-P)-\gamma_0$

Figure 3 (Color online) P , $1-P$ as the function of v_0 and γ_0 with different composite sequence pulses. (a) $P-v_0$, (b) $(1-P)-v_0$, (c) $P-\gamma_0$ and (d) $(1-P)-\gamma_0$

图4 (网络版彩色) $N=5$ 时跃迁概率、相对相位、系统能量和对应的控制相位随时间的演化. (a) $P-t$; (b) $\theta-t$; (c) $H-t$; (d) ϕ_k-t
Figure 4 (Color online) Transition probability, relative phase, system energy and control phase as the function of time with $N=5$. (a) $P-t$, (b) $\theta-t$, (c) $H-t$ and (d) ϕ_k-t

相对相位 θ , 能量 H 以及控制相位 ϕ_k 随时间的演化情况, 如图 4(a)~(d) 所示. 计算中取 $\gamma_0/\omega=10$, $v_0/\omega=3$, $t_i (i=1,2,\dots,5)$ 为每个脉冲的中心位置对应的时间. 只有一个脉冲时, 跃迁概率还比较低, 3 个脉冲结束时, 跃迁概率已经有了大幅度提高, 随着脉冲数量的增多, 最后的跃迁概率会变大, 达到要求的精度, 操控过程中每个脉冲的控制相位发挥了重要作用. 为了比较, 我们也计算了没有控制相位时, P, θ, H 随时间的演化情况. 同时也通过直接解 Schrödinger 方程(2)计算了 P 随时间的演化情况(如图 4(a) 中圆圈线), 二者符合得很好. 值得注意的是, 控制相位的出现, 会调控系统演化过程中的经典能量, 使得控制开始时刻和结束时刻对应的能量相同, 这也满足绝热演化的基本要求^[29]. 操控结束的时刻, 系统能量为 $H=-\gamma/2$, 使得 $P \approx 1$, 又由于此时 $|a_1|^2$ 已经很小, 演化算符矩阵元 $U_{11}^{(N)} = U_{11}^{(5)} = a^5$, 这样 $P = 1 - |a_1|^{2N} = 1 - |a_1|^{10}$, 其值几乎为 1^[13], 从而实现高保真度布居数反转. 我们也看到, 随着时间的变化, 跃迁概率也会出现振荡, 发生干涉现象, 这和外场驱动形式有关^[21], 但是在脉冲结束的最后时刻, 跃迁概率都很

高, 有极高的保真度.

3 结论

将复合绝热通道技术应用于三角函数形式外场驱动的两能级系统中, 发现在有限的时间内能实现该系统的布居数完全反转, 而且保真度高, 系统误差小于 10^{-4} . 通过讨论各个外场参数对跃迁概率的影响, 我们发现只要控制相位合理, 就能在大部分参数范围内实现这种反转, 该技术具有很好的参数鲁棒性. 最后利用经典哈密顿量, 分析了跃迁概率、相对相位、系统能量以及控制相位随时间的演化, 进一步分析了这种技术的优越性及其物理机制. 这种方法和目前其他的优化控制方法既有相似之处, 即都能实现高保真度、具有很好的参数鲁棒性和快速性的量子操控, 然而又完全不同. 比如单束整形脉冲技术, 也需要通过控制相位来进行量子操控, 其相位可根据不同鲁棒性展开成傅里叶级数的形式, 通过确定展开系数来实现操控, 该方法只需要一束脉冲即可, 只是不同鲁棒性要求其脉冲形式略有不同. 而复合绝热通道技术所采用的是形状完全相同具有不同相位的多个脉

冲. 超绝热技术是通过附加哈密顿量以抵消非绝热振荡, 绝热捷径技术则是基于不变量的反控制方法等来实现高保真度绝热量子操控. 这种在有限的时间内实

现高保真度的布居数反转技术, 适用于任何两能级系统, 也能推广到多能级系统中, 相信在量子计算、量子光学、冷原子系统等领域有着广泛的应用.

参考文献

- 1 Dhar L, Rogers J A, Nelson K A. Time-resolved vibrational spectroscopy in the impulsive limit. *Chem Rev*, 1994, 94: 157–193
- 2 Stolow A. Applications of wavepacket methodology. *Philos Trans R Soc London A*, 1998, 356: 345–362
- 3 Shapiro M, Brumer P. *Principles of the Quantum Control of Molecular Processes*. New York: Wiley, 2003
- 4 Bergmann K, Theuer H, Shore B W. Coherent population transfer among quantum states of atoms and molecules. *Rev Mod Phys*, 1998, 70: 1003
- 5 Diddams S A, Bergquist J C, Jefferts S R, et al. Standards of time and frequency at the outset of the 21st century. *Science*, 2004, 306: 1318–1324
- 6 Nielsen M A, Chuang I L. *Quantum Computation and Quantum Information*. New York: Cambridge University Press, 2000
- 7 Guérin S, Hakobyan V, Jauslin H R. Optimal adiabatic passage by shaped pulses: Efficiency and robustness. *Phys Rev A*, 2011, 84: 013423
- 8 Daems D, Ruschhaupt A, Sugny D, et al. Robust quantum control by a single-shot shaped pulse. *Phys Rev Lett*, 2013, 111: 050404
- 9 Berry M V. Transitionless quantum driving. *J Phys A*, 2009, 42: 365303
- 10 Demirplak M, Rice S A. Adiabatic population transfer with control fields. *J Phys Chem A*, 2003, 107: 9937–9945
- 11 Ruschhaupt A, Chen X, Alonso D, et al. Optimally robust shortcuts to population inversion in two-level quantum systems. *New J Phys*, 2012, 14: 093040
- 12 Lu X J, Chen X, Ruschhaupt A, et al. Fast and robust population transfer in two-level quantum systems with dephasing noise and/or systematic frequency errors. *Phys Rev A*, 2013, 88: 033406
- 13 Torosov B T, Guérin S, Vitanov N V. High-fidelity adiabatic passage by composite sequences of chirped pulses. *Phys Rev Lett*, 2011, 106: 233001
- 14 Schraft D, Halfmann T, Genov G T, et al. Experimental demonstration of composite adiabatic passage. *Phys Rev A*, 2013, 88: 063406
- 15 Berry M V. Two-state quantum asymptotics. *Ann NY Acad Sci*, 1995, 755: 303–317
- 16 Dou F Q, Fu L B, Liu J. High-fidelity fast quantum driving in nonlinear systems. *Phys Rev A*, 2014, 89: 012123
- 17 Liu J, Wu B, Niu Q. Nonlinear evolution of quantum states in the adiabatic regime. *Phys Rev Lett*, 2003, 90: 170404
- 18 Dou F Q, Li S C. Achieving high molecular conversion efficiency via a magnetic field pulse train. *Eur Phys J B*, 2012, 85: 188
- 19 Fu L B, Liu J. Adiabatic Berry phase in an atom-molecule conversion system. *Ann Phys*, 2010, 325: 2425–2434
- 20 Zhang D J, Yu X D, Tong D M. Theorem on the existence of a nonzero energy gap in adiabatic quantum computation. *Phys Rev A*, 2014, 90: 042321
- 21 Dou F Q, Li S C, Cao H. Combined effects of particle interaction and nonlinear sweep on Landau-Zener transition. *Phys Lett A*, 2011, 376: 51–55
- 22 Vitanov N V, Garraway B M. Landau-Zener model: Effects of finite coupling duration. *Phys Rev A*, 1996, 53: 4288
- 23 Bateman J, Freearge T. Fractional adiabatic passage in two-level systems: Mirrors and beam splitters for atomic interferometry. *Phys Rev A*, 2007, 76: 013416
- 24 Miao X, Wertz E, Cohen M G, et al. Strong optical forces from adiabatic rapid passage. *Phys Rev A*, 2007, 75: 011402
- 25 Lu T S, Miao X, Metcalf H. Nonadiabatic transitions in finite-time adiabatic rapid passage. *Phys Rev A*, 2007, 75: 063422
- 26 Lu T S. Population inversion by chirped pulses. *Phys Rev A*, 2011, 84: 033411
- 27 Hu J Y, Mao T F, Dou F Q, et al. Application of the composite adiabatic passage technique in the Landau-Zener model with harmonic interaction modulation (in Chinese). *Acta Phys Sin*, 2013, 62: 170303 [胡靖宇, 毛腾飞, 豆福全, 等. 复合绝热通道技术在谐相互作用调制的 Landau-Zener 模型中的应用. *物理学报*, 2013, 62: 170303]
- 28 Tong D M, Singh K, Kwek L C, et al. Sufficiency criterion for the validity of the adiabatic approximation. *Phys Rev Lett*, 2007, 98: 150402
- 29 Li S C, Fu L B, Duan W S, et al. Nonlinear Ramsey interferometry with Rosen-Zener pulses on a two-component Bose-Einstein condensate. *Phys Rev A*, 2008, 78: 063621

High-fidelity population inversion of two-level system

DOU FuQuan¹ & ZHENG WeiQiang²

¹ College of Physics and Electronic Engineering, Northwest Normal University, Lanzhou 730070, China;

² Lanzhou University of Arts and Science, Lanzhou 730000, China

Population inversion from an initial quantum state to a desired quantum state represents an exciting new frontier for quantum manipulation; that frontier is endowed with a strong interdisciplinary character and connections to other scientific fields, including atomic, molecular, and optical physics, as well as in solid-state devices, for fundamental studies, nuclear magnetic resonance and other spectroscopic techniques, metrology, interferometry, optical control of chemical reactions or quantum-information applications. Two-level systems are ubiquitous in these areas, and the driving of a population inversion is an important operation. So far various schemes for population transfer to a target state from an initial state have been proposed in theory and implemented in experiment. To be useful, such methods must, of course, be reliable, fast, and robust. Most literatures on two-level models investigated population inversion, which could be modelled by infinite-time processes. In this paper, by using a composite adiabatic passage (CAP) technique—in which the single pulse driving the quantum transition is replaced by a sequence of pulses with well-defined control phases, we investigate the population inversion problem of two-level quantum system with a finite duration. We take a sinusoidally varying pulse model that continuously vanishes at the beginning and the end of the finite duration as an example. The high-fidelity population inversion of the two-level system with finite duration is achieved. We discuss the effects of both coupling strength and detuning strength on the transition probability. It is found that this protocol could suppress the oscillations in the transition probability and reduce the admissible error below the 10^{-4} quantum computation benchmark. The fidelity can arrive at 1, even with simple three- and five-composite pulse sequences. The protocol combines the advantages of adiabatic passage and composite pulses techniques. By choosing the composite phases appropriately, a high-fidelity, fast, stable and extremely robust complete population inversion is achieved for the finite-time two-level model. The values of the composite phases are universal for they do not depend on the pulse shapes and the chirp as long as the latter satisfy the symmetry property. Furthermore, the classical Hamiltonian is applied to describe the dynamic properties of the quantum system and further verify the effectiveness and feasibility of the proposed CAP technique. The results we present here are general and in principle apply to any two- and multi-level quantum systems. The accuracy of the CAP technique and its robustness against parameter variations make the protocol suitable for ultrahigh-fidelity quantum manipulation. We believe that the protocol can be widely used in many different areas of science, ranging from the quantum information, the quantum chemical, and the quantum optics to the ultracold atomic and molecular physics.

two-level system of finite duration, composite adiabatic passage, population inversion, high-fidelity

doi: 10.1360/N972015-01021