论文

基于高分辨率卫星重力和地形数据的月球 Apollo 撞击坑物理参数反演

钟振^{①②*}, 鄢建国^③, 庞礼军^①

① 贵州师范大学物理与电子科学学院, 贵阳 550001;

② 中科院国家天文台-贵州师范大学天文研究与教育中心, 贵阳 550001;

③ 武汉大学测绘遥感信息工程国家重点实验室, 武汉 430079

*联系人, E-mail: zhenzhongmail@163.com

收稿日期: 2014-08-11; 接受日期: 2014-11-12

国家自然科学基金(批准号: 41404021, 41374024)、贵州省科学技术基金(编号: 黔科合 J 字[2014]2128)和贵州师范大学博士科研项目资助

摘要 针对表面载荷模型较难反演撞击坑物理参数, 以往重力地形数据因分辨率低不适合大多数小尺度撞击坑物理特征分析, 提出构建新的撞击坑载荷模型. 结合内部载荷和最新高分辨率卫星重力地形数据, 对 Apollo 撞击坑平均月壳厚度、平均月壳密度、载荷比、填充物比率和岩石圈弹性厚度等物理参数进行反演. 结果表明模型导纳谱很好地拟合了观测导纳谱. 本文求解的平均月壳厚度比较支持最新研究结果 34 km, 平均月壳密度 2480 kg/m³ 与最新给出的平均月壳密度 2550 kg/m³ 相接近. 研究区域的弹性厚度偏小, 约为 7 km. 较小的弹性厚度可能与撞击坑地理位置及早期撞击事件有关, 也可能与月球岩石圈的力学性质有关.

关键词 重力场模型, 重力/地形导纳, 岩石圈挠曲模型, 月球物理参数

PACS: 02.30.Zz, 91.10.Qm, 91.50.Kx, 96.20.Jz, 96.20.Ka

doi: 10.1360/SSPMA2014-00302

1 引言

在地球物理研究中, 应用地震数据研究地球岩石圈结构特征比较常见, 而应用重力/地形导纳反演岩石圈三维结构和力学特征也比较普遍^[1-3]. 受空间科学技术的限制, 除地球和月球外, 其他类地行星和天然卫星均无星震观测数据, 不少学者运用卫星重力和地形数据对类地行星岩石圈结构特征进行了研究^[4-6]. 尽管月球存在月震观测数据, 但月震数据仅

来自月球正面四个观测台站, 这些数据反演的岩石圈物理参数如月壳厚度、月壳密度和弹性厚度等并不能代表月球的全球物理特征. 随着各国探月活动的开展, 月球卫星重力和地形数据的分辨率越来越高, 这使得运用重力/地形导纳方法研究月球岩石圈的物理特征成为可能^[7-12].

受地球潮汐效应的影响, 月球自转周期与公转一致, 正面始终正对地球, 背面始终远离地球. 受此影响, 早期重力场模型的有效阶次较低, 不适合作小

引用格式: 钟振, 鄢建国, 庞礼军. 基于高分辨率卫星重力和地形数据的月球 Apollo 撞击坑物理参数反演. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2015, 45: 029601
Zhong Z, Yan J G, Pang L J. Geophysical parameters inversion for Apollo crater based on recent high-resolution lunar gravity field and topography data (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2015, 45: 029601, doi: 10.1360/SSPMA2014-00302

尺度撞击坑的导纳分析. 尽管 2007 年日本 SELENE 任务使用四程多普勒跟踪模式一度提升月球重力场模型的有效阶次, 但任务期间所求重力场模型的全球有效阶次低于 70 阶次, 仍然不利于众多小尺度撞击坑的导纳分析^[13]. 美国于 2011 年 9 月发射的 GRAIL (Gravity Recovery and Interior Laboratory) 卫星, 采用类似 GRACE (Gravity Recovery and Climate Experiment) 卫星卫星跟踪模式, 任务期间产生了大量均匀分布的星间 Ka 波段测速量, 并由此解算了超高阶月球重力场模型 GL0420A^[14], GRGM660-PRIM^[15], GL0660B^[16], GL0990C 和 GL0990D^[17]. 与早期重力场模型相比, GRAIL 系列模型的分辨率得到了极大地提高, 模型改正精度在 2–10 阶次达 2 个量级, 高阶次达 4 个量级以上^[16], 因此, 较适合于作小尺度撞击坑物理特征分析.

本文利用岩石圈薄弹性球层模型, 构建适宜的撞击坑载荷模型. 结合文献[10,18,19]的内部载荷模型, 利用 GRAIL 重力场模型 GL0660B 和来自 LOLA 的激光测高数据^[20], 使用非线性粒子群算法首次对月球表面 Apollo 撞击坑的月亮厚度、月亮密度和弹性厚度等参数进行定量研究.

2 模型与方法

2.1 局部导纳和局部相关函数

若 g 和 h 分别表示月球表面的重力和地形, 空间角为 Ω 区域的重力和地形可按球谐函数展开求得^[21]

$$g(\Omega) = \sum_{lm} g_{lm} Y_{lm}(\Omega), \quad (1)$$

$$h(\Omega) = \sum_{lm} h_{lm} Y_{lm}(\Omega), \quad (2)$$

其中 g_{lm} 和 h_{lm} 分别表示重力和地形的 l 阶 m 次球谐展开系数. 为了求得 Apollo 撞击坑局部区域的导纳和相关函数, 需要对全球重力和地形进行局部化处理, 可通过重力或地形乘以某窗口函数得到. 本文利用文献[21,22]轴对称加窗方法, 分别提取研究区域的局部重力和局部地形. 若研究区域的空间角径为 θ ^[21,22], 轴对称窗口为 $\psi(\theta)$, 由于该窗口函数具有轴对称特征, 可以展开成最大阶数 l_{win} 的带谐函数的形式:

$$\psi(\theta) = \sum_{j=0}^{l_{\text{win}}} \psi_j Y_{j0}(\Omega) = \sum_{j=0}^{l_{\text{win}}} \psi_j \bar{P}_j(\cos \theta). \quad (3)$$

进一步可得局部重力 $\psi(\theta)g(\theta)$ 与局部地形 $\psi(\theta)h(\theta)$ 的交叉功率谱^[21,22]:

$$\begin{aligned} \sum_{l=0}^{\infty} S_{\Phi\Gamma}(l) &= \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l \Phi_{lm} \Gamma_{lm} \\ &= \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} [\psi(\theta)g(\Omega)][\psi(\theta)h(\Omega)] d\Omega. \end{aligned} \quad (4)$$

同理, 可分别求得局部重力和局部地形的自交叉谱 $S_{\Phi\Phi}(l)$ 和 $S_{\Gamma\Gamma}(l)$. 根据文献[21,22]可得局部导纳函数 $z(l)$ 和局部相关函数 $\gamma(l)$ 分别为

$$z(l) = \frac{S_{\Phi\Gamma}(l)}{S_{\Gamma\Gamma}(l)}, \quad (5)$$

$$\gamma(l) = \frac{S_{\Phi\Gamma}(l)}{\sqrt{S_{\Phi\Phi}(l)S_{\Gamma\Gamma}(l)}}. \quad (6)$$

局部重力与局部地形相关性的强弱会传递到局部导纳函数中, 有必要计算局部导纳函数的方差值. 根据文献[21,22], 局部导纳函数的方差估计为

$$\sigma_z^2(l) = \frac{S_{\Gamma\Gamma}(l)}{S_{\Phi\Phi}(l)} \frac{1 - \gamma^2(l)}{2l}. \quad (7)$$

2.2 岩石圈挠曲模型与撞击坑载荷模型

月球岩石圈在整个地质时间尺度内, 由于受重力作用而朝着内部应力减小的方向演化, 并逐渐趋于均衡稳定状态^[23]. 由于岩石圈具有一定的弹性强度, 岩石圈对表面地形和内部异常密度的响应并不完全是艾利模型的局部补偿, 岩石圈对表面地形和内部异常密度表现出一定的区域补偿特性. 岩石圈厚度相对月球半径较小, 可视为薄弹性球层^[4,24]. 作用于岩石圈的表面地形和内部异常密度可看成相应的表面载荷和内部载荷. 载荷作用于岩石圈的净压力 q 与岩石圈挠曲大小 w 间的关系为^[4,24,25]

$$\begin{aligned} &[D(\nabla^2 + 2)^3 - 2D(\nabla^2 + 2)^2 - 4D\nabla^2 + ET_e R(\nabla^2 + 2)]w \\ &= R^4 [(\nabla^2 + 2) - (1 + \nu)]q, \end{aligned} \quad (8)$$

$$D = \frac{ET_e^3}{12(1 - \nu^2)}, \quad (9)$$

其中, D 表示弹性刚度, T_e 表示岩石圈的弹性厚度, ν 表示泊松比率, E 为杨氏模量, R 表示月球参考表面的平均半径, 即岩石圈的外半径, 相关模型参数的取值如表 1 所示.

文献[10,18,19,26,27]构建了表面载荷模型和内部载荷模型, 可用于类地行星或月球表面高山区域

物理参数的反演, 但无法反演撞击坑区域的物理参数. 文献[28,29]认为, 当陨石撞击月表后, 强大的冲击力转变成热能加热了撞击坑及其周围的物质. 随着时间的推移, 受月表物质挖掘后均衡响应的作用, 岩石圈向上挠曲. 根据文献[28,29], 可以构建如图 1 所示的月表撞击坑载荷模型. 其中黑色阴影表示密度为 ρ_s 填充物, h 表示撞击坑实际观测地形高, h_2 表示撞击坑填充前的地形高. 由图 1 可知, 作用于整个岩石圈的净压力为

$$q = \rho_m g h_g + (\rho_m - \rho_c) g w - \rho_c \left[\frac{1}{k} - \left(\frac{1}{k} - 1 \right) \frac{\rho_s}{\rho_c} \right] g h. \quad (10)$$

其中, g 表示月球表面重力加速度, w 表示整个岩石圈的挠曲大小, ρ_c 表示月亮平均密度, ρ_m 表示月幔平均密度. 若假设 h_2 和 h 之间的关系为 $h = k h_2$, 这里 ($0 < k \leq 1$), 将 $h_2 = h/k$, 代入(10)式, 可得作用于整个岩石圈的净压力为

$$q = \rho_m g h_g + (\rho_m - \rho_c) g w - \rho_c \left[\frac{1}{k} - \left(\frac{1}{k} - 1 \right) \frac{\rho_s}{\rho_c} \right] g h. \quad (11)$$

上式中 h_g 表示岩石圈挠曲导致的水准面变化, 经球谐展开可得如下形式:

$$h_g = \sum_{l=0}^{L_{\max}} \sum_{m=0}^l h_{g,lm} Y_l^m. \quad (12)$$

由于水准面的变化与大尺度异常质量有关, 填充物等小尺度异常质量对水准面的影响可以忽略不计, 根据图 1 及文献[4,25]有关重力异常位的计算方法和水准面变化与重力异常位之间的关系, 可得

$$h_{g,lm} = \frac{3}{(2l+1)\bar{\rho}} \times \left[\rho_c h_{2,lm} - (\rho_m - \rho_c) \left(1 - \frac{b_c}{R} \right)^{l+2} w_{lm} \right], \quad (13)$$

其中 $h_{2,lm}$ 为 h_2 的球谐展开系数. 由 $h = k h_2$, 可得 $h_{2,lm} = h_{lm}/k$, 将此式代入(13)式, 可得

$$h_{g,lm} = \frac{3}{(2l+1)\bar{\rho}} \times \left[\frac{1}{k} \rho_c h_{lm} - (\rho_m - \rho_c) \left(1 - \frac{b_c}{R} \right)^{l+2} w_{lm} \right], \quad (14)$$

其中 $\bar{\rho}$ 表示月球平均密度, b_c 表示平均月亮厚度, w_{lm} 和 h_{lm} 分别表示岩石圈挠曲量 w 和表面地形高 h 的球谐展开系数, 计算参数取值如表 1 所示.

图 1 撞击坑载荷模型

其中黑色阴影表示密度为 ρ_s 的填充物

Figure 1 Crater load model, where mare filling is figured as black area with density ρ_s .

表 1 模型计算参数

Table 1 Nominal parameter values

参数	取值
泊松比 ν	0.25
表面重力加速度 g (m/s^2)	1.721
平均参考半径 R (km)	1737
杨氏模量 E (Pa)	1.0×10^{11}
月幔密度 ρ_m (kg/m^3)	3360(参考文献[30])
撞击坑填充物密度 ρ_s (kg/m^3)	3200(参考文献[31])
月亮密度 ρ_c (kg/m^3)	2000–3300
弹性厚度 T_e (km)	0.0–150
月亮厚度 b_c (km)	0.0–150
填充物比率 k	0.0–1.0
载荷比 f	–0.5–0.5

2.3 载荷组合

利用本文表面载荷模型, 即撞击坑载荷模型, 将(10)式代入(8)式, 可得岩石圈挠曲大小 w 与观测地形高 h 之间的关系. 经一系列球谐变换, 可得球谐展开系数之间的关系为

$$w_{lm} = C_{s,l} \frac{\Gamma_{1,s}}{\Gamma_{2,s}} h_{lm}, \quad (15)$$

其中

$$\Gamma_{1,s} = \frac{\rho_c}{\rho_m - \rho_c} \left(\frac{3}{2l+1} \frac{\rho_m}{\bar{\rho}} \frac{1}{k} + \frac{\rho_s}{\rho_c} \frac{1}{k} - \frac{1}{k} - \frac{\rho_s}{\rho_c} \right), \quad (16)$$

$$\Gamma_{2,s} = \frac{3}{2l+1} \frac{\rho_m}{\bar{\rho}} \left(1 - \frac{b_c}{R} \right)^{l+2} - 1, \quad (17)$$

$$C_{s,l} = \frac{1}{1 + \frac{\Sigma_l + H_l + T_l}{\Gamma_{2,s} \Theta_l}}. \quad (18)$$

这里 $C_{s,l}$ 为表面载荷模型的岩石圈补偿系数, Σ_l , H_l , T_l 和 Θ_l 如文献[10]所示. 文献[25,32]的研究表明, 当岩

石圈内部存在异常密度时, 岩石圈也会对其弹性响应而发生挠曲 w_b . 利用文献[10,18,19,26,27]的内部载荷模型, 可得挠曲大小 w_b 与内部异常密度界面起伏 h_b 之间的关系. 根据文献[10], 经球谐变换可得

$$h_{b,lm} = \frac{1}{C_{b,l}} \frac{\Gamma_{b,2}}{\Gamma_{b,1}} w_{b,lm}, \quad (19)$$

其中 $C_{b,l}$, $\Gamma_{b,1}$ 和 $\Gamma_{b,2}$ 如文献[10]所示.

实际观测地形高程可能受表面载荷和内部载荷的共同作用, 为了探究两种载荷的联合效应, 文献[32]引入了载荷比率 f . 经一系列球谐变换, 可得^[10]

$$f = -k \frac{w_{b,lm}}{h_{lm}}, \quad (20)$$

其中

$$\begin{aligned} k &= \frac{\rho_m - \rho_c}{\rho_c} \frac{\alpha_b}{\alpha_t}, \\ \alpha_t &= 1 + C_{t,s} \cdot \frac{\Gamma_{1,s}}{\Gamma_{2,s}}, \\ \alpha_b &= 1 + \frac{1}{C_{b,l}} \frac{\Gamma_{b,2}}{\Gamma_{b,1}}. \end{aligned} \quad (21)$$

2.4 界面起伏及重力异常

文献[33,34]将表面地形载荷与内部异常密度载荷看成具有一定密度大小的起伏界面, 并假设内部载荷参考面位于壳幔界面, 本文采取类似方法, 可得界面起伏产生的重力异常 Δg 为^[35]

$$\Delta g = \frac{GM}{R^2} \sum_{ilm} (l+1) \left(\frac{R}{r} \right)^{l+2} C_{ilm} Y_{ilm}(\theta, \varphi), \quad (22)$$

其中重力异常的球谐展开系数 C_{ilm} 为^[35]

$$C_{ilm} = \frac{4\pi\Delta\rho R^3}{M(2l+1)} \sum_{n=1}^{l+3} \frac{n h_{ilm}}{R^n n!} \frac{\Pi_{j=1}^n (l+4-j)}{l+3}. \quad (23)$$

文献[8,36]认为内部载荷主要由壳幔界面起伏所致. 如图 1 所示, 本文也采用类似方法, 可得表 2 所示的各界面层起伏、密度差及相应的参考半径. 表面总重力异常的球谐展开系数为

$$C_{ilm} = C_{ilm}^1 + \left(1 - \frac{b_c}{R} \right)^l C_{ilm}^2. \quad (24)$$

2.5 反演目标函数

对于给定的模型参数如载荷比 f 、填充物密度 ρ_s 、平均月亮密度 ρ_c 、平均月亮厚度 b_c 和弹性厚度 T_e , 由式(15), (19)和(20), 可以求得相应的模型重力异常,

表 2 重力异常位计算的参考界面

Table 2 Interface for gravity anomaly calculation

界面层	地形起伏	密度差	参考半径
月球表面 (1)	h	ρ_c	R
壳幔界面 (2)	$h_b + w$	$\rho_m - \rho_c$	$R - b_c$

再由(5)式即可求出模型导纳谱 $z^{\text{mod}}(l)$. 利用(5)式对观测重力异常和地形进行局部导纳处理, 可求得观测导纳谱 $z^{\text{obs}}(l)$. 利用文献[9,10]的非线性粒子群算法可以对不同物理参数的模型导纳谱和观测导纳谱进行最优拟合, 进而求得物理参数的最优解. 文献[10,18,19,26,27]对模型参数反演时, 目标函数选择卡方估计函数(Chi-Squared Function)的简化形式, 其形式为

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{l=l_{\min}}^{l_{\max}} \left[\frac{z^{\text{obs}}(l) - z^{\text{mod}}(l)}{\sigma_z(l)} \right]^2, \quad (25)$$

其中 $N = l_{\max} - l_{\min} + 1 - p$, 即参与卡方估计的球谐阶数, p 为待求参数个数, 在本文中 $p=5$, $l_{\max}$ 为重力场模型的最大有效展开阶次, $\sigma_z(l)$ 为(7)式观测导纳的方差估计. (25)式卡方估计函数的期望值为 1, 即 $E(\sigma^2)=1$.

3 Apollo 撞击坑物理参数反演

3.1 Apollo 撞击坑及其周围区域的地形和自由空气重力异常

如图 2 所示, 投影中心坐标为(50°S, 152°W), 投影方式为球心投影(Gnomonic Projection), 其中图 2(a)表示 Apollo 撞击坑(图中白色圆圈区域)及其周围区域的地形特征, 图 2(b)表示相应区域的自由空气重力异常. Apollo 撞击坑位于月球南半球南极艾肯盆地(SPA)边缘, 是典型的双环结构撞击坑, 撞击坑中心坐标为(36°S, 152°W), 外环半径约为 480 km. 内环直径大约是外环的一半, 受后期撞击事件的影响, 内环和外环区域遭到一定程度的破坏, 内环与外环区域存在多个小型撞击坑. Apollo 撞击坑内环区域存在 20 mGal 左右的正重力异常, 外环区域存在 -150 mGal 左右的负重力异常, 呈现正负重力异常交替出现的现象, 这是月球表面众多撞击盆地和撞击坑的典型特征^[13], 因此, 对 Apollo 撞击坑的物理特征进行研究具有重要意义.

3.2 结果与分析

如果重力和地形在频率域内线性相关, 那么相

图 2 (网络版彩图)Apollo 撞击坑(a)地形及(b)重力异常特征, 白色圆圈所示

Figure 2 (Color online) (a) Topography and (b) free air gravity anomaly over Apollo crater area figured with white circles.

关系数应接近于 1 或 -1, 大多数学者选择相关系数大于 0.95 的区域进行研究^[36], 在众多大型撞击坑中, Apollo 撞击坑的观测相关系数在整个频段内能很好地满足该条件. 弹性球层模型弹性响应仅在中低阶范围有效^[4], 文献[31]认为壳幔界面对表面载荷的响应在 150 阶后可忽略不计, 即岩石圈可对超过 150 阶次的地形载荷完全刚性支撑, 因此, 使用重力场模型和地形模型前 150 阶次进行评估已经足够. 对相关月球物理参数反演时, 为保守估计, 将重力场模型和地形模型截止至 200 阶次. 另外, 进行导纳分析, 传统线性方法较难对全局优化的多个物理参数同时进行反演, 非线性粒子群算法可对全局优化的多个参数同时进行反演, 而且计算时间短, 效率高^[9,10].

本文采用粒子群算法对多个模型参数同时进行反演, 模型参数包括载荷比 f 、平均月亮厚度 b_c 、填充物比率因子 $1-k$ 、平均月亮密度 ρ_c 和弹性厚度 T_c . 如图 3 所示, 虚线表示计算区域的观测相关谱, 误差棒表示观测导纳谱, 实线表示模型计算导纳谱. 如图 2 所示, 研究区域的空间立体角约为 16° , 根据文献[21,22]的局部化分析方法, 计算区域的空间角径为 8° , 对应的窗口带宽为 32 阶, 在公式(5)中, 参与导纳分析的球谐阶次为 32 阶至 168 阶次. 观测相关谱在 60 阶前明显小于 1, 60 阶后接近甚至等于 1. 这也可以由观测导纳谱看出, 观测导纳谱在 40 阶左右的误

差较大, 对应的相关性明显小于高阶次. 计算结果表明本文的表面撞击坑模型与文献[9,10,18,19,26,27]内部载荷组合计算得到的模型导纳谱, 不仅对观测导纳谱的拟合残差最小, 而且模型导纳谱的变化趋势与观测导纳谱的一致, 这说明模型导纳谱很好地拟合了观测导纳谱, 因此, 本文构建的撞击坑载荷模型具有一定合理性.

图 4 表示关于不同物理参数的最小拟合残差函

图 3 (网络版彩图)观测相关谱(虚线)、观测导纳谱(误差棒)和模型导纳谱(实线)

Figure 3 (Color online) Correlation spectra observed (dotted line), admittance spectra observed (error bar) and admittance spectra modeled (solid line)

数分布. 其中实线表示拟合残差函数分布, 虚线表示拟合残差的期望 $E(\sigma^2)$, 计算结果统计如表 3 所示. 图 4(a)表示拟合残差随月壳密度的变化, 月壳密度最优值为 2480 kg/m^3 , 月壳密度置信范围为 $[2476, 2485]$. 图 4(b)表示拟合残差随月壳厚度的变化, 平均月壳厚度最优值为 34 km , 置信范围为 $[31.3, 42.5]$. 文献[31]的研究结果表明, 不同平均月壳厚度计算得到的月震台站处的局部厚度, 若要与月震结果相吻合, 平均月壳厚度大约在 $34\text{--}43 \text{ km}$ 之间, 高地区域的平均月壳密度大约为 2550 kg/m^3 . 很显然本文计算得到的平均月壳厚度比较支持文献[31]得到的结果 34 km , 计算得到的平均月壳密度与文献[31]的研究结果相接近. 由于 Apollo 撞击坑位于月球背面, 在其北面是月球的高地型区域, 因此, 计算得到的平均月壳密度与文献[31]的研究结果 2550 kg/m^3 相接近也就不难理解. 图 4(c)表示拟合残差随填充物的变化, 填充物厚

度与观测地形的最优比值 $(1/k)-1=0.0452$, 该最优值置信范围为 $[0.0395, 0.0505]$. 图 4(d)表示拟合残差随载荷比率的变化, 内部载荷与撞击坑载荷比率的最优值为 -0.1498 , 置信范围为 $[-0.1534, -0.1486]$. 这里负的载荷比是由于研究区域高程为负, 表面载荷实际为质量亏损所致; 文献[9,10,18,19,26,27]的研究区域主要为高地地形, 高程为正, 载荷比为正. 图 4(e)表示拟合残差随弹性厚度的变化, 弹性厚度的最优值约为 7.0 km . 文献[8]研究表明, 月球正面 Marius Hills 盾形火山区域的弹性厚度约为 4 km , 较小的弹性厚度由研究区域载荷加载时岩浆剧烈活动的热事件造成. 文献[37]运用 LP 视线加速度数据, 使用重力/地形导纳方法研究了南半球高地区域 Clavius 撞击坑的弹性厚度, 其值约为 12 km . Apollo 撞击坑的北面是高地地形, 南面是南极艾肯盆地(SPA), 其弹性厚度位于文献[8]和文献[37]之间, 可能由撞击过程热事

图 4 (网络版彩图)月壳密度(a)、月壳厚度(b)、填充物比率(c)、载荷比(d)和弹性厚度(e)的最小拟合残差函数分布

Figure 4 (Color online) Minimum misfits as a function of (a) crustal density, (b) crustal thickness, (c) fillings ratio, (d) load ratio and (e) elastic thickness.

表 3 最优反演参数统计

Table 3 Summary of the best inversion parameters

角径 θ	b_c	f	k	ρ_c	T_e	σ
8°	$34^{+8.5}_{-2.7}$	$-0.1498^{+0.0012}_{-0.0036}$	$0.9568^{+0.0052}_{-0.0049}$	2480^{+5}_{-4}	$7.00^{+0.007}_{-0.0075}$	0.57

图 5 (网络版彩图)(a)月亮厚度 b_c 与弹性厚度 T_e 的变化和(b)月亮密度 ρ_c 与弹性厚度 T_e 的变化

Figure 5 (Color online) Trade-offs of (a) b_c vs. T_e and (b) ρ_c vs. T_e

件及其地理位置双重因素所致. 另外, 文献[4,38]的研究表明, 对于像月球这样的小天体, 均衡响应主要发生在大尺度载荷处, 岩石圈横向应力足以支撑大多数载荷, 意味着岩石圈弹性厚度比其他类地行星的要小, 因此, Apollo 撞击坑较小的弹性厚度也可能与月球岩石圈本身力学性质有关.

为了探究不同反演参数间的变化关系, 图 5 给出了拟合残差随弹性厚度、平均月亮厚度和平均月亮密度的分布, 其中粉色区域表示最小拟合残差范围, 由此可得最优反演参数的取值区间. 图 5(a)表明弹性厚度的最优值为[6.995, 7.005], 平均月亮厚度的最优值为[34.5, 40]. 图 5(b)表明弹性厚度的最优值为[6.992, 7.01], 平均月亮密度的最优值为[2478, 2482]. 由表 3 可知, 弹性厚度的最优值为 7 km, 平均月亮厚度为 34 km, 平均月亮密度为 2480 kg/m³, 很显然最优值均在图 5 所示最小拟合残差区域内, 表明本文使用的粒子群算法成功地搜索到反演参数的全局最优解.

4 结论

由于月震台站仅分布在月球正面, 月震数据反演的物理参数并不能代表月球的全球特征. 应用重力/地形导纳反演行星物理参数在地球物理和行星物理中较为普遍. 当前高分辨率月球重力场模型和地形模型使得应用重力/地形导纳反演相关物理参数成为可能. 早期表面载荷模型较难反演撞击盆地或撞击坑区域的岩石圈物理参数, 有必要重建新的撞击坑载荷模型. 本文运用岩石圈薄弹性球层模型, 通过构建合理的撞击坑载荷模型, 结合内部载荷模型, 运用非线性粒子群算法首次求解了不同参数的 Apollo 撞击坑模型导纳谱, 并对观测导纳谱进行了最优拟合. 研究结果比较支持平均月亮厚度 34 km, 平均密度 2480 kg/m³ 接近最新研究结果 2550 kg/m³. 岩石圈弹性厚度约为 7 km, 较小的弹性厚度可能由撞击坑地理位置及早期撞击事件所致, 也可能与月球岩石圈的力学性质有关.

致谢 本文所用重力场模型和地形模型取自 NASA PDS Geosciences Node Data 中心, 球谐分析使用了 SHTOOLS2.8, 球面投影采用了 The Generic Mapping Tools (GMT) 软件, 感谢审稿专家提出的大量宝贵修改意见!

参考文献

- Wang Y, Xu H Z. The variations of lithospheric flexural strength and isostatic compensation mechanisms beneath the continent of china and vicinity (in Chinese). Chin J Geophys, 1996, 39(S1): 105–113 [王勇, 许厚泽. 中国大陆及其邻区岩石层挠曲强度变化和均衡补偿机制. 地球物理学报, 1996, 39(S1): 105–113]
- Li T D. Principal characteristics of the lithosphere of China (in Chinese). Earth Sci Frontier, 2010, 17(3): 1–3 [李廷栋. 中国岩石圈的基本

特征. 地学前缘, 2010, 17(3): 1–13]

- 3 Tesauro M, Kaban M K, Cloetingh S A P L. Global model for the lithospheric strength and effective elastic thickness. *Tectonophysics*, 2013, 602: 78–86
- 4 Turcotte D L. Role of membrane stresses in the support of planetary topography. *J Geophys Res*, 1981, 86(B5): 3951–3959
- 5 Simons M, Solomon S C, Hager B H, et al. Localization of gravity and topography: Constrains on the tectonics and mantle dynamics of Venus. *J Geophysics Res*, 1997, 131(10): 24–44
- 6 Audet P. Toward mapping the effective elastic thickness of planetary lithospheres from a spherical wavelet analysis of gravity and topography. *Phys Earth Planet Inter*, 2014, 226: 48–82
- 7 Li F, Ke B G, Wang W R, et al. Estimation of the ancient lunar crust thickness from the admittance (in Chinese). *Chin J Geophys*, 2009, 52(8): 2001–2007 [李斐, 柯宝贵, 王文睿, 等. 利用重力地形导纳估计月壳厚度. *地球物理学报*, 2009, 52(8): 2001–2007]
- 8 Huang Q, Xiao L, Ping J S, et al. Density and lithospheric thickness of the Marius Hills shield volcano on the Moon (in Chinese). *Sci Sin-Phy Mech Astron*, 2013, 43(11): 1395–1402 [黄倩, 肖龙, 平劲松, 等. 月球 Marius Hills 盾形火山密度和岩石圈弹性厚度. *中国科学: 物理学 力学 天文学*, 2013, 43(11): 1395–1402]
- 9 Zhong Z, Yan P, Ye M, et al. Lunar geophysical parameters inversion with PSO (in Chinese). *Chin J Comput Phys*, 2013, 30(5): 706–712 [钟振, 晏鹏, 叶茂, 等. 基于粒子群 PSO 算法的月球物理参数反演. *计算物理*, 2013, 30(5): 706–712]
- 10 Zhong Z, Li F, Yan J, et al. Lunar geophysical parameters inversion based on gravity/topography admittance and particle swarm optimization. *Adv Space Res*, 2014, 4(54): 770–779
- 11 Crosby A, McKenzie D. Measurements of the elastic thickness under ancient lunar terrain. *ICARUS*, 2005, 173(1): 100–107
- 12 Audet P. Toward mapping the effective elastic thickness of planetary lithospheres from a spherical wavelet analysis of gravity and topography. *Phys Earth Planet In*, 2014, 226: 48–82
- 13 Matsumoto K S, Goossens Y, Ishihara Q, et al. An improved lunar gravity field model from SELENE and historical tracking data: Revealing the farside gravity features. *J Geophys Res*, 2010, 115(E06007): 1–22
- 14 Zuber M T, Smith D E, Watkins M M, et al. Gravity field of the moon from the gravity recovery and interior laboratory (GRAIL) mission. *Science*, 2013, 339(6120): 668–671
- 15 Lemoine F G, Goossens S, Sabaka T J, et al. High-degree gravity models from GRAIL primary mission data. *J Geophys Res*, 2013, 118(8): 1676–1698
- 16 Konopliv A S, Park R S, Yuan D N, et al. The JPL lunar gravity field to spherical harmonic degree 660 from the GRAIL primary mission. *J Geophys Res*, 2013, 118(7): 1415–1434
- 17 Konopliv A S, Park R S, Yuan D N, et al. High resolution lunar gravity fields from the GRAIL primary and extended mission. *Geophy Res Lett*, 2014, 41(5): 1452–1458
- 18 McGovern P J, Solomon S C, Smith D E, et al. Localized gravity/topography admittance and correlation spectra on Mars: Implications for regional and global evolution. *J Geophys Res*, 2002, 107(E12): 1–19
- 19 Belleguic V, Lognonne P, Wieczorek M A. Constraints on the Martian lithosphere from gravity and topography data. *J Geophys Res*, 2005, 110(E11): 1–22
- 20 Smith D E, Zuber M T, Neumann G A, et al. Initial observations from the Lunar Orbiter Laser Altimeter (LOLA). *Geophys Res Lett*, 2010, 37(L18240): 1–6
- 21 Wieczorek M A. Localized spectral analysis on the sphere. *Geophy J Int*, 2005, 162(3): 655–675
- 22 Wieczorek M A, Sinos F J. Minimum-variance multitaper spectral estimation on the sphere. *J Fourier Anal Appl*, 2007, 13(6): 665–692
- 23 Reindler L, Arkani H J. The strength of the lunar lithosphere. *ICARUS*, 2003, 162(2): 233–241
- 24 Zhong S J, Parmentier E M, Zuber M T. A dynamic origin for the global asymmetry of lunar mare basalts. *Earth Planet Sci Lett*, 2000, 177(3): 131–140
- 25 Turcotte D L, Schubert G. *Geodynamics*. New York: Cambridge Univ Press, 2002
- 26 Beuthe M, Maistre S L, Rosenblatt P, et al. Density and lithospheric thickness of the Tharsis Province from MEX MaRS and MRO gravity data. *J Geophys Res*, 2012, 117(E04002): 1–32
- 27 Grott M, Wieczorek M A. Density and lithospheric structure at Tyrrhena Patera, Mars, from gravity and topography data. *ICARUS*, 2012, 221(1): 43–52
- 28 Montesi L G J. Solving the Mascon Mystery. *Science*, 2013, 340(6140): 1535–1536
- 29 Melosh H J, Freed A M, Johnson B C, et al. The origin of lunar mascon basins. *Science*, 2013, 340(6140): 1552–1555

- 30 Garcia R F, Gagnepain-Beyneix J, Chevrot S, et al. Very preliminary reference Moon model. *Phys Earth Planet Inter*, 2011, 188(1): 96–113
- 31 Wieczorek M A, Neumann G A, Nimmo F, et al. The crust of the Moon as seen by GRAIL. *Science*, 2013, 339(6120): 671–675
- 32 Forsyth D W. Subsurface loading and estimates of the flexural rigidity of continental lithosphere. *J Geophys Res*, 1985, 90(B14): 12623–12632
- 33 Lognonné P, Wieczorek M. Constraints on the Martian lithosphere from gravity and topography data. *J Geophys Res*, 2005, 110(E11005): 1–22
- 34 McKenzie D, Barnett D N, Yuan D N. The relationship between Martian gravity and topography. *Earth Planet Sci Lett*, 2002, 195(1): 1–16
- 35 Wieczorek M A, Phillips R J. Potential anomalies on a sphere: Applications to the thickness of the lunar crust. *J Geophys Res*, 1998, 103(E1): 1715–1724
- 36 Huang Q, Wieczorek M A. Density and porosity of the lunar crust from gravity and topography. *J Geophys Res*, 2012, 117(E05003): 1–9
- 37 Crosby A, McKenzie D. Measurements of the elastic thickness under ancient lunar terrain. *ICARUS*, 2005, 173(1): 100–107
- 38 Zhong S J, Zuber M T. Long-wavelength topographic relaxation for self-gravitating planets and implications for the time-dependent compensation of surface topography. *J Geophys Res*, 2000, 105(E2): 4153–4164

Geophysical parameters inversion for Apollo crater based on recent high-resolution lunar gravity field and topography data

ZHONG Zhen^{1,2*}, YAN JianGuo³ & PANG LiJun¹

¹ School of Physics and Electronic Science, Guizhou Normal University, Guiyang 550001, China;

² NAOC-GZNU Center for Astronomy research and education, Guizhou Normal University, Guiyang 550001, China;

³ State Key Laboratory of Information Engineering in Surveying, Mapping and Remote Sensing, Wuhan 430079, China

The previous surface loading model generally fails in parameters inversion for crater areas. The resolution of previous lunar gravity field models and topography data is too low to be suitable for small-scale craters geophysical research. As to such problem, this paper developed a new surface loading model to perform well in parameters inversion for craters. Combined with a subsurface loading model and recent high-resolution gravity and topography data, the geophysical parameters such as mean crustal thickness, mean crustal density, load ratio, fillings ratio and lithospheric elastic thickness are well inverted for Apollo crater. And the gravity/topography admittance modeled is best fitting those observed. The mean crustal thickness 34 km agrees with recent studies, and the mean crustal density 2480 kg/m³ is close to the recent result 2550 kg/m³. A lower elastic thickness 7 km is ultimately found, which may be ascribe to the geography of the crater, heating at the time of impact, and lithospheric mechanical property of the Moon.

gravity fields model, gravity/topography admittance, lithospheric flexure model, lunar geophysical parameters

PACS: 02.30.Zz, 91.10.Qm, 91.50.Kx, 96.20.Jz, 96.20.Ka

doi: 10.1360/SSPMA2014-00302