多机电力系统的拟哈密顿系统随机平均法

李洪宇^{①②}, 鞠平^{①②*}, 陈新琪^③, 孙维真^④, 吴峰^{①②}

① 河海大学能源与电气学院, 南京 211100;

② 河海大学可再生能源发电技术教育部工程研究中心, 南京 210098;

③ 国网浙江省电力公司电力科学研究院, 杭州 310014;

④ 浙江电力调度控制中心, 杭州 310007

* E-mail: pju@hhu.edu.cn

收稿日期: 2015-01-06; 接受日期: 2015-03-18

国家重点基础研究发展计划(批准号: 2013CB228204)和国家自然科学基金(批准号: 51137002, 51190102)资助项目

摘要 随着可再生能源发电的增加和电动汽车的接入, 随机激励(功率波动)对电力系统的影响日益受到关注. 随机激励作用于多机电力系统的动态问题, 可视为对随机微分方程组分析的问题. 由于多机电力系统的高维和非线性等因素, 致使现有研究大都以蒙特卡洛法为主, 还没有解析分析公式. 而拟哈密顿系统下的随机平均法是一个很好的解析分析方法, 但目前只针对单机无穷大系统进行了研究. 本文将拟哈密顿系统随机平均法推广到多机电力系统情形, 获得了随机激励下多机电力系统能量函数的一维扩散过程公式, 并通过算例验证其有效性, 为多机电力系统随机动力学特性研究提供了基础.

关键词

多机电力系统
随机激励
拟哈密顿系统
随机平均法
能量函数
一维扩散过程

1 引言

随着可再生能源发电的并网运行和电动汽车的接入, 在电网中产生了具有随机性的功率波动, 即随机激励^[1,2]. 随机性是电力系统建模、分析、控制等的难点之一^[3,4]. 虽然随机动力学理论已得到相当的发展^[5,6], 但是电力系统中引入随机性的概念却只有 30 多年历史. 近年来, 国内外学者对电网引入随机性做了深入的研究^[7-13].

随机因素作用下的多机电力系统动态问题, 属于求解多阶非线性随机微分方程组的问题, 想得到其解析解十分困难, 现有研究方法大部分以蒙特卡洛法为主^[7,14,15], 鲜有采用解析法进行研究^[16-19]. 蒙特卡洛法由于适合各种复杂的随机因素, 也适用于大型复杂电力系统等, 不失为一种通用的方法^[20]. 但

蒙特卡洛法的主要不足就是计算精度与收敛速度之间的矛盾, 虽然可以通过各种方法来提高蒙特卡洛法的速度^[21], 但是其效率依然很低^[14]. 另外也不能揭示所得结果的内在过程与机理. 如何研究系统内在机理以及提高计算效率显得很有意义^[22]. 但值得关注的是: 余贻鑫研究组^[23-25]采用电力系统安全域方法, 取得了一系列令人鼓舞的成果, 已可用于指导工程实践; Zhu 等人^[26]采用随机平均法对高斯型随机激励下的单机无穷大系统进行了研究, 所得结果与蒙特卡洛法的结果吻合很好, 对该领域的研究具有显著的指导意义. 同时, 针对拟哈密顿系统, 朱位秋^[27]提出了随机平均法并且给出了严格的证明. 随机平均法是非线性随机系统响应预测、稳定性判别及可靠性估计等的一种十分有效的方法. 在很多情况下, 随

引用格式: 李洪宇, 鞠平, 陈新琪, 等. 多机电力系统的拟哈密顿系统随机平均法. 中国科学: 技术科学, 2015, 45: 766-772

Li H Y, Ju P, Chen X Q, et al. Stochastic averaging method for quasi Hamiltonian system of multi-machine power systems (in Chinese). Sci Sin Tech, 2015, 45: 766-772, doi: 10.1360/N092014-00434

机平均法可使原随机系统的运动方程大大简化, 变为一维扩散过程^[6], 在一些学科已有成功应用^[28~30].

基于前人研究, 本文将随机平均法应用于多机电力系统, 通过算例验证随机激励下多机电力系统的能量函数弱收敛于一维扩散过程. 本文安排如下: 首先, 将高斯型随机激励下多机电力系统的机电暂态方程推导为拟不可积哈密顿系统方程; 其次, 采用随机平均法, 推导出形式简单的能量函数 Itô 方程, 即为一维扩散过程; 最后, 以四机两区系统为例, 通过蒙特卡洛法对原系统的能量函数与等效后的一维扩散过程在不同时刻的概率密度函数进行对比, 结果吻合完好.

2 多机电力系统的拟哈密顿方程

2.1 多机电力系统的随机模型

在随机激励下, 经过一些简化近似假设(不保留网络结构等), 多机电力系统的机电暂态过程模型可写为^[1]

$$\begin{cases} \frac{d\delta_i}{dt} = \omega_N \omega_i, \\ M_i \frac{d\omega_i}{dt} = P_i - P_{ei} - D_i \omega_i + \sigma_i W_i(t), \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (1)$$

其中,

$$\begin{cases} P_i = P_{mi} - G_{ii} E_i^2, \\ P_{ei} = \sum_{j=1, j \neq i}^n E_i E_j B_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j), \end{cases} \quad (2)$$

式中, δ_i , ω_i , M_i , D_i , P_{mi} 分别为第 i 台发电机的功角、转速偏差、惯性时间常数、阻尼系数和机械功率; $W_i(t)$, σ_i 为相互独立的标准高斯白噪声及其幅值; E_i 为第 i 台发电机的内电势; G_{ii} 为第 i 台发电机等效自电导; B_{ij} 为第 i 台发电机与第 j 台发电机之间的等效互电纳. 需要指出的是, 除了 M_i , t 为有名值之外, 其余各量均为标么值.

可以看出, 简化模型(1)没有保留系统结构, 为随机微分方程组. 当采用结构保留模型时将更加接近实际, 这时随机激励下系统的方程变为随机微分代数方程组, 但研究起来非常复杂. 本文作为起步性研究, 采用简化模型, 这个模型在国内外关于将电力系统作为哈密顿系统的研究中经常采用^[31]. 当然, 后续研究将进一步针对随机激励下的结构保留模型来

开展.

2.2 多机电力系统的能量函数

系统的能量函数 H 选用电力系统中常用的能量函数^[31~33]

$$H = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n M_i \omega_N \omega_i^2 - \sum_{i=1}^n P_i (\delta_i - \delta_{is}) - \left[\sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n E_i E_j B_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) - \sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n E_i E_j B_{ij} \cos(\delta_{is} - \delta_{js}) \right], \quad (3)$$

式中, δ_{is} , δ_{js} 分别为第 i , j 台机稳态时的功角;

$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n M_i \omega_N \omega_i^2$ 为系统所有电机的转子动能变化;

$\sum_{i=1}^n P_i (\delta_i - \delta_{is})$ 为系统所有电机的转子势能的变化;

$\left[\sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n E_i E_j B_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) - \sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n E_i E_j B_{ij} \cos(\delta_{is} - \delta_{js}) \right]$

为系统中所有支路内所存储的磁场能量变化; 需要说明的是, 以上能量均不是系统真实能量, 即单位不为焦耳(J), 而是真实能量乘以固定系数 $1/T_N$, T_N 是系统转矩的基准值.

能量函数 H 是电力系统直接法分析中的核心量. 在传统确定性系统的研究中, 不同时刻所对应的 H 为确定值. 而随着随机激励的加入, 不同时刻所对应的 H 为随机变量(即 H 随时间的变化过程为随机过程). 概率密度函数包含了随机变量全部信息, 进而基于概率密度函数, 可以推导出系统某时刻失稳概率(即某时刻系统能量小于系统临界能量的概率)等一系列有工程意义的指标. 由于(1)式具有非线性、高维等特性, 很难直接采用解析法分析(1)式, 因此本文采用拟哈密顿系统的随机平均法, 使得能量函数 H 的统计指标变得可以解析求解.

2.3 多机电力系统的拟哈密顿方程

拟哈密顿系统的定义^[6]: 在物理上, 只要在振动一周中, 随机激励输入系统的能量与阻尼消耗的能量同系统本身能量相比为小, 即可视为拟哈密顿系统.

在实际电力系统中其物理意义为: 传统的哈密顿系统为保守系统(无随机激励与阻尼等), 即运动过程中 H 为恒定值. 当随机激励与阻尼加入系统时, H 将变为时变值, 即随机激励与阻尼是 H 变化的原因. 而拟哈密顿系统表示, 随机激励和系统的阻尼相对

为较小量时, 虽然 H 随着时间(多个周期)变化, 但是在一个振荡周期内, 变化量 ΔH 相对于该时刻 H 为较小量. 简而言之, 拟哈密顿系统的运动过程中, 相对与某时刻的 H , 一个振荡周期内的能量变化量 ΔH 非常小从而几乎可以忽略, 而多个周期内的累积能量变化量 ΔH 却较大从而不能忽略. 下面推导多机电力系统的拟哈密顿系统方程.

基于(3)式求 H 对各状态变量 (δ_i, ω_i) 偏导数得

$$\begin{cases} \frac{\partial H}{\partial \omega_i} = M_i \omega_N \omega_i, \\ \frac{\partial H}{\partial \delta_i} = -P_i + \sum_{j=1, j \neq i}^n E_i E_j B_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) = -P_i + P_{ei}, \\ \frac{\partial^2 H}{\partial \omega_i^2} = M_i \omega_N, \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (4)$$

将(4)代入到(1)式右边, 即消去(1)式右边的各状态变量, 引入能量的偏导数. 可得

$$\begin{cases} \frac{d\delta_i}{dt} = \frac{1}{M_i} \frac{\partial H}{\partial \omega_i}, \\ \frac{d\omega_i}{dt} = -\frac{1}{M_i} \frac{\partial H}{\partial \delta_i} - \frac{D_i}{M_i^2 \omega_N} \frac{\partial H}{\partial \omega_i} + \frac{\sigma_i}{M_i} W_i(t), \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (5)$$

(5)式写成伊藤方程形式为

$$\begin{cases} d\delta_i = \frac{1}{M_i} \frac{\partial H}{\partial \omega_i} dt, \\ d\omega_i = \left(-\frac{1}{M_i} \frac{\partial H}{\partial \delta_i} - \frac{D_i}{M_i^2 \omega_N} \frac{\partial H}{\partial \omega_i} \right) dt + \frac{\sigma_i}{M_i} dB_i(t), \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (6)$$

(6)式即为多机电力系统的拟哈密顿系统方程.

3 拟哈密顿系统的随机平均法

3.1 能量函数的伊藤方程

如果(5)式中没有随机激励项 $\frac{\sigma_i}{M_i} W_i(t)$, 那么可以根据全微分方程写出

$$dH = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial H}{\partial \delta_i} d\delta_i + \frac{\partial H}{\partial \omega_i} d\omega_i \right). \quad (7)$$

引入随机激励 $\frac{\sigma_i}{M_i} W_i(t)$ 后, 并写成伊藤方程, 需要在

(7)式中加入 Wong-Zakai 修正项^[34], 可得

$$dH = \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{\partial H}{\partial \omega_i} \left[\left(-\frac{1}{M_i} \frac{\partial H}{\partial \delta_i} - \frac{D_i}{M_i^2 \omega_N} \frac{\partial H}{\partial \omega_i} \right) dt + \frac{\sigma_i}{M_i} dB_i(t) \right] + \frac{1}{M_i} \frac{\partial H}{\partial \delta_i} \frac{\partial H}{\partial \omega_i} dt + \frac{1}{2} \frac{\sigma_i^2}{M_i^2} \frac{\partial^2 H}{\partial \omega_i^2} dt \right\}. \quad (8)$$

整理可得

$$dH = \sum_{i=1}^n \left\{ \left[-\frac{D_i}{M_i^2 \omega_N} \left(\frac{\partial H}{\partial \omega_i} \right)^2 + \frac{1}{2} \frac{\sigma_i^2}{M_i^2} \frac{\partial^2 H}{\partial \omega_i^2} \right] dt + \frac{\sigma_i}{M_i} \frac{\partial H}{\partial \omega_i} dB_i(t) \right\}. \quad (9)$$

将(4)代入到(9)式右边, 即消去(9)式右边的各偏导数, 用状态变量表示. 可得

$$\begin{aligned} dH &= \sum_{i=1}^n \left[\left(-D_i \omega_N \omega_i^2 + \frac{\sigma_i^2 \omega_N}{2M_i} \right) dt + \sigma_i \omega_N \omega_i dB_i(t) \right] \\ &= \sum_{i=1}^n \left(-D_i \omega_N \omega_i^2 + \frac{\sigma_i^2 \omega_N}{2M_i} \right) dt + \sum_{i=1}^n \sigma_i \omega_N \omega_i dB_i(t), \end{aligned} \quad (10)$$

(10)式即为多机电力系统的能量函数伊藤方程.

3.2 以能量函数为慢变过程的随机平均法

可知, 如果系统的阻尼 D_i 与随机激励幅值 σ_i 均为小参数时, 系统能量 H 弱收敛于一维扩散过程^[6], 即

$$dH = \bar{m}(H)dt + \bar{\sigma}(H)dB(t). \quad (11)$$

(11)式即为平均后多机电力系统的能量函数伊藤方程, 其中

$$\begin{cases} \bar{m}(H) = \frac{1}{T(H)} \int_{\Omega} \left[\sum_{i=1}^n \left(-D_i \omega_N \omega_i^2 + \frac{\sigma_i^2 \omega_N}{2M_i} \right) \right] \frac{\partial H}{\partial \omega_1} \\ \quad \times d\delta_1 \dots d\delta_n d\omega_2 \dots d\omega_n, \\ \bar{\sigma}^2(H) = \frac{1}{T(H)} \int_{\Omega} \left[\sum_{i=1}^n (\sigma_i \omega_N \omega_i)^2 \right] \frac{\partial H}{\partial \omega_1} \\ \quad \times d\delta_1 \dots d\delta_n d\omega_2 \dots d\omega_n, \\ T(H) = \int_{\Omega} \left(\frac{1}{\partial H} \right) \times d\delta_1 \dots d\delta_n d\omega_2 \dots d\omega_n, \\ \Omega = \{ (\delta_1, \dots, \delta_n, \omega_2, \dots, \omega_n) | H(\delta_1, \dots, \delta_n, 0, \omega_2, \dots, \omega_n) \leq H \}. \end{cases} \quad (12)$$

(12)式中的范围 Ω 以及积分结果, 对于简单的系统可以直接推导求得, 对于复杂系统可通过数值计算获得.

从(11)和(12)式可以看出, 在一定条件下, 对随机过程 H 的求解, 可绕开对复杂的运动系统(1)求解, 直接对一维扩散过程(11)求解, 且(11)式的系数与电力系统的具体参数有着清晰的对应关系. 值得关注的是关于一维扩散过程的理论研究比较丰富, 其概率密度函数可以通过 Fokker-Planck 方程推得, 其可靠性函数可通过 Kolmogorov 方程推得, 其平均首次穿越时间可以通过 Pontryagin 方程推得等^[5]. 由于本文侧重验证随机激励下多机电力系统的能量函数弱收敛于一维扩散过程, 后续研究将针对这一结论的应用来开展.

4 仿真算例验证

4.1 四机两区系统

仿真算例采用四机两区系统^[31,32], 原系统负荷视为恒阻抗负荷, 发电机采用 2 阶转子运动方程. 参考文献[1], 进行网络化简, 保留发电机内电势节点, 并视系统随机功率波动被分配到各内电势节点, 可得含有随机激励的 4 机电力系统伊藤型随机方程为

$$\left\{ \begin{array}{l} d\delta_1 = \omega_N \omega_1 dt; \\ d\delta_2 = \omega_N \omega_2 dt; \\ d\delta_3 = \omega_N \omega_3 dt; \\ d\delta_4 = \omega_N \omega_4 dt; \\ d\omega_1 = \frac{1}{M_1} [P_1 - E_1 E_2 B_{12} \sin(\delta_1 - \delta_2) - E_1 E_3 B_{13} \sin(\delta_1 - \delta_3) \\ - E_1 E_4 B_{14} \sin(\delta_1 - \delta_4) - D_1 \omega_1] dt + \frac{\sigma_1}{M_1} dB_1(t); \\ d\omega_2 = \frac{1}{M_2} [P_2 - E_2 E_1 B_{21} \sin(\delta_2 - \delta_1) - E_2 E_3 B_{23} \sin(\delta_2 - \delta_3) \\ - E_2 E_4 B_{24} \sin(\delta_2 - \delta_4) - D_2 \omega_2] dt + \frac{\sigma_2}{M_2} dB_2(t); \\ d\omega_3 = \frac{1}{M_3} [P_3 - E_3 E_1 B_{31} \sin(\delta_3 - \delta_1) - E_3 E_2 B_{32} \sin(\delta_3 - \delta_2) \\ - E_3 E_4 B_{34} \sin(\delta_3 - \delta_4) - D_3 \omega_3] dt + \frac{\sigma_3}{M_3} dB_3(t); \\ d\omega_4 = \frac{1}{M_4} [P_4 - E_4 E_1 B_{41} \sin(\delta_4 - \delta_1) - E_4 E_2 B_{42} \sin(\delta_4 - \delta_2) \\ - E_4 E_3 B_{43} \sin(\delta_4 - \delta_3) - D_4 \omega_4] dt + \frac{\sigma_4}{M_4} dB_4(t). \end{array} \right. \quad (13)$$

式中: $\omega_N=2\pi\cdot 60$; $M_1=13$ s; $M_2=13$ s; $M_3=12.35$ s; $M_4=12.35$ s; $E_1=1.03$; $E_2=1.01$; $E_3=1.03$; $E_4=1.01$; $P_1=0.998119479653361$; $P_2=0.319842206470370$; $P_3=-0.241493636334776$; $P_4=-1.076468049788954$; $B_{12}=B_{21}=1.49$; $B_{13}=B_{31}=0.62$; $B_{14}=B_{41}=0.70$; $B_{23}=B_{32}=0.70$; $B_{24}=B_{42}=0.76$; $B_{34}=B_{43}=1.49$; $D_1=0.5$; $D_2=0.55$; $D_3=0.6$; $D_4=0.65$; $\sigma_1=0.05$; $\sigma_2=0.06$; $\sigma_3=0.07$; $\sigma_4=0.08$.

以合适的初值, 带入(13)式的参数, 设置随机激励幅值为零, 采用龙格库塔法对(13)式进行数值计算, 可以解得系统的稳定平衡点为 $\delta_{1s}-\delta_{4s}=37.2^\circ \approx 0.649$ rad, $\delta_{2s}-\delta_{4s}=27.5^\circ \approx 0.480$ rad, $\delta_{3s}-\delta_{4s}=10.2^\circ \approx 0.178$ rad, $\omega_{1s}=0$, $\omega_{2s}=0$, $\omega_{3s}=0$, $\omega_{4s}=0$.

4.2 系统能量函数

根据(3)式可得系统(13)的能量函数为

$$\begin{aligned} H = & \frac{1}{2} M_1 \omega_N \omega_1^2 + \frac{1}{2} M_2 \omega_N \omega_2^2 + \frac{1}{2} M_3 \omega_N \omega_3^2 + \frac{1}{2} M_4 \omega_N \omega_4^2 \\ & - P_1(\delta_1 - \delta_{1s}) - P_2(\delta_2 - \delta_{2s}) - P_3(\delta_3 - \delta_{3s}) - P_4(\delta_4 - \delta_{4s}) \\ & - E_1 E_2 B_{12} \cos(\delta_1 - \delta_2) - E_1 E_3 B_{13} \cos(\delta_1 - \delta_3) \\ & - E_1 E_4 B_{14} \cos(\delta_1 - \delta_4) - E_2 E_3 B_{23} \cos(\delta_2 - \delta_3) \\ & - E_2 E_4 B_{24} \cos(\delta_2 - \delta_4) - E_3 E_4 B_{34} \cos(\delta_3 - \delta_4) \\ & + E_1 E_2 B_{12} \cos(\delta_{1s} - \delta_{2s}) + E_1 E_3 B_{13} \cos(\delta_{1s} - \delta_{3s}) \\ & + E_1 E_4 B_{14} \cos(\delta_{1s} - \delta_{4s}) + E_2 E_3 B_{23} \cos(\delta_{2s} - \delta_{3s}) \\ & + E_2 E_4 B_{24} \cos(\delta_{2s} - \delta_{4s}) + E_3 E_4 B_{34} \cos(\delta_{3s} - \delta_{4s}). \end{aligned} \quad (14)$$

通过 Heun 数值算法对(13)式进行时域仿真, 并将计算的状态代入(14)式, 可得系统能量随时间的变化曲线. 由图 1(a)与(b)分别可见一次与多次对系统(13)时域仿真的能量变化曲线. 需要说明的是, 由于原系统的临界势能为 2.17, 即认为系统能量超过 2.17 时系统失稳. 所以当系统能量 H 超过 2.17 时, 就停止数值仿真, 如图中粗线所示.

4.3 随机平均法

通过对(12)式的计算, 可得随机平均后扩散过程的各参数 $\bar{m}(H)$, $\bar{\sigma}^2(H)$, 见图 2(a)与(b).

将计算所得的 $\bar{m}(H)$, $\bar{\sigma}^2(H)$, 代入到(11)式, 并用 Heun 数值算法对扩散过程(11)进行数值仿真. 由图 3(a)与(b)分别可见一次与多次对扩散过程(11)数值仿真的结果. 与图 1(b)类似, 如果仿真过程中系统能量 H 超过临界势能 2.17, 就停止数值仿真, 如图中粗线所示.

图1 基于原系统时域仿真的能量变化曲线

(a) 一次仿真; (b) 多次仿真

图2 扩散过程系数与 H 的关系

(a) $\bar{m}(H)$; (b) $\bar{\sigma}^2(H)$

图3 基于扩散过程的数值仿真

(a) 一次仿真; (b) 多次仿真

4.4 基于蒙特卡洛法的统计特性对比

从图 1(b)与图 3(b)并不能直接看出原系统的能量函数可近似等效为扩散过程. 因此通过蒙特卡洛

法对两种过程在不同时刻时的概率密度函数 f 进行对比. 蒙特卡洛法如下: 基于多次数值仿真, 在某确定时刻, 统计落在某能量区间内的概率, 当能量区间取

图 4 H 的概率密度函数(a) $t=3$ s 时; (b) $t=4$ s 时; (c) $t=5$ s 时

得足够小时,落在该区间内的概率除以该区间的长度即视为该区间内能量值所对应的概率密度函数,所得结果见图 4. 需要说明的是,图示概率密度函数并不涵盖 H 大于临界势能 2.17 部分. 可以看出在某固定时刻原系统能量函数与扩散过程的概率密度函数吻合非常好,即验证原系统的能量函数可近似等效为一维扩散过程. 需值得关注的是,本算例中获取概率密度函数 f 的过程中,基于原系统时域仿真的蒙特卡洛法耗时 479 s,基于一维扩散过程仿真的蒙特卡洛法耗时 44 s. 更值得关注的是,其概率密度函数可以通过 Fokker-Planck 方程推得,进而对各统计指

标的计算耗时可以进一步减小.

5 结论

基于拟哈密顿系统随机平均法,进行多机电力系统随机动力学分析. 构建了多机电力系统的拟哈密顿方程,并证得该系统能量函数弱收敛于一维扩散过程方程. 以四机两区系统为例,对比原系统的能量函数与简化后一维扩散过程,两者结果吻合完好,验证了随机激励下的多机电力系统的能量函数弱收敛于一维扩散过程,实现了将复杂系统化简的目的.

致谢 衷心感谢朱位秋院士对本文研究的指导.

参考文献

- 鞠平,李洪宇,薛禹胜,等. 考虑随机激励的电力系统机电暂态过程模型. 河海大学学报: 自然科学版, 2013, 41: 536–541
- Zhang J Y, Ju P, Yu Y P, et al. Responses and stability of power system under small Gauss type random excitation. Sci China Tech Sci, 2012, 55: 1873–1880
- 鞠平,秦川,黄桦,等. 面向智能电网的建模研究展望. 电力系统自动化, 2012, 36: 1–6
- 鞠平. 电力系统建模理论与方法. 北京: 科学出版社, 2010
- 朱位秋. 随机振动. 北京: 科学出版社, 1992
- 朱位秋. 非线性随机动力学与控制: Hamilton 理论体系框架. 北京: 科学出版社, 2003
- 刘咏飞,鞠平,薛禹胜,等. 随机激励下电力系统特性的计算分析. 电力系统自动化, 2014, 9: 021
- 陆凌蓉,文福拴,薛禹胜,等. 计及可入网电动汽车的电力系统机组最优组合. 电力系统自动化, 2011, 35: 16–20
- 赵俊华,文福拴,薛禹胜,等. 计及电动汽车和风电出力不确定性的随机经济调度. 电力系统自动化, 2011, 20: 22–29
- Khodayar M E, Shahidehpour M, Wu L. Enhancing the dispatchability of variable wind generation by coordination with pumped-storage hydro units in stochastic power systems. IEEE T Power Syst, 2013, 28: 2808–2818
- Perninge M, Soder L. A stochastic control approach to manage operational risk in power systems. IEEE T Power Syst, 2012, 27: 1021–1031
- Sturt A, Strbac G. Efficient stochastic scheduling for simulation of wind-integrated power systems. IEEE T Power Syst, 2012, 27: 323–334
- Wang X F, McDonald J R. Modern power system planning. New York: McGraw-Hill Companies, 1994
- 别朝红,王锡凡. 蒙特卡洛法在评估电力系统可靠性中的应用. 电力系统自动化, 1997, 21: 68–75
- Odun-Ayo T, Crow M L. Structure-preserved power system transient stability using stochastic energy functions. IEEE T Power Syst, 2012,

- 27: 1450–1458
- 16 Liu Y L, Yu Y X. Probabilistic steady-state and dynamic security assessment of power transmission system. *Sci China Tech Sci*, 2013, 56: 1198–1207
- 17 Wu F F, Tsai Y K, Yu Y X. Probabilistic steady-state and dynamic security assessment. *IEEE T Power Syst*, 1988, 3: 1–9
- 18 Yu Y X, Wang J R, Lv X Y. Security value based expansion planning of power system with integration of large-scale wind power. *Sci China Tech Sci*, 2012, 55: 1908–1922
- 19 Wang K Y, Crow M L. The fokker-planck equation for power system stability probability density function evolution. *IEEE T Power Syst*, 2013, 28: 2994–3001
- 20 石文辉, 别朝红, 王锡凡. 大型电力系统可靠性评估中的马尔可夫链蒙特卡洛方法. *中国电机工程学报*, 2008, 28: 9–15
- 21 刘艳丽, 余贻鑫. 大系统马尔可夫模型状态转移概率矩阵的快速形成方法. *天津大学学报: 自然科学与工程技术版*, 2013, 46: 791–798
- 22 余贻鑫, 王东涛. 输电系统动态安全风险评估与优化. *中国科学: E 辑*, 2009, 39: 286–292
- 23 余贻鑫. 电力系统安全域方法研究述评. *天津大学学报*, 2008, 41: 635–646
- 24 秦超, 余贻鑫. 基于安全域的含风电电力系统概率小扰动稳定分析. *电力系统自动化*, 2014, 38: 43–48
- 25 Yu Y X, Qin C. Security region based security-constrained unit commitment. *Sci China Tech Sci*, 2013, 56: 2732–2744
- 26 Zhu W Q, Huang Z L, Deng M L. Feedback minimization of first-passage failure of quasi non-integrable Hamiltonian systems. *Int J Nonlinear Mech*, 2002, 37: 1057–1071
- 27 朱位秋. 随机平均法及其应用. *力学进展*, 1987, 17: 342–352
- 28 Huang Z L, Zhu W Q, Suzuki Y. Stochastic averaging of strongly non-linear oscillators under combined harmonic and white-noise excitations. *J Sound Vib*, 2000, 238: 233–256
- 29 Zhu W Q, Ying Z G. Optimal nonlinear feedback control of quasi-Hamiltonian systems. *Sci China Ser A Math*, 1999, 42: 1213–1219
- 30 Huang Z L, Zhu W Q. Stochastic averaging of quasi-integrable Hamiltonian systems under combined harmonic and white noise excitations. *Int J Nonlinear Mech*, 2004, 39: 1421–1434
- 31 孙元章, 焦晓红, 申铁龙. 电力系统非线性鲁棒控制. 北京: 清华大学出版社, 2007
- 32 Kundur P, Balu N J, Lauby M G. *Power System Stability and Control*. New York: McGraw-hill, 1994
- 33 倪以信, 陈寿孙, 张宝霖. 动态电力系统的理论和分析. 北京: 清华大学出版社, 2002
- 34 张炳根, 赵玉芝. 科学与工程中的随机微分方程. 北京: 海洋出版社, 1980

Stochastic averaging method for quasi Hamiltonian system of multi-machine power systems

LI HongYu^{1,2}, JU Ping^{1,2}, CHEN XinQi³, SUN WeiZhen⁴ & WU Feng^{1,2}

¹ College of Energy and Electrical Engineering, Hohai University, Nanjing 211100, China;

² Research Center for Renewable Energy Generation Engineering of Ministry of Education, Hohai University, Nanjing 210098, China;

³ Electric Power Research Institute of State Grid Zhejiang Electric Power Corporation, Hangzhou 310014, China;

⁴ Zhejiang Electric Dispatch and Telecommunication Center, Hangzhou 310007, China

With the integration of renewable power and electric vehicles into the power grid, the stochastic excitations, which can be regarded as stochastic power fluctuations in power system, are of concern. The dynamics of the multi-machine power system under stochastic excitations can be studied by using the stochastic differential equations(SDEs). With the features of the high order and nonlinearity, the SDEs are usually studied by using Monte Carlo method instead of analytical method. The analytical method of stochastic averaging method is used to study the Hamiltonian system widely, and has been applied in the one-machine to infinity-bus system successfully. In this paper, the stochastic averaging method is employed to study the dynamics of the multi-machine power system, and the complicated stochastic dynamic process of the multi-machine power system under stochastic excitations is simplified to a one-dimensional diffusion process. The proposed approach performed in a four-machine power system, and its effectiveness is tested.

multi-machine power system, stochastic power excitation, quasi Hamiltonian system, stochastic averaging method, energy function, one-dimensional diffusion process

doi: 10.1360/N092014-00434