论文

港口海浪安全数值模拟方法

景惠敏^{①②*}, 张怀^②, David A. YUEN^{②③④}, 石耀霖^②

① 宁波大学机械工程与力学学院, 宁波 315211;

② 中国科学院计算地球动力学重点实验室, 北京 100049;

③ Department of Geology and Geophysics, University of Minnesota, Twin Cities, MN 55455-0219, USA;

④ Minnesota Supercomputing Institute, University of Minnesota, Minneapolis, MN 55455, USA

* E-mail: huiminjing@gmail.com

收稿日期: 2011-07-28; 接受日期: 2011-12-22

国家自然科学基金(批准号: 40574012, 40676039)、国家重点基础研究发展计划(编号: 2008CB425701)、国家高技术研究发展计划(编号: 2010AA012402)和宁波大学王宽诚幸福基金资助

摘要 在特定条件下海浪会在海湾内发生共振效应, 与海湾本身的地形和固有频率有关, 当入射波与此频率相近或具有倍数关系时, 共振效应导致的波高放大会带来严重危害. 传统的理论研究方法只能对规则形状的港口进行考察, 本文将地震海啸和平面入射波的数值模拟结合频谱分析方法应用于考察港口海浪安全. 利用浅水波方程和有限差分方法, 建立了海浪传播的数值模型, 用来模拟港口中的波浪行为. 针对模拟结果的时间序列做频谱分析研究其共振效应, 得出港口中特定点的敏感频率. 数值模拟的结果结合当地的波浪观测历史数据可以在未来对港口及其周边区域潜在的灾害分布做出评估.

关键词
数值模拟
港口
海浪灾害
频谱分析

海啸是一种海洋重力波, 由海底的地震或其他地质过程例如火山喷发或滑坡等引起^[1]. 海啸地震定义为产生巨大的海啸但是相对弱的地震波的海底震动^[2,3]. 海啸地震大多发生在大的板块运动的海沟区域和新的折叠的地壳带上^[2]. 大多数海啸是由浅源地震引发的, 因此多沿板块消减带分布. 近期的一些海啸(如, Sumatra 2004, Java 2006, Solomon Islands 2007, Chile 2010, Japan 2011)表明了对全球海洋盆地提供精确及时的海啸预警的必要性^[4]. 空间对海观测技术和超大规模数值模型技术的飞速发展使基于数值预测模型的海啸预警系统建设成为了可能. 国内外众多研究人员以此建立了很多种海啸传播和冲岸的数值模型并对其各自的优缺点进行了相互比较^[5-7]. 但这些模型实际应用起来还存在着问题和挑战, 部分

原因是计算能力的限制和对于海底地震震源细节的不了解^[8].

海啸在深海不易被发现, 但当其接近岸边或港口时会转换成极具毁灭力的海浪. 因此分析海岸和港口的波浪的行为获得这些地区潜在的灾害分布甚为必要. 由于水深和洋盆的几何形状差异, 海啸会产生局部放大效应. 1993 年日本 Okushiri 海啸, 在大部分地区的波高是 5 m 而在局部地区却高达 30 m, 1960 年的智利海啸在日本造成巨大海啸的部分原因是共振效应: 某些港口的固有周期和横越太平洋的海啸波的优势周期一致, 从而产生共振^[1]. 通常港口边的海岸地势较低, 对于只有几米高的入射海浪波的抵御能力也比较脆弱. 我国东南沿海及台湾的很多经济发达的沿海城市大多坐落于这些地区, 是遭受海

英文引用格式: Jing H M, Zhang H, Yuen D A, et al. Numerical analysis of wave hazards in a harbor. Sci China Earth Sci, 2012, doi: 10.1007/s11430-012-4388-1

海啸自然灾害影响的潜在区域.

波浪在海岸附近的行为特征, 比如与海湾的共振等, 都是海岸工程师的研究对象^[9~12]. 目前在海岸工程中广泛应用的海岸波浪场预测模型主要有以下两大类^[13]: 能量平衡模型和质量、动量守恒模型. 前者一般用来预测海洋深水波侯, 已发展到相当完善的阶段, 例如最为著名的 WAM3G 模型^[14,15]. 这种模型在海岸工程中的作用就在于可以模拟施加在波浪上的随时间变化的风场效应. 第二类模型在海岸工程中应用最为普遍, 并且内容丰富, 数值技巧多样. 目前包含了以下代表性的模型: 缓坡方程、抛物型方程、非线性浅水波方程高阶 Boussinesq 型方程、Green-Naghdi 理论. 虽然这两类模型有了很好的发展, 但目前还不适用于模拟海啸的海岸效应.

在这篇文章中, 我们关注于港口内的波浪传播特征. 利用已有的数值模型来模拟海啸的产生和传播, 并重点考察波浪在港口内的行为特点进而对其风险进行评估. 海啸地震导致的初始变形根据 Okada 的弹性半无限空间理论来计算^[16]. 二维浅水波方程被用来模拟海啸穿越海洋的传播过程. 浅水波方程多被应用于波高远小于水深即远小于波长的情况下. 三维模型需要大量的存储空间和更长的计算时间, 因此很少被采用^[17]. 二维潜水波方程模型可以提供足够的数值模拟精确度, 通常会被用来模拟海啸的传播, 这种方法被广泛应用在国际上主要的海啸模型中, 如 MOST^[18], TUNAMI^[19] 以及 COMCOT^[20]. 数值计算采用蛙跳有限差分格式, 波高随时间变化的序列作为模拟的保存结果. 通过分析预设点上的波高时间序列, 我们可以得到岸边的波高分布, 进而通过适当的后处理方法评估该地区的波浪灾害.

需要说明的是, 本文中所使用的地震海啸, 更重要的意义是将其作为一个初始的扰动源, 由于地震海啸通常会覆盖较广的频率范围的波浪, 因此我们采用了这一假设, 而并不深究其地球物理意义. 将地震海啸作为初始扰动, 不同大小的地震产生的波长和频率是不同的, 我们的研究中考虑了不同震级的情况. 此外, 我们还考虑了在计算区域临近海洋的边界入射波为平面波的情况作为一种补充, 这个假设的入射波源可以根据需要来调整, 考察特定频率的波浪. 这样既可以满足考察更广的频率范围的波浪, 也可以对特定频率的波浪单独进行考察. 由于各个地区更多的会经历风浪灾害, 而风浪的频率范围大

致是固定的, 因此地震海啸结合平面波入射模拟可以同时满足考察广度和深度的要求.

1 数值模型的控制方程

海啸的模拟大多建立在二维空间的长波近似的基础上, 二维线性长波(linear long-wave, LLW)方程因其有效性被广泛的应用于模拟海啸的传播^[21]. 它们常被用来推导海啸的格林函数以估计沿地震断层的滑移分布或是初始的海啸分布^[22,23]. 在对于以往的海啸灾害的评估以及未来大地震可能导致的海啸灾害的预测等研究中同样被广泛的应用^[17,24].

传统的海啸模拟中所用到的二维海啸方程可以由 NS 方程推导而来^[25], 具体的推导可参阅文章的附录部分. 浅水波方程中的质量守恒方程或称为连续性方程如下:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}[(h - h_b)u] + \frac{\partial}{\partial y}[(h - h_b)v] = 0, \quad (1)$$

其中, $h(x, y, t)$ 表示海水的自由表面, $h_b(x, y)$ 表示海底地形, u 和 v 分别为水平面上沿 x 和 y 方向的速度. 浅水波方程中的动量守恒方程如下:

$$\rho \left(\frac{D\bar{U}}{Dt} + 2\bar{\Omega} \times \bar{U} \right) = -\rho \bar{g} \nabla h, \quad (2)$$

其中, $\bar{U}$ 为速度矢量, $\bar{\Omega}$ 表示角速度.

一般来讲, 这种类型的浅水波方程可以通过有限单元法应用不同的格式求解, 比如 TVD(total variation diminishing)迎风格式^[26]. 多重网格方法也可以得到较好的结果^[27,28]. 有限体积法在强非线性情况下(如对流项起控制作用), 尤其是在波浪到达岸边时的碎波研究中日益得到更多应用^[29]. 在我们的程序中, 有限差分法被用来数值求解浅水波方程. 这种方法也在很多知名的海啸模型中应用, 比如 COMCOT^[20], TUNAMI^[19], 以及 MOST^[18].

首先对方程进行简化, 定义 $H(x, y)$ 为静止水面的高度, $\eta(x, y, t)$ 为水面波动时相对于静止水面的垂向变化, 各变量的关系如图 1 中所表示. 得到如下的关系式:

$$h = h_b(x, y) + H(x, y) + \eta(x, y, t). \quad (3)$$

由图 1 中可见, $h_b(x, y) + H(x, y) = C$, 此处 C 为常数. 由此得到对于 $h(x, y, z)$ 的偏微分, 如下:

图1 浅水波方程所在的三维坐标系及各变量

$$\begin{aligned}\frac{\partial h(x, y, t)}{\partial t} &= \frac{\partial (\eta(x, y, t) + C)}{\partial t} = \frac{\partial \eta(x, y, t)}{\partial t}, \\ \frac{\partial h(x, y, t)}{\partial x} &= \frac{\partial (\eta(x, y, t) + C)}{\partial x} = \frac{\partial \eta(x, y, t)}{\partial x}, \\ \frac{\partial h(x, y, t)}{\partial y} &= \frac{\partial (\eta(x, y, t) + C)}{\partial y} = \frac{\partial \eta(x, y, t)}{\partial y}.\end{aligned}\quad (4)$$

假设模型中的各个变量的变化相对于它们的平均场来讲很小, 通过忽略水深变化和水平速度的乘积项来实现方程的线性化, 并考虑到本文中所考察的范围较小, 科氏力的影响可以忽略. 线性化后的浅水波方程如下:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} + g \frac{\partial \eta}{\partial x} = fv, \\ \frac{\partial v}{\partial t} + g \frac{\partial \eta}{\partial y} = fu, \\ \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial (Hu)}{\partial x} + \frac{\partial (Hv)}{\partial y} = 0. \end{cases}\quad (5)$$

使用蛙跳格式算法来求解该方程, 该算法使用网格点相互交错的网格并使用中心差分来实现 $O(\Delta x^2, \Delta t^2)$ 的精度. 这种蛙跳数值计算格式中交错的网格点在图2中表示出来, 其中, Δx , Δy 和 Δt 分别表示在 x , y 和时间方向上的网格大小.

在这些交错的数值计算点上分别对水平速度方向进行中心差分 and 水面高度变化进行向前差分, 得到浅水波方程采用有限差分方法和交错蛙跳格式的离散化形式如下:

$$\begin{cases} \frac{1}{\Delta t} \left(u_{i+\frac{1}{2},j}^{n+\frac{1}{2}} - u_{i+\frac{1}{2},j}^{n-\frac{1}{2}} \right) + g \frac{1}{\Delta x} (\eta_{i+1,j}^{n+1} - \eta_{i,j}^{n+1}) = fv_{i,j+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}}, \\ \frac{1}{\Delta t} \left(v_{i,j+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - v_{i,j+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}} \right) + g \frac{1}{\Delta y} (\eta_{i,j+1}^{n+1} - \eta_{i,j}^{n+1}) = fu_{i+\frac{1}{2},j}^{n-\frac{1}{2}}, \\ \frac{1}{\Delta t} (\eta_{i,j}^{n+1} - \eta_{i,j}^n) + \frac{1}{\Delta x} \left(\frac{H_{i,j} + \eta_{i,j}^n + H_{i+1,j} + \eta_{i+1,j}^n}{2} \right) \times \left(u_{i+\frac{1}{2},j}^{n-\frac{1}{2}} - u_{i-\frac{1}{2},j}^{n-\frac{1}{2}} \right) \\ + \frac{1}{\Delta y} \left(\frac{H_{i,j} + \eta_{i,j}^n + H_{i,j+1} + \eta_{i,j+1}^n}{2} \right) \times \left(v_{i,j+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}} - v_{i,j-\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}} \right) = 0. \end{cases}\quad (6)$$

由于在二维的数值模拟中应用了长波近似, 因此不能计算垂直方向的流动. 地震带来的海底的迅速抬升或下降导致海啸的产生, 这种抬升过程与海啸的传播过程相比非常短暂, 因此通常情况下, 这一过程在模型中不会被计算而是直接作为初边值条件给定. 数值模拟中假设初始的海啸的分布与地震导致的海底变形完全一致, 这种方法已经被广泛应用在二维海啸数值模拟中^[30]. 在实际计算时是通过改变海底地形来实现, 即改变图1中的 h_B 作为初始的海啸的分布.

2 港口海浪的数值模拟

我们的数值模拟模型包括三个部分, 即实际地形的生成, 波源假设和模拟海啸传播. 本文选定的计算区域的大小为 $80.5 \text{ km} \times 100 \text{ km}$. 计算区域的地形数据由两种分辨率的数据融合而来. 模型中整体数据选自 SRTM30 数据 (Shuttle Radar Topography Mission, <http://www2.jpl.nasa.gov/srtm/>), 数据的分辨率大约为 1.0 km . 该分辨率的数据在模拟港口海底高程的精细模型中还不够精确. 因此, 在模型港口海底高程部分我们又补充了该地区 SRTM3 数据, 数据的分辨率为 100 m 左右. SRTM3 通过插值得到计算模型中每个网格点上的具体高程值, 用来修正 SRTM3 数据预插值数据结果. 这样, 就提高了数值模拟模型中不同区域不同尺度的高程数据精度. 这两部分数据的融合在

图 2 蛙跳数值计算格式中交错的网格点

图 3 由陆地地形数据和海底测深数据结合而成的计算区域地形数据

(a) SRTM3 的陆地地形数据; (b) SRTM30 的海底数据; (c) 计算中使用的两部分结合而成的地形数据. 其中港口部分采用了更高精度的数据

图 3 中表示出来. 此外, 在港口地区进一步采用了由港口提供的更高精度的海底测深地形数据, 其网格精度大约为 50 m.

初始的海底变形利用 Okada 所提出的弹性半无限空间理论来计算^[16]. 然后由二维浅水波海啸传播模型来模拟向港口的传播过程. 考虑到我们的研究重点在于波浪在港口内的行为, 本文对于海啸源不做详细深究, 在港口的东部设置了相当于 a) M_w6 , b) $M_w6.5$, c) M_w7 三种情况的假设的海啸地震.

当海啸或海浪自远场传播至岸边时, 大部分波浪可以近似认为是平面波, 因此可以假设作为一种平面入射波源. 利用海啸数值模型可以产生多种不同波长和频率的波的叠加, 其频率范围几乎可以覆盖大部分的港口海浪的频率. 而通常会在港口造成灾害的海浪, 如 swell, 其周期大概在几十秒至几百秒

之间, 利用平面入射波模拟, 可以考察具有固定频率的风浪的效应, 作为海啸源模型的一个补充. 潜在的地震带来的海啸可能的波高在前人的工作中已有详细讨论^[31], 在此基础上我们假设在计算区域入射波的波高为 1 m, 然后在实际地形数据上进行波浪传播的数值模拟. 平面入射波函数由下式给出:

$$z = A \cos[K_x(x \cos \theta + y \sin \theta) - \omega T], \quad (7)$$

其中, A 为振幅, θ 为波的传播方向, λ 为波长, $K_x = 2\pi/\lambda$ 为波数, $\omega = 2\pi \times f$ 为角速度, f 为频率. 试验中输入的参数为 $A = 1$ m, $\lambda = 1000$ m, $\theta = -180^\circ, 270^\circ, -270^\circ$, 表示波来自不同的三个方向, f 根据入射波的周期不同而不同, 数值模拟中所取的平面入射波的周期分别为: 20, 30, 50, 200, 300, 400 s.

波浪的传播问题可以由我们所列出的控制方程加上合适的初始和边界条件求解. 前人的文献中对

不同的边界条件进行过大量的研究讨论^[32~34]. 我们的模型中在所有的海-陆边界采用固体全反射边界条件, 而与相邻的海洋相连的边界采用开放的辐射边界条件使得波浪可以穿过边界无反射的向外传播, 这种边界的设定更为符合实际的情况. 计算网格大小为 50 m, 网格总数 4000000, 计算时间间隔 0.05 s. 计算结果将在下一节以快照图片的形式进行总结和展示. 以每 60 s 的间隔保存一次计算结果并将此数据利用可视化软件 Amira (<http://www.amiravis.com/>) 进行可视化, 制作动画. 预设记录点的波高变化时间序列以及频谱分析的结果也将在下一节进行讨论.

3 结果及讨论

对于线性模型有效性的讨论前人工作中已经进行了验证^[31]. 我们使用可视化软件对数值模拟的结果进行处理^[35]. 通过对模拟结果的可视化, 得到了可以反映波浪的反射、折射、衍射以及相互干涉的动画. 从所制作的动画中截取的部分图片展示在图 4 中, 这些图片显示了波浪在计算区域传播过程中的基本特征, 为了更清晰的展示波在港口区域的传播特征, 部分图片进行了局部放大.

在海岸区域, 由于水深减小使得波浪的传播特性发生了改变, 这种现象称为折射, 即由于波速的改变导致波的传播方向发生了改变. 折射发生在波与其他介质发生相互作用时, 对于波浪来讲, 不同深度的水可视为不同的介质. 当折射发生时, 波速的减小引起波长的减小, 这个现象可以通过波峰的相互接近而被观察到. 同时, 波高的增加使波浪变为具有毁灭性危害的巨浪. 在这种情况下, 即使在远离岸边的海洋中波高很小的波浪, 当传播至港口区域时, 波高会变得很大从而带来灾害. 在图 4 中可以观察到波浪的折射, 例如在图片的中上部水较浅的区域波速变小, 前后波浪的波峰变得相互接近, 而南侧水深较深, 波速较大. 此外, 在港口东部的岬角区域波浪有明显的衍射现象发生.

我们的数值模拟计算中, 预设了一些波高记录点, 如图 5(c)中所标示. 记录计算过程中这些点的波高变化, 可以得到波高随时间的变化序列, 对此时间序列做频谱分析, 可以得出波浪的频率范围, 以及各个记录点的敏感频率.

图 5 所示为计算区域的地理位置(图 5(a), (b))以及

波高记录点的位置(图 5(c)). 其中记录点 1 位于港口外侧, 是我们在数值模拟中所设置的参考点. 以 $M_w 6.5$ 地震海啸源模型为例, 波高随时间变化的序列及其频谱分析结果如图 6 所示. 不同大小的震源模型中所得到的记录点上的最大波高及敏感频率列于表 1. 敏感频率的选择基于图 6 中的频谱分析结果, 记录点上的波高是由不同频率的波叠加而来, 其敏感频率并不唯一, 该敏感频率可能是该点的共振频率, 也可能是海啸波中优势波的频率, 需要具体到各个点来分析.

图 6 中记录点 1 没有受到港口建筑的影响, 其频谱范围包含了大部分入射波的频率, 而港口内的各记录点受到港口建筑的影响, 不同频率的波分别被加强或减弱, 其中记录点 2 和记录点 6 共振效应最为明显. 以记录点 6 为例进行分析, 由图 5 中所标注的记录点的位置可以发现, 记录点 6 位于港口最内部, 波高放大效应也最为严重, 通过不同的震源模型得到了相同的敏感频率 0.002 Hz, 同时, 由记录点 1 的频谱分析可以看出, 入射波的优势频率中并不包含该频率, 因此, 可以确定此频率为该点的共振频率.

表 1 中列出的频谱分析的结果显示, 对于相同的入射波不同的记录点可能会得到相同的或相近的敏感频率, 而该频率应该是入射波的优势频率; 各个记录点上得到不同的敏感频率, 其原因则在于水深和港口的几何形状的差异, 与记录点本身所处的位置有关; 此外, 同一个记录点上的多个敏感频率之间大多具有整数倍的关系.

将地震海啸作为初始波源的数值模拟, 可以得到包含不同波长和频率的波. 图 7 显示了数值模拟中不同大小的地震产生的海啸波的频谱.

如前文中所述, 记录点 1 位于港口之外, 由港口东部传播过来的波没有受到港口建筑的影响, 该点的记录相当于港口的入射波. 图 7 是通过对不同震级的地震海啸模型中记录点 1 的波高时间序列做频谱分析得到的, 显示了三种情况下入射波的频谱覆盖了非常广的范围, 足以包含大部分港口海浪的频率.

作为以海啸波源作为初始扰动的模拟结果的补充, 对于平面波入射的情况, 我们考察了岸边记录点上对于固定频率的入射波波高的放大效应. 海洋中以风为驱动力的波浪(如 Swell, seiche 等)的周期一般在几秒至几百秒之间, 数值模拟中平面入射波的周期分别取 20, 30, 50, 200, 300, 400 s. 其中记录点 1 位于港口之外的东北方向(见图 5), 作为参考点, 其他

图 4 海啸传播过程中不同时刻的海浪波高数据可视化结果

图 5 计算区域的位置示意图
(c)中标注了波高记录点

表 1 港口内部记录点上的最大波高和由频谱分析所得到的敏感频率

记录点编号	a)		b)		c)	
	最大波高(m)	敏感频率(Hz)	最大波高(m)	敏感频率(Hz)	最大波高(m)	敏感频率(Hz)
1	0.074	0.008	0.187	0.009	0.449	0.007
		0.007		0.008		0.005
				0.007		0.001
				0.004		0.004
2	0.042	0.004	0.188	0.004	0.517	0.002
		0.008				
		0.009		0.003		0.002
3	0.030	0.008	0.119	0.002	0.309	0.001
		0.003		0.009		
		0.002				
		0.008		0.008		0.001
4	0.039		0.105	0.007	0.270	
				0.003		
				0.004		0.001
		0.008		0.002		0.002
5	0.019	0.008	0.107		0.297	0.005
		0.002				
		0.001				
		0.005				
6	0.029	0.015	0.15	0.002	0.543	0.002
		0.002		0.004		
				0.002		0.001
				0.003		0.002
7	0.023	0.008	0.096	0.006	0.302	0.005
		0.002				
		0.019				
		0.001				
8	0.022	0.011	0.082	0.002	0.355	0.001
		0.015				0.002
		0.019				0.005
		0.002				

的位于港口内的记录点上的最大波高与记录点 1 的最大波高之比,反映了港口内的波浪的局部放大效应.各记录点上的波高与记录点 1 的波高之比见图 8(a).同时,我们还考察了入射波的方向变化对于港口内波高的影响,其结果见图 8(b).

图 8 反映了港口内各点对于波浪的局部放大效应,其中记录点 2, 5, 6, 7 效果明显.左侧图显示改变

入射波的周期时的结果,可以发现周期为 200 s 的波浪在港口内的放大效应尤其明显,说明这个周期与港口内某些点的固有周期接近,意味着其共振频率可能在 0.005 Hz 左右,与我们在第一种波源假设时所得到的结果相近.右侧图显示当波浪的入射方向不同时同一个记录点上的放大程度不同,当入射波来自港口的东面时放大效果最为明显.

图 6 港口内记录点上波高随时间的变化及其频谱分析结果
图片顺序按图 5 中记录点标号

图7 不同模型入射波的频谱分析结果
自上到下依次对应 a), b), c) 三种模型

4 讨论与结论

共振效应是导致港口海浪灾害的重要原因。当入射波的频率与海湾本身的固有频率相近或具有倍数关系时, 海浪会在海湾内发生共振效应, 共振效应导致的波高放大会带来严重的危害。传统的理论研究方法只能计算规则形状和均一地形的港口的固有频率进行考察, 本研究中我们采用数值模拟的方法

来研究港口的共振效应。首先利用已有的海啸数值模型, 以假设的地震海啸为激发源, 模拟港口中的波浪行为, 考察不同频率和波长的波在港口内的传播特征。由于地震激发的海啸波是许多不同波长和频率的波的叠加, 通过改变地震的大小, 几乎可以得到涵盖了绝大多数港口波浪频率的入射波。然后通过对于港口内波高记录点上波高时间序列的频谱分析, 可以得到各点的敏感频率。港口的不同部分因为几何形状和水深的差别而具有不同的固有频率, 这一点在对于时间序列的频谱分析的结果中可以看出。结合港口外的参考记录点的数据, 可以作出敏感频率是港口内的共振频率或者海啸波优势频率的判断。此外, 平面入射波的数值模拟研究可以作为海啸源入射波的一种补充, 主要用来考察具有特定频率或方向特征的入射波在港口内的共振效应。

利用数值模拟的方法来考察港口内的海浪灾害, 将地震海啸和平面入射波的数值模拟相结合可以同时满足所考察的入射波频率的广度和深度, 是一种可行和高效的方法。利用频谱分析方法对数值模拟结果的时间波高序列进行分析, 可以获得港口内的敏感频率, 研究港口的共振效应。数值模拟的结果结合当地的波浪观测历史数据可以在未来对港口及其周边区域潜在的灾害分布做出评估。从这些结果我们也可以得到港口中对于特定频率的海啸和海浪容易产生共振效应的部分, 从而采取相应的措施来改进。此外, 这种方法便于移植, 可以在其他地区进行推广, 用于考察世界各地不同港口的海浪灾害。

图8 港口内记录点上的最大波高与港口外记录点1上的最大波高之比
(a) 当入射波的周期分别为 200, 300, 400, 20, 30, 50 s 时的结果; (b) 波浪从不同方向入射时的结果

致谢 感谢韩国浦项工业大学金光益教授提供韩国浦项港高精度地形数据以及研究过程中卓有成效的讨论, 感谢审稿专家的评审和修改过程中建设性的建议.

附录 由 N-S 方程推导浅水波方程

流体的运动可以由以下三维 NS 方程来描述, 此处笛卡尔坐标系中, 我们取 z 轴为竖直方向, x 和 y 轴在水平方向. 如附图 1 所示.

附图 1 浅水波方程的推导过程中所使用的三维笛卡尔坐标系及各参数的示意图

不可压缩流体的 Navier-Stokes 方程可以写成如下形式:

质量守恒方程:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \bar{U}) = 0, \quad (1.0)$$

动量守恒方程:

$$\rho \left(\frac{D\bar{U}}{Dt} + 2\bar{\Omega} \times \bar{U} \right) = -\nabla p + \mu \nabla^2 \bar{U} + \bar{f}, \quad (2.0)$$

此处 $\bar{U}$ 表示速度, u , v 和 w 分别表示沿三个坐标轴方向的速度分量, p 表示压强, ρ 表示密度, $\bar{\Omega}$ 表示角速度, μ 表示海水的动力学粘度系数^[36], $\bar{f}$ 表示其他的体力.

应用常密度假设, 并对于质量守恒方程沿 z 轴方向积分, 可以得到:

$$w(x, y, z, t) = -z \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \bar{w}(x, y, t). \quad (1.1)$$

当流体具有一个定义好的没有相对运动的边界, 当该边界运动时, 流体做相同速度的平行于该边界或是垂直于该边界的运动. 这种边界的数学表达被称为动力学边界条件. 如果我们定义边界位于 $F(x, y, z, t) = 0$, 则动力学边界条件表示如下:

$$\frac{DF}{Dt} = \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} u + \frac{\partial F}{\partial y} v + \frac{\partial F}{\partial z} w = 0, \text{ 在 } F = 0 \text{ 时}. \quad (1.2)$$

海水表面的动力学边界条件由下式给出:

$$w(x, y, h, t) = \frac{\partial h}{\partial t} + u \frac{\partial h}{\partial x} + v \frac{\partial h}{\partial y}, \quad (1.3)$$

类似的, 在海水的底边界 $z = h_b(x, y)$, 如下:

$$w(x, y, h_b, t) = u \frac{\partial h_b}{\partial x} + v \frac{\partial h_b}{\partial y}. \quad (1.4)$$

将(1.4)代入(1.1):

$$\bar{w}(x, y, t) = u \frac{\partial h_b}{\partial x} + v \frac{\partial h_b}{\partial y} + h_b \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right), \quad (1.5)$$

联立(1.1), (1.3)和(1.5):

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} [(h - h_b)u] + \frac{\partial}{\partial y} [(h - h_b)v] = 0, \quad (1.6)$$

方程(1.6)即为浅水波方程中的质量守恒方程又称为连续性方程.

因为海水的粘度具有非常小的量级, 大约为 $10^{-6} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$, 我们可以认为远场海啸是非扰动流^[37], 取重力 $\bar{f} = -\rho \bar{g}$, 可以将动量守恒方程写为如下形式:

$$\rho \left(\frac{D\bar{U}}{Dt} + 2\bar{\Omega} \times \bar{U} \right) = -\nabla p - \rho \bar{g}. \quad (2.1)$$

在浅水理论中, 垂向剪切对于水平速度的影响可以忽略, 因此, 水分子的垂向运动对于压力的分布没有影响, 亦即静水压力近似:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g + O(\delta^2), \text{ with } \delta^2 \ll 1, \quad (2.2)$$

将该式沿 z 方向积分:

$$p = -\rho g z + \bar{p}(x, y, t). \quad (2.3)$$

在自由表面压力为常数, 即 $p(x, y, h) = p_0$ 我们可以得到压力 p 的表达式:

$$p = \rho g(h - z) + p_0, \quad (2.4)$$

应用常密度假设, 可以得到:

$$\nabla p = \nabla [\rho g(h - z) + p_0] = \rho g \nabla h - \rho \bar{g}, \quad (2.5)$$

将(2.5)代入(2.1),

$$\rho \left(\frac{D\bar{U}}{Dt} + 2\bar{\Omega} \times \bar{U} \right) = -\rho g \nabla h, \quad (2.6)$$

方程(2.6)即为浅水波方程中的动量守恒方程.

参考文献

- 1 Satake K. 28 Tsunamis. In: Lee W H K, Kanamori H, Jennings P C, et al, eds. International Geophysics. London: Academic Press, 2002. 437-451

- 2 Fukao Y. Tsunami earthquakes and subduction processes near deep-sea trenches. *J Geophys Res*, 1979, 84: 2303–2314
- 3 Kervella Y, Dutykh D, Dias F. Comparison between three-dimensional linear and nonlinear tsunami generation models. *Theor Comput Fluid Dyn*, 2007, 21: 245–269
- 4 Lynett P, Liu P L F. A numerical study of the run-up generated by three-dimensional landslides. *J Geophys Res-Oceans*, 2005, 110: C03006
- 5 Saito T, Furumura T. Three-dimensional simulation of tsunami generation and propagation: Application to intraplate events. *J Geophys Res*, 2009, 114: B02307
- 6 Greenslade D, Titov V. A Comparison study of two numerical tsunami forecasting systems. *Pure Appl Geophys*, 2008, 165: 1991–2001
- 7 Kirby J T, Dalrymple R A. An approximate model for nonlinear dispersion in monochromatic wave propagation models. *Coastal Engineering*, 1986, 9: 545–561
- 8 Titov V V, Gonzalez F I, Bernard E N, et al. Real-time tsunami forecasting: Challenges and solutions. *Nat Hazards*, 2005, 35: 41–58
- 9 Cavaleri L, Alves J, Ardhuin F, et al. Wave modelling—The state of the art. *Prog Oceanogr*, 2007, 75: 603–674
- 10 Escher J. Wave breaking and shock waves for a periodic shallow water equation. *Philos Trans R Soc A-Math Phys Eng Sci*, 2007, 365: 2281–2289
- 11 Hamm L, Madsen P A, Peregrine D H. Wave transformation in the nearshore zone—A review. *Coast Eng*, 1993, 21: 5–39
- 12 Li B. Wave equations for regular and irregular water wave propagation. *J Waterw Port C—Asce*, 2008, 134: 121–142
- 13 Huang H. A review of coastal wave modeling. *Adv Mech*, 2001, 31: 592–610
- 14 Group T W. The WAM Model: A third generation ocean wave prediction model. *J Phys Oceanogr*, 1988, 18: 1775–1810
- 15 Komen G J, Cavaleri L, Donelan M, et al. *Dynamic and Modelling of Ocean Waves*. Cambridge: Cambridge University Press, 1994
- 16 Okada Y. Surface deformation due to shear and tensile faults in a half-space. *Bull Seismol Soc Am*, 1985, 75: 1135–1154
- 17 Koh H L, Teh S Y, Liu P L F, et al. Simulation of Andaman 2004 tsunami for assessing impact on Malaysia. *J Asian Earth Sci*, 2009, 36: 74–83
- 18 Titov V V, Synolakis C E. Extreme inundation flows during the Hokkaido-Nansei-Oki tsunami. *Geophys Res Lett*, 1997, 24: 1315
- 19 Imamura F, Shuto N, Goto C. Numerical simulations of the transoceanic propagation of tsunamis. In: *Proceedings of the Sixth Congress Asian and Pacific Regional Division, IAHR*. Kyoto, Japan. 1988. 265–272
- 20 Liu P L F, Woo S B, Cho Y S. *COMCOT User Manual Version 1.6*, 2007
- 21 Fuji Y, Satake K. Tsunami source of the 2004 Sumatra-Andaman earthquake inferred from tide gauge and satellite data. *Bull Seismol Soc Am*, 2007, 97: S192–S207
- 22 Satake K. Inversion of Tsunami waveforms for the estimation of heterogeneous fault motion of large submarine earthquakes: The 1968 Tokachi-Oki and 1983 Japan sea earthquakes. *J Geophys Res*, 1989, 94: 5627–5636
- 23 Baba T, Cummins P R, Hori T, et al. High precision slip distribution of the 1944 Tonankai earthquake inferred from tsunami waveforms: Possible slip on a splay fault. *Tectonophysics*, 2006, 426: 119–134
- 24 Geist E L, Titov V V, Arcas D, et al. Implications of the 26 December 2004 Sumatra-Andaman earthquake on tsunami forecast and assessment models for great subduction-zone earthquakes. *Bull Seismol Soc Am*, 2007, 97: S249–S270
- 25 McWilliams J C. *Fundamentals of Geophysical Fluid Dynamics*. Department of Atmospheric and Oceanic Sciences, University of California, 2006
- 26 Yee H C, Warming R F, Harten A. Implicit total variation diminishing (TVD) schemes for steady-state calculations. *J Comput Phys*, 1985, 57: 327
- 27 Brezina M, Falgout R, Maclachlan S et al. Adaptive smoothed aggregation (α SA multigrid). *SIAM Review*, 2005, 47: 317–346
- 28 Adams Mark F. Algebraic multigrid methods for constrained linear systems with applications to contact problems in solid mechanics. *Numer Linear Algebra Appl*, 2004, 11: 141–153
- 29 Wei Y, Mao X Z, Cheung K F. Well-balanced finite-volume model for long-wave runup. *J Waterw Port Coast Ocean Eng—ASCE*, 2006, 132: 114–124
- 30 Piatanesi A, Lorito S. Rupture process of the 2004 Sumatra-Andaman earthquake from tsunami waveform inversion. *Bull Seismol Soc Am*, 2007, 97: S223–S231
- 31 Liu Y, Santos A, Wang S M, et al. Tsunami hazards along Chinese coast from potential earthquakes in South China Sea. *Phys Earth Planet In*, 2007, 163: 233–244
- 32 Palma E D, Matano R P. Dynamical impacts associated with radiation boundary conditions. *J Sea Res*, 2001, 46: 117–132
- 33 Marchesiello P, McWilliams J C, Shchepetkin A. Open boundary conditions for long-term integration of regional oceanic models. *Ocean Model*, 2001, 3: 1–20
- 34 Carter G S, Merrifield M A. Open boundary conditions for regional tidal simulations. *Ocean Model*, 2007, 18: 194–209
- 35 Zhang H, Shi Y L, Yuen D A, et al. Modeling and visualization of tsunamis. *Pure Appl Geophys*, 2008, 165: 475–496
- 36 Snieder R. *A Guided Tour of Mathematical Methods*. 2 ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2004
- 37 Stoneley R. The propagation of tsunamis. *Geophys J R Astron Soc*, 1964, 8: 64–81