论文

非均匀线性温度场中布朗制冷机性能优化

肖宇玲^①, 缪贵玲^②, 何济洲^{①*}^① 南昌大学物理系, 南昌 330031;^② 江西师范高等专科学校, 数学与计算机学院, 鹰潭 335000*联系人, E-mail: hjzhou@ncu.edu.cn

收稿日期: 2015-10-16; 接受日期: 2016-01-25; 网络出版日期: 2016-06-13

国家自然科学基金自助资助项目(编号: 11365015)

摘要 本文研究了一种由周期性非均匀线性温场所驱动的布朗制冷机性能特征. 利用布朗粒子的动力学方程——Langevin equation, 获得了稳态时布朗制冷机的粒子流、制冷率和制冷系数的解析表达式. 通过数值计算分析了势垒高度、非对称性、外力和温比等参数对制冷机性能的影响. 在最大品质因子条件下, 对制冷机性能参数进行优化, 画出了优化的制冷系数和制冷率随温比的演化曲线. 研究表明: 在准静态极限下, 制冷系数趋于用等效温度给出的卡诺制冷系数, 制冷率趋于零; 制冷系数随制冷率增加而减少; 优化的制冷系数随温比减小而下降, 而对应的制冷率却相反; 相比于在分段均匀温度场中, 非均匀线性温度场将导致制冷系数的提高.

关键词 布朗制冷机, 非均匀温场, 制冷系数, 制冷率, 品质因子

PACS: 05.40.-a, 05.70.Ln, 87.10.+e

1 引言

布朗马达是一种利用系统的空间和时间反对称性破坏而引起非平衡热涨落, 导致布朗粒子定向流, 实现有用功输出的装置. 因为这一类的马达强烈地依赖于热噪声, 使得布朗马达只在纳米尺度下才可能实现, 因此在现在对于小尺度能源的需求和装置微型化趋势的形势下引起了人们广泛的关注^[1-3].

由于温差驱动的布朗马达模型能够形成热机, 可以实现微观尺度下的能量转换, 这类由非统一温度而引起的布朗热机模型, 最早由Buttiker^[4], van Kampen^[5]和Landauer^[6]提出. 此后, Asfaw等人^[7-10]研究了一系列的

连续锯齿势模型, 在过阻尼情况下, 利用Smoluchowski方程研究了稳态情况下的粒子流、热流、功、热机效率等性能参数的特性. 在准静态极限下, 不考虑不可逆热流(动能项、温库间热漏等)存在时, 热机效率可达到可逆卡诺效率. 进一步, 他们提出了分立锯齿势模型, 运用主方程求解了稳态情况下的粒子净流、热流、功率、热机效率和制冷系数等性能参数^[11,12]. Hondou等人^[13]指出在Buttiker-Landauer布朗热机中动能的贡献起主要作用, 因此, 布朗热机的效率不能达到卡诺效率. Velasco等人^[14]在最大功率和效率下研究了费曼锯齿模型的优化性能. Jarzynski等人^[15,16]分别提出了另一种分立的费曼锯齿模型, 求解出热机与

引用格式: 肖宇玲, 缪贵玲, 何济洲. 非均匀线性温度场中布朗制冷机性能优化. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2016, 46: 070501
Xiao Y L, Miao G L, He J Z. The performance optimization for a Brownian refrigerator in an inhomogeneous linear thermal field (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2016, 46: 070501, doi: [10.1360/SSPMA2015-00510](https://doi.org/10.1360/SSPMA2015-00510)

制冷机性能参数的具体表达式. 还有一些学者研究了其他不同类型的布朗热机^[17,18]、布朗制冷机^[19-22]和布朗热泵^[23-25]的性能特征和优化性能, 获得了许多有益的结果.

文献^[10]提出了一种温度为周期性线性变化且势场对称的布朗模型, 讨论了该布朗模型作为热机与制冷机的性能特征, 并指出非均匀温度分布可以等效为一个附加的负载力. 在此基础上, 我们提出了一种在不对称锯齿势下, 非均匀线性分布温度场驱动的布朗制冷机模型, 研究了制冷系数和制冷率随模型结构参数的变化特征关系, 并在最大品质因子目标下对该制冷机的性能进行了优化分析, 获得了一些新颖的结果.

2 模型与理论分析

考虑布朗粒子在周期性锯齿势中运动, 黏性介质沿空间坐标 x 的方向与非均匀线性周期性变化的温度场 $T(x)$ 耦合, 势垒的周期与温度场的周期相同, 粒子受到外加负载力的作用, 如图1所示势垒锯齿势 $U_s(x)$ 表示为

$$U_s(x) = \begin{cases} U_0 \left(\frac{x}{L_1} \right), & 0 < x < L_1, \\ U_0 \left(\frac{L-x}{L-L_1} \right), & L_1 < x < L, \end{cases} \quad (1)$$

其中, U_0 为势垒高度, L 为势垒宽度, L_1 为势垒最大值的位置. 外力 f 产生的等效势为 $f x$, 总的等效锯齿势变为 $U(x) = U_s(x) + f x$. 非均匀线性温度场 $T(x)$ 为

$$T(x) = \frac{x(T_c - T_h)}{L} + T_h, \quad (2)$$

图1 (网络版彩图) 布朗制冷机示意图

Figure 1 (Color online) The schematic diagram of a Brownian refrigerator.

其中, T_h, T_c 分别为周期性温场两端的温度, 即 $T(0) = T_h$, $T(L) = T_c$, 且 $T(x) = T(x+L)$.

在过阻尼极限下, 粒子的动力学方程Langevin equation简化为

$$\gamma \frac{dx}{dt} = -\frac{\partial U(x)}{\partial x} + \sqrt{2D} \gamma \zeta(t), \quad (3)$$

其中, γ 为摩擦系数, $D = k_B T$ 为热噪声强度, k_B 为玻尔兹曼常数, $\zeta(t)$ 为高斯白噪声, 满足关系式: $\langle \zeta(t) \rangle = 0$, $\langle \zeta(t) \zeta(t+\tau) \rangle = \delta(\tau)$. 相应的Fokker-Planck方程为

$$\begin{aligned} \frac{\partial P(x, t)}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\gamma} \left[U'(x) P(x, t) + \frac{\partial}{\partial x} (k_B T(x) P(x, t)) \right] \right) \\ &= -\frac{\partial J(x, t)}{\partial t}, \end{aligned} \quad (4)$$

$P(x, t)$ 为 t 时刻 x 点处发现粒子的几率密度, $J(x, t)$ 为相应的粒子流密度, 下面令 γ 为一常数, $k_B = 1$. 考虑长时间极限下, 系统的稳态流为

$$J = -\frac{1}{\gamma} \left[U'(x) P^s(x) + \frac{\partial}{\partial x} (T(x) P^s(x)) \right], \quad (5)$$

显然, 在没有外场力和温差的时候, 粒子净流为零. 在有外力或温差或两者共同作用下, 粒子的净流才不为零. 令势垒非对称性为 $m = L_1 / L$, 温比为 $\tau = T_h / T_c$, 等效势为 $U_1 = (U_0 + m f L) / T_c$ 和 $U_2 = (U_0 - (1-m) f L) / T_c$. 引入无量纲外力 $\lambda = f L / T_c$, 无量纲势垒高度 $u_0 = U_0 / T_c$, $\gamma = 1$. 这样, 稳态流的一般表达式为

$$J = \frac{-F}{G_1 G_2 + H F}, \quad (6)$$

其中,

$$F = -1 + \tau \left(\frac{U_1}{m(\tau-1)} \right) (m + \tau - m\tau) - \frac{1}{\tau-1} \left(\frac{U_1}{m} + \frac{U_2}{1-m} \right),$$

$$\begin{aligned} G_1 &= \frac{m \left(1 - \left(\frac{m + \tau - m\tau}{\tau} \right) \left(\frac{U_1}{m(\tau-1)} \right) \right)}{U_1} \\ &+ \left(1 - m \right) \left(\frac{m + \tau - m\tau}{\tau} \right) \left(\frac{U_1}{m(\tau-1)} \right) \end{aligned}$$

$$\left[-1 + (m + \tau - m\tau) \left(\frac{U_2}{(1-m)(\tau-1)} \right) \right] \Bigg/ U_2,$$

$$G_2 = \frac{m\tau \left[1 - \left(\frac{m + \tau - m\tau}{\tau} \right)^{1 - \left(\frac{U_1}{m(\tau-1)} \right)} \right]}{m(\tau-1) - U_1}$$

$$+ \left[(1-m) \left(\frac{m + \tau - m\tau}{\tau} \right)^{-\left(\frac{U_1}{m(\tau-1)} \right)} \right]$$

$$\left[-(m + \tau - m\tau) + (m + \tau - m\tau) \left(\frac{U_2}{(1-m)(\tau-1)} \right) \right] \Bigg/$$

$$((m-1)(\tau-1) - U_2),$$

$$H = H_1 + H_2 + H_3,$$

$$H_1 = \frac{m^2 \tau \left[1 - \left(\frac{m + \tau - m\tau}{\tau} \right)^{\left(\frac{U_1}{m(\tau-1)} \right)} \right] - m^2 U_1}{(m(\tau-1) - U_1) U_1},$$

$$H_2 = -\frac{mA}{(m(\tau-1) - U_1) U_2}$$

$$\left[-(m + \tau - m\tau) + \tau \left(\frac{m + \tau - m\tau}{\tau} \right)^{\left(\frac{U_1}{m(\tau-1)} \right)} \right],$$

$$H_3 = \frac{(1-m)A}{[(m-1)(\tau-1) - U_2] U_2}$$

$$-\frac{(1-m)^2}{(m-1)(\tau-1) - U_2},$$

$$A = (1-m) \left[1 - (m + \tau - m\tau) \left(\frac{U_2}{(1-m)(\tau-1)} \right) \right].$$

粒子的速度为

$$V = JL. \quad (7)$$

根据式(6), 稳态流与无量纲外力 λ 、无量纲势垒高度 u_0 、温比 τ 和不对称性 m 等参数有关. 由式(6)可以画出稳态流随外力变化曲线, 如图2所示. 可以看出, 无外力 $\lambda = 0$ 时, $J > 0$, 该模型一定为热机. 有外力 $\lambda \neq 0$ 时,

该模型有可能 $J > 0$ (热机)也可能 $J < 0$ (制冷机). 作为制冷机, 稳态粒子流是反向的, 即 $J < 0$. 由 $J = 0$, 可以导出临界的外力值

$$\lambda_s = u_0 \frac{\ln \frac{\tau^{1-m}}{m + \tau - m\tau}}{(m^2 - m) \ln \tau}. \quad (8)$$

当外力 $\lambda < \lambda_s$ 时, 该模型为热机; 当外力 $\lambda > \lambda_s$ 时, 该模型为制冷机. 类似地, 可以获得稳态流 J 随温比 τ 和势垒高度 u_0 的变化曲线, 如图3和4. 从图3可知, 当外力和势垒高度一定时, 当温比大于某一值 τ_s 时, 该模型为热机, 只有温比在 $1 \leq \tau \leq \tau_s$ 才为制冷机. 如给定 $u_0 = 2$, $\lambda = 1$, 当 $m = 1/3, 1/2, 2/3$ 时, 临界温比分别为 $\tau_s = 3.27, 2.84, 2.54$. 同理势垒高度在 $0 \leq u_0 \leq u_s$ 为制冷机的工作区间, 给定 $\tau = 2$, $\lambda = 1$, 当 $m = 1/3, 1/2, 2/3$ 时, 临界势垒高度分别为 $u_s = 3.16, 2.94, 2.72$. 因此, 外力 λ 、势垒高度 u_0 和温比 τ 的工作区间都与势垒非对称性 m 有关.

3 性能分析

作为制冷机, 其工作原理是布朗粒子在外力的作用下从低温区域吸收热量, 然后释放给高温区域. 当粒子经过一个周期 $t = L/V$ 时, 从冷源吸收的热量为

$$Q_c = U_0 - (\gamma V + f)(1-m)L, \quad (9)$$

其中, 第一项为布朗粒子势能变化引起的热量, 第二项为外力做功和摩擦力耗散功. 同理, 向热源释放的

图2 稳态流 J 随外力 λ 的变化曲线图, 其中 $u_0 = 2$, $\tau = 2$
Figure 2 Plot of the steady state current J versus the external force λ for given $u_0 = 2$ and $\tau = 2$.

图3 稳态流 J 随温比 τ 的变化曲线图, 其中 $u_0 = 2, \lambda = 1$
Figure 3 Plot of the steady state current J versus the temperature ratio τ for given $u_0 = 2$ and $\lambda = 1$.

图4 稳态流 J 随势垒高度 u_0 的变化曲线图, 其中 $\tau = 2, \lambda = 1$
Figure 4 Plot of the steady state current J versus the potential energy u_0 for given $\tau = 2$ and $\lambda = 1$.

热量为

$$Q_h = U_0 + (\gamma V + f)mL, \quad (10)$$

外界(外力)对粒子所做的有用功

$$W_L = fL, \quad (11)$$

制冷率为

$$R = \frac{Q_c}{t} = [U_0 - (\gamma V + f)(1 - m)L] \frac{V}{L}. \quad (12)$$

我们采用Asfaw和Bekele^[7]提出的广义制冷系数

的定义, 即

$$\varepsilon = \frac{Q_c}{W_L}, \quad (13)$$

作无量纲化处理, 引入无量纲制冷率 $R^* = R / T_c$, 为计算方便, 取 $T_c / (\gamma L^2) = 1$, 则式(12)和(13)可以改写为

$$R^* = [u_0 - (J + \lambda)(1 - m)]J, \quad (14)$$

$$\varepsilon = \frac{1}{\lambda} [u_0 - (J + \lambda)(1 - m)]. \quad (15)$$

在准静态近似下 $J \rightarrow 0$, 此时, 制冷系数为

$$\begin{aligned} \varepsilon_0 &= \frac{(1 - m)(\ln(m + \tau - m\tau) - \ln\tau)}{(1 - m)\ln\tau - \ln(m + \tau - m\tau)} \\ &= \frac{T_c^{\text{eff}}}{T_h^{\text{eff}} - T_c^{\text{eff}}}, \end{aligned} \quad (16)$$

其中, $T_h^{\text{eff}} = \frac{m(\tau - 1)}{[\ln\tau - \ln(m + \tau - m\tau)]\tau} T_h$ 和 $T_c^{\text{eff}} = ((1 - m)(\tau - 1)) / \ln(m + \tau - m\tau) T_c$ 分别为高、低温区的等效温度. 它们是通过线性变化的温场与分段均匀温场所驱动布朗粒子运动的稳态流相等并比较得到的^[7], 可以证明 $T_h^{\text{eff}} < T_h$ 和 $T_c^{\text{eff}} > T_c$. 式(16)表明在准静态近似下, 制冷系数正好等于用等效温度表示的卡诺制冷系数.

由式(8), 可画出热机和制冷机区间随温比和外力的变化曲线图(相图), 从图5可见, 随着外力的增加, 制冷机的温比工作区间增大. 随着势垒非对称性 m 的增加, 制冷机温比工作区间减小.

由式(14)可画出无量纲制冷率随温比、外力和势

图5 外力 λ 与温比 τ 之间的曲线图, 其中 $u_0 = 2$
Figure 5 Plot of the external force λ versus the temperature ratio τ for given $u_0 = 2$.

垒高度的变化曲线, 如图6-8所示. 随着温比的增加, 制冷率减小, 这是因为反向粒子流随温比的增大而减少, 导致制冷率的减小; 而外力的增加, 导致反向粒子流增大, 这样制冷率增大; 对于势垒高度对制冷率的影响是不同于温比和外力, 当势垒高度较小时, 制冷率随着它的增大而增大, 但是, 当其超过某一定值后, 其会阻止粒子形成反向流导致制冷率下降, 所以, 呈现出先升后降的特征. 另外, 非对称性对制冷率有较大的影响.

图6 制冷率 R^* 随温比 τ 的变化曲线图, 其中 $u_0 = 2, \lambda = 1$
Figure 6 Plot of the cooling rate R^* versus the temperature ratio τ for given $u_0 = 2$ and $\lambda = 1$.

类似地, 由式(15)可画出制冷系数随温比、外力和势垒高度的变化曲线图, 如图9-11. 随着温比的增加或外力的增加, 制冷系数均减小, 但随非对称性的增加而增加; 在温比和外力不变时, 制冷系数随着势垒高度的增加而增加, 且非对称性 m 越大, 制冷系数越大.

由式(14)和(15)可画出制冷系数和制冷率之间的特征曲线图, 如图12所示. 在温比、势垒高度和非对称性 m 一定时, 制冷系数随着制冷率的增加而单调性减小.

图8 制冷率 R^* 随势垒高度 u_0 变化曲线图, 其中 $\tau = 2, \lambda = 1$
Figure 8 Plot of the cooling rate R^* versus the potential energy u_0 for given $\tau = 2$ and $\lambda = 1$.

图7 制冷率 R^* 随外力 λ 变化曲线图, 其中 $u_0 = 2, \tau = 2$
Figure 7 Plot of the cooling rate R^* versus the external force λ for given $u_0 = 2$ and $\tau = 2$.

图9 制冷系数 ε 随温比 τ 的变化曲线图, 其中 $u_0 = 2, \lambda = 1$
Figure 9 Plot of the coefficient of performance ε versus the temperature ratio τ for given $u_0 = 2$ and $\lambda = 1$.

图10 制冷系数 ε 随外力 λ 变化曲线图, 其中 $u_0 = 2, \tau = 2$
Figure 10 Plot of the coefficient of performance ε versus the external force λ for given $u_0 = 2$ and $\tau = 2$.

图12 制冷系数 ε 和制冷率 R 的特征曲线图, 其中 $m = 1/2, u_0 = 2, \tau = 2$
Figure 12 Plot of the coefficient of performance ε versus the cooling rate R for given $m = 1/2, u_0 = 2$ and $\tau = 2$.

图11 制冷系数 ε 随势垒高度 u_0 变化曲线图, 其中 $\tau = 2, \lambda = 1$
Figure 11 Plot of the coefficient of performance ε versus the potential energy u_0 for given $\tau = 2$ and $\lambda = 1$.

图13 在最大品质因子 χ 下制冷系数 ε^{opt} 随温比 τ 变化曲线图, 其中 $u_0 = 2$
Figure 13 Plot of the coefficient of performance ε^{opt} versus the temperature ratio τ when it is working at maximum figure of merit χ for given $u_0 = 2$.

4 制冷机的性能优化

由于制冷系数随着制冷率增加而单调性下降. 作为制冷机, 人们总是想同时获得更大的制冷率和制冷系数, 因此, 提出了优化制冷机性能的另一参数——品质因子 χ , 定义为制冷率和制冷系数的乘积^[26], 即

$$\chi = \varepsilon \times R. \quad (17)$$

利用品质因子 χ 对外力的偏导

$$\frac{\partial \chi}{\partial \lambda} = 0 \quad (18)$$

可以得到最大品质因子下外力随温比的关系, 将其代入式(14)和(15), 得到制冷系数和制冷率随温比的变化曲线图, 如图13和14.

由图13和14可知, 在势垒高度一定时, 在最大品质因子优化下制冷系数随温比减小而下降, 同温比下随着 m 的增大而减小; 而制冷率却相反.

5 讨论

文献[7]获得了分段均匀温度场中布朗制冷机的

图14 在最大品质因子 χ 下制冷率 R^{*opt} 随温比 τ 变化曲线图, 其中 $u_0 = 2$

Figure 14 Plot of the cooling rate R^{*opt} versus the temperature ratio τ when it is working at maximum figure of merit χ for given $u_0 = 2$.

制冷系数, 将文献[7]的结果与本文获得的非均匀线性温度场中布朗制冷机的制冷系数进行比较, 通过数值模拟得到图15. 我们发现, 分段均匀温度场中布朗制冷机的制冷系数小于非均匀线性温度场中的制冷系数, 其原因是: 当温场为线性变化时, 低温区的等效温度比分段均匀温度场中低温热源的温度高, 而高温区的等效温度比分段均匀温度场中高温热源的温度低, 从而等效温比减小, 导致反向粒子流增加, 制冷率增加. 在外力做功相同的情况下, 制冷系数增加. 所以, 非均匀线性温场中布朗制冷机有较高制冷系数.

6 结论

本文提出了一种非均匀线性温度场中布朗制冷机模型, 它是由布朗粒子在非均匀温度场、外力、非对称势垒的共同驱动下定向运动构成. 研究了该制冷机

图15 在分段均匀温度场中(虚线)和线性温度场中(实线)制冷系数外力 λ 的变化曲线图, 其中 $m = 2/3$, $u_0 = 2$, $\tau = 2$

Figure 15 Plot of the coefficient of performance versus the external force λ in a piecewise constant temperature (dash line) and a linearly temperature distribution (solid line) for given $m = 2/3$, $u_0 = 2$ and $\tau = 2$.

的热力学性能, 通过数值计算分析了势垒高度、非对称性、外力和温比等参数对制冷机性能的影响. 在最大品质因子条件下, 对制冷机性能参数进行优化, 画出了优化的制冷系数和制冷率随温比的演化曲线. 结果表明: (1) 势垒非对称性 m 对制冷机的工作区间和性能参数均有一定的影响. 在温比 τ 和势垒高度 u_0 一定时, m 越大外力的制冷工作区间越大, 而其他两参数则相反; 制冷系数随着 m 的增大而增大; (2) 随着温比的增加, 制冷系数和制冷率均减小; 但随着外力的增加, 制冷系数减小而制冷率增加; 随势垒高度的增大制冷系数增大, 制冷率先升后降; (3) 在最大品质因子条件下, 优化的制冷系数随温比减小而下降, 随着 m 的增大而减小, 而制冷率却相反; (4) 非均匀线性温度场中布朗制冷机的制冷系数大于均匀分段温度场中制冷系数.

参考文献

- Hanggi P. Artificial Brownian motors: Controlling transport on the nanoscale. *Rev Mod Phys*, 2009, 81: 387–442
- Reimann P. Brownian motors: Noisy transport far from equilibrium. *Phys Rep*, 2002, 361: 57–265
- Parrondo J M R, Blanco J M, Cao F J, et al. Efficiency of Brownian motors. *Euro Phys Lett*, 1998, 43: 248–254
- Buttiker M. Transport as a consequence of state-dependent diffusion. *Z Phys B Cond Matter*, 1987, 68: 161–167
- van Kampen N G. Relative stability in nonuniform temperature. *IBM J Res Develop*, 1988, 32: 107–111
- Landauer R. Motion out of noisy states. *J Stat Phys*, 1988, 53: 233–248
- Asfaw M, Bekele M. Current, maximum power and optimized efficiency of a Brownian heat engine. *Euro Phys J B*, 2004, 38: 457–461
- Asfaw M, Bekele M. Exploring the operation of a tiny heat engine. *Phys A*, 2007, 384: 346–358

- 9 Asfaw M. Moedling an efficient Brownian heat engine. [Euro Phys J B](#), 2008, 65: 109–116
- 10 Asfaw M. Effect of thermal inhomogeneity on the performance of a Brownian heat engine. [Euro Phys J B](#), 2013, 86: 189–196
- 11 Asfaw M, Bekele M. Energetics of a simple microscopic heat engine. [Phys Rev E](#), 2005, 72: 056109
- 12 Asfaw M. Thermodynamic feature of a Brownian heat engine operating between two heat baths. [Phys Rev E](#), 2014, 89: 012143
- 13 Hondou T, Sekimoto K. Unattainability of Carnot efficiency in the Brownian heat engine. [Phys Rev E](#), 2000, 62: 6021–6025
- 14 Velasco S, Roco J M M, Medina A, et al. Feynman's ratchet optimization: Maximum power and maximum efficiency regimes. [J Phys D-Appl Phys](#), 2001, 34: 1000–1006
- 15 Jarzynski C, Mazonka O. Feynman's ratchet and pawl: An exactly solvable model. [Phys Rev E](#), 1999, 59: 6448–6459
- 16 Chen H T, He J Z. Feynman's ratchet and pawl heat engine in a one-dimensional lattice (in Chinese). [Acta Phys Sin](#), 2013, 62: 030503 [程海涛, 何济洲. 一维晶格中费曼棘齿-棘爪热机. [物理学报](#), 2013, 62: 030503]
- 17 Ding Z M, Chen L G, Sun F R. Power and efficiency performances of a micro thermal Brownian heat engine with and without external forces. [Braz J Phys](#), 2010, 40: 141–149
- 18 Chen H T, He J Z, Xiao Y L. Brownian heat engine driven by temperature difference in a periodic double-barrier sawtooth potential (in Chinese). [Acta Phys Sin](#), 2012, 61: 010502 [程海涛, 何济洲, 肖宇玲. 周期性双势垒锯齿势中温差驱动的布朗热机. [物理学报](#), 2012, 61: 010502]
- 19 Luo X G, Liu N, He J Z. Optimum analysis of a Brownian refrigerator. [Phys Rev E](#), 2013, 87: 022139
- 20 Lin B, Chen J. Performance characteristics and parametric optimum criteria of a Brownian micro-refrigerator in a spatially periodic temperature field. [J Phys A-Math Theor](#), 2009, 42: 075006
- 21 Chen L G, Ding Z M, Sun F R. A generalized model of an irreversible thermal Brownian refrigerator and its performance. [Appl Math Model](#), 2011, 35: 2945–2958
- 22 Zhang Y, He J, OuYang H, et al. Performance characteristics of a micro-Brownian refrigerator in a one-dimensional lattice. [Phys Scr](#), 2010, 82: 055005
- 23 Ding Z M, Chen L G, Sun F R. Generalized model and optimum performance of an irreversible thermal Brownian microscopic heat pump. [Math Comput Model](#), 2011, 53: 780–792
- 24 Ding Z M, Chen L G, Sun F R. Thermodynamic characteristic of a Brownian heat pump in a spatially periodic temperature field. [Sci China-Phys Mech Astron](#), 2010, 53: 876–885 [丁泽民, 陈林根, 孙丰瑞. 空间周期性温度场中布朗热泵的热力学特性. [中国科学: 物理学 力学 天文学](#), 2010, 40: 16–25]
- 25 Ding Z M, Chen L G, Wang W H, et al. Progress in study on finite time thermodynamic performance optimization for three kinds of microscopic energy conversion systems (in Chinese). [Sci China-Tech Sci](#), 2015, 45: 889–918 [丁泽民, 陈林根, 王文华, 等. 三类微型能量转换系统有限时间热力学性能优化的研究进展. [中国科学: 技术科学](#), 2015, 45: 889–918]
- 26 Yan Z J, Chen J C. A class of irreversible Carnot refrigeration cycles with a general heat transfer law. [J Phys D-Appl Phys](#), 1990, 23: 136–141

The performance optimization for a Brownian refrigerator in an inhomogeneous linear thermal field

XIAO YuLing¹, MIAO GuiLing² & HE JiZhou^{1*}

¹*Department of Physics, Nanchang University, Nanchang 330031, China;*

²*College of Mathematics and Information Technology, Jiangxi Teachers College, Yingtan 335000, China*

The performance characteristic of a Brownian refrigerator which is driven by the cyclic and inhomogeneous linear thermal field is studied. Based on the dynamic equation of the Brownian particle (Langevin equation) the analytical expressions of the particle current, the cooling rate and the coefficient of performance are derived at steady state. Through numerical calculation, the effect of the model parameters, such as the height of potential barrier, the asymmetry, the external force and the temperature ratio on the performance of the refrigerator is analyzed. The performance parameters of the refrigerator are optimized at the maximum figure of merit. The curves of the optimized cooling rate and the coefficient of performance are plotted. It is shown that the coefficient of performance tends to the Carnot value expressed by the effective temperatures and the cooling rate tends to zero in the quasistatic limit; the coefficient of performance decreases as the cooling rate increases. The optimized coefficient of performance decreases as the temperature ratio decreases, but the corresponding cooling rate is opposite; comparing with one at the piecewise constant temperature reservoir, the coefficient of performance will increase at the inhomogeneous linear thermal reservoir.

Brownian refrigerator, inhomogeneous thermal field, the coefficient of performance, cooling rate, figure of merit

PACS: 05.40.-a, 05.70.Ln, 87.10.+e

doi: [10.1360/SSPMA2015-00510](https://doi.org/10.1360/SSPMA2015-00510)