原子核结构的自然基壳模型

孙中浩, 吴强, 许甫荣*

北京大学物理学院, 北京 100871

* 联系人, E-mail: frxu@pku.edu.cn

2016-04-18 收稿, 2016-05-16 修回, 2016-05-17 接受, 2016-06-07 网络版发表

国家自然科学基金(11235001, 11320101004, 11575007)资助

摘要 在Woods-Saxon基下, 用现实核力CD-Bonn势计算了壳模型的有效相互作用. CD-Bonn势中的硬芯通过能量无关的重整化方法 V_{lowk} 处理, 重整化之后的核力能够让体系表现出更好的微扰性并且能够保证两自由核子的低能散射相移不变. 同时, 本文使用了扩展的Krenciglowa-Kuo迭代方法计算壳模型的有效相互作用, 这种方法能够有效地处理非简并模型空间的多体关联, 使得壳模型计算能够在较小的模型空间下给出体系的低激发态信息. 分别在谐振子基和Woods-Saxon基矢下构建 sd 区的有效相互作用, 其中在Woods-Saxon基的计算中, 连续态的贡献通过多体微扰方法包含在有效相互作用中. 通过对氧同位素的低激发态的计算, 比较了谐振子和Woods-Saxon单粒子基在原子核壳模型计算中的优劣, 并通过对两种单粒子基下核子分布的分析研究了非束缚态对原子核结构的影响.

关键词 有效相互作用, 壳模型, 现实核力, 弱束缚

壳模型是研究原子核结构的最主要的基本方法之一, 通过组态相互作用可以计算原子核能谱, 衰变以及谱因子等重要的结构信息. 近年来壳模型的研究主要集中在如何构建有效相互作用. 通过考虑核芯极化, 人们可以从现实核力出发构造出适合壳模型计算的有效相互作用和有效单粒子能量, 但是通常的壳模型计算往往是在谐振子基下进行的. 谐振子势为无限深势阱, 其波函数都是束缚态. 由于其渐进行为受高斯衰减形式的影响, 有很强的局域性. 这与原子核内只有少数单粒子束缚态的情况并不一致, 原子核为自束缚体系, 其内部的平均场为有限深度. 在谐振子基下进行壳模型计算虽然取得了极大的成功, 但是对于弱束缚原子核特别是晕核很难在较小的模型空间下给出与实验符合的谱学和半径信息. 由于这些原子核具有很低的单中子发射阈值, 原子核外部粒子有很大的空间分布, 在谐振子基下描述

弱束缚态需要极大的维数, 这给理论计算带来很大的困难. 谐振子基在描述偏离稳定线的原子核面临的困难说明在壳模型计算中选取有限深度势阱是必要的.

Woods-Saxon势通过拟合大量实验数据能够很好地描述原子核的单粒子态, 相比于谐振子势更接近原子核单体势的真实性质. 最重要的是Woods-Saxon势阱为有限深度势阱, 其单粒子态不仅包含束缚态也包含了共振态和非束缚的散射态. 弱束缚原子核和稳定核的弱束缚态与其连续态有很强的耦合, 这些原子核的理论描述必须考虑散射态的影响. Woods-Saxon势阱及其单粒子波函数的性质很适合描述这些核的弱束缚性质. 然而由于自旋轨道劈裂, Woods-Saxon单粒子态在同一大壳下不简并, 而常规的计算有效相互作用的方法往往要求模型空间是简并的. 为了克服这一困难, 本文使用了能够在非简并

引用格式: 孙中浩, 吴强, 许甫荣. 原子核结构的自然基壳模型. 科学通报, 2016, 61: 2793–2799

Sun Z H, Wu Q, Xu F R. Nuclear shell model in natural basis (in Chinese). Chin Sci Bull, 2016, 61: 2793–2799, doi: 10.1360/N972016-00503

模型空间下计算有效相互作用的扩展的Krenciglowa-Kuo方法(EKK), 详见文献[1,2]. EKK方法可以利用和在简并模型空间下相同的迭代方法计算非简并模型空间的有效相互作用. 利用现实核力做壳模型计算的另一个难点在于现实核力往往具有很强的排斥芯, 这对应于核结构计算中的短程关联. 理论上直接用裸核力计算需要极大的模型空间来处理原子核的短程关联, 近年来无芯壳模型(no core shell model, NCSM)计算取得了巨大的进展^[3]. 在NCSM计算中, 原子核激发态的相对位置比其基态有更快的收敛速度, 这表明原子核的低激发谱学主要受核力的中长程行为影响. 通过对核力进行软化, 在保证原子核谱学性质不受影响的情况下Woods-Saxon基能显著的加快收敛速度.

在Woods-Saxon基下计算时, 单粒子态不仅要包含Woods-Saxon势阱所有的束缚态, 同时为了考虑散射态的影响, 还要包含在动量空间连续的散射态. 计算中为了处理这些无穷维的连续谱, 必须对其离散化处理. 在计算中, 对于每一组分波, 将0~100 MeV的连续态离散化为15个离散的态, 因为能量大于100 MeV的态在原子核低激发态中的组分很小可以忽略. 这些散射态在无穷远处表现为平面波的形式, 只在势阱附近获得附加的相位. 波函数的归一化和长程算符期望值的计算也是处理弱束缚原子核的难点所在, 需要特殊的数值方法. 本文使用Exterior Complex Scaling的方法实现波函数的归一化和长程算符平均值的计算.

对CD-Bonn势做重整化得到软化的核力, 然后分别在谐振子基和Woods-Saxon基下计算了 sd 区的有效相互作用, 并将对应的有效相互作用矩阵元用于壳模型计算. 分析了氧同位素链在两种基下的谱学结构, 粒子在各单粒子轨道的布居情况, 比较了对束缚原子核和弱束缚原子核利用Woods-Saxon基进行壳模型计算的优势.

1 模型

原子核结构的壳模型经历了相当长时间的发展, 最初的壳模型可以追溯到1932年Ivanko开创性的工作. 直到1949年Wigner, Mayer和Jensen通过引入自旋轨道耦合解释了原子核的幻数. 经历了60多年的发展, 壳模型已经成为研究原子核结构的重要工具, 特别是近年来NCSM的发展使人们能够从更深层次

认识核力和原子核结构. 由于NCSM计算要求处理极大的模型空间, 受计算机能力的限制, 这种方法很难计算 $A>18$ 的原子核. 因此如何在较小的模型空间内给出原子核结构的合理的描述一直是理论核物理的一项挑战.

原子核壳模型主要基于独立粒子近似. 受Pauli不相容原理约束, 核子之间的碰撞只能发生在费米面附近区域. 因此核子在原子核内部可以近似看作独立运动粒子, 这是费米子体系特有的性质. 理论上可以看作核子处于所有周围核子形成的平均场中. 但是这样的平均场并不能完全描述原子核结构, 也就是说核子之间仍存在剩余相互作用, 并且这些剩余相互作用相比于平均场可以作微扰处理. 可以将原子核的哈密顿量写为如下形式:

$$H = \sum_{i=1}^A T_i + \sum_{i<j}^A V_{ij}^{\text{NN}} \\ = \sum_{i=1}^A (T_i + U_i) + \sum_{i<j}^A (V_{ij}^{\text{NN}} - U_i), \quad (1)$$

其中 T_i 为核子动能, U_i 为平均场, V_{ij} 为核子间相互作用. 可以看出, 平均场的选取影响着剩余相互作用的强度. 量子力学的微扰计算要求剩余相互作用相比于单体部分为小量, 这样体系具有更好的可微扰性. 大多数壳模型选取谐振子势作为平均场的近似, 首先因为谐振子势中单粒子运动方程有解析解, 其次两粒子体系在谐振子基中可以完全分解成质心运动和相对运动. 对于深束缚原子核或者弱束缚原子核的束缚态, 谐振子波函数可以提供很好的描述, 因为这些原子核的波函数主要被约束在原子核尺度以内. 但是平均场理论的计算表明原子核单粒子能级在零能面以下为束缚态, 波函数的空间分布是局域的, 而零能面以上的态为散射态, 其波函数表现出非局域的性质. 因此零能面以上的单粒子态无法用谐振子波函数展开, 必须利用有限深度的势阱在零能面以上的波函数才能提供弱束缚原子核的正确描述. 本文选取Woods-Saxon势来近似平均场, 通过在坐标空间下求解单粒子Schrödinger方程得到单粒子态. 相比于谐振子势, Woods-Saxon势为有限深度, 其单粒子态包含束缚态和散射态, 能够更好地描述原子核的单粒子运动.

20世纪90年代以来, 描述核子间相互作用的核力经历了长足的发展. 通过对低能核子散射实验的分波分析, 人们构建了一系列的现实核力, 如NijmI,

NijmII^[4], Reid93^[5], Argonne V_{18} ^[6], CD-Bonn^[7], 以及基于QCD手征对称性破缺的Chiral势^[8]. 现实核力大多具有很强的排斥芯, 这给计算带来很大的难度, 同时理论和实验表明原子核内部结构及其动力学特征主要决定于核力的中程部分, 因此构建低能有效相互作用(软化核力)成为现实核力计算的关键步骤. 当前有多种软化现实核力的方法, 如 $V_{\text{low}k}$ 方法通过相似变换使核力中高动量和低动量部分退耦合, 相似重整化群方法(SRG)通过一系列连续的相似变换使核力中具有大动量转移的部分压低进而实现核力的软化. Bruckner提出的 G -Matrix方法通过对高阶散射求和实现核力的软化^[9]. 这些方法各有其优点, 但共同特征在于能够保证核子间散射的低能散射相移不变, 同时能够重复氦原子核的基态性质.

本文利用 $V_{\text{low}k}$ ^[10]对CD-Bonn势进行软化, $V_{\text{low}k}$ 方法的本质是构造一个能够保持低能核子-核子(NN)散射相移不变的有效相互作用. NN散射的在壳 T -matrix为

$$T(k', k, k^2) = V_{\text{NN}}(k', k) + \int_0^\infty q^2 dq V_{\text{NN}}(k', q) \frac{1}{k^2 - q^2} T(q, k, k^2), \quad (2)$$

其中 $V_{\text{NN}}(k', k)$ 为裸核力. 定义能够重复能量小于 Λ 的散射相移的有效相互作用 $V_{\text{low}k}$

$$T_{\text{low}k}(k', k, k^2) = V_{\text{low}k}(k', k) + \int_0^\Lambda q^2 dq V_{\text{low}k}(k', q) \frac{1}{k^2 - q^2} T_{\text{low}k}(q, k, k^2), \quad (3)$$

且满足

$$T_{\text{low}k}(k', k, k^2) = T(k', k, k^2); (k', k) \leq \Lambda. \quad (4)$$

式(3)和(4)决定了低能有效相互作用的性质, 在实际计算中通过在离散的动量空间进行相似变换从数值上计算低能有效相互作用. 假设将动量空间下两粒子体系的完备基分为两部分, 其中用 P 来代表低动量部分, Q 代表高动量部分, 即

$$P = \int_0^\Lambda q^2 dq |q\rangle\langle q|, \quad Q = \int_\Lambda^\infty q^2 dq |q\rangle\langle q|. \quad (5)$$

为寻找相似变换 X , 使得 P 和 Q 空间退耦合, 现将特定分波下的哈密顿量 $H_{k,k'} = T_{k,k'} + V^{\text{NN}}(k, k')$ 对角化

$$H|\phi_k\rangle = E_k|\phi_k\rangle. \quad (6)$$

选取其中最低的 d 组本征态, 得到其在 P 空间的投影

$$|\psi_k\rangle = P|\phi_k\rangle, \quad k = 1, \dots, d, \quad (7)$$

则有效哈密顿量构造为

$$H^{\text{eff}} = \sum_{k=1}^d E_k |\psi_k\rangle\langle\tilde{\psi}_k|. \quad (8)$$

由于 $|\psi_k\rangle$ 之间并不正交, 因此已定义其双正交态 $\langle\tilde{\psi}_k|$ 满足

$$\langle\tilde{\psi}_k|\psi_{k'}\rangle = \delta_{k,k'}. \quad (9)$$

同时可以定义一个关联算符 ω 为

$$\omega = \sum_{k=1}^d \omega(E_k) |\psi_k\rangle\langle\tilde{\psi}_k| = \sum_{k=1}^d Q|\phi_k\rangle\langle\tilde{\psi}_k|. \quad (10)$$

可以看出式(10)定义的关联算符作用在投影后的波函数 $|\psi_p\rangle$ 上, 可以得到相应的系统波函数在 Q 空间的投影 $Q|\phi_p\rangle$. 关联算符 ω 与有效相互作用之间的关系将在后面部分用到. 这样得到的有效哈密顿量并非厄米算符, 需要做厄米化处理

$$H_{\text{herm}} = ZH_{\text{non-herm}}Z^{-1}, \quad (11)$$

一种常用的厄米化算符为

$$Z = P(1 + \omega^\dagger \omega)^{1/2} P. \quad (12)$$

最终有效相互作用哈密顿量可写成

$$H_{\text{herm}} = P(1 + \omega^\dagger \omega)^{1/2} P H^{\text{eff}} P(1 + \omega^\dagger \omega)^{-1/2} P. \quad (13)$$

这等价于Okubo-Lee-Suzuki变换^[11~14]:

$$H_{\text{OLS}} = P(1 + \omega^\dagger \omega)^{-1/2} (1 + \omega^\dagger) H (1 + \omega) (1 + \omega^\dagger \omega)^{-1/2} P. \quad (14)$$

软化后的相互作用可以让壳模型计算不受核力的短程部分影响, 但是模型空间的截断会导致多体力的产生, 通过选取足够大的截断参数 Λ 可以让来自被忽略的多体力的贡献足够小^[3].

利用软化的核力 $V_{\text{low}k}$ 直接进行NCSM计算近年来已经有相当大的进展, 但局限于计算机能力的限制, NCSM目前只能计算质量较轻的原子核. 对于中等质量的原子核, 只能通过冻结体系的部分自由度, 从而实现在较小的模型空间内给出原子核结构的近似描述. 原子核结构的幻数使人们能够选取 $(A-n)$ 个核子填在最低的轨道上构成一个冻结的核芯, 余下的 n 个核子决定了原子核低激发态的性质, 将这 n 个核子称为价核子. 但是由于剩余相互作用, 被忽略的核芯核子激发的贡献必须通过构建有效相互作用来考虑. 构建有效相互作用的方法可以参照核力软化的技术, 将体系的模型空间分为 P 空间和 Q 空间, 完备关系可以表述为

$$P + Q = I, \quad P^2 = P, \quad Q^2 = Q, \quad PQ = QP = 0, \quad (15)$$

其中 $P = \sum_{i=1}^d |\Phi_i\rangle\langle\Phi_i|$, $Q = \sum_{i=d+1}^\infty |\Phi_i\rangle\langle\Phi_i|$, P 为模型空间的态, Q 为所有模型空间以外所有的态张成的子空间.

我们的目标是构建一个只定义在 P 空间的有效相互作用, 利用有效相互作用, 体系的本征方程为

$$H_{\text{eff}}P|\Psi_\alpha\rangle = E_\alpha P|\Psi_\alpha\rangle, \quad (16)$$

其中 $\alpha=1, \dots, d$. 这等价于寻找一个相似变换 X , 使变换之后的哈密顿量 $\mathcal{H} = X^{-1}HX$ 在两个空间退耦合

$$QH P = 0. \quad (17)$$

式(17)即为退耦条件, 满足式(17)的变换并不是唯一的, Lee-Suzuki方法^[4]给出一种么正变换形式为

$$X = e^\omega. \quad (18)$$

并要求 ω 满足以下条件

$$P\omega P = Q\omega Q = P\omega Q = 0, \quad (19)$$

从式(19)可以看出相似变换算符具有以下特征

$$\omega^2 = \omega^3 = \dots = 0, \quad X = 1 + \omega. \quad (20)$$

如使用以上定义的相似变换, 有效哈密顿量可以写成如下形式:

$$H_{\text{eff}} = PH P = PHP + PH Q \omega. \quad (21)$$

从以上的定义可以看出此处的 ω 相当于核力重整化时所定义的关联算符. 将相似变换后的哈密顿量 $\mathcal{H}$ 带入退耦方程(17)可得

$$QH P + QH Q \omega - \omega PHP - \omega PH Q \omega = 0. \quad (22)$$

通过迭代求解式(21)和(22)可以得到最终的有效相互作用. 但是其中的迭代方式并不唯一, 将 H 分成单体部分和两体相互作用部分 $H=H_0+V$, 可以构建出4种迭代方案^[1]

$$QVP + QH Q \omega_n - \omega_n \epsilon_0 - \omega_n PVP - \omega_n PV Q \omega_{n-1} = 0, \quad (23)$$

$$QVP + QH Q \omega_n - \omega_n \epsilon_0 - \omega_{n-1} PVP - \omega_{n-1} PV Q \omega_n = 0, \quad (24)$$

$$QVP + QH Q \omega_n - \omega_n PH_0 P - \omega_n PVP - \omega_n PV Q \omega_{n-1} = 0, \quad (25)$$

$$QVP + QH Q \omega_n - \omega_{n-1} PH_0 P - \omega_{n-1} PVP - \omega_{n-1} PV Q \omega_n = 0. \quad (26)$$

前两式分别给出处理简并模型空间的Krenciglowa-Kuo(KK), Lee-Suzuki(LS)方法, 后两式是相应的扩展到处理非简并模型空间的迭代方案. 利用式(23)和(21)构建迭代方案即为KK方法, 有效相互作用收敛之后结果为

$$V_n^{\text{eff}} = \hat{Q}(\epsilon_0) + \sum_{k=1}^{\infty} \hat{Q}_k(\epsilon_0) (V_{n-1}^{\text{eff}})^k. \quad (27)$$

其中已经定义两体的可约算符 $\hat{Q}(E)$ 为

$$\hat{Q}(E) = PVP + PVQ \frac{1}{E - QHQ} QVP, \quad (28)$$

以及其导数 $\hat{Q}_k(E)$. 分析表明KK方法得到的有效相互作用会给出与真实波函数具有最大重叠的 d 组本征

值和本征矢, 并且由于利用了简并化条件 $H_0 P = \epsilon_0 P$, 式(27)只适用于模型空间简并的情况.

本文使用了扩展的Krenciglowa-Kuo方法. 将式(25)写成为

$$(E - QHQ)\omega = QVP - \omega P\tilde{H}P - \omega PVQ\omega, \quad (29)$$

选择式(29)的优势在于可以处理非简并的模型空间, 其中已定义

$$\tilde{H} = H - E. \quad (30)$$

E 为初始能量, 利用式(30)和(25)构成迭代方案, 最终可得到有效哈密顿量:

$$\tilde{H}_{\text{eff}}^n = \tilde{H}_{\text{BH}}(E) + \sum_{k=1}^{\infty} \hat{Q}_k(E) \{\tilde{H}_{\text{eff}}^{n-1}\}^k, \quad (31)$$

其中 $\tilde{H}_{\text{BH}}(E)$ 为定义在能量 E 点的Bloch-Horowitz哈密顿量, 从 $\tilde{H}_{\text{eff}}^n$ 中扣除单体哈密顿量 H_0 和能量平移 E 即可得到最终的两体相互作用矩阵元. 和KK方法相似, 利用EKK方法得到的相互作用可以重复 d 组与 P 空间有最大重叠的本征值和本征矢.

壳模型计算总是在实验室系下进行的, 因此相互作用矩阵元也必须定义在实验室系下. 然而核力本身定义在两核子的相对参考系, 因此必须先相对参考系下对核力软化, 然后转换到实验室系. 在谐振子基下利用Brody-Moshinsky括号的性质, 计算两体相互作用矩阵元是可行的. 但是, 在Woods-Saxon基下, 由于两粒子体系的哈密顿量无法严格分解成质心运动和相对运动, 两体相互作用矩阵元不能直接获得. 我们首先计算出谐振子基下的矩阵元 $\langle \alpha\beta | V | \gamma\delta \rangle$, Woods-Saxon基下的矩阵元可以写为

$$\langle ab | V | cd \rangle = \sum_{\alpha\beta\gamma\delta}^{N_{\text{max}}} \langle ab | \alpha\beta \rangle \langle \alpha\beta | V | \gamma\delta \rangle \langle \gamma\delta | cd \rangle. \quad (32)$$

其中 $\langle \alpha\beta | ab \rangle$ 为Woods-Saxon到谐振子基的展开系数, 对于pp/nn相互作用有

$$\langle \alpha\beta | ab \rangle = \frac{\langle a | \alpha \rangle \langle b | \beta \rangle - (-1)^{J_\alpha - J_\beta} \langle a | \beta \rangle \langle b | \alpha \rangle}{\sqrt{(1 + \delta_{ab})(1 + \delta_{\alpha\beta})}}, \quad (33)$$

对于pn相互作用

$$\langle \alpha\beta | ab \rangle = \langle a | \alpha \rangle \langle b | \beta \rangle. \quad (34)$$

式(32)必须和表象变换区分, 因为其利用了核力的短程性, 而对于长程算符如动能算符, 式(32)并不适用, 只能在坐标空间下严格积分.

2 计算结果与讨论

我们利用上一章节讨论的 $V_{\text{low}k}$ 方法计算了CD-

Bonn势在谐振子基下的两体相互作用矩阵元. 在核力的重整化过程中选取的动量空间截断参数为 2.6 fm^{-1} , 这样选取的原因是已有的工作表明对于CD-Bonn势来讲, 截断参数大于 2.6 fm^{-1} 时, 重整化所引起的三体力对原子核低激发态产生的影响可以忽略^[15]. 在相同的模型空间内计算了谐振子基下和Woods-Saxon基下的两体相互作用矩阵元, 并将得到的相互作用矩阵元用于氧同位素的低激发态能谱的计算. 在计算过程中, 对于谐振子基使用了从实验提取的单粒子能, 而对于Woods-Saxon基下的计算使用了Woods-Saxon单粒子能, Woods-Saxon单粒子能使用通用的Woods-Saxon参数计算得到的, 并没有针对特定原子核微调, 实验上提取的 sd 区的单粒子能对 $0d_{5/2}$, $0d_{3/2}$ 和 $1s_{1/2}$ 分别为 -4.14 , 0.94 和 -3.27 MeV . 我们使用通用的Woods-Saxon参数计算得到的这3个单粒子能分别为 -6.18 , -0.46 和 -3.9 MeV .

图1给出了两种基下对 ^{18}O , ^{19}O 和 ^{20}O 的计算结果, 可以看出对于稳定原子核的低激发态Woods-Saxon基和谐振子基都能给出好的描述, 都能较好地符合实验数据, 因此对于这些原子核, Woods-Saxon基相对于谐振子基没有优势. 因为对于稳定核来讲, 其深束缚性质决定了其粒子分布的局域性. 在计算有效相互作用时, 必须对散射态离散化处理, 那些高能连续态的贡献反映在有效相互作用中. 由于谐振子基和Woods-Saxon基都是完备基, 因此两者在束缚态描述中等价.

图2给出了 ^{21}O 和 ^{22}O 的结果, 显然Woods-Saxon基对这些远离稳定线的原子核能够提供更好的描述.

特别是对满壳原子核 ^{22}O 的计算, Woods-Saxon的计算给出了相比于谐振子更好的第一激发态能量. 为了研究两种基下计算的不同, 分析了 ^{18}O 第一个 4^+ 态的波函数. 在谐振子基下 $1s_{1/2}$ 的平均粒子数为 0.37 , 而在Woods-Saxon基下粒子主要分布在 $0d_{5/2}$ 轨道上, 这是可能是由于两种计算使用了不同的单粒子能, Woods-Saxon基下 $0d_{5/2}$ 具有更低的能量. 为了研究单粒子波函数对计算的影响, 比较了在两种基下使用相同的单粒子能下进行计算得到的粒子分布. 计算表明, 两种基下体系具有相似的粒子分布, 但是由于两组基下 $\langle 0d_{5/2} 0d_{5/2} | V | 0d_{5/2} 0d_{5/2} \rangle^{J=4}$ 矩阵元的差异, Woods-Saxon基下的 4^+ 仍然比谐振子基下高约 0.5 MeV . 在两种基下的计算中, 两体相互作用矩阵元之间的差异在于零能面以上的态是否是散射态. Woods-Saxon基包含了束缚态和连续态, 因此其对 ^{21}O 和 ^{22}O 比谐振子基(只有束缚态)下更好的描述表明散射态波函数对远离稳定线束缚核的有效相互作用有一定的影响.

3 结论

通过在Woods-Saxon基和谐振子基下用多体微扰理论计算有效相互作用并用于壳模型计算, 我们发现对于稳定原子核在两种基下都能给出好的谱学和结构信息. 但对于那些远离稳定线的原子核, 在Woods-Saxon基下能够提供相比于谐振子基更好的描述. 原子核的连续态不仅主导了弱束缚核的性质, 而且能够通过有效相互作用影响束缚核的谱学结构.

图1 (网络版彩色)利用CD-Bonn势计算的 ^{18}O , ^{19}O 和 ^{20}O 在谐振子基和Woods-Saxon基下的低激发态能谱

Figure 1 (Color online) Low-lying states of ^{18}O , ^{19}O and ^{20}O in harmonic oscillator and Woods-Saxon basis using CD-Bonn potential

图2 (网络版彩色) ^{21}O 和 ^{22}O 在谐振子基和Woods-Saxon基下的低激发态能谱

Figure 2 (Color online) Low-lying states of ^{21}O and ^{22}O in harmonic oscillator and Woods-Saxon basis

致谢 感谢北京大学裴俊琛研究员在弱束缚原子核研究上有意义的讨论和帮助。

参考文献

- 1 Takayanagi K. Effective interaction in non-degenerate model space. Nucl Phys A, 2011, 852: 61–81
- 2 Dong H, Kuo T, Holt J. Non-degenerate shell-model effective interactions from the Okamoto-Suzuki and Krenciglowa-Kuo iteration methods. Nucl Phys A, 2014, 930: 1–19
- 3 Barrett B R, Navritil P, Vary J P. *Ab initio* no core shell model. Prog Part Nucl Phys, 2013, 69: 131–181
- 4 Bergervoet J B, van Campen P C, Klomp R A M, et al. Phase shift analysis of all proton-proton scattering data below $T_{\text{lab}}=350$ MeV. Phys Rev C, 1990, 41: 1435–1452
- 5 Stoks V G J, Klomp R A M, Terheggen C P F, et al. Construction of high-quality NN potential models. Phys Rev C, 1994, 49: 2950–2962
- 6 Wiringa R B, Stoks V G J, Schiavilla R. Accurate nucleon-nucleon potential with charge-independence breaking. Phys Rev C, 1995, 51: 38–51
- 7 Machleidt R, Sammarruca F, Song Y. Nonlocal nature of the nuclear force and its impact on nuclear structure. Phys Rev C, 1996, 53: R1483–R1487
- 8 Entem D R, Machleidt R. Accurate charge-dependent nucleon-nucleon potential at fourth order of chiral perturbation theory. Phys Rev C, 2003, 68: 041001
- 9 Brueckner K A, Levinson C A. Approximate reduction of the many-body problem for strongly interacting particles to a problem of self-consistent fields. Phys Rev, 1955, 97: 1344–1352
- 10 Bogner S, Kuo T T S, Coraggio L, et al. Low momentum nucleon-nucleon potential and shell model effective interactions. Phys Rev C, 2002, 65: 051301
- 11 Suzuki K, Lee S Y. Convergent theory for effective interaction in nuclei. Prog Theor Phys, 1980, 64: 2091–2106
- 12 Okubo S. Diagonalization of Hamiltonian and tamm-dancoff equation. Prog Theor Phys, 1954, 12: 603–622
- 13 Suzuki K, Okamoto R. Degenerate perturbation theory in quantum mechanics. Prog Theor Phys, 1983, 70: 439451
- 14 Holt Jason D, Kuo T T S, Brown G E. Family of Hermitian low-momentum nucleon interactions with phase shift equivalence. Phys Rev C, 2004, 69: 034329
- 15 Coraggio L, Covello A, Gargano A, et al. Shell-model calculations and realistic effective interactions. Prog Part Nucl Phys, 2009, 62: 135–182

Nuclear shell model in natural basis

SUN ZhongHao, WU Qiang & XU FuRong

School of Physics, Peking University, Beijing 100871, China

Shell model calculation is a key tool in investigating the nuclear structure. Traditional shell model calculations deal with the many-body correlations through the configurations interaction, in which one performs large-scale matrix diagonalization to study the excitation spectra for system in many basis states. The crucial starting point in shell model calculations is the derivative of effective interaction, which be either a microscopic approach based on realistic nuclear forces or a phenomenological determined interaction. Conventional shell model calculation always build the many-body wave functions in harmonic oscillator basis, which is always bound and localized. However, nuclei far from stability have strong coupling with the scattering states, low particle emission threshold and the wave functions have large spatial dimensions, which may lead the harmonic oscillator basis fail in describing the weakly bound nuclei.

In this paper, we presented a systemically shell model calculation in natural basis, which can treat the bound and scattering states on equal footing. The natural basis was generated by solving the one-body Schrödinger equation with Woods-Saxon potential using the shooting method, and the full natural space is consisting of the bound states and scattering states. The scattering states can well describe the weakly bound properties of nuclei far from stability, but the infinite dimension of continuum states makes it difficult to perform large-scale shell model calculation. By deriving effective interaction, we are able to investigate the influence of scattering states on well bound and weakly bound nuclei in small model space.

In our calculation, the model space is spanned by the sd shell with d many-body states. In deriving the effective interactions, we used the folded-diagram method, and took the core polarization effects into consideration by summing up the two-body irreducible diagrams $\hat{Q}$ box to the second order. The folded-diagram method can be treated as a Taylor expansion of the energy-dependent interaction which can reproduce the lowest d states. In evaluating the $\hat{Q}$ box, we used the V_{lowk} nucleon-nucleon interaction derived from the charge-dependent Bonn potential (CD-Bonn) using the Okamoto-Lee-Suzuki (OLS) transformation in momentum space. The OLS renormalization method is energy independent, which make the low-momentum and high-momentum nuclear interaction decoupled and keep the low-momentum nucleon-nucleon scattering phase shift unchanged.

The Woods-Saxon single-particle states are non-degenerated in a major shell, but the conventional folded-diagram method can only deal with the degenerated model space. In order to deal with the non-degenerated model space, the extended Krenciglowa-Kuo (KK) method is adopted. By an energy shift in the decoupling equation and the KK iteration scheme, the EKK approach can deal with degenerated and non-degenerated model space by the same iteration procedure. In our calculation, instead of treating the scattering states explicitly, contributions from the scattering states are included through the effective interactions, which make it possible to perform shell model calculation in a small model space without loss of physics. We calculated the oxygen isotopes in the two sets of base respectively, and analyzed the low-lying states of these nuclei in the two cases. The effects of scattering states in well-bound nucleus are investigated, and the advantages of natural basis shell model calculations for weakly bound nucleus are discussed.

From our calculation, we find the natural basis are equivalent to the harmonic oscillator basis in describing well bound nuclei, which is guaranteed by the completeness of this two basis. However, natural basis is much more efficient than the harmonic oscillator basis in describing the weakly bound nuclei as the shell model calculation are always performed in a truncated model space. We can conclude that the scattering states are important in describing weakly bound nuclei, and the natural basis are more efficient in shell model calculation.

effective interaction, shell model, realistic nuclear forces, weak binding

doi: 10.1360/N972016-00503