Hurst指数在脉冲星计时残差分析中的应用

高峰^{1,2,3,4*}, 高玉平^{1,2}, 童明雷^{1,2}, 杨廷高^{1,2}, 赵成仕^{1,2}

1. 中国科学院国家授时中心, 西安 710600;

2. 中国科学院时间频率基准重点实验室, 西安 710600;

3. 中国科学院大学, 北京 100049

4. 西安科技大学应用物理系, 西安 710054

*联系人, E-mail: fenggg@xust.edu.cn

收稿日期: 2017-11-30; 接受日期: 2018-02-09; 网络出版日期: 2018-04-11

国家自然科学基金(编号: U1531112, 11103024, 11373028, 11403030, 11504292, 91736207), 中国科学院“西部之光”青年学者A项目(编号: XAB2015A06), 陕西省青年科技新星项目(编号: 2015KJXX-56)和西安科技大学校培育基金(编号: 201707)资助项目

摘要 利用从北美计时阵(NANOGrav)观测的14颗毫秒脉冲星数据, 在时域范围内分析了计时残差的观测特征. 通过研究发现, 脉冲星计时残差的均方根与Hurst指数取值无关. 长观测时间跨度有利于Hurst指数判断残差的有偏特性. 通过比对数据, 多种计时噪声估计均表明, Hurst指数分析能有效判断脉冲星计时残差数据是否存在低频红噪声, 这有利于与主流红噪声分析方法互相证认. 上述结果将进一步拓展脉冲星计时噪声在时域的分析.

关键词 脉冲星, 计时残差, Hurst指数, 计时噪声

PACS: 97.60.Gb, 95.75.Wx, 95.10.Jk

1 引言

脉冲星计时观测有众多应用, 诸如强引力场中的广义相对论效应、检验引力波、探测太阳系外行星以及提供计时标准. 这些研究中要求建立完善的脉冲星计时模型^[1-4]. 计时噪声是影响精密脉冲星计时模型建立的重要因素. 具体来讲, 计时噪声是脉冲星计时残差扣掉白噪声模型估算的随机白噪声后剩余的系统波动性(即低频红噪声), 其信息来源于计时残差的观测特征. 为了分析脉冲星计时残差的观

测特征, 参考文献[5-7]已报道了利用指数模型、频域方法、功率谱方法等实现计时噪声的度量及分类. 当前的认知是, 年轻脉冲星计时噪声较强, 大部分关于计时噪声的信息来源于对年轻脉冲星的研究. 相对于年轻脉冲星, 由于自转周期的高稳定性, 毫秒脉冲星在计时观测中拥有更广泛的应用. 例如, 脉冲星时是与原子时物理机制不同的时间尺度, 与原子时相互比较, 检验非常必要. 频率稳定度是评价任何计时钟性能的重要指标之一. 脉冲星时比原子时具有更高的长期频率稳定度. 在现有原子时频率

引用格式: 高峰, 高玉平, 童明雷. Hurst指数在脉冲星计时残差分析中的应用. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2018, 48: 059501
Gao F, Gao Y P, Tong M L. Study of the application of Hurst parameter in pulsar timing residuals analysis (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2018, 48: 059501, doi: 10.1360/SSPMA2017-00342

准确度基础上, 引入脉冲星时, 能够利用脉冲星时改进其长期稳定度.

脉冲星计时残差是脉冲星时与原子时比对的产品, 其波动性主要来源于脉冲星计时观测误差, 到达时间(Time of Arrival, TOA)转换误差, 脉冲星本身内部噪声等因素的影响. 分析计时残差诸多特征有利于解读上述各种误差的信息来源. 当前, 针对高精度毫秒脉冲星计时残差的研究大体分为两类, 集中在利用拟合后的残差研究超白噪声模型分量, 试图解开色散延迟(Dispersion Measure, DM)变化, 多波段观测误差及自转不稳定性等各方因素对计时噪声的贡献^[8,9]; 开展计时噪声的度量及分类. 这是因为不同脉冲星计时残差特征表现千差万别, 深入研究计时噪声的度量及分类有利于脉冲星的物理认知, 也有利于建立各种计时噪声模型以期改进脉冲星计时模型参数精度. 除频域分析外, 把脉冲星计时残差看成是按时间展开的信号, 在时域展开分析, 是对频域分析较强的互补. 统计上来讲, 计时残差弥散度如果主要受观测白噪声影响, 则时间序列数据是随机游走的. 反之, 计时噪声占主导, 时间序列数据是有偏的随机游走, 这表现为一种长期记忆性. 2011年, 新疆天文台脉冲星组首次利用Hurst指数方法分析了跨度约5–8年50颗脉冲星的计时残差^[10], 其结论指出Hurst指数在时域分析中具有辨识脉冲星计时残差长期记忆性的能力.

本文以Hurst指数时域分析为基础开展毫秒脉冲星计时残差观测特征的研究, 深入分析了计时残差弥散度、时间跨度对Hurst指数的影响, 并利用计时残差方差贡献, 模型预报等方法说明计时噪声强度与Hurst指数的关系. 这在毫秒脉冲星计时噪声度量和分类中仍具有重要的意义.

2 表征计时残差特征的几个相关参数

2.1 Hurst指数

Hurst指数分析法通常用来分析时间序列的分形特征和长期记忆过程, 最初由英国水文学家赫斯特(Hurst)^[11]1951年在研究尼罗河水坝工程时提出. 后来, 它被用在各种时间序列的分析之中.

Hurst指数的基本内容是设 $X_i = X_1, \dots, X_N$ 为一时间序列的 N 个连续值, 将数据均分为 m 个相邻的子区间 $\{X_{i,j}^m\}$, 每个子区间包含 $n = N/m$ 个元素. 其中, i 表示子区间内元素个数, 取值从1到 n ; j 表示子区间序列, 取值从1到 m . 求每个子区间 $\{X_{i,j}^m\}$ 的均值 $\langle X_{i,j}^m \rangle$, 并计算累积离差

$$Y_{k,j}^m = \sum_{i=1}^k (X_{i,j}^m - \langle X_{i,j}^m \rangle), \quad (1)$$

组内极差为

$$R_j^m = \max(Y_{k,j}^m) - \min(Y_{k,j}^m), (k = 1, \dots), \quad (2)$$

令 S_j^m 为子区间 $\{X_{i,j}^m\}$ 的标准差, 则可计算重标极差 R/S :

$$R/S = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m (R_j^m / S_j^m), \quad (3)$$

重标极差 R/S 与子区间元素个数 n 呈幂律相关, 即 $R/S = c \times n^H$. 其中, c 是常系数, H 就是待求的Hurst指数. 两边取对数, 可得

$$\log(R/S) = H \log n + \log c. \quad (4)$$

改变子区间元素个数, 将时间序列划分为不同的子区间序列, 根据方程(1)–(3)可以得到一系列不同的 $[n, R/S]$ 数组, 代入式(4)并求斜率, 即可计算得到Hurst指数.

2.2 方差贡献

方差是测算数值型数据离散程度最重要、最常用的指标. 针对脉冲星计时残差的数据, 定义残差弥散度为 (σ_{RMS}) , 计时白噪声为 (σ_{W}) 和系统性波动即计时噪声为 (σ_{TN}) ^[12]. 理论上, 三者有如下关系:

$$\sigma_{\text{RMS}}^2 = \sigma_{\text{W}}^2 + \sigma_{\text{TN}}^2. \quad (5)$$

如果计时残差的弥散度与计时白噪声的比值 $\sigma_{\text{RMS}}/\sigma_{\text{W}}$ 接近于1, 说明 σ_{RMS} 主要受白噪声影响. 如果 $\sigma_{\text{RMS}}/\sigma_{\text{W}}$ 值远大于1, 说明计时残差存在较明显的系统波动性. 计时残差的系统波动对弥散度的影响随跨度增加而改变, 为了体现这种变化, 参照文献^[13]和式(17), 重新定义方差增量

$$\Delta D(\tau) = \langle \text{Var}(X(t + \tau)) - \text{Var}(X(t)) \rangle, \quad (6)$$

此处, t 表时间跨度, $\text{Var}(X(t))$ 表示跨度为 t 内的一段数据序列方差, τ 是时间跨度增量. 理论上讲, 存在明显系统波动的数据, 随着 τ 的增加, 方差增量 $\Delta D(\tau)$ 是单调递增的, 将在后面的分析中给出验证.

2.3 计时噪声估计

目前, 已提出的几种脉冲星计时噪声估计方法大体可以分为两类. 对新发现的脉冲星或未获得长期观测计时资料的脉冲星, 可以根据经验的方法用几个物理量预报同类星族内计时噪声的相对大小. 例如, 用脉冲星自转频率的二阶导数($\ddot{\nu}$)测量绝对值表征^[14], 若 $\ddot{\nu}$ 绝对值较大, 则该脉冲星计时噪声相对较大. 也可以用 Δ_8 模型作为脉冲星计时噪声的估计量^[15]. 2010 年, Shannon 和 Cordes^[7] 在统计分析大量脉冲星长期观测资料的基础上, 发现脉冲星计时噪声同时与自转频率(ν), 频率导数($\dot{\nu}$)和观测时间尺度(T)相关, 采用与这 3 者相关的指数模型能有效估计脉冲星的计时噪声. 该模型适合正常的脉冲星, 而毫秒脉冲星在拟合过程中所占比例较小, 其适应性有待进一步分析.

对于已经获得长期观测计时资料的脉冲星, 可以采用类似阿伦方差 $\sigma_z(t)$ 方法估计脉冲星的相对频率稳定度^[16], 也可以采用计时残差的其他频谱分析方法估计不同频率的计时噪声^[17]. 2015 年, Arzoumanian 等人^[18] 对拟合脉冲星天体测量参数和自转参数后残差中红噪声分量明显的脉冲星, 用功率谱模型表示红噪声对计时残差的贡献, 即

$$P(f) = A_{\text{red}}^2 \left(\frac{f}{f_{\text{yr}}} \right)^{\gamma_{\text{red}}}, \quad (7)$$

其中, A_{red} 是红噪声幅度, 单位为 $\mu\text{s yr}^{1/2}$, γ_{red} 是谱指数, $f_{\text{yr}} = 1 \text{ yr}^{-1}$. 对式(7)积分可得

$$\sigma_{\text{TN},2} = \left(\int_{1/T}^{\infty} P(f) df \right)^{1/2} = 2.05 \text{ ns} (1 - \gamma_{\text{red}})^{-1/2} \times \left(\frac{A_{\text{red}}}{3 \times 10^{-3} \mu\text{s yr}^{1/2}} \right) T_{\text{yr}}^{(1-\gamma_{\text{red}})/2}. \quad (8)$$

其中, T_{yr} 的单位为 a , $\sigma_{\text{TN},2}$ 表示计时残差红噪声分量波动的均方根(Root Mean Square, RMS), 单位为 μs . 式(8)中, 在一定观测跨度内(T_{yr}), 根据已测脉冲星

计时残差数据拟合红噪声分量功率谱模型, 获得幅值 A_{red} 和谱指数 γ_{red} , 即可估算计时噪声.

3 数据来源及预处理

本文采用的脉冲星脉冲到达时间(TOA)数据和脉冲星参数是基于 Arzoumanian 等人^[18] 2015 年公布的北美计时阵(NANOGrav)观测的 37 颗毫秒脉冲星, 观测资料的时间跨度最长达到 9.2 年. 每颗脉冲星在不同频率波段被观测, 用于测量及消除与频率相关的色散延迟(DM)效应. 随后, 数据经射频干扰(Radio Frequency Interference, RFI)消除、极化及流量校准, 同时考虑了 DM 随时间的变化及脉冲轮廓随频率的演化等影响, 最后利用标准脉冲星数据分析软件 PSRCHIVE (Hotan 等人^[19], van Straten 等人^[20]) 处理获得每颗脉冲星的 TOAs 数据. 在利用脉冲星计时模型拟合脉冲星天文参数过程中 Arzoumanian 等人^[18] 补充了一个包括白噪声和红噪声的参数化的噪声模型, 使拟合结果更加精确. 经过以上标准脉冲星数据处理流程获得的脉冲星计时残差数据, 作为本文分析的数据来源. 脉冲星计时模型参数精度的提高有赖于多种因素, 其中, 观测 TOAs 计数越多, 越有利于脉冲星计时参数的拟合. 同时, 采样时间跨度几年以上时, 由低频噪声引起的计时残差的弥散变得可以测量. 基于以上考虑, 我们以观测跨度不低于 4 年, 同时 TOAs 数不少于 5000 点为标准, 从原 37 颗中挑选出 14 颗脉冲星计时残差数据作为本文的初选数据, 表 1 中给出了本文选择脉冲星部分基本参数.

目前, 脉冲星计时观测并未实现规则采样. 对不规则采样数据进行统计分析时, 为避免或减小引入新的误差, 一般采用对计算结果修正或是数据规则化预处理过程, 两种方法各有优劣. 本文初选的 14 颗脉冲星计时残差数据均进行了规则化预处理, 其过程以脉冲星 B1937+21 为例进行说明, 根据表 1 第 4 列可知, 脉冲星 B1937+21 计时残差同样有 9966 个计数点, 对应的约化儒略日(Modified Julian Data, MJD)有较高的分辨率, 即同一天可能有数个观测点. 令同一天有观测点时取样一个, 其值为同一天内数个点的平均, 对应 MJD 向下取整. 这

样处理等同于一天内脉冲星时与原子时比对一次取计时残差, 经处理后脉冲星B1937+21计时残差为246个点. 随后进行线性插值取样, 获得均匀分布的同样数目计时残差点数, 即246个点. 插值前后样本数据分布如图1所示. 同样, 经规则化预处理得到的14颗脉冲星计时残差数据将作为本文框架内分析的初始数据.

表1 14颗脉冲星基本参数^[14]

Table 1 The basic parameters of 14 pulsars [14]

Pulsar	Basic parameter			
	P (ms)	Number of TOAs	RMS (μ s)	Span (yr)
J0613-0200	3.06	7651	0.592	8.6
J1012+5307	5.26	11995	1.197	9.2
J1024-0719	5.16	5073	0.280	4.0
J1455-3330	7.99	5122	0.694	9.2
J1600-3053	3.60	8174	0.197	6.0
J1614-2230	3.15	7517	0.189	5.1
J1643-1224	4.62	7119	2.057	9.0
J1713+0747	4.57	15830	0.116	8.8
J1744-1134	4.07	9020	0.334	9.2
J1909-3744	2.95	10697	0.079	9.1
J1918-0642	7.65	10035	0.340	9.0
B1937+21	1.56	9966	1.549	9.1
J2010-1323	5.22	8068	0.312	4.1
J2145-0750	16.05	7369	0.371	9.1

图1 (网络版彩图) 脉冲星B1937+21计时残差数据插值前后的对比. 纵坐标是残差值, 单位为s, 横坐标是观测跨度, 单位为d. 蓝色“+”表示预处理过程中线性插值前的计时残差, 橙色“x”表示线性插值后规则采样的数据. 为突出二者的区别, 规则采样数据下移1 μ s

Figure 1 (Color online) The non-linear interpolation data vs. linear interpolation data on pulsar B1937+21 residuals. The vertical axis stands for the timing residuals with unit of second, and the horizontal axis presents span of the Modified Julian Day. Non-linear interpolation data and linear interpolation data was represented by blue and orange symbols, respectively. To highlight the differences, the linear interpolation data shift down with 1 μ s.

4 数据分析

4.1 Hurst指数和数据差异

计算得到的Hurst指数通常有3种形式: (1) $H=0.5$, 标准布朗运动, 表明时间序列可以用随机游走来描述, 表现出马尔科夫性; (2) $0.5 < H < 1$, 时间序列存在状态持续性, 是一个有偏的随机游走过程, 偏倚的程度有赖于 H 比0.5大多少. 在这种状态下, 如果序列前一个点是向上走的, 下一个点多半也是向上走的; (3) $0 < H < 0.5$, 时间序列是反持续性的, 即序列前一个点是向上走的, 下一个点多半是向下走的, 时间序列处理振荡时刻.

利用Hurst指数进行分析, 必须说明的是计算得到的 H 具有一定的偏差. 本文取 $H > 0.7$ 作为数据具有明显长程记忆性的判据, 这与后面挑选4颗具有高 H 值脉冲星选择标准是一致的. 此外, 针对脉冲星计时残差序列用Hurst指数进行分析, 有两点需要考虑或是证认. (1) 不同脉冲星计时残差序列的时间跨度和弥散度各不相同(见表1第4, 5列), 这两点因素是否和Hurst指数的计算相关. (2) 也是根本的一个问题, Hurst指数能否分辨脉冲星计时残差序列的有偏特征. 带着这两个问题, 进行如下分析:

为了确定计时残差序列的时间跨度和弥散度是否影响Hurst指数的计算, 分别计算每颗脉冲星计时残差的弥散度均方根RMS (此处的RMS来自预处理后初始数据的计算, 与表1第4列略有差异, 统计范围为全部观测跨度), 和利用方程(1)–(4)计算得到的Hurst参数值 H 用图2表示. 分析图2可以得到, RMS与 H 值并没有表现出较好的相关性. 这是可以理解的, RMS的大小并不能反映出残差序列是否存在有偏游走. 以色列带表示时间跨度, 可以看出, 跨度大于8.6年的10颗脉冲星计时残差 H 值大于0.7和接近0.5都存在, 跨度小于6年4颗脉冲星的 H 值几乎都接近于0.5. 究其原因, 脉冲星计时残差在短期内由高频白噪声主导, Hurst指数接近于0.5. 在时间跨度较长时, 具有较强低频特征的脉冲星计时残差数据内红噪声变的可被测量, 其残差序列的有偏特性明显显著. 而Hurst指数的值可能接近于0.5, 也可能取值偏高, 这取决于残差本身的性质.

为了验证Hurst指数确实能表征脉冲星计时残差序列统计有偏特性, 本文参照文献[10]数据处理方法, 为每一颗脉冲星计时残差建立一个具有统计随机特性的比对数据. 具体操作如下: 将每一颗脉冲星计时残差数据原时间排序随机打乱类似“洗牌”, 重复50次, 最后获得的数据作为每颗脉冲星计时残差数据的比对数据. 图3分别给出了14颗脉冲星计时残差初始数据和比对数据经方程(1)–(4)计算得到的Hurst指数值 H 及 H^* . 通过比对可以发现, (1) 比对数据的 H^* 值介于0.4–0.6, 围绕0.5上下波动, 这说明初始数据经重复“洗牌”后符合随机游走特征. (2) 14颗脉冲星计时残差的初始数据中有5颗 H 值大于0.7, 理论上其有偏特性显著. 其中脉冲星J0613–0200, J1012+5307, J1643–1224, B1937+21与文献[18]中残差均可用红噪声模型描述一致. 同时, 我们分析了脉冲星J2145–0750的Hurst指数值偏大的原因. 分析发现, 脉冲星J2145–0750残差有数段较长跨度内没有观测数据, 采用线性插值规则化处理将人为引进残差序列的有偏特性. 所以, 在后续分析时进行了剔除. 综上所述可知, 将Hurst指数分析作为判断残差序列是否有偏游走的指针, 能够较好地判断残差中是否存在

图2 (网络版彩图)脉冲星计时残差弥散度及时间跨度与Hurst指数的关系. 横坐标是Hurst参数, 纵坐标是残差数据均方根, 单位为s, 色带是时间跨度, 单位为yr

Figure 2 (Color online) Data RMS and span time vs. Hurst parameters. The vertical axis stands for timing residuals RMS in unit of second, and the horizontal axis presents Hurst parameters. The colorbar indicates span with unit of year.

图3 (网络版彩图)脉冲星计时残差的Hurst指数值. 蓝色“*”号来自初始数据, 橙色“+”号代表比对数据

Figure 3 (Color online) Hurst parameters of pulsar timing residuals. The blue asterisk and the orange plus indicate the original data and the comparison data, respectively.

低频红噪声成分, 从而能与目前主流的红噪声分析方法互相验证.

4.2 Hurst指数和计时噪声度量

本部分的数据选取了1颗Hurst指数接近0.5脉冲星J1713+0747和4颗Hurst指数大于0.7的脉冲星J0613–0200, J1012+5307, J1643–1224, B1937+21进行分析, 目的是对比并讨论脉冲星计时残差数据的偏倚程度与计时噪声大小有何关系. 5颗脉冲星部分参数如表2所示. 计时噪声的度量采用两种方法获得: 一是利用方程(8)进行估算. Arzoumanian等人[18]对残差中红噪声成分明显的脉冲星采用贝叶斯方法给出了红噪声模型的相关参数, 见表2第2, 3列. T_{yr} 值本文均取4年, 见表2第4列. 取上述各值分别代入方程(8)即可求得 $\sigma_{TN,2}$, 其值分别列于表2第6列.

获取计时噪声度量的第二种方法是考查方差增量 $\Delta D(\tau)$, 如式(6)所示. 考虑到标准差与数据的量纲一致, 在描述数据波动性时更明显, 且方差与标准差很容易转换. 所以, 定义标准差增量

$$\Delta\sigma(\tau) = \langle \text{Var}(X(t+\tau))^{1/2} - \text{Var}(X(t))^{1/2} \rangle, \quad (9)$$

其中, t 与 τ 的取值情况以脉冲星B1937+21为例说明:

其经规则化预处理后的初始数据在9.1年跨度内有246个计时残差数据点, 两点间相隔约14 d. t 取定值为10个点的跨度间隔, τ 取0, 10, 20, $\dots$, 逐次增加10个点跨度间隔. 同时, 为了减小引入统计偏差, 式(9)方差项采用取平均处理, 9.1年内的残差数最少划分为两段, 所以 $t+\tau$ 最大跨度接近9.1年的1/2, 其余4颗脉冲星数据做相同操作. 5颗脉冲星标准差增量 $\Delta\sigma(\tau)$ 最大取值列于表2第5列.

图4给出了5颗脉冲星标准差增量 $\Delta\sigma(\tau)$ 与 τ 之间的关系. 分析图4可知, Hurst指数接近0.5脉冲星J1713+0747的 $\Delta\sigma(\tau)$ 趋势随 τ 的增加迅速变平, 而4颗Hurst指数大于0.7的脉冲星J0613-0200, J1012+5307, J1643-1224, B1937+21的 $\Delta\sigma(\tau)$ 值几乎都是单调递增的. 这是因为, 脉冲星J1713+0747残差序列红噪声成分非常弱, 而脉冲星J0613-0200, J1012+5307, J1643-1224, B1937+21残差序列红噪声明显. 随着时间跨度的增加, 强红噪声的波动性成为残差序列系统弥散的重要因素. 除此之外, 脉冲星J0613-0200, J1012+5307, J1643-1224, B1937+21的 $\Delta\sigma(\tau)$ 递增程度略有不同, 这是因为不同脉冲星残差序列系统波动性各有差异造成的.

通过上述红噪声模型和标准差增量两种方法获得5颗脉冲星计时噪声的估值分别列于表2第6, 5列(脉冲星J1713+0747没有红噪声模型参数). 首先对比第5, 6列发现, 计时噪声标准差增量估计均小于红噪声模型给出的度量. 尽管模型估计中时间跨度 T_{yr} 取值4年接近于 τ 的最大取值, 分析其差异应来源于本文脉冲星残差数据经规则化预处理过程, 这相当于一种数据平滑, 平滑过程将减弱残差数据系统的弥散程度. 其次, 对比第7列 H 值可以发现, Hurst指数大于0.7的残差序列计时噪声值均偏大. 这说明红噪声强的残差序列一定会表现出长程

记忆性. 但是, 在出现长程记忆范围内, 不同脉冲星残差序列偏倚的程度与计时噪声值的大小并没有显著相关性. 以脉冲星J1643-1224和B1937+21为例, 两种方法估值脉冲星J1643-1224计时噪声都是最大的, 但其Hurst指数值小于脉冲星B1937+21. 上述结论是可以理解的. 例如, 简单来讲, 计时噪声的大小表征的是残差内红噪声对其弥散度的贡献程度, 在一定统计范围内, 这种贡献越强, 标准差增量 $\Delta\sigma(\tau)$ 越大. 而通过Hurst指数的计算过程可知, 统计范围内若因波动性造成标准差增大, 组内极差也增大, Hurst指数与极差和标准差的比值相关. 所以, 数据差异将影响二者的度量, 针对不同数据应用标准差增量度量计时噪声的强弱将无法与Hurst指数的大小建立直接的联系. 从Hurst指数建立的定义上来讲, Hurst指数反映的是统计范围内数据列的长程记忆程度, 即数据列的自相关性. 为了说明这个问

图4 (网络版彩图) 5颗脉冲星残差的标准差增量与时间跨度增量的关系

Figure 4 (Color online) The relations between standard deviation increment and observation span on 5 pulsar residuals.

表2 5颗脉冲星的红噪声模型参数和计时噪声估计

Table 2 Summary of red noise model parameters and timing noise on 5 pulsars

Pulsar	Red noise			Timing noise RMS (μ s)		
	A_{red}	γ_{red}	T_{yr} (yr)	Max ($\Delta\sigma(\tau)$)	$\sigma_{TN,2}$	H
J0613-0200	0.093	-2.9	4	0.203	0.480	0.752
J1012+5307	0.669	-1.0	4	0.711	1.293	0.724
J1643-1224	1.231	-1.7	4	1.063	3.327	0.790
B1937+21	0.197	-2.4	4	0.388	0.771	0.913
J1713+0747	—	—	—	0.135	—	0.607

题, 图 5 中给出了脉冲星 B1937+21 初始数据和经“洗牌”后的比对数据的示意图, 并在下面两幅小图中给出各自的自相关函数. 很明显, 具有较高 Hurst 指数

值的初始数据自相关性明显, 比对数据则几乎没有自相关性.

5 结论

为了研究毫秒脉冲星计时残差的观测特征, 便于计时噪声分类及后期计时噪声模型的建立, 本文从北美计时阵中选取了 14 颗脉冲星数据, 利用 Hurst 指数统计方法较系统地研究了计时残差的长期记忆性与数据特征, 计时噪声大小之间的关系. 我们发现, (1) 脉冲星计时残差的弥散度程度与 Hurst 指数大小并无直接相关性, 但观测跨度足够长, 使得红噪声成分变的可以测量, 将有利于 Hurst 指数分析判断数据的有偏特性; (2) 分别计算并比较初始残差数据和经重复“洗牌”后的比对数据的 Hurst 指数值, 可以确认 Hurst 指数能有效判断脉冲星计时残差数据是否存在低频红噪声成分, 这有利于与主流红噪声分析方法互相证认; (3) 采用红噪声模型和标准差增量两种方法互相证认发现, 计时噪声强的脉冲星残差数据 Hurst 指数取值一般偏高, 这与第 2 条是一致的; (4) 在残差数据出现长程记忆范围内, 不同脉冲星残差序列偏倚的程度与计时噪声值的大小并不能建立直接的联系. 两者的度量很大程度上取决于残差数据的本身的差异.

图 5 (网络版彩图)(a) 脉冲星 B1937+21 计时残差初始数据与比对数据的比较. 蓝色“+”号来自初始数据, 橙色“x”号代表比对数据. (b), (c) 初始数据和比对数据的自相关函数. 横坐标是计时残差元素间隔延迟

Figure 5 (Color online) (a) The original data vs. comparison data on pulsar B1937+21 timing residuals. The blue plus sign represents the original data and the orange multiply sign represents the comparison data. (b), (c) Autocorrelation function from original data and comparison data, respectively. The horizontal axis stands for timing residuals elements delay.

致谢 此研究利用了北美计时阵的观测数据和 Arzoumanian 等人 2015 年的分析数据. 特别感谢中国科学院国家授时中心雷雨博士的有益讨论, 感谢李变研究员在数据分析上的帮助.

参考文献

- 1 Arzoumanian Z, Brazier A, Burke-Spolaor S, et al. NANOGrav constraints on gravitational wave bursts with memory. *Astrophys J*, 2015, 810: 150
- 2 Verbiest J P W, Bailes M, Coles W A, et al. Timing stability of millisecond pulsars and prospects for gravitational-wave detection. *Mon Not R Astron Soc*, 2009, 400: 951–968
- 3 Will C M. *LRR*, 2014, 17: 4
- 4 Zhu W W, Stairs I H, Demorest P B, et al. Testing Theories of Gravitation Using 21-Year Timing of Pulsar Binary J1713+0747. *Astrophys J*, 2015, 809: 41
- 5 Scott D M, Finger M H, Wilson C A. Characterization of the timing noise of the Crab pulsar. *Mon Not R Astron Soc*, 2003, 344: 412–430
- 6 Kopeikin S M. Millisecond and binary pulsars as nature's frequency standards - I. A generalized statistical model of low-frequency timing noise. *Mon Not R Astron Soc*, 1997, 288: 129–137
- 7 Shannon R M, Cordes J M. Assessing the Role of spin noise in the precision timing of millisecond pulsars. *Astrophys J*, 2010, 725: 1607–1619

- 8 Lam M T, Cordes J M, Chatterjee S, et al. The NANOGrav nine-year data set: Noise budget for pulsar arrival times on intraday timescales. *Astrophys J*, 2016, 819: 155
- 9 Lam M T, Cordes J M, Chatterjee S, et al. Pulsar timing errors from asynchronous multi-frequency sampling of dispersion measure variations. *Astrophys J*, 2015, 801: 130
- 10 Na X S, Wang N, Yuan J P, et al. Hurst parameter analysis of radio pulsar timing residuals. *Mon Not R Astron Soc*, 2011, 412: 2678–2684
- 11 Hurst H E. Long-term storage capacity of reservoirs. *Trans Amer Soc Civil Eng*, 1951, 116: 770
- 12 Yang T G, Tong M L, Gao Y P. Timing noise estimate for millisecond pulsars (in Chinese). *J Time Freq*, 2014, 37: 80–88 [杨廷高, 童明雷, 高玉平. 毫秒脉冲星计时噪声估计. *时间频率学报*, 2014, 37: 80–88]
- 13 Lam M T, Cordes J M, Chatterjee S, et al. The NANOGrav The NANOGrav nine-year data set: Excess noise in millisecond pulsar arrival times. *Astrophys J*, 2017, 834: 35
- 14 Urama J O, Link B, Weisberg J M. A strong correlation in radio pulsars with implications for torque variations. *Mon Not R Astron Soc*, 2006, 370: L76–L79
- 15 Arzoumanian Z, Nice D J, Taylor J H, et al. Timing behavior of 96 radio pulsars. *Astrophys J*, 1994, 422: 671–680
- 16 Matsakis D N, Taylor J H, Eubanks T M. A statistic for describing pulsar and clock stability. *Astron Astrophys*, 1997, 326: 924–928
- 17 Coles W, Hobbs G, Champion D J, et al. Pulsar timing analysis in the presence of correlated noise. *Mon Not R Astron Soc*, 2011, 418: 561–570
- 18 Arzoumanian Z, Brazier A, Burke-Spolaor S, et al. The NANOGrav nine-year data set: Observations, arrival time measurements, and analysis of 37 millisecond pulsars. *Astrophys J*, 2015, 813: 65
- 19 Hotan A W, van Straten W, Manchester R N. PSRCHIVE and PSRFITS: An open approach to radio pulsar data storage and analysis. *Publ Astron Soc Aust*, 2004, 21: 302–309
- 20 van Straten W, Demorest P, Osłowski S. Pulsar data analysis with PSRCHIVE. *Instrum Methods Astrophys*, 2012, 9: 237, arXiv: [1205.6276](https://arxiv.org/abs/1205.6276).

Study of the application of Hurst parameter in pulsar timing residuals analysis

GAO Feng^{1,2,3,4*}, GAO YuPing^{1,2}, TONG MingLei^{1,2}, YANG TingGao^{1,2} & ZHAO ChengShi^{1,2}

¹National Time Service Center, Chinese Academy of Sciences, Xi'an 710600, China;

²Key Laboratory of Time and Frequency Primary Standards, Chinese Academy of Sciences, Xi'an 710600, China;

³University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China;

⁴Department of Applied Physics, Xi'an University of Science and Technology, Xi'an 710054, China

The timing residual characteristics of 14 millisecond pulsars monitored with North American Nanohertz Observatory for Gravitational Waves (NANOGrav) in the time-domain was analyzed. It was found that the root mean square of timing residuals has nothing to do with Hurst parameters. The long data span will help to estimate the biased random characteristics of timing residual according to Hurst parameters. By data comparison, it was showed by several timing noise estimations that Hurst parameters were valid in estimating if a low frequency red noise exists, which can serve as a complementary to mainstream method for analysis of red noise analysis. These results will further expand the analysis of pulsar timing noise in time-domain.

pulsars, timing residual, Hurst parameter, timing noise

PACS: 97.60.Gb, 95.75.Wx, 95.10.Jk

doi: [10.1360/SSPMA2017-00342](https://doi.org/10.1360/SSPMA2017-00342)