可压缩容积对内肋阵列微通道流动沸腾不稳定性影响

徐法尧, 吴慧英*

上海交通大学机械与动力工程学院, 上海 200240

* 联系人, E-mail: whysrj@sjtu.edu.cn

2016-02-18 收稿, 2016-04-11 修回, 2016-04-11 接受, 2016-07-21 网络版发表

国家自然科学基金(51536005, 51521004)和国家重点基础研究发展计划(2012CB720404)资助

摘要 实验研究了通道入口上游存在不同的可压缩容积条件下, 水力直径为 $210.4\ \mu\text{m}$ 的硅基内肋阵列微通道内去离子水流动沸腾不稳定性, 实验采用的内肋结构为圆形叉排内肋阵列. 实验过程中, 实验段加热功率保持恒定, 采用逐渐减小去离子水质量流量的方法改变工况. 定量分析了不同可压缩容积条件下, 沸腾不稳定起始点(OFI)、沸腾不稳定现象产生时, 温度和压力振荡的振幅和周期变化规律. 结果表明, 几种可压缩容积($V=0, 0.5, 1.0$ 和 $2.0\ \text{cm}^3$)条件下, OFI点对应的质量流量几乎相同, 这表明可压缩容积对OFI没有影响. 当通道上游存在可压缩容积时, OFI点之后通道内产生了沸腾不稳定性现象, 伴随着温度和压力的周期性振荡. 而且随着可压缩容积增加, 温度和压力振荡的振幅逐渐增大, 周期线性增加. 在非稳态沸腾区, 流量稍有减小便会引起平均压降突然增大, 且增幅随着可压缩容积增加而增大. 而通道上游不存在可压缩容积时, 通道内未产生沸腾不稳定性现象. 微通道入口上游可压缩容积有多种形式, 采用压力罐驱动和上游管道采用软管连接都会引入可压缩容积, 从而引起可压缩容积不稳定性振荡.

关键词 微通道, 内肋阵列, 不稳定性, 可压缩容积, 流动不稳定起始点

为了满足微电子器件高热流密度散热需求, 近十几年微通道流动沸腾换热研究引起了广泛关注^[1]. 根据传统的传热学理论, 流动沸腾比单相对流传热系数高, 研究人员期望微通道流动沸腾可以实现比单相对流更高的传热效率. 但很多微通道流动沸腾传热系数实验结果远未达到研究人员的期望, 影响微通道流动沸腾换热系数无法显著增大的一个重要原因是存在沸腾不稳定性^[2]. 沸腾不稳定性会引起温度、压力和流量振荡^[3,4], 更严重的是它可能导致临界热流密度提前产生^[5], 这严重阻碍了微尺度流动沸腾实际应用. Peles^[2]将微通道流动沸腾产生的一种伴随有低频大振幅温度、压力和流量的周期性振荡称为可压缩容积不稳定性. 一些研究人员^[6,7]定性地认为产生这种周期性振荡源于实验段上游存在可压缩

容积, 但未就可压缩容积对这种沸腾不稳定性的影响进行定量研究, 包括可压缩容积大小, 及其对沸腾不稳定起始点、沸腾不稳定振荡的振幅和周期影响等. 因此, 还未能对不同研究者得到的可压缩容积不稳定性振荡周期存在较大差异^[4,8,9]给出合理解释. 另外, 现有的微通道流动沸腾不稳定性研究大都是在平直微通道内进行的, 各种异型强化微通道结构流动沸腾不稳定性研究还未展开.

内肋阵列微通道是在微通道内布置各种不同结构参数的微肋阵列, 是一种基于微通道的强化换热装置, 近年来在各种微通道强化换热结构中引起广泛关注^[10-13]. 研究人员对内肋阵列微通道单相流动和换热特性进行了一些研究, 包括分析肋阵列排列方式^[14]、肋截面形状^[15]和肋高与直径比^[16]等结构参

引用格式: 徐法尧, 吴慧英. 可压缩容积对内肋阵列微通道流动沸腾不稳定性影响. 科学通报, 2017, 62: 312-319

Xu F Y, Wu H Y. Effect of compressible volume on flow boiling instability of water in the pin-fin microchannel (in Chinese). Chin Sci Bull, 2017, 62: 312-319, doi: 10.1360/N972016-00061

数对其流动和对流换热性能的影响,建立适用于内肋阵列微通道的摩擦因子和 Nu 数关联式^[17~19]等。但对内肋阵列微通道流动沸腾研究较少^[20],其内部流动沸腾不稳定性研究更是未见有公开报道。本文实验研究测试段上游存在可压缩容积对水力直径为 $210.4\ \mu\text{m}$ 硅基内肋阵列微通道流动沸腾不稳定性的影响。定量分析不同可压缩容积条件下,沸腾不稳定性起始点、沸腾不稳定性振荡的振幅和周期变化规律。

1 实验装置及方法

1.1 实验装置

本文使用的实验装置如图1所示。去离子水从压力罐内流出后,依次经过过滤器、阀门1和齿轮泵或者旁通支路阀门2、恒温水浴、之后进入测试段。微通道芯片底面布置的薄膜加热器与直流电源连接作为热源,去离子水在内肋阵列微通道内被加热至沸腾状态,之后排出实验段进入冷凝器,最后流入收集容器。采用精度为 $0.05\ \text{g}$ 的电子天平称量收集容器在一段时间内质量增量,计算单位时间内质量增量可得到微通道内去离子水质量流率。恒温水浴和入口压力传感器之间布置有缓冲罐,通过改变缓冲罐内空气容积调节实验段上游的可压缩容积。通过调节恒温水浴的温度以维持实验段入口温度恒定。温度测量采用直径为 $0.1\ \text{mm}$,精度为 $0.1\ ^\circ\text{C}$ 的T型热电偶,实验段去离子水进出口布置2个热电偶测量进出口温度,微通道芯片底面均匀布置3个热电偶以测量壁面温度。实验段进出口压力采用精度为 0.04% 的压力传

感器测量,内肋阵列微通道内压降取进出口压力差。

本文使用的内肋阵列微通道采用MEMS干法刻蚀工艺在厚度为 $0.5\ \text{mm}$,双面抛光 $\langle 100 \rangle$ 硅基芯片上加工制作而成。微通道主体结构为,长为 $25\ \text{mm}$ 、宽为 $2.4\ \text{mm}$ 和高为 $0.11\ \text{mm}$ 的矩形截面微通道,微通道水力直径为 $210.4\ \mu\text{m}$ 。微通道底面布置有圆柱形微肋阵列,如图2所示,肋高度与通道高度相同,肋阵列又排布置,肋直径为 $0.1\ \text{mm}$,横向间距 S_T 、纵向间距 S_L 和斜间距 S_D 分别为 0.3 , 0.3 和 $0.34\ \text{mm}$ 。在整个矩形截面微通道内,沿流动方向有81排肋阵列,垂直于流动方向有8排肋阵列。用阳极扩散焊工艺在硅基芯片上表面键合厚度为 $0.5\ \text{mm}$ 的Pyrex7740玻璃片(硼硅玻璃)以封闭微通道同时作为通道上壁面。

1.2 实验方法

为了定量研究通道入口上游可压缩容积对流动沸腾不稳定性的影响,采用通道入口上游专门布置的缓冲罐改变可压缩容积大小。考虑到微通道体积较小,本文设置可压缩容积调节范围为 $V=0\sim 2\ \text{cm}^3$ 。为了分析采用压力罐驱动流体和PVC软管连接引入的可压缩容积对流动沸腾不稳定性的影响,分别对比齿轮泵驱动和压力罐驱动流体时的瞬态温度和压力变化,和对比实验段上游管路采用不锈钢管连接和PVC软管连接时的瞬态温度和压力变化。当定量研究缓冲罐提供的可压缩容积对沸腾不稳定性的影响时,采用齿轮泵驱动流体,压力罐内未充氮气,罐内压力为环境压力,实验段入口上游管线全部采用不锈钢管连接。进行实验时,打开阀门1,关闭旁通

图1 (网络版彩色)实验装置

Figure 1 (Color online) Experimental setup

图2 微通道内肋阵列图像(采用KEYENCE形状测量激光显微系统拍摄)

Figure 2 Photo of pin-fin arrays in the microchannel

支路上的阀门2. 当研究压力罐驱动流体对沸腾不稳定性的影响时, 关闭缓冲罐前的阀门3, 压力罐内充高压氮气, 实验段入口上游管段全部采用不锈钢管连接. 进行实验时阀门1关闭, 阀门2打开; 当研究PVC软管连接对沸腾不稳定性的影响时, 关闭缓冲罐前的阀门3, 采用齿轮泵驱动流体, 压力罐内不充氮气, 罐内压力为环境压力, 齿轮泵出口到实验段入口间的管线采用PVC软管连接. 进行实验时, 打开阀门1, 关闭旁通支路阀门2.

本文采用保持加热功率恒定, 逐渐减小去离子水质量流量的方法改变工况, 加热功率为25 W. 当采用齿轮泵驱动流体时, 通过调节泵的转速改变实验段入口质量流量; 当采用压力罐驱动流体时, 通过改变阀门2的开度调节实验段入口质量流量. 维持加热功率恒定, 逐渐减小质量流量, 内肋阵列微通道内单相对流换热逐渐转变为流动沸腾换热, 等到温度和压力测量值稳定时采集实验数据. 当流动沸腾不稳定性现象产生时, 等到周期性振荡的振幅和周期不再发生变化时, 采集瞬态实验数据.

2 实验结果与分析

2.1 流动不稳定起始点(OFI)

不同可压缩容积条件下, 肋阵列微通道压降-流量动力曲线如图3所示. 当流量较大时, 通道内为单相对流换热, 单相压降随着流量减小而减小. 加热功率保持不变条件下, 随着流量逐渐减小微通道内去离子水逐渐达到饱和状态, 微通道后部壁面上开始有气泡产生, 单相流动转变为汽液两相流动. 随着流

图3 (网络版彩色)不同可压缩容积时压降-质量流量动力曲线

Figure 3 (Color online) Demand curves of pressure drop versus mass flux under several compressible volume conditions

量进一步减小, 通道内汽相份额逐渐增大, 气液两相压降开始随着流量减小而逐渐增大. 随着流量减小压降是先减小然后再增大, 这样在压降-流量动力曲线上存在一个压降最小点, 通常将该点定义为流动不稳定起始点(onset of flow instability, OFI), 如图3所示, OFI左侧即为非稳态沸腾区. 可压缩容积分别为 $V=0, 0.5, 1.0$ 和 2.0 cm^3 条件下, OFI点对应的质量流量均为 $G \approx 300 \text{ kg/m}^2 \text{ s}$, 这表明可压缩容积对OFI点几乎没有影响. 但在OFI之后的非稳态沸腾区, 存在可压缩容积时, 流量稍有减小便会引起周期性沸腾不稳定性现象发生, 伴随着平均压降突然增大; 在通道入口上游不存在可压缩容积时, 即 $V=0$, 未发生压降急剧增大现象, 这表明可压缩容积是压降突然增大的原因. $V=0.5, 1.0$ 和 2.0 cm^3 时的压降从OFI点的 0.13 bar ($1 \text{ bar}=10^5 \text{ Pa}$)分别急剧增大到 $0.15, 0.19$ 和 0.23 bar . 随着可压缩容积增大, 压降增幅逐渐增大. 这是因为可压缩容积较大时引起入口压力振幅较大(参见3.2节分析), 在出口压力基本保持恒定情况下, 进出口压差较大.

2.2 沸腾不稳定性振荡的振幅和周期

图4给出了在非稳态沸腾区(图3中OFI左侧), 相近质量流量条件下, 可压缩容积分别为 $V=0, 0.5, 1.0$ 和 2.0 cm^3 时内肋阵列微通道温度和压力瞬态变化. 通道入口上游不存在可压缩容积(即 $V=0$)和存在可压缩容积($V=0.5, 1.0$ 和 2.0 cm^3)的对比发现, 当 $V=0$ 时温度和压力测量值一直处于稳态, 未发生沸腾不稳定性现象; 当 $V=0.5, 1.0$ 和 2.0 cm^3 时, 温度和入口压力产

图4 (网络版彩色)不同可压缩容积时瞬态温度和压力变化。(a) 温度振荡;(b) 压力振荡

Figure 4 (Color online) Variations transient temperature and pressure with time under several compressible volume conditions. (a) Temperature oscillations; (b) pressure oscillations

生大振幅周期性波动,而且通过对比温度和压力振荡的周期可以发现两者振荡几乎是同步的。这表明通道入口上游存在可压缩容积是产生这种低频大振幅周期性波动的原因。出口压力没有发生大振幅波动是因为实验系统的出口与外界大气环境相通,出口压力波动幅度很小。可压缩容积分别为 $V=0.5, 1.0$ 和 2.0 cm^3 时, T_{w3} 温度测量值平均振幅分别达到6, 27和 81°C ,入口压力振荡平均振幅分别达到0.15, 0.26和0.32 bar。随着可压缩容积增加,温度和入口压力振荡振幅逐渐增大。为了避免重复,此处只给出了质量流量约为 $234 \text{ kg}/(\text{m}^2 \text{ s})$ 时的温度和压力瞬态变化。但在其他质量流量条件下,温度和压力振荡随可压缩容积的变化表现出与此相同的规律。

图5(a)和(b)分别为4种可压缩容积条件下,振荡周期随质量流量变化关系和4种质量流量条件下,振荡周期随可压缩容积变化关系。当 $V=0.5 \text{ cm}^3$ 时,在 $G=98\sim 262 \text{ kg}/(\text{m}^2 \text{ s})$ 范围内,振荡周期为6.4~15.4 s;当 $V=1.0 \text{ cm}^3$ 时,在 $G=153\sim 284 \text{ kg}/\text{m}^2 \text{ s}$ 范围内,振荡周期为13.1~17.9 s;当 $V=1.5 \text{ cm}^3$ 时,在 $G=191\sim 281 \text{ kg}/(\text{m}^2 \text{ s})$ 范围内,振荡周期为19.5~21.7 s;当 $V=2.0 \text{ cm}^3$ 时,在 $G=177\sim 271 \text{ kg}/(\text{m}^2 \text{ s})$ 范围内,振荡周期为24.3~26.5 s。随着可压缩容积增加,温度和压力振荡

周期逐渐增大,图5(b)则进一步表明在某一给定流量时,振荡周期随着可压缩容积增大而线性增加。这表明通道入口上游可压缩容积不同会引起振荡周期较大差异,例如,当 $G=182$ 和 $232 \text{ kg}/(\text{m}^2 \text{ s})$ 时,可压缩容积在 $V=0.5\sim 2.0 \text{ cm}^3$ 范围内,振荡周期分别从8.6和6.9 s增加到26.9和24.5 s。这也许是已发表文献[4,8,9]中各研究人员得到的可压缩容积不稳定性振荡周期差异较大的一个重要原因。

2.3 可压缩容积的多种形式

微通道入口上游可压缩容积有多种形式,实验系统中微通道入口上游任何易压缩的部分都有可能提供可压缩容积,而且微通道尺寸越小可压缩容积的相对作用越显著,因为随着微通道尺寸减小,相对可压缩容积增大。因此,较小的可压缩容积便会引起明显的可压缩容积不稳定性。例如,采用压力罐驱动流体和实验段上游管道采用软管连接都会提供可压缩容积,从而引起可压缩容积沸腾不稳定现象。图6给出了在非稳态沸腾区,相近质量流量条件下,齿轮泵驱动和压力罐驱动时的瞬态温度和压力变化对比。齿轮泵驱动方式时,温度和压力测量值一直处于稳态,未发生不稳定性现象。而采用压力罐驱动方式

图5 (网络版彩色)振荡周期与可压缩容积的变化关系。(a) 振荡周期随流量的变化; (b) 振荡周期随可压缩容积的变化

Figure 5 (Color online) Variation of oscillation period with compressible volume. (a) Oscillation periods versus mass flux; (b) oscillation periods versus compressible volume

图6 (网络版彩色)采用齿轮泵驱动和压力罐驱动时瞬态温度和压力变化对比。(a) 温度振荡; (b) 压力振荡

Figure 6 (Color online) Comparisons of transient temperature and pressure with time for driving water flow in the experimental system by gear pump and pressure tank. (a) Temperature oscillations; (b) pressure oscillations

时, 由于压力罐内的氮气提供了可压缩容积, 产生了可压缩容积不稳定性现象, 伴随着长周期大振幅的温度和压力振荡。图7给出了在非稳态沸腾区, 相近质量流量条件下, 不锈钢硬管和PVC软管连接时瞬态温度和压力变化。不锈钢硬管连接时, 由于管道刚性大, 温度和压力测量值一直处于稳态, 未发生沸腾不稳定性现象。PVC软管连接时, 由于PVC软管的可压缩性为沸腾不稳定性产生提供了可压缩容积, 产生了可压缩容积不稳定性现象, 温度和压力长周期大振幅振荡。为了避免重复, 对比齿轮泵驱动和压力罐驱

动对沸腾不稳定性影响时, 此处只给出了质量流量约为 $170 \text{ kg}/(\text{m}^2 \text{ s})$ 时温度和压力瞬态变化; 对比不锈钢管连接和PVC软管连接对沸腾不稳定性影响时, 此处只给出了质量流量约为 $110 \text{ kg}/(\text{m}^2 \text{ s})$ 时的温度和压力瞬态变化。但在本文非稳态沸腾区(压降-质量流量动力曲线上OFI点左侧)质量流量范围内, 瞬态温度和压力变化均表现出与此相同的规律。

3 结论

本文实验研究了可压缩容积对内肋阵列微通道

图7 (网络版彩色)微通道上游采用不锈钢管和PVC软管连接时瞬态温度和压力变化对比。(a) 温度振荡;(b) 压力振荡

Figure 7 (Color online) Comparisons of transient temperature and pressure with time for upstream pipe-connection of the microchannel with steel-pipe and soft-pipe. (a) Temperature oscillations; (b) pressure oscillations

流动沸腾不稳定性的影响,定量分析了可压缩容积分别为 $V=0, 0.5, 1.0$ 和 2.0 cm^3 时,低频大振幅的温度和入口压力周期性振荡特性.得到了以下结论:

(1) 可压缩容积对OFI点几乎没有影响,但在OFI之后的非稳态沸腾区,存在可压缩容积条件下,流量稍有减小便会引起平均压降突然增大,且增幅随着可压缩容积增加而增大;而在通道入口上游不存在可压缩容积时,未发生压降急剧增大现象.

(2) 通道入口上游存在可压缩容积是产生低频

大振幅周期性波动沸腾不稳定性的主要原因.通道入口上游不存在可压缩容积时,温度和压力测量值一直处于稳态,未发生不稳定现象;存在可压缩容积时,产生了可压缩容积不稳定现象,伴随着长周期大振幅的温度和压力振荡,而且随着可压缩容积增加,温度和入口压力振荡的振幅逐渐增大,周期线性增加.

(3) 采用压力罐驱动和上游管道采用软管连接都会引入可压缩容积,从而引起可压缩容积不稳定性振荡.

参考文献

- 1 Kandlikar S G. History, advances, and challenges in liquid flow and flow boiling heat transfer in microchannels: A critical review. ASME J Heat Transfer, 2012, 134: 34001
- 2 Peles Y. Contemporary Perspectives on Flow Boiling Instabilities in Microchannels and Minichannels. Danbury CT: Begell House, 2012
- 3 Wu H Y, Cheng P. Visualization and measurements of periodic boiling in silicon microchannels. Int J Heat Mass Transfer, 2003, 46: 2603–2614
- 4 Wu H Y, Cheng P. Boiling instability in parallel silicon microchannels at different heat flux. Int J Heat Mass Transfer, 2004, 47: 3631–3641
- 5 Bogojevic D, Sefiane K, Walton A J, et al. Two-phase flow instabilities in a silicon microchannels heat sink. Int J Heat Fluid Flow, 2009, 30: 854–867
- 6 Liu Y, Fletcher D F, Haynes B S. On the importance of upstream compressibility in microchannel boiling heat transfer. Int J Heat Mass Transfer, 2013, 58: 503–512
- 7 Bogojevic D, Sefiane K, Duursma G, et al. Bubble dynamics and flow boiling instabilities in microchannels. Int J Heat Mass Transfer, 2013, 58: 663–675

- 8 Huh C, Kim J, Kim M H. Flow pattern transition instability during flow boiling in a single microchannel. *Int J Heat Mass Transfer*, 2007, 50: 1049–1060
- 9 Wang G D, Cheng P, Wu H Y. Unstable and stable flow boiling in parallel microchannels and in a single microchannel. *Int J Heat Mass Transfer*, 2007, 50: 4297–4310
- 10 Kandlikar S G, Colin S, Peles Y, et al. Heat transfer in microchannels—2012 status and research needs. *J Heat Transfer*, 2013, 135: 91001
- 11 Peles Y, Kosar A, Mishra C, et al. Forced convective heat transfer across a pin fin micro heat sink. *Int J Heat Mass Transfer*, 2005, 48: 3615–3627
- 12 Balasubramanian K, Lee P S, Teo C J, et al. Flow boiling heat transfer and pressure drop in stepped fin microchannels. *Int J Heat Mass Transfer*, 2013, 67: 234–252
- 13 Kosar A, Peles Y. Convective flow of refrigerant (R-123) across a bank of micro pin fins. *Int J Heat Mass Transfer*, 2006, 49: 3142–3155
- 14 Kosar A, Brandon S, Peles Y. Hydrodynamic characteristics of cross flow over MEMS-based pillars. *ASME J Fluids Eng*, 2011, 133: 1–11
- 15 John T J, Mathew B, Hegab H. Parametric study on the combined thermal and hydraulic performance of single phase micro pin-fin heat sinks part I: Square and circle geometries. *Int J Thermal Sci*, 2010, 49: 2177–2190
- 16 Mei D, Lou X, Qian M, et al. Effect of tip clearance on the heat transfer and pressure drop performance in the micro-reactor with micropinfin arrays at low Reynolds number. *Int J Heat Mass Transfer*, 2014, 70: 709–718
- 17 Roth R, Lenk G, Cobry K, et al. Heat transfer in freestanding microchannels with in-line and staggered pin fin structures with clearance. *Int J Heat Mass Transfer*, 2013, 67: 1–15
- 18 Qu W, Siu-ho A. Liquid single-phase flow in an array of micro-pin-fins-part I: Heat transfer characteristics. *ASME J Heat Transfer*, 2008, 130: 122402
- 19 Prasher R S, Dirner J, Chang J, et al. Nusselt number and friction factor of staggered arrays of low aspect ratio micropin-fins under cross flow for water as fluid. *ASME J Heat Transfer*, 2007, 129: 141–153
- 20 Qu W, Siu-ho A. Experimental study of saturated flow boiling heat transfer in an array of staggered micro-pin-fins. *Int J Heat Mass Transfer*, 2009, 52: 1853–1863

Summary for “可压缩容积对内肋阵列微通道流动沸腾不稳定性影响”

Effect of compressible volume on flow boiling instability of water in the pin-fin microchannel

XU FaYao & WU HuiYing^{*}

School of Mechanical Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China

^{*} Corresponding author, E-mail: whysrj@sjtu.edu.cn

Flow boiling instability induced by compressible volume is significant for the premature occurrence of the limiting critical heat flux (CHF) condition in microchannels. To suppress the flow boiling instability, some methods have been studied, including increasing inlet restrictors on the microchannel inlet, forming reentrant cavities on the microchannel inner surface, and et al. These methods focused on microchannels themselves, while little attention was given to compressible volume in upper stream of the microchannels. In this paper, flow boiling instability of water in the silicon-based pin-fin microchannel was studied when there existed compressible volume in the upper stream of the microchannel. This pin-fin microchannel had circular/staggered pin-fin arrays arranged on the undersurface of the microchannel with a hydraulic diameter of 210.4 μm . During the experiments, heating power was unchanged, and working conditions were adjusted by decreasing mass flux. The experimental results showed that the mass fluxes of onset of flow instability (OFI) for the compressible volumes of $V=0, 0.5, 1.0$ and 2.0 cm^3 were always the same. This indicated that the compressible volume has no effect on OFI. After OFI, flow boiling instability occurred in the microchannel with the periodic oscillations of temperature and pressure when there existed compressible volume in the upper stream of the microchannel. The amplitudes and periods of these periodic oscillations increased with the increase of the compressible volume. In this unstable boiling region, slight decrease of mass flux could result in significant increase in pressure drop through the microchannel, and the amplification increased with the increase of compressible volume. However, when there was no compressible volume in the upper stream of the microchannel, the periodic oscillations of temperature and pressure did not occur. The compressible volume has several forms, such as driving the water flow in the experimental system by a pressure tank and connecting the pipes in the upper stream of the microchannel with PVC soft-pipes, and they all introduced the compressible volume and induced the flow boiling instability.

microchannels, pin-fin arrays, flow boiling instability, compressible volume, onset of flow instability

doi: 10.1360/N972016-00061