$e^+ e^-$ 高能多强子湮灭

王政之 李春显

(山东大学光学系)

—

正负电子对高能湮灭新的实验结果在高等物理学界引起了很大的兴趣^[1]. 按照光锥代数和部分子理论, $(e^+e^- \rightarrow \text{强子})$ 过程的截面与 μ 粒子对产生截面之比

$$R = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{强子})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)}$$

在足够高的能量

下应当是常数. 然而在 CEA 以及随后在 SLAC 所做的实验却表明这个比值 R 随着质心系总能量的增加而变大. 同时强子的分布是统计热力学类型的. 实验事实同现在流行的部分子理论发生尖锐的冲突, 对强子结构的类点模型是一个严重的挑战.

为了解释这些现象, 本文提出一种统计模型:

1. e^+e^- 湮灭分三步进行. 首先, 两个粒子碰撞, 把所有的能量都变为初始体积 V_0 内的热能, 形成一个温度为 T_0 的高温火球; 然后绝热膨胀; 当温度降至临界温度 T_k 时便按照量子统计的规律放出强子.

对于 c 类粒子, 粒子数 n_c 随动量 $\mathbf{p}$ 的分布服从量子统计(以下讨论采用质心系),

$$dn_c(\mathbf{p}) = \frac{g_c}{(2\pi)^3} \frac{V_c d\mathbf{p}}{e^{\sqrt{p^2+m_c^2}/T} \pm 1}. \quad (1)$$

式中 m_c 为粒子 c 的质量, g_c 是 c 类粒子的统计权重 ($g_\pi = 3, g_K = 4, g_N = 8$)^[2].

2. 温度 $T(T_k \leq T \leq T_0)$ 随总能量 $W = \sqrt{s}$ 的增加而升高, 比例于 $W^{1/4}$,

$$T \propto W^{1/4}. \quad (2)$$

对于临界温度 T_k , 其随 W 变化的具体形式为

$$T_k = m_\pi \left(\frac{\sqrt{s}}{W_k} \right)^{1/4}. \quad (3)$$

式中, $W_k = 2.315 \text{ GeV}$, $m_\pi = 0.140 \text{ GeV}$.

3. 质量不同的强子有不同的力程和作用强度, 这种不同对于过程的影响, 在统计理论中主要表现在相互作用体积的数值上, 即轻重不同的粒子分别在大小不同的相互作用体积 V_{ck} 内和整个系统达到统计上的平衡(这时系统的温度为 T_k). 对于 V_{ck} 作不同的假设, 便导致不同的模型^[2,7]: 若把体积取成一个洛仑兹收缩的球, 便是费米模型; 如令 $V_{ck} = nV_\pi$ ($V_\pi \sim m_\pi^{-3}$), 则得到 Pommeranchuk 模型; 有的模型取 V_{ck} 等于常数, 而另一些模型则令 $V_k < V_\pi$. 在本文提出的模型中, 我们假设

$$V_{ck} \propto \frac{1}{m_c}. \quad (4)$$

根据这个模型, 本文计算了(1) π 介子的平均能量; (2) 强子的平均多重数; (3) 粒子的分布, 还讨论了总截面的渐近行为. 理论计算同实验结果基本一致.

二

我们首先计算粒子的平均能量和平均多重数.

把(1)式对动量积分, 便得出 c 类粒子的总数,

$$n_c = \frac{g_c}{2\pi^2} V_c T^3 F_{\pm}(z_c), \quad (5)$$

本文 1975 年 1 月 15 日收到.

其中 $z_c = m_c/T$, $F_{\pm}(z_c) = z_c^3 \int_0^{\infty} \frac{x^2 dx}{e^{z_c \sqrt{1+x^2}} \pm 1}$,
 $x = |\mathbf{p}|/m_c$. 类似地, c 类粒子的总能量等
 于

$$W_c = \frac{g_c}{2\pi^2} V_c T^4 \Phi_{\pm}(z_c). \quad (6)$$

式中

$$\Phi_{\pm}(z_c) = z_c^4 \int_0^{\infty} \frac{x^2 \sqrt{1+x^2} dx}{e^{z_c \sqrt{1+x^2}} \pm 1}.$$

函数 $F_{\pm}(z_c)$ 与 $\Phi_{\pm}(z_c)$ 有以下性质:

$$\begin{aligned} z_c \gg 1, \Phi_+ = \Phi_- = z_c F_+ = z_c F_- \\ = \left(\frac{\pi}{2} z_c^5\right)^{\frac{1}{2}} e^{-z_c}; \end{aligned}$$

$$z_c \ll 1, F_+ = 1.80, F_- = 2.40,$$

$$\Phi_+ = 5.68, \Phi_- = 6.49;$$

$$z_c = 1, F_+ = 1.52, F_- = 1.78,$$

$$\Phi_+ = 5.25, \Phi_- = 5.78.$$

具体的数值结果用 DJL-1 计算机算出, 四位

表 1

$\sqrt{s}$	2.6	2.8	3.0	3.2	3.4	3.6	3.8	4.0	4.2	4.4	4.6	4.8	5.0
T_k	0.144	0.147	0.149	0.152	0.154	0.156	0.159	0.161	0.163	0.164	0.166	0.168	0.170
$\langle E_{\pi} \rangle$	0.466	0.472	0.479	0.485	0.491	0.496	0.502	0.507	0.512	0.516	0.521	0.525	0.530

图 1

考虑到(4)式, 我们有

$$\frac{\langle n_c \rangle}{\langle n_{\pi} \rangle} = \frac{g_c m_{\pi} F_{\pm}(m_c/T_k)}{g_{\pi} m_c F_{\pm}(m_{\pi}/T_k)}. \quad (10)$$

有效数字的函数数值表列于资料[6].

$$\text{粒子 } c \text{ 的平均能量为 } \langle E_c \rangle = \frac{W_c}{n_c} \Big|_{T=T_k},$$

因此, 对于 π 介子, 考虑到(3)式, 我们有

$$\begin{aligned} \langle E_{\pi} \rangle &= T_k \frac{\Phi_{-}(m_{\pi}/T_k)}{F_{-}(m_{\pi}/T_k)} \\ &= m_{\pi} \left(\frac{\sqrt{s}}{W_k} \right)^{\frac{1}{4}} \frac{\Phi_{-}(\sqrt[4]{W_k/\sqrt{s}})}{F_{-}(\sqrt[4]{W_k/\sqrt{s}})}. \end{aligned} \quad (7)$$

在 3—5 GeV 范围内, 此式近似地等于

$$\langle E_{\pi} \rangle \approx 3m_{\pi} \left(\frac{\sqrt{s}}{1.9} \right)^{\frac{1}{4}}. \quad (8)$$

具体数值结果见表 1 与图 1 (本文中能量单位均采用 GeV).

$$\text{平均粒子数 } \langle n_c \rangle = n_c \Big|_{\substack{T=T_k \\ V_c=V_{ck}}}$$

$$\langle n_c \rangle = \frac{g_c}{2\pi^2} V_{ck} T_k^3 F_{\pm}(m_c/T_k). \quad (9)$$

利用此式算得的结果见表 2.

表 2

$\sqrt{s}$	$\langle n_k \rangle / \langle n_{\pi} \rangle$	$\langle n_p \rangle / \langle n_{\pi} \rangle$	$\langle n_{\pi} \rangle$: $\langle n_k \rangle$: $\langle n_p \rangle$
3.0	0.097	0.005	100: 9.7: 0.5
3.8	0.105	0.007	100: 10.5: 0.7
4.8	0.116	0.009	100: 11.6: 0.9

实验上 $\langle n_{\pi} \rangle : \langle n_k \rangle : \langle n_p \rangle \approx 100:10:1$. 由计算可以看出, π 介子的丰度很大, 但随着总能量的增加, 较重粒子的含量不断增加.

由于在上述能量范围内主要产物是 π 介子, 于是关系 $\langle n \rangle \approx \langle n_{\pi} \rangle$, $\sqrt{s} \approx W_{\pi}$ 成立. 将 $W_{\pi} \approx \sqrt{s}$ 除以 $\langle E_{\pi} \rangle$, 便得到 $\langle n_{\pi} \rangle$,

$$\langle n_{\pi} \rangle = \frac{W_k^{1/4} F_{-}(\sqrt[4]{W_k/\sqrt{s}})}{m_{\pi} \Phi_{-}(\sqrt[4]{W_k/\sqrt{s}})} s^{3/8}. \quad (11)$$

计算结果见表 3 和图 2.

表 3

$\sqrt{s}$	2.6	2.8	3.0	3.2	3.4	3.6	3.8	4.0	4.2	4.4	4.6	4.8	5.0
$\langle n_\pi \rangle$	5.6	5.9	6.3	6.6	6.9	7.3	7.6	7.9	8.2	8.5	8.8	9.1	9.4

图 2

在单粒子包含 (inclusive) 反应中, 粒子的分布由谱密度 ρ_c 或结构函数 f_c 来描述.

$$\rho_c \equiv \frac{E_c}{\sigma_T} \frac{d\sigma}{d\mathbf{p}_c},$$

$$f_c \equiv E_c \frac{d\sigma}{d\mathbf{p}_c}.$$

从量纲和物理意义上来看, $\frac{1}{\sigma_T} \frac{d\sigma}{d\mathbf{p}_c}$ 相应于

$\left. \frac{dn_c}{d\mathbf{p}_c} \right|_{T=T_k, V_c=V_{ck}}$, 因此可设

$$\frac{1}{\sigma_T} \frac{d\sigma}{d\mathbf{p}_c} = A \left. \frac{dn_c}{d\mathbf{p}_c} \right|_{T=T_k, V_c=V_{ck}}. \quad (12)$$

于是

$$f_c = \frac{g_c}{(2\pi)^3} \frac{A\sigma_T V_{ck} E_c}{e^{E_c/T_k \pm 1}}. \quad (13)$$

引入新变量 $x = 2p_c/\sqrt{s}$, 经过简单的变换可以得到 $s \frac{d\sigma}{dx}$,

$$s \frac{d\sigma}{dx} = \frac{g_c}{(4\pi)^2} \frac{A\sigma_T V_{ck} s^{5/2} x^2}{e^{E_c/T_k \pm 1}}. \quad (14)$$

由(6)式我们知道,

$$\sqrt{s} = \sum_c W_c = \sum_c \frac{g_c}{2\pi^2} V_c T^4 \Phi_{\pm}(z_c).$$

由于产生的粒子大部分是 π 介子, 因此在上式的右端只保留与 π 介子对应的项就够了,

$$\sqrt{s} \approx \frac{g_\pi}{2\pi^2} V_{\pi k} T_\pi^4 \Phi_{-}(m_\pi/T_k).$$

由此解出 $g_\pi V_{\pi k}/2\pi^2$,

$$\frac{g_\pi V_{\pi k}}{2\pi^2} \approx \frac{\sqrt{s}}{T_k^4 \Phi_{-}(m_\pi/T_k)} \quad (15)$$

引入参数 B 和 C ,

$$B = \frac{g_\pi}{(2\pi)^3} A\sigma_T V_{\pi k}, \quad C = \frac{g_\pi}{(4\pi)^2} A\sigma_T s^{5/2},$$

取 $A = 2.05^{-1}$, 利用(15)式及 σ_T 的实验值, 我们便可求出 B 和 C 的值, 计算结果见表 4.

表 4

$\sqrt{s}$	$g_\pi V_{\pi k}/2\pi^2$	$\sigma_T (nb)$	$B (nb \cdot GeV^{-3})$	$C (\mu b \cdot GeV^2)$
4.8	954	18.2	6.74×10^{-1}	2.69×10^3
3.8	971	24.8	9.35×10^{-1}	1.16×10^3
3.0	999	26.4	1.02	3.91×10^2

把 B, C 之值代入公式(13)和(14), 就可算出

$s \frac{d\sigma}{dx}$ 和 f_c , 具体结果见表 5.

表 5

$\sqrt{s} = 4.8$				$\sqrt{s} = 3.8$				$\sqrt{s} = 3.0$			
p	x	$s \frac{d\sigma}{dx}$	f	p	x	$s \frac{d\sigma}{dx}$	f	p	x	$s \frac{d\sigma}{dx}$	f
0.120	0.05	3.37	62.3	0.095	0.05	1.53	83.3	0.075	0.05	0.51	85.5
0.192	0.08	5.53	51.9	0.190	0.10	3.41	64.7	0.150	0.10	1.39	74.9
0.240	0.10	6.16	45.3	0.304	0.16	4.13	44.4	0.195	0.13	1.65	61.4
0.312	0.13	6.84	40.8	0.399	0.21	3.86	29.8	0.240	0.16	1.83	52.2
0.408	0.17	6.48	24.2	0.494	0.26	3.24	13.5	0.300	0.20	1.90	41.2
0.504	0.21	5.52	13.2	0.608	0.32	2.40	11.8	0.360	0.24	1.82	32.0

表 5 (续)

$\sqrt{s} = 4.8$				$\sqrt{s} = 3.8$				$\sqrt{s} = 3.0$			
p	x	$s \frac{d\sigma}{dx}$	t	p	x	$s \frac{d\sigma}{dx}$	t	p	x	$s \frac{d\sigma}{dx}$	t
0.600	0.25	4.41	10.9	0.684	0.36	1.89	8.19	0.405	0.27	1.70	26.2
0.720	0.30	3.19	6.51	0.798	0.42	1.26	4.67	0.495	0.33	1.39	17.2
0.792	0.33	2.57	4.56	0.912	0.48	0.81	2.61	0.600	0.40	1.02	10.3
0.888	0.37	1.76	2.89	0.988	0.52	0.59	1.76	0.705	0.47	0.70	5.96
0.984	0.41	1.22	1.81	1.14	0.60	0.31	0.789	0.795	0.53	0.49	3.69
1.08	0.45	0.84	1.13	1.24	0.65	0.20	0.468	0.900	0.60	0.31	2.07
1.20	0.50	0.51	0.614	1.33	0.70	0.13	0.278	1.01	0.67	0.15	1.15
1.30	0.54	0.34	0.376	1.43	0.75	0.08	0.165	1.10	0.73	0.13	0.683
1.44	0.60	0.18	0.177	1.52	0.80	0.05	0.0960	1.20	0.80	0.08	0.373
1.68	0.70	0.06	0.0498	1.62	0.85	0.03	0.0534	1.28	0.85	0.05	0.239
1.92	0.80	0.02	0.0137								

同实验资料的比较见图 3 和图 4^[3,4].

$$s \frac{d\sigma}{dx} (\mu b \cdot \text{GeV}^2)$$

图 3 $s \frac{d\sigma}{dx} - x$

图 4

由(13)式可以看出,分布是各向同性的,实验上也正是如此^[5]。从(14)式与图4我们看到,一般说来不存在标度不变性,当 $x > 0.5$ 时有近似的标度不变性。

三

在我们的模型中, e^+e^- 多强子湮灭的总截面 σ_T 由 V_0 决定,

$$\sigma_T = \pi \left(\frac{3V_0}{4\pi} \right)^{2/3}.$$

由(6)式我们知道,

$$\sqrt{s} = \sum_c \frac{g_c}{2\pi^2} V_0 T_0^4 \Phi_{\pm}(m_c T_0),$$

而 $T_0 \propto (\sqrt{s})^{1/4}$, 因此

$$V_0 \propto \left[\sum_c g_c \Phi_{\pm}(m_c/T_0) \right]^{-1},$$

$$\sigma_T \propto V_0^{2/3} \propto \left[\sum_c g_c \Phi_{\pm}(m_c/T_0) \right]^{-2/3}. \quad (16)$$

当 s 很大时, m_c/T_0 趋于零,这时, $\Phi_{\pm}$ 趋于常数,于是 σ_T 亦趋于常数;而当 s 变小时, m_c/T_0 变大,这时 $\Phi_{\pm}$ 变小,于是 σ_T 变大。这样, R 随 s 上升的奇异现象便可定性得到说明。

为了做定量的比较,我们可设想如下的物理图象:在湮灭的第一步,产生的是一个温度为 T_0 、体积为 V_0 的火球,它由层子-反层子对组成(共有9种对: $p\bar{p}$, $p\bar{n}$, $p\bar{\Lambda}$; $n\bar{p}$, $n\bar{n}$, $n\bar{\Lambda}$; $\Lambda\bar{p}$, $\Lambda\bar{n}$, $\Lambda\bar{\Lambda}$)。如果忽略它们的质量差,则

$$\sqrt{s} = \frac{9}{2\pi^2} V_0 T_0^4 \Phi_{-}(m_0/T_0).$$

这里 m_0 为层子-反层子对的质量,对的自旋

假定为零。设 $T_0 = m_0 \left(\frac{\sqrt{s}}{W_0} \right)^{1/4}$, 于是

$$\sigma_T = \pi \left(\frac{\pi}{6} \right)^{2/3} \left(\frac{W_0}{m_0^4} \right)^{2/3} \Phi_{-}^{-2/3} \left(\sqrt{\frac{W_0}{\sqrt{s}}} \right).$$

若取

$$W_0 = 8 \times 10^3 \text{ GeV}, \quad m_0 = 670 \text{ GeV},$$

便能得到同实验值大体一致的 σ_T , 见表6。

表 6

$\sqrt{s}$	4.8	3.8	3.0	2.0	1.0
σ_T	18.2	21.7	26.4	38.3	81.6
$\sigma_{T\text{实验}}$	18.2 ± 3.0	24.5 ± 3.6	27.8 ± 8.7	30 ± 15	

从上面的计算和讨论可以看出,这种统计模型能够解释 e^+e^- 湮灭实验的许多重要特征。实验上, $p\bar{p}$ 湮灭反应同 e^+e^- 湮灭过程有很多相似之处,另外, $pp \rightarrow \pi^0 X$ 高能反应的大横动量事例中, π^0 的分布同 e^+e^- 湮灭过程中 π 介子的分布也十分相似,这可能是由同样的物理机制造成的。

这是个初步的唯象的理论。如何同基本粒子的内部结构联系起来,从 (V_0, T_0) 到 (V_k, T_k) 的膨胀过程是如何进行的,等等,都有待进一步的研究。

参 考 资 料

- [1] Science, **184** (1974), 4138, 782.
- [2] Фейнберг, Е. Л., УФН, **104** (1971), 539.
- [3] 原(康夫), 素研, **49**(1974), 111.
- [4] 藤井忠男, 素研, **50**(1974), 406.
- [5] Bjorken, J. D., Ioffe, B. L., SLAC-PUB-1467 (T/E), August, 1974.
- [6] 文涛, 关于特殊函数 $F_{\pm}(z)$ 和 $\Phi_{\pm}(z)$ 的计算, 待发表.
- [7] 谢去病, 山东大学学报, **3**(1960), 26; Barashenkov, V. S., Nucl. Phys., **9**(1958), 74.