论文

黑洞背景下轴子物质密度分布的研究

颜骏*

四川师范大学物理系, 成都 610066

*联系人, E-mail: yanjun5@sina.com

收稿日期: 2015-05-28; 接受日期: 2015-07-17; 网络出版日期: 2015-07-30

四川省教育厅自然科学基金资助项目(编号: 11ZA100)

摘要 本文研究了不同黑洞背景下轴子物质密度的分布, 推导了弯曲时空中玻色子的波函数方程. 分别计算了带电黑洞背景下和 dilaton 黑洞背景下的轴子密度分布, 讨论了黑洞质量与电/磁荷对轴子密度的影响, 分析了化学势 μ 对轴子密度的重要作用. 结果发现密度呈单调下降或振荡减小, $\mu > 0$ 对应高密度的超流态, $\mu < 0$ 描述低密度的正常态, 这表明黑洞背景下可能形成高密度的轴子有序态. 另外, 计算了 de-Sitter 黑洞背景中轴子的渐进关联函数, 还讨论了宇宙常数和化学势对关联函数的影响.

关键词 轴子, 密度分布, 关联函数, 黑洞背景

PACS: 04.70.-s, 14.80.Va, 95.35.+d

doi: 10.1360/SSPMA2015-00274

1 引言

天文观测表明宇宙中可能存在暗物质, 它们对宇宙的结构具有重要的影响, 暗物质是天体物理学和粒子物理学中的重要研究课题. 目前, 暗物质的具体构成还不十分清楚, 因此人们对暗物质做了许多理论上的推测. 1977 年, 为了解释 QCD 中的强 CP 问题, Peccei 和 Quinn 预言了一种新的整体对称性自发破缺^[1,2], 第二年 Weinberg^[3]和 Wilczek^[4]指出这将导致一种新粒子的存在, 这种轻质量的中性玻色子又称为轴子. 1983 年, Preskill^[5]和 Abbott 等人^[6]通过改进机制讨论了轴子的宇宙学应用. 轴子也是暗物质的候选者之一, 它可能在早期宇宙中的 QCD 相变中产生. 轴子场的能量密度随着宇宙的膨胀而减小, 当宇宙温度降低到一定的温度时, 热轴子演化为后

期宇宙中的冷轴子, 这些冷轴子可形成各种形式的玻色凝聚态^[7].

暗物质可能存在的证据都来自于天文观测, 其中一个最直接的证据就是对星系旋转曲线的测量^[8,9]. 为了解释测量的星体速度偏离牛顿引力的现象, 可假设星系晕中有暗物质存在. Mielczarek 等人^[10]假定暗物质以轴子形式存在, 拟合出来的速度距离曲线有一定的波动性, 与 Rubin 等人^[8]的观测结果比较符合. 另外, Kolb 等人^[11-13]认为轴子微团在引力作用下有可能形成玻色子星, Iwazaki 指出这种轴子星和中子星碰撞后可产生高能宇宙射线, 其辐射效应可在天文观测中加以证实^[14]. 最近, Kormendy 和 Bender 研究了星系中暗物质晕和黑洞的关联效应^[15], Mocanu 和 Grumiller 进一步分析了黑洞时空中轴子的

引用格式: 颜骏. 黑洞背景下轴子物质密度分布的研究. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2015, 45: 090001

Yan J. The density distribution of axion matter on the black hole background (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2015, 45: 090001, doi: 10.1360/SSPMA2015-00274

运动, 结果表明玻色子具备一定的能量, 这种物质在黑洞作用下将释放引力波^[16]. 因此, 研究不同黑洞背景中轴子玻色子及其密度分布, 对人们掌握暗物质的物理规律及其观测效应将是很有益的科学探索.

1983 年, Milgrom 等人^[17]提出了修正的牛顿引力理论, 这一理论认为牛顿万有引力定律在星系尺度上不再适用, 需要修正后才可以解释各种观测现象. Berezhiani 等人^[18]同时考虑暗物质和修改牛顿引力定律的情况, 由此研究了星云旋转速度和到星系中心距离的关系曲线, 在一定程度上与观测数据相符合. Mielczarek 等人^[10]的工作中假定暗物质以轴子凝聚形式存在, 在研究了星系旋转曲线后发现理论与观测结果也比较符合.

但是在解释旋转曲线的精细结构方面轴子模型与修改引力理论有所不同, 轴子模型可给出观测曲线中振荡和波动的分布规律, 而修改引力理论却无法解释这一周期性质, 这是轴子暗物质模型的一个优点. 2006 年, Clowe 等人^[19]观测了两个星系团的碰撞过程, 结果发现普通物质或气体并不是引力中心, 修改引力理论也难以解释这一现象^[20]. 由于轴子与一般物质的作用很弱, 这种物质可以与正常物质分离, 因此轴子模型也可给出观测现象较合理的解释. 本文将以暗物质模型为基础研究不同黑洞背景中轴子密度分布规律.

2 带电黑洞背景下的轴子密度分布

研究带电磁荷的黑洞不仅具有理论上的意义, 而且在一些实际的天体物理过程中也需考虑电磁荷的作用. 如计算旋转中子星表面温度差时, 电荷和磁荷是重要的影响因素^[21]. 另外, 电荷大小将决定黑洞外部的磁场强度, 轴子物质在磁场作用下将产生正比于磁场强度的电场. 这时黑洞周围电子在电场作用下产生振荡和辐射效应^[14], 其辐射功率取决于磁场强度大小, 因此, 黑洞电荷将通过磁场而影响电子的辐射功率.

目前的研究主要集中在中性暗物质方面, 但也不排除宇宙中存在一定数量的带电荷暗物质^[22,23]. Mielczarek 等人^[10]研究了不带电情况下轴子密度分布对应的星系旋转曲线, 由于轴子为中性粒子, 一般情况下可以不考虑电荷作用的影响. 对于带电荷的暗物质, 那将重新求解电磁场背景下的粒子波函数方程,

研究电荷怎样通过电磁势改变波函数的分布, 从而可进一步分析电荷对星系旋转曲线的影响. 这方面的物理性质希望在今后的工作中再详细研究, 本文将集中研究不同黑洞背景下中性轴子的密度分布规律.

设 ψ 为轴子的宏观波函数, 轴子质量规一化为 $2m \rightarrow 1$, 零温度情况波函数方程表示为^[24]

$$-\nabla^2 \psi(r) - \mu \psi(r) + \varepsilon \bar{\psi}(r) \psi(r) = 0, \quad (1)$$

$$-\nabla^2 \bar{\psi}(r) - \mu \bar{\psi}(r) + \varepsilon \bar{\psi}(r) \psi(r) = 0. \quad (2)$$

式中, ε 为轴子耦合常数, μ 为化学势. $\psi = \psi(r)$ 为径向波函数, 4 维球对称时空中度规设为 $g^{11} = \alpha(r)$, 再将波函数分解为

$$\psi(r) = \delta(r) e^{\varphi(r)}, \quad \bar{\psi}(r) = \delta(r) e^{-\varphi(r)}, \quad (3)$$

于是有

$$\begin{aligned} \nabla^2 \psi(r) = & \alpha(\delta'' + 2\delta'\varphi' + \delta\varphi'' + \delta\varphi'^2) e^{\varphi} \\ & + f(\delta' + \delta\varphi') e^{\varphi}, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \nabla^2 \bar{\psi}(r) = & \alpha(\delta'' - 2\delta'\varphi' - \delta\varphi'' + \delta\varphi'^2) e^{-\varphi} \\ & + f(\delta' - \delta\varphi') e^{-\varphi}, \end{aligned} \quad (5)$$

所以弯曲时空下波函数因子 δ 和相指数 φ 满足的方程为

$$\frac{d}{dr}(\alpha\delta^2\varphi') + \delta^2\varphi'(f - \alpha') = 0, \quad (6)$$

$$-2\alpha(\delta\delta'' + \delta^2\varphi'^2) - 2\mu\delta^2 + 2\varepsilon\delta^4 - 2f\delta\delta' = 0. \quad (7)$$

式中, $f = (1/\sqrt{-g})(\sqrt{-g}\alpha)'$, g 为度规的行列式, (3+1) 维时空中 Reissner-Nordström 度规为

$$\begin{aligned} ds^2 = & -\left(1 - \frac{2M}{r} + \frac{Q^2}{r^2}\right) dt^2 + \left(1 - \frac{2M}{r} + \frac{Q^2}{r^2}\right)^{-1} dr^2 \\ & + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2), \end{aligned} \quad (8)$$

式中, M 和 Q 分别为黑洞的质量和电荷, 当相指数 φ 取为常数, 轴子耦合非常弱时, 由方程(7)可知 R-N 黑洞背景下轴子波函数的方程化为

$$\delta'' + \frac{2r-2M}{r^2-2Mr+Q^2}\delta' + \frac{\mu r^2}{r^2-2Mr+Q^2}\delta = 0. \quad (9)$$

在带电黑洞背景下质量-电荷和化学势分别取下面一系列数值: $M_1=Q_1=1, \mu=-1; M_2=Q_2=2, \mu=-1; M_3=Q_3=3, \mu=-1; M_4=Q_4=1, \mu=-1$. 计算微分方程(9)式的数值解, 可以给出轴子密度分布 $\rho=\delta^2(r)$ 的 4 条曲线, 如图 1 所示. 这些曲线代表了不同质量-电荷黑洞背景下的轴子密度, 用 $M_i(i=1,2,3,4)$ 简单标记. 同时, 质量-电荷和化学势取另外一组数值: $M=Q=1, \mu=1$;

计算微分方程(9)式的数值解, 也可以给出轴子密度分布 $\rho=\delta^2(r)$ 的曲线, 如图 2 所示, 用 M 加以标记.

图 1 的计算结果表明, 当黑洞的质量和电荷同步增大而化学势取为负值时, 在同一空间坐标位置轴子密度一般将变小, 而黑洞视界外的轴子密度全都呈单调下降趋势. 图 2 的计算结果表明, 当黑洞的质量和电荷取定, 如果化学势取正值, 在黑洞视界外轴子密度也呈单调下降趋势. 这时轴子密度的数量级却相对变得很大, 所以化学势的符号对轴子密度分布规律有显著影响.

3 Dilaton 黑洞背景下的轴子密度分布

弦理论中的经典运动方程对应 Einstein 方程加上

图 1 (网络版彩图)不同质量-电荷黑洞背景下轴子密度和空间坐标的关系

Figure 1 (Color online) The relationship between the axion density and space coordinate in the different mass-electric charge black hole background.

图 2 (网络版彩图) $M=Q=1$, $\mu=1$ 时, 轴子密度和空间坐标的关系

Figure 2 (Color online) The relationship between the axion density and space coordinate, when $M=Q=1$, $\mu=1$.

普朗克尺度的修正项, 一般情况下, 弦论中的带荷黑洞解并不对应于广义相对论中的 Einstein-Maxwell 黑洞解, 因为杂化弦理论中存在 dilaton 场 ϕ 与电磁场 F^2 的线性耦合, 所以含有非零场强 $F_{\mu\nu}$ 的解对应一个非常数的 dilaton 场, 这时广义相对论中带荷黑洞的 R-N 解不再是弦论中的黑洞解. 玻色弦的 4 维低能作用量为^[25]

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} [-R + 2(\nabla\phi)^2 + e^{-2\phi} F^2], \quad (10)$$

式中, $F_{\mu\nu}$ 是与 $E_8 \times E_8$ 或者 $O(32)/Z_2$ 的群相联系的 Maxwell 场, 这里, 反对称张量场 $H_{\mu\nu\rho}$ 已设为零, 那么 $U(1)$ 规范场 A_μ , dilaton 场 ϕ 和引力场 $g_{\mu\nu}$ 满足的场方程为

$$\nabla_\mu (e^{-2\phi} F^{\mu\nu}) = 0, \quad (11)$$

$$\nabla^2 \phi + \frac{1}{2} e^{-2\phi} F^2 = 0, \quad (12)$$

$$R_{\mu\nu} = 2\nabla_\mu \phi \nabla_\nu \phi + 2e^{-2\phi} F_{\mu\rho} F_\nu{}^\rho - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} e^{-2\phi} F^2. \quad (13)$$

为了获得场方程的静态球对称黑洞解, 度规可选择为如下形式

$$ds^2 = -\lambda^2 dt^2 + \frac{dr^2}{\lambda^2} + R^2 d\Omega, \quad (14)$$

式中, λ 和 R 只是空间坐标 r 的函数. Maxwell 场表示为 $F=2Q^2/R^4$, Q 是磁荷, ϕ 也是 r 的函数, 由对称性给出的 Ricci 张量只有三个独立的非零分量, 它们分别是时间分量 R_{00} 、径向分量 R_{11} 和球面分量 R_{22} , 并且 $R_{00}=R_{22}$, $R_{00}=-\nabla^2 \phi$, 在一定的边界条件, 可得到一个带荷黑洞解的度规表达式

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2M}{r}\right) dt^2 + \left(1 - \frac{2M}{r}\right)^{-1} dr^2 + r \left(r - \frac{Q^2 e^{-2\phi_0}}{M} \right) d\Omega, \quad (15)$$

$$e^{-2\phi} = e^{-2\phi_0} \left(1 - \frac{Q^2 e^{-2\phi_0}}{Mr} \right), \quad (16)$$

式中, ϕ_0 是 dilaton 的常数渐近值, 这个度规与 Schwarzschild 度规在形式上是类似的, 不同之处是球面积和磁荷 Q 有关并且比原来值更低, 当 $r=Q^2 \times e^{-2\phi_0}/M$ 时面积项变成零. 因为度规分量和 Schwarzschild 度规分量形式一致, 所以 $r=2M$ 仍是黑洞的视界.

根据 Reissner-Nordström 黑洞背景下的轴子波函数方程的推导方法, 同样可得到 dilaton 黑洞背景下的轴子波函数方程为

$$\delta'' + \frac{2Mr - Q^2 e^{-2\phi_0} - 2M^2}{(Mr - Q^2 e^{-2\phi_0})(r - 2M)} \delta'' + \frac{\mu r}{r - 2M} \delta = 0, \quad (17)$$

式中, ϕ_0 是 dilaton 场的渐近值. 当 $\phi_0=0$ 时, 在 dilaton 黑洞背景下质量-磁荷和化学势分别取下面一系列数值: $M_1=1, Q_1=\sqrt{2}, \mu=-1$; $M_2=2, Q_2=2\sqrt{2}, \mu=-1$; $M_3=3, Q_3=3\sqrt{2}, \mu=-1$; $M_4=4, Q_4=4\sqrt{2}, \mu=-1$. 计算微分方程(17)式的数值解, 同样可以给出不同质量-磁荷黑洞背景下轴子密度分布的 4 条曲线, 如图 3 所示. 当质量-磁荷和化学势取另外一组数值: $M=1, Q=\sqrt{2}, \mu=1$; 计算微分方程(17)式的数值解, 也可以给出轴子密度分布的曲线, 如图 4 所示.

根据图 3 的计算结果可以得出, 当黑洞的质量和磁荷同步增大而化学势取为负值时, 而黑洞视界外的轴子密度都呈单调下降趋势, 在同一空间坐标位置轴子密度将变小, 这和带电黑洞的情况类似. 根据图 4 的计算结果可以得出, 如果化学势取正值, 在黑洞视界外轴子密度则可呈振荡下降趋势. 这时轴子密度的数量级也相对变得很大, 所以化学势的符号对轴子密度分布有明显作用.

比较图 1 和图 2 以及图 3 和图 4 可以看出, 无论对于带电黑洞还是 dilaton 黑洞, 不同符号化学势对应的轴子密度数量级有很大差别, 因此化学势对轴子密度分布有重要作用. 在物理上 μ 可解释为低温状态下的重整化化学势, 它与粒子的散射截面有密切

图 3 (网络版彩图) 不同质量-磁荷黑洞背景下轴子密度和空间坐标的关系

Figure 3 (Color online) The relationship between the axion density and space coordinate in the different mass-magnetic charge black hole background.

图 4 (网络版彩图) $M=1, Q=\sqrt{2}, \mu=1$ 时, 轴子密度和空间坐标的关系

Figure 4 (Color online) The relationship between the axion density and space coordinate, when $M=1, Q=\sqrt{2}, \mu=1$.

联系^[24]. $\mu>0$ 允许玻色凝聚发生, 代表超流状态, $\mu<0$ 对应一种正常态, 描述非凝聚粒子. 在黑洞的强引力作用下, 进入超流态的轴子密度将陡然上升, 而正常态的轴子密度则明显变低, 因此黑洞背景下轴子有可能形成一类密度更高的有序态.

4 de-Sitter 黑洞背景中轴子关联函数的计算

近年来 de-Sitter 和反 de-Sitter 时空的物理性质引起人们的广泛兴趣. 首先, de-Sitter 时空具有正宇宙常数 Λ , $\Lambda>0$ 的对应于为真空能密度, 可解释为推动宇宙加速膨胀的暗能量; 其次, 在反 de-Sitter 时空中 $\Lambda<0$, 由于 Ads 时空中的量子引力对偶于边界上的共形场论, Ads/CFT 对应可能是全息原理的一个具体物理实现^[26,27], 因此研究 de-Sitter 或反 de-Sitter 时空中的轴子关联在理论上是有意义的. 4 维 de Sitter 黑洞时空的度规为

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{\Lambda}{3}r^2 - \frac{2M}{r}\right)dt^2 + \left(1 - \frac{\Lambda}{3}r^2 - \frac{2M}{r}\right)^{-1}dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2). \quad (18)$$

首先研究球对称时空中的轴子波函数方程. 轴子波函数设为 $\psi = \delta(r)e^{\varphi(r)}$, $\bar{\psi} = \delta(r)e^{-\varphi(r)}$, 其中的相位与空间坐标有关, 称为局域相位. 在弱耦合情况下轴子波函数方程化为两个耦合方程组

$$(\alpha\delta^2\varphi')' + \delta^2\varphi'(f - \alpha') = 0, \quad (19)$$

$$-2\alpha(\delta\delta'' + \delta^2\varphi'^2) - 2\mu\delta^2 - 2f\delta\delta' = 0, \quad (20)$$

式中, $f = \alpha' + (g'/2g)\alpha$, $\alpha = 1 - \Lambda r^2/3 - 2M/r$, 重新整理后波函数方程变为

$$\varphi'' + \left(\frac{\alpha'}{\alpha} + 2\frac{\delta'}{\delta}\right)\varphi' + \frac{g'}{2g}\varphi = 0, \quad (21)$$

$$\delta'' + \left(\frac{\alpha'}{\alpha} + \frac{g'}{2g}\right)\delta' + \left(\frac{\mu}{\alpha} + \varphi'^2\right)\delta = 0. \quad (22)$$

式中, g 为度规的行列式, 当 $r \rightarrow \infty$ 时, 方程(21)式和(22)式具有渐近解析解. 试探解设为 $\delta = \delta_0 r^{-n}$, $\varphi = \varphi_0 \ln r$, 将其代入波函数方程后可推出指数 $n=1.5$, 相位的系数为

$$\varphi_0 = \frac{3}{2}\sqrt{1 + \frac{4\mu}{3\Lambda}}. \quad (23)$$

轴子关联函数定义为

$$N = \psi(r)\bar{\psi}(r+r_1), \quad (24)$$

在物理上可解释为空间中某点的波函数对另一点的波函数的影响, 由于

$$\psi(r) = \delta(r)e^{\varphi(r)}, \quad \bar{\psi}(r+r_1) = \delta(r+r_1)e^{-\varphi(r+r_1)}, \quad (25)$$

代入波函数的试探解得

$$N = \frac{1}{r^{2n}} \left(\frac{1}{1+r_1/r} \right)^{\varphi_0+n}, \quad (26)$$

将 $n=1.5$ 和 $\varphi_0 = 3\sqrt{1+4\mu/3\Lambda}/2$ 代入(26)式, 得轴子的渐近关联函数为

$$N = \frac{1}{r^3} \left(\frac{1}{1+r_1/r} \right)^{\frac{3}{2}(1+\sqrt{1+4\mu/3\Lambda})}, \quad (27)$$

式中, $4\mu/3\Lambda > -1$, $\Lambda > 0$ 对应于 de-Sitter 时空, 而 $\Lambda < 0$ 对应于反 de-Sitter 时空, 当 Λ 和 μ 符号相同时, 随着化学势 μ 的绝对值增加, 轴子关联效应越强, 随着宇宙常数绝对值变大, 关联效应越弱, 关联函数随距离的增大而衰减. 另外, 轴子密度也随空间坐标增大而变小.

5 结论与讨论

本文研究了两种黑洞背景下的轴子分布规律. 首先, 计算了带电黑洞背景下轴子的密度分布, 结果发现当化学势为负值, 而黑洞的质量和电荷同步增大时, 在同一空间坐标位置轴子密度将变小, 同时密度分布随距离单调减小; 当化学势取正值时, 密度分布随距离也单调减小. 其次, 计算了 dilaton 黑洞背景下的轴子分布, 结果表明其密度分布规律和带电黑洞下的分布情况是类似的, 但化学势取正值时在黑洞视界外轴子密度则可呈振荡下降趋势. 两种黑洞背景下化学势对轴子密度分布同样有显著影响, 进入超流态 $\mu > 0$ 时轴子密度将陡然上升, 而正常态 $\mu < 0$ 时轴子密度则明显变低.

另一方面, 本文还计算了 Ds/Ads 时空中的轴子渐近关联函数, 结果发现关联效应随化学势绝对值增大而变强, 随宇宙常数绝对值增大而减弱. 无论对于正或负的宇宙常数, Ds/Ads 时空中的轴子渐近密度都会单调减小, 不会出现周期振荡分布.

1970 年代, Zeldovich 和 Novikov 在经典物理的框架里计算了球对称黑洞对无碰撞粒子气体的吸收过程^[28], 1983 年, Shapiro 和 Teukolsky 重新讨论了这一问题^[29]. 他们根据 Boltzmann 方程和分布函数得到了粒子数密度, 结果发现密度分布随粒子的距离增大而减弱, 这和本文用量子方法得到的计算结果是类似的.

本文主要研究黑洞背景下轴子暗物质的密度分布规律, 先前的工作曾经计算了引力场扰动对黑洞背景中费米物质能量密度涨落的影响^[30,31], 并分析了 Q 球暗物质中的类似效应^[32]. 如果轴子暗物质也产生引力场扰动, 那么其轴子场分布会发生变化, 并且黑洞磁场将对轴子产生有效电场, 从而引起周围电子的辐射效应改变, 不同类型黑洞背景下轴子诱导的辐射效应可能在进一步的天文观测中得以证实.

致谢 感谢审稿人对本文提出极有价值的修改建议.

参考文献

- 1 Peccei R D, Quinn H R. CP conservation in the presence of pseudo-particles. Phys Rev Lett, 1977, 38: 1440–1443
- 2 Peccei R D, Quinn H R. Constraints imposed by CP conservation in the presence of pseudo-particles. Phys Rev D, 1977, 16: 1791–1797

- 3 Weinberg S. A new light boson? *Phys Rev Lett*, 1978, 40: 223–226
- 4 Wilczek F. Problem of strong P and T invariance in the presence of instantons. *Phys Rev Lett*, 1978, 40: 279–282
- 5 Preskill J, Wise M, Wilczek F. Cosmology of the invisible axion. *Phys Lett B*, 1983, 120: 127–132
- 6 Abbott L, Sikivie P. A cosmological bound on the invisible axion. *Phys Lett B*, 1983, 120: 133–136
- 7 Sikivie P. Axion cosmology. *Lect Notes Phys*, 2008, 741: 19–51
- 8 Rubin V C. The rotation of spiral galaxies. *Science*, 1983, 220: 1339–1344
- 9 Borriello A, Salucci P. The dark matter distribution in disk galaxies. *Mon Not R Astron Soc*, 2001, 323: 285–292
- 10 Mielczarek J, Stachowiak T, Szydlowski M. Vortex in axion condensate as a dark matter halo. *Int J Mod Phys D*, 2010, 19: 1843–1855
- 11 Kolb E, Tkachev I. Axion miniclusters and Bose stars. *Phys Rev Lett*, 1993, 71: 3051–3054
- 12 Chavanis P, Harko T. Bose-Einstein condensate general relativistic stars. *Phys Rev D*, 2012, 86: 064011
- 13 Kawasaki M, Saikawa K, Sekiguchi T. Axion dark matter from topological defects. *Phys Rev D*, 2015, 91: 065014
- 14 Iwazaki A. Ultra high energy cosmic rays from axion stars. *Phys Lett B*, 2000, 489: 353–358
- 15 Kormendy J, Bender R. Supermassive black holes correlate with dark matter halos of galaxies. *Nature*, 2011, 469: 377–381
- 16 Mocanu G, Grumiller D. Self-organized criticality in boson clouds around black holes. *Phys Rev D*, 2012, 85: 105022
- 17 Milgrom M. A modification of the Newtonian dynamics as a possible alternative to the hidden mass hypothesis. *Astrophys J*, 1983, 270: 365–370
- 18 Berezhiani Z, Pilo L, Rossi N. Mirror matter, mirror gravity and galactic rotational curves. *Eur Phys J C*, 2010, 70: 305–316
- 19 Clowe D, Bradac M, Gonzalez A H, et al. A direct empirical proof of the existence of dark matter. *Astrophys J*, 2006, 648: L109–L113
- 20 Cheng X L, Huang F. Progress in dark matter research and the synthetical approach to since (in Chinese). *Chin J Nature*, 2008, 30: 267–274 [陈学雷, 黄峰. 暗物质研究的进展兼谈科学中的整体统一方法. *自然杂志*, 2008, 30: 267–274]
- 21 Tao B Y, Yan J, Hu S K, et al. Grand unified model and the study of temperature distribution on a neutron star (in Chinese). *Acta Astro Sin*, 1995, 36: 442–446 [陶必友, 颜骏, 胡诗可, 等. 大统一模型与中子星温度分布的研究. *天文学报*, 1995, 36: 442–446]
- 22 Chuzhoy L, Kolb E W. Reopening the window on charged dark matter. *JCAP*, 2009, 7: 14
- 23 Sánchez-Salcedo F J, Martínez-Gómez E, Magaña J. On the fraction of dark matter in charged massive particles (CHAMPs). *JCAP*, 2010, 2: 31
- 24 Popov V N. Possible failure of the scaling law upon phase transition of a Bose system to a superfluid state. *J Math Sci*, 1989, 46: 1619–1630
- 25 Horne J, Horowitz G. Black holes coupled to a massive dilaton. *Nucl Phys B*. 1993, 399: 169–196
- 26 Maldacena J. The large N limit of superconformal field theories and supergravity. *Adv Theor Math Phys*, 1998, 2: 231–252
- 27 Witten E. Anti-De Sitter space and holography. *Adv Theor Math Phys*, 1998, 2: 253–291
- 28 Zeldovich Y B, Novikov I P. *Relativistic Astrophysics*. Chicago: University of Chicago Press, 1971. 1–200
- 29 Shapiro S L, Teukolsky S. *A Black Holes, White Dwarfs and Neutron Stars. The Physics of Compact Objects*. Weinheim: John Wiley & Sons, 1983. 405–409
- 30 Zou B X, Yan J, Li J G. Calculation of energy density fluctuations for Fermi matter on black hole background (in Chinese). *Acta Phys Sin*, 2010, 59: 7602–7606 [邹伯夏, 颜骏, 李季根. 黑洞背景下费米物质能量密度涨落的计算. *物理学报*, 2010, 59: 7602–7606]
- 31 Zou B X, Yan J, Li J G, et al. Functional integrals and energy density fluctuations on black hole background. *Gen Rel Grav*, 2011, 43: 305–314
- 32 Yan J. Study of energy stability and perturbation in the Q-ball solutions of Klein-Gordon equation (in Chinese). *Acta Phys Sin*, 2013, 62: 230301 [颜骏. Klein-Gordon 方程 Q-球解中的能量稳定性与扰动研究. *物理学报*, 2013, 62: 230301]

The density distribution of axion matter on the black hole background

YAN Jun^{*}

Department of Physics, Sichuan Normal University, Chengdu 610066, China

The density distribution of axion matter on the different black hole background is studied in this article, and some wave function equations are derived on the curve space-time. The density distribution of axion are calculated respectively on the charged black hole and dilaton black hole background. The impact of black hole mass and electric/magnetic charge to the axion density is discussed, and the important role of chemical potential μ for axion density is analyzed. The results show that the density monotonously decreases or oscillation decreases. $\mu > 0$ is corresponding to a high-density superfluid state, and $\mu < 0$ describes a low-density normal state. This means that the axion ordered state of high density may be formed under the black hole background. In addition, the asymptotic correlation function of axion is calculated on a de-Sitter black hole background, and the influence of cosmological constant and chemical potential on the correlation function is also discussed.

axion, density distribution, correlation function, black hole background

PACS: 04.70.-s, 14.80.Va, 95.35.+d

doi: 10.1360/SSPMA2015-00274