考虑S-N曲线不确定性的概率疲劳寿命预测

高会英¹, 张小强², 黄洪钟^{2*}, 庞煜², 胡钧铭¹

1. 西华大学汽车与交通学院, 成都 610039;

2. 电子科技大学机械电子工程学院, 成都 611731

*联系人, E-mail: hzhuang@uestc.edu.cn

收稿日期: 2016-12-27; 接受日期: 2017-02-14; 网络出版日期: 2017-07-12

西华大学自然科学重点基金(编号: z1620302)和国家自然科学基金(编号: 51405065)资助

摘要 传统的基于S-N曲线的疲劳寿命预测方法均认为寿命预测模型中各参数可通过试验、仿真、拟合等进行确定, 即在给定加载环境下, 各参数为确定的常数, 进而将各参数代入预测模型, 得到确定的疲劳寿命值. 该类方法认为模型中各参数为确定的常数, 属于确定性寿命预测方法. 确定性寿命预测方法适用于试验数据充足情况下的疲劳寿命预测和评估. 然而, 工程实际中, 受研发周期的限制, 以及可能存在资金短缺和技术上的困难, 开展大量试验具有较大的难度. 同时, 由于试验所采用的试件各有不同, 且试验操作、数据读取等依赖于试验设备的精确程度及试验人员的主观判断, 这些因素进一步增大了疲劳寿命的不确定性. S-N曲线是材料或结构寿命预测的基础, 主要通过大量的疲劳试验和拟合分析得到. 受诸多不确定性因素的影响, 常幅载荷下的疲劳寿命往往具有不同程度的分散性, 从而使得S-N曲线存在不确定性. 因此, 为实现与实际情况相吻合的寿命预测, 需考虑S-N曲线的不确定性. 本文对影响焊接接头疲劳寿命的不确定性因素进行概述, 将多项式混沌理论引入到疲劳寿命预测中, 并结合非线性累积损伤模型, 构建考虑S-N曲线不确定性的焊接接头累积损伤模型及概率疲劳寿命预测方法.

关键词 S-N曲线, 不确定性, 概率疲劳寿命预测, 多项式混沌

PACS: 47.27.-i, 47.27.Eq, 47.27.Nz, 47.40.Ki, 47.85.Gj

1 引言

一般来说, 基于S-N曲线的疲劳寿命预测方法认为寿命预测模型中各参数可通过试验、仿真、拟合等进行确定, 为确定性寿命预测方法. 然而, S-N曲线主要是通过大量的疲劳试验和拟合分析获取. 由于受到诸如试验样本、条件、操作以及数据读取等不确

定性因素的影响, 常幅载荷下的疲劳寿命往往具有不同程度的分散性, 从而使得S-N曲线存在不确定性. 文献[1]采用不同的S-N曲线, 对横向十字焊接接头疲劳寿命进行了预测, 发现疲劳寿命预测值随着S-N曲线的不同存在较大差异. 研究表明, 受S-N曲线不确定性的影响, 疲劳寿命预测精度位于0.03–4倍甚至更大的分散带中^[1,2].

引用格式: 高会英, 张小强, 黄洪钟, 等. 考虑S-N曲线不确定性的概率疲劳寿命预测. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2018, 48: 014605
Gao H Y, Zhang X Q, Huang H Z, et al. Probabilistic fatigue life prediction considering the uncertainty of S-N curve (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2018, 48: 014605, doi: 10.1360/SSPMA2016-00543

Sudret等人^[3]在进行疲劳寿命的概率评估时,将S-N曲线的统计不确定性作为考虑因素. Engesvik等人^[4]在对研究焊接接头疲劳承载能力进行概率分析时,也考虑了S-N曲线的不确定. 李晓威^[5]研究了采用TIG (Tungsten Inert Gas), A-TIG (Activating Flux TIG), LSND-TIG (Low Stress No-distortion TIG), U-TIG (Ultraphonic TIG)等工艺方法焊接而成的T型接头TC4薄板的疲劳性能,通过断口SEM图(Scanning Electron Microscope, SEM)发现焊趾或焊缝表面为断口起裂的多发位置,且不同的焊接工艺具有不同的特点,从而导致焊接材料和接头形式均相同的焊接接头也具有不同的S-N曲线. 陶传琪^[6]通过实验研究不同焊接工艺参数,即变电流、变电压情况下转向架焊接接头的疲劳性能,发现接头的静载强度和塑形对焊接参数的改变不敏感,但疲劳极限会随着电流的增大而减小. 由此可见,焊接接头的S-N曲线会随着焊接工艺方法的不同而存在分散性. 当焊件受外载荷作用时,焊件表面的应力由两部分组成,即外部载荷和残余应力. 由于焊件表面的应力可能为压应力,也可能为拉应力,并且压应力利于疲劳强度的提高,而拉应力却使疲劳强度降低. 因此,焊接接头中的残余应力存在不确定性,也会造成疲劳强度的不确定,进而影响焊件的S-N曲线. 焊接工艺不可避免地会产生焊接缺陷,而焊接缺陷的分布情况以及尺寸均存在不确定性,从而使得焊接接头的S-N曲线存在不确定性.

2 疲劳累积损伤模型

疲劳累积损伤理论可分为两大类: 线性累积损伤理论和非线性累积损伤理论. 线性累积损伤理论中,形式最简单、工程应用最多的是Miner法则,但是Miner法则认为损伤累积与加载次序和载荷间相互作用无关且其基本假设常与工程实际不符,为解决Miner法则所存在的问题,非线性累积损伤理论及相关模型被提出和应用.

2.1 改进Manson-Halford模型

Manson等人^[7]认为,材料的裂纹长度与循环比存在以下关系:

$$a = a_0 + (0.18 - a_0) \left(\frac{n_a}{N_f} \right)^{\frac{2}{3} N_f^{0.4}}, \quad (1)$$

则损伤可用裂纹长度 a_0 和循环比的函数表示,即

$$D = \frac{1}{0.18} \left[a_0 + (0.18 - a_0) \left(\frac{n_a}{N_f} \right)^{\frac{2}{3} N_f^{0.4}} \right], \quad (2)$$

式中, n_a 为达到一定裂纹长度所需经历的循环数, a_0 表示材料在条件 $n_a / N_f = 0$ 下的特征缺陷长度.

Manson等人^[7]对多级载荷下非线性疲劳累积损伤模型进行了推导. 得到多级载荷作用下的累积损伤则

$$D = \left(\left(\frac{n_1}{N_{f1}} \right)^{\left(\frac{N_{f1}}{N_{f2}} \right)^{0.4}} + \frac{n_2}{N_{f2}} \right)^{\left(\frac{N_{f2}}{N_{f3}} \right)^{0.4}} + \dots + \frac{n_{i-1}}{N_{f(i-1)}} + \frac{n_i}{N_{fi}}, \quad (3)$$

一般认为,当累积损伤 D 达到临界值时材料发生疲劳失效,而这一临界值常常取为1. 式(4)为多级变幅载荷下基于损伤曲线法的非线性损伤累积模型

$$\left(\left(\left(\frac{n_1}{N_{f1}} \right)^{\alpha_{1,2}} + \frac{n_2}{N_{f2}} \right)^{\alpha_{2,3}} + \dots + \frac{n_{i-1}}{N_{f(i-1)}} \right)^{\alpha_{i-1,i}} + \frac{n_i}{N_{fi}} = 1, \quad (4)$$

式中,

$$\alpha_{i-1,i} = \left(\frac{N_{f(i-1)}}{N_{fi}} \right)^{0.4}, \quad (5)$$

式(4)和(5)即为Manson和Halford利用损伤曲线方法得到的疲劳累积损伤模型,简称为Manson-Halford模型.

Manson-Halford模型虽然考虑了载荷次序效应,但缺乏对载荷间相互作用的考虑,预测精度不能得到保证. 因此, Gao等人^[8]对Manson-Halford模型进行改进,得到如下改进Manson-Halford模型:

$$\left(\left(\left(\frac{n_1}{N_{f1}} \right)^{\alpha'_{1,2}} + \frac{n_2}{N_{f2}} \right)^{\alpha'_{2,3}} + \dots + \frac{n_{i-1}}{N_{f(i-1)}} \right)^{\alpha'_{i-1,i}} + \frac{n_i}{N_{fi}} = 1, \quad (6)$$

其中,

$$\alpha'_{i-1,i} = \left(\frac{N_{f(i-1)}}{N_{fi}} \right)^{0.4 \min \left\{ \frac{\sigma_{i-1}}{\sigma_i}, \frac{\sigma_i}{\sigma_{i-1}} \right\}}. \quad (7)$$

2.2 改进Corten-Dolan模型

根据Corten-Dolan模型^[9],当常幅载荷作用了 n_* 次

循环时, 疲劳累积损伤 D 可用下式进行计算:

$$D = prn_*^{a'}, \quad (8)$$

式中, a' 为常数, p 为由于应力作用而产生的损伤核数目, r 和 n_* 分别为损伤系数和应力循环数.

在Corten-Dolan累积损伤理论中, 认为试件的临界疲劳损伤为

$$D_c = p_{\max} r_{\max} N_{\max}^{a'}, \quad (9)$$

式中, D_c 表示临界疲劳损伤, $N_{\max}$ 为试件承受的一系列载荷中最大应力 $\sigma_{\max}$ 作用下的疲劳寿命, a' , $p_{\max}$, $r_{\max}$ 表示与应力水平 $\sigma_{\max}$ 所对应的常数、损伤核数目以及损伤系数.

根据变幅载荷下各段损伤增量的和应等于某一常幅载荷(如 σ_1)单独作用下试件发生失效时的损伤这一原则, Corten和Dolan在 $a'_1 = a'_2 = a'$ 的假设条件下, 结合大量试验数据, 提出了二级载荷下的疲劳寿命计算公式, 即

$$N_f = \frac{N_{f\max}}{\alpha + \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^{1/a'} (1 - \alpha)}, \quad (10)$$

式中, α 表示载荷 σ_1 的循环数与一个载荷块中 σ_1 和 σ_2 的总循环数 n_* 的比值.

通过试验, Corten和Dolan确定了式 $(r_2/r_1)^{1/a'}$, 有

$$\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^{1/a'} = \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1}\right)^d, \quad (11)$$

式中, d 为与材料相关的常数, 其值可通过试验进行确定. 将式(11)代入式(10), 则可得二级载荷下基于Corten-Dolan模型的疲劳寿命计算公式:

$$N_f = \frac{N_{f\max}}{\alpha + (1 - \alpha) \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1}\right)^d}. \quad (12)$$

同理, 可对多级变幅载荷下的疲劳寿命计算公式进行推导, 得到多级变幅加载条件下的疲劳寿命:

$$N_f = \frac{N_{f\max}}{\sum_i \alpha_i (\sigma_i / \sigma_{\max})^d}, \quad (13)$$

式中, 下标 i 表示循环载荷水平, α_i 为第 i 级载荷的循环

百分比. 指数 d 是攸关Corten-Dolan模型能否准确预测疲劳寿命的关键参数, 其值应通过合理且有效的方法进行确定. 基于试验数据, Corten和Dolan建议 d 值可根据材料强度进行选取: 对高强度钢, $d = 4.8$, 其他情况 d 可设置为5.8, 即

$$d = \begin{cases} 4.8, & \text{高强度钢,} \\ 5.8, & \text{其他.} \end{cases} \quad (14)$$

Marciniak等人^[10]在采用Corten-Dolan模型进行非比例载荷下的疲劳寿命预测时, 发现指数 d 的不确定性造成了预测结果偏不安全的现象. 借鉴文献[11]中非线性累积损伤模型的形式, 同时, 考虑到Corten-Dolan模型的指数 d 随着疲劳载荷的增加而减小这个特点, 高会英^[12]将指数 d 重新定义为一个包含了循环比(n_i/N_{fi})和应力比($\sigma_i/\sigma_{\max}$)的函数

$$d = \exp\left[\left(\frac{n_i}{N_{fi}}\right)^{\sigma_i/\sigma_{\max}}\right] + \gamma. \quad (15)$$

将式(15)代入式(13), 得到如下改进Corten-Dolan模型:

$$N_f = \frac{N_{f\max}}{\sum_i \alpha_i (\sigma_i / \sigma_{\max})^{\exp\left[\left(n_i/N_{fi}\right)^{\sigma_i/\sigma_{\max}}\right] + \gamma}}, \quad (16)$$

式中, γ 为与材料相关的常数, 其值可根据试验数据结合疲劳失效判据进行拟合. 在改进Corten-Dolan模型中, 指数 d 通过两个比值, 即 n_i/N_{fi} 和 $\sigma_i/\sigma_{\max}$, 分别对损伤程度和应力状态进行了考虑.

3 考虑S-N曲线不确定性的概率疲劳寿命预测

对基于S-N曲线和疲劳累积损伤理论的寿命预测方法, S-N曲线是关键材料参数, 影响着整个寿命预测过程能否进行, 同时关系到预测精度能否满足要求. 根据文献[13], S-N曲线是用以表示构件的疲劳寿命与所施加的应力水平之间关系的曲线, 反映了材料的疲劳特性. S-N曲线是在给定应力比的情况下, 施加不同水平的常幅载荷进行疲劳试验, 记录各级载荷相对应的疲劳寿命, 再经后期拟合得到. 在确定性疲劳寿命预测方法中, S-N曲线中的“N”通常指各级应力下疲劳寿命的平均值, 而不考虑其分散性. 但对于工程中的

焊接结构和零部件, 这种处理方式常常达不到满意的效果, 甚至可能导致灾难性事故的发生^[14].

S-N曲线的表达式较常用的是幂函数形式, 即将疲劳寿命与应力水平之间的关系用式(17)表示

$$N_f(\Delta\sigma)^m = C. \quad (17)$$

将上式两边同时取对数, 则可转化为

$$\ln N_f + m \ln(\Delta\sigma) = \ln C. \quad (18)$$

由式(18)可知, 在 $\Delta\sigma$ 作用下, 疲劳寿命 $\ln(N_f)$ 将受到材料参数 C 和 m 的影响. 研究表明, 对于一给定的材料, 参数 C 和 m 不是固定不变的常数, 存在一定的分散性和不确定性, 究其原因, 是由于试件内部的夹杂物、气泡、微观裂纹等具有不确定性^[15,16]. 对于焊接接头, 其内部的焊接缺陷是不可避免的, 含有的气泡、夹杂、微裂纹等比非焊接结构更多、分布情况更复杂, 加上未熔合、未焊透等缺陷, 以及焊接工艺、接头形式的不同, S-N曲线的材料参数 C 和 m 的不确定性势必更为明显. 因此, 在采用基于S-N曲线和疲劳累积损伤理论的方法对焊接接头进行寿命预测时, 考虑S-N曲线的不确定性是必要的. 本节将在以上分析的基础之上, 通过广义多项式混沌法来考虑S-N曲线的不确定性, 并结合改进Manson-Halford模型和改进Corten-Dolan模型, 进行概率疲劳寿命预测.

多项式混沌理论的主要思想是用对应特定分布类型的正交多项式之和来近似地表示一个随机的过程, 于1938年由Wiener^[17]提出, 用于建立湍流模型. 多项式混沌方法属于非统计方法, 与传统的统计方法相比, 具有计算量小、精度高等优点.

假设有如下模型

$$Y = \mathfrak{R}(z). \quad (19)$$

假设 $\mathfrak{R}(z)$ 不能显示表达, 但 z 的概率空间充分光滑, 且能够通过数值模拟等方法得到与 z 相对应的响应量 Y , 那么用代理模型的方法可得到 Y 的相关统计特性. 对于一个确定的系统, 若其输入受随机参数影响, 且用集合 $\{\xi_i\}_{i=1}^n$ 表示随机参数, 那么, 由于输出的不确定性仅由输入的不确定性决定, 因此, 系统的输入也能用集合 $\{\xi_i\}_{i=1}^n$ 表示. 假设系统输入的随机变量服从高斯分布, 则对应于高斯分布的混沌多项式为Hermite Chaos, 式(19)展开成

$$Y = \alpha_0 \Gamma_0 + \sum_{i_1=1}^n \alpha_{i_1} \Gamma_1(\xi_{i_1}) + \sum_{i_1=1}^n \sum_{i_2=1}^{i_1} \alpha_{i_1 i_2} \Gamma_2(\xi_{i_1}, \xi_{i_2})$$

$$+ \sum_{i_1=1}^n \sum_{i_2=1}^{i_1} \sum_{i_3=1}^{i_2} \alpha_{i_1 i_2 i_3} \Gamma_3(\xi_{i_1}, \xi_{i_2}, \xi_{i_3}) + \dots, \quad (20)$$

其中, $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \dots$ 为待定常系数, $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \dots$ 为相互独立且服从标准正态分布的变量, $\Gamma_k(\xi_{i_1}, \xi_{i_2}, \dots, \xi_{i_k})$ 为 k 次多维Hermite多项式. 为简便起见, 将式(20)写成紧凑形式

$$Y = \sum_{j=0}^n \beta_j \Pi_j(\xi), \quad (21)$$

式中, β_j 为多项式混沌展开系数, $\Pi_j(\xi)$ 为Wiener-Askey混沌多项式, $\xi = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)$ 为随机变量向量.

以高斯分布随机场为例, 根据Wiener多项式混沌理论, 可将其展开为以Hermite多项式为基函数的近似表达式. 假设展开到 χ 阶, 即展开式中的最高阶次为 χ , 那么, 可取 $(\chi+1)$ 阶Hermite基函数的根为配点. 对于配点的选择, 有几个原则: 尽量靠近原点; 尽量关于原点对称; 对于高斯分布随机场, 配点应包含原点; 配点组数一般为多项式混沌展开项数的2倍. 然后, 运用Collocation逼近法求得各项未知系数, 具体公式为

$$\begin{pmatrix} \Pi_0(\eta_0) & \Pi_1(\eta_0) & \dots & \Pi_{s-1}(\eta_0) \\ \Pi_0(\eta_1) & \Pi_1(\eta_1) & \dots & \Pi_{s-1}(\eta_1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Pi_0(\eta_N) & \Pi_1(\eta_N) & \dots & \Pi_{s-1}(\eta_N) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_{s-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y(\eta_0) \\ Y(\eta_1) \\ \vdots \\ Y(\eta_N) \end{pmatrix}, \quad (22)$$

式中, $\eta_0, \eta_1, \dots, \eta_N$ 为采样点, N 为采样点数.

常幅载荷下疲劳寿命的获取是S-N曲线的基础. 通常, 认为常幅载荷下的疲劳寿命 $N(\mathbf{x})$ 服从对数正态分布或Weibull分布^[15,18], 其中, $\mathbf{x} = x_1, x_2, \dots, x_n$ 为影响疲劳寿命的不确定性参数向量. 以 $N(\mathbf{x})$ 服从对数正态分布为例, $\ln(N(\mathbf{x}))$ 则为正态分布^[18]. 为了建立疲劳寿命的多项式混沌展开模型, 假设不确定性参数 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 相互独立. 因此, 在不确定性参数 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 输入下, 对应于各级应力水平的疲劳寿命可通过下式近似计算

$$\ln(N(\mathbf{x})) = \sum_{j=0}^{\infty} \beta_j \Pi_j(\mathbf{x}), \quad (23)$$

$$\mathbf{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\},$$

式中, $\mathbf{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 为不确定性参数向量. 根据多项式混沌展开的性质, 可取有限项对疲劳寿命进行近似估计, 假设取 s 项, 则疲劳寿命预测模型简化为

$$\ln(N(\mathbf{x})) = \sum_{j=0}^{s-1} \beta_j \prod_j(\mathbf{x}), \quad (24)$$

$$\mathbf{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\},$$

式中, $s = \frac{(n+\chi)!}{n!\chi!}$, χ 为多项式混沌展开的阶数. 为提高计算速度, 可将 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 标准化转换为随机变量 $\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_n$.

$$\zeta_i = \frac{x_i - E(x_i)}{\sqrt{\text{Var}(x_i)}}, \quad (25)$$

式中, $E(x_i)$ 和 $\text{Var}(x_i)$ 分别表示随机变量 x_i 的期望和方差. 由于 $\mathbf{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 中各随机变量相互独立, 则标准化后, $\boldsymbol{\zeta} = (\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_n)$ 中的随机变量也是相互独立的.

假设材料在常幅载荷 $\Delta\sigma$ 作用下的疲劳寿命用 $N(\mathbf{x})$ 来表示, 通过以上的分析可知, 材料参数 C 和 m 为随机变量, 并且有 $\mathbf{x} = (\ln(C), m)$. 将 $\mathbf{x} = (\ln(C), m)$ 代入以上模型, 并求解多项式混沌展开系数, 即可得到常幅载荷下疲劳寿命的多项式混沌展开式. 通过将各级载荷下的疲劳寿命用多项式混沌展开式表达, 并代入疲劳累积损伤模型, 得到基于多项式混沌展开的考虑 S-N 曲线不确定性的概率疲劳寿命预测模型. 整个计算流程如图 1 所示.

4 算例分析

本算例所采用是文献[19]中的试验数据, 对接铝合金焊接接头试件的长、宽、厚分别为 250, 35, 10 mm. 对接接头, 采用 104-74, 89-74, 74-89, 74-104 MPa 四种方案进行二级加载试验, 应力 104, 89, 74 MPa 作用下对接接头的疲劳寿命分别为 5.493×10^5 , 8.805×10^5 , 1.5401×10^6 次. 详细试验数据见表 1.

表 1 铝合金对接接头试验数据

Table 1 Experimental data of aluminum-alloy butt joint

模式	σ_1 (MPa)	σ_2 (MPa)	n_1 (10^3 次)	n_2 (10^3 次)	N_{n1} (次)	N_{n2} (次)
1	104	74	109.9	797.6	549300	1540100
2	89	74	176.1	1029.2	880500	1540100
3	74	89	770.1	545.6	1540100	880500
4	74	104	770.1	418.9	1540100	549300

以表 1 中加载模式 1 为例, 通过计算分析, 得到铝合金焊接接头 S-N 曲线材料参数: $\ln(C) = 27.29$, $m = 3.029$. 由于缺乏试验数据, 在此假设 C 和 m 分别服从对数正态分布和正态分布, 且均值分别为 7.1104×10^{11} 和 3.029. 为了方便, 将 $N_f = e^{\ln C - \ln(\Delta\sigma)m}$ 视为正态随机变量 ζ_1 和 ζ_2 的函数

$$N_f = e^{\zeta_1 - \ln(\Delta\sigma)\zeta_2}, \quad (26)$$

式中, $\ln C = \zeta_1$, $m = \zeta_2$, 若 $\zeta_1 \sim N(27.29, 0.01)$, $\zeta_2 \sim N(3.029, 0.01)$, 则 ζ_1 和 ζ_2 可用标准正态随机变量 ζ_1 和 ζ_2 表示为

$$\zeta_1 = 27.29 + 0.1\zeta_1, \quad \zeta_2 = 3.029 + 0.1\zeta_2. \quad (27)$$

图 1 基于广义多项式混沌法的概率疲劳寿命预测流程图
Figure 1 Flow chart of the probabilistic fatigue life prediction based on generalized polynomial chaos.

同理, 将 N_f 表示为标准正态随机变量 ζ_1 和 ζ_2 的函数. 当 $\chi = 2$ 时, 以3次Hermite多项式混沌基函数的最高次幂的零点为采样点, 根据式(26)和(27)计算出对应于每一组 ζ_1 和 ζ_2 值的 N_f 值, 则可求得式(26)按照Hermite混沌多项式展开成式(21)的形式为

$$N_{\text{fnd}} = 618100.0000 + 68156.199\zeta_1 - 288030.4268\zeta_2 + 3394.4444(\zeta_1^2 - 1) - 28650.0000\zeta_1\zeta_2 + 63494.4444(\zeta_2^2 - 1). \quad (28)$$

当载荷为104 MPa时, 与之相对应的疲劳寿命可用以上二阶多项式混沌展开来近似表达. 图2是应力水平为104 MPa时, 通过二阶多项式混沌展开方法及Monte Carlo方法得到的铝合金焊接接头疲劳寿命的对比图. 图2显示, 两种方法得到的疲劳寿命比较接近, 但部分数据存在较大差异. 多项式混沌理论可通过增加展开阶数的方法来解决此问题, 因此, 下面分析疲劳寿命的三阶多项式混沌展开过程.

对于疲劳寿命的三阶多项式混沌展开, 有 $n = 2, \chi = 3$, 即对包含二维随机变量的疲劳寿命预测模型进行三阶Hermite多项式展开, 得到

$$N_{\text{fnd}} = 624646.3208 + 61801.8595\zeta_1 - 287027.2711\zeta_2 - 3080.2184\zeta_1\zeta_2 + 67268.0270(\zeta_2^2 - 1) + 125.0272(\zeta_1^3 - 3\zeta_1) - 1534.9976(\zeta_1^2\zeta_2 - \zeta_2) + 6682.3572(\zeta_1\zeta_2^2 - \zeta_1) - 9986.6386(\zeta_2^3 - 3\zeta_2), \quad (29)$$

采用三阶多项式混沌展开得到的疲劳寿命和Monte

图2 (网络版彩图) Monte Carlo仿真与二阶多项式混沌展开的疲劳寿命预测值对比
Figure 2 (Color online) Comparison of fatigue life prediction between Monte Carlo simulation and second order polynomial chaos expansion.

Carolo方法得到的疲劳寿命对比, 如图3所示.

由图3可知, 当混沌多项式展开到三阶时, 在常幅载荷下疲劳寿命的分散性与Monte Carlo仿真方法得到的也较接近. 与抽样1000次的Monte Carlo仿真结果相比, 采用二阶多项式混沌展开得到的疲劳寿命预测误差分散在(0.9860, 1.0277)范围内, 展开到三阶时, 寿命预测误差在(0.9870, 0.9923)区间内波动, 因而, 阶数越高, 预测效果越好, 预测精度越趋稳定, 如图4所示.

采用同样的方法, 得到当载荷为74 MPa时, 与之对应的焊接接头疲劳寿命的二阶和三阶多项式混沌展开式.

图3 (网络版彩图) Monte Carlo仿真与三阶多项式混沌展开的疲劳寿命预测值对比
Figure 3 (Color online) Comparison of fatigue life prediction between Monte Carlo simulation and third order polynomial chaos expansion.

图4 (网络版彩图) 二阶、三阶多项式混沌展开的对接接头疲劳寿命预测值对比
Figure 4 (Color online) Comparison of butt joint fatigue life prediction between second and third order polynomial chaos expansion.

$$N'_{\text{fnd}} = 1706781.8605 + 185850.3571\zeta_1 - 7.37413.3969\zeta_2 + 9269.3560(\zeta_1^2 - 1) - 73375.0135\zeta_1\zeta_2 + 151730.9698(\zeta_2^2 - 1), \quad (30)$$

$$N'_{\text{frd}} = 1724695.9723 + 170656.8648\zeta_1 - 734512.5238\zeta_2 - 78126.5334\zeta_1\zeta_2 + 159571.9103(\zeta_2^2 - 1) + 336.5933(\zeta_1^3 - 3\zeta_1) - 3893.3617(\zeta_1^2\zeta_2 - \zeta_2) + 15851.7582(\zeta_1\zeta_2^2 - \zeta_1) - 22081.2090(\zeta_2^3 - 3\zeta_2), \quad (31)$$

分别将应力水平为104和74 MPa下疲劳寿命的二阶和三阶多项式混沌展开式代入改进Manson-Halford模型, 即式(6), 则铝合金焊接接头在加载模式1下的疲劳寿命为

$$N_{\text{M-H(nd)}} = \frac{\sum n_i}{\frac{n_1}{N_{\text{fnd}}} + \left[1 - \left(\frac{n_1}{N_{\text{fnd}}} \right)^{\left(\frac{N'_{\text{fnd}}}{N_{\text{fnd}}} \right)^{0.4 \times 74/104}} \right]}, \quad (32)$$

$$N_{\text{M-H(rd)}} = \frac{\sum n_i}{\frac{n_1}{N_{\text{fnd}}} + \left[1 - \left(\frac{n_1}{N_{\text{fnd}}} \right)^{\left(\frac{N'_{\text{fnd}}}{N_{\text{fnd}}} \right)^{0.4 \times 74/104}} \right]}, \quad (33)$$

代入式(16)所示的改进Corten-Dolan模型, 则有

$$N_{\text{C-D(nd)}} = \frac{N_{\text{fnd}}}{\frac{n_1}{N_{\text{fnd}}} + \frac{n_2}{N_{\text{fnd}}} \times \left(\frac{74}{104} \right)^{\exp \left(\left(\frac{n_2}{N_{\text{fnd}}} \right)^{\frac{74}{104}} \right) + \gamma}}, \quad (34)$$

$$N_{\text{C-D(rd)}} = \frac{N_{\text{fnd}}}{\frac{n_1}{N_{\text{fnd}}} + \frac{n_2}{N_{\text{fnd}}} \times \left(\frac{74}{104} \right)^{\exp \left(\left(\frac{n_2}{N_{\text{fnd}}} \right)^{\frac{74}{104}} \right) + \gamma}}. \quad (35)$$

利用式(32)–(35), 建立表1中铝合金对接接头在加载模式1下基于广义多项式混沌法的疲劳寿命预测模型, 其正确性与多项式混沌展开理论在疲劳寿命预测中的有效性将通过与Monte Carlo仿真方法的对比来说明. 图5和6为分别采用改进Manson-Halford模型和改进Corten-Dolan模型得到的对接接头疲劳寿命累积

图5 (网络版彩图)对接接头概率疲劳寿命预测结果对比(改进M-H模型, 模式1)

Figure 5 (Color online) Comparison of probabilistic fatigue life prediction of butt joint (improved M-H model, mode 1).

图6 (网络版彩图)对接接头概率疲劳寿命预测结果对比(改进C-D模型, 模式1)

Figure 6 (Color online) Comparison of probabilistic fatigue life prediction of butt joint (improved C-D model, mode 1).

分布函数(CDF)预测结果. 由图5和6可知, 当采用改进Manson-Halford模型时, 展开到第三阶即可得到与Monte Carlo方法相接近的结果; 而采用Corten-Dolan模型时, 展开到第二阶就能得到较好的预测效果, 无需进行更高阶展开.

由图2–4可知, 对于参数 C 和 m , 较小的分散性造成了常幅载荷下的疲劳寿命存在明显差异, 而图5和6显示, S-N曲线的不确定性可引起二级载荷下焊接接头疲劳寿命预测结果存在数量级的偏差. 因此, 广义多

项式混沌法可用于二级加载下的疲劳寿命预测,同时,为使预测结果与实际情况更吻合,需考虑S-N曲线的不确定性.

5 结论

本文探讨了焊接接头S-N曲线存在不确定性的内部原因,并在广义多项式混沌展开的基础上,将常幅载荷下影响疲劳寿命的不确定参数以随机变量的形式作为输入,并结合改进Manson-Halford模型和改进Corten-Dolan模型,对焊接接头进行概率疲劳寿命预

测.通过对二级加载下概率疲劳寿命进行预测,发现基于广义多项式混沌法的概率疲劳寿命预测方法,在展开到二阶或三阶时,其寿命分布已接近于Monte Carlo方法,因此,该方法可应用于二级或更为复杂承载状态下的疲劳寿命预测.多项式混沌展开方法是将疲劳寿命以加减法则的多项式进行表达,计算效率比Monte Carlo方法更高,这验证了广义多项式混沌展开应用于疲劳寿命预测的可行性,拓宽了多项式混沌理论的工程应用领域,为处理寿命预测过程中的不确定性提供了一种较为实用的途径.

参考文献

- 1 Fan W X, Chen F R, Xie R J, et al. Fatigue life prediction of crossed welding joint based on different S-N curves (in Chinese). *Trans China Weld Inst*, 2013, 34: 69–72 [范文学, 陈芙蓉, 解瑞军, 等. 基于不同S-N曲线的横向十字焊接接头疲劳寿命预测. *焊接学报*, 2013, 34: 69–72]
- 2 Yu H F, Zhang Y C, Du S J. Experiment and numerical simulation on low-cycle fatigue behavior for Q235 welded I-section steel bracing members (in Chinese). *J Sichuan Univ*, 2012, 44: 182–190 [于海丰, 张耀春, 杜守军. Q235焊接工字形钢支撑的低周疲劳性能试验及数值模拟. *四川大学学报*, 2012, 44: 182–190]
- 3 Sudret B, Guéde Z, Horner P, et al. Probabilistic assessment of fatigue life including statistical uncertainties in the S-N curve. In: *Proceeding of the 17th International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology*. Prague, 2003
- 4 Engesvik K M, Moan T. Probabilistic analysis of the uncertainty in the fatigue capacity of welded joints. *Eng Fract Mech*, 1983, 18: 743–762
- 5 Li X W. Comparative Study on Fatigue Properties in Different Welding Process of TC4 Alloy T Type Welds Structure (in Chinese). Dissertation for Master Degree. Tianjin: Tianjin University, 2010 [李晓威. T型接头TC4薄板不同焊接工艺疲劳性能对比研究. 硕士学位论文. 天津: 天津大学, 2010]
- 6 Tao C Q. Research on Fatigue Performance and Welding Process of Typical Welding Structure of Bogie (in Chinese). Dissertation for Master Degree. Changsha: Central South University, 2010 [陶传琪. 焊接转向架典型焊接结构疲劳性能与焊接工艺研究. 硕士学位论文. 长沙: 中南大学, 2010]
- 7 Manson S S, Halford G R. Practical implementation of the double linear damage rule and damage curve approach for treating cumulative fatigue damage. *Int J Fract*, 1981, 17: 169–192
- 8 Gao H, Huang H Z, Zhu S P, et al. A modified nonlinear damage accumulation model for fatigue life prediction considering load interaction effects. *Sci World J*, 2014, 2014: 164378
- 9 Xu H. Fatigue Strength Design (in Chinese). Beijing: China Machine Press, 1981 [徐灏. 疲劳强度设计. 北京: 机械工业出版社, 1981]
- 10 Marciniak Z, Rozumek D, Macha E. Fatigue lives of 18G2A and 10HNAP steels under variable amplitude and random non-proportional bending with torsion loading. *Int J Fatigue*, 2008, 30: 800–813
- 11 Zhu S P, Huang H Z, Xie L Y. Nonlinear fatigue damage cumulative model and the analysis of strength degradation based on the double parameter fatigue criterion (in Chinese). *China Mech Eng*, 2008, 22: 2753–2761 [朱顺鹏, 黄洪钟, 谢里阳. 基于二元疲劳失效判据的非线性疲劳损伤累积模型及其强度退化研究. *中国机械工程*, 2008, 22: 2753–2761]
- 12 Gao H Y. Research on Fatigue Life Prediction Methods of Welded Joints under Complex Stress States (in Chinese). Dissertation for Doctoral Degree. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2016 [高会英. 复杂应力状态下焊接接头的疲劳寿命预测方法研究. 博士学位论文. 成都: 电子科技大学, 2016]
- 13 Li S M. Mechanical Fatigue and Reliability Design (in Chinese). Beijing: Science Press, 2006 [李舜酩. 机械疲劳与可靠性设计. 北京: 科学出版社, 2006]
- 14 Su L. Fatigue Life Classification and Prediction of Welding Structure Based on Probabilistic Neural Network (in Chinese). Dissertation for Master Degree. Xi'an: Chang'an University, 2012 [苏亮. 基于概率神经网络的焊接结构疲劳寿命分类与预测. 硕士学位论文. 西安: 长安大学, 2012]
- 15 Nelson W B. Applied life data analysis. New York: John Wiley & Sons, 1982

- 16 Xie Q M. Study on Uncertainty of Occupant Evacuation Time in Fire Safety Design (in Chinese). Dissertation for Doctoral Degree. Hefei: University of Science and Technology of China, 2014 [谢启苗. 基于多项式混沌展开的人员疏散时间不确定性研究. 博士学位论文. 合肥: 中国科学技术大学, 2014]
- 17 Wiener N. The homogeneous chaos. *Am J Math*, 1938, 60: 897–936
- 18 Liu Y, Mahadevan S. Stochastic fatigue damage modeling under variable amplitude loading. *Int J Fatigue*, 2007, 29: 1149–1161
- 19 Tian J, Liu Z M, He R. Nonlinear fatigue-cumulative damage model for welded aluminum alloy joint of EMU (in Chinese). *J China Railway Soc*, 2012, 34: 40–43 [田军, 刘志明, 何如. 动车铝合金车体焊接接头非线性疲劳累积损伤模型. 铁道学报, 2012, 34: 40–43]

Probabilistic fatigue life prediction considering the uncertainty of S-N curve

GAO HuiYing¹, ZHANG XiaoQiang², HUANG HongZhong^{2*}, PANG Yu² & HU JunMing¹

¹ School of Automobile & Transportation, Xihua University, Chengdu 610039, China;

² School of Mechatronics Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 611731, China

The traditional fatigue life prediction methods based on the S-N curve recognize the parameters in life prediction models can be determined by experiment, simulation and fitting. That is to say, in a given loading environment, various parameters are treated as different constants, and then substitute these parameters into the model, the fatigue life can be obtained. This kind of methods treats the parameters in the model as constants, which belong to deterministic life prediction method. Deterministic life prediction method is suitable for fatigue life prediction and evaluation where the test data is sufficient. However, in practice, because of the restrictions on development cycles and there may be a shortage of funds, combined with technical difficulties, it has great difficulty to carry out a large number of trials. At the same time, due to different test specimens, along with test operations and data reading depend on the accuracy of test equipment and subjective judgment of test personnel, which increases the uncertainty of the fatigue life. S-N curve is the basic parameter of the material or structure life prediction and it is gained mainly through a large number of fatigue tests and fitting analyses. Due to the influence of uncertainty factors, which results in dispersion of fatigue life under constant load in different degrees, so as to the uncertainty of S-N curve. Therefore, in order to keep consistent with the actual situation of the life prediction, taking the uncertainty of S-N curve into account is needed. This article summarizes the uncertainty factors that affect fatigue life of welded joint, the polynomial chaos theory is introduced into the fatigue life prediction, a welded joint cumulative damage model considering the uncertainty S-N curve and probabilistic fatigue life prediction method is built combined with nonlinear cumulative damage model.

S-N curve, uncertainty, probabilistic fatigue life prediction, polynomial chaos

PACS: 47.27.-i, 47.27.Eq, 47.27.Nz, 47.40.Ki, 47.85.Gj

doi: 10.1360/SSPMA2016-00543