论文

利用伪谱法模拟横向非均匀全球模型中的 SH 波场

王彦宾^{①*}, Hiroshi TAKENAKA^②^① 北京大学地球与空间科学学院地球物理学系, 北京 100871;^② Department of Earth and Planetary Sciences, Kyushu University, Hakozaki 6-10-1, Fukuoka 812-8581, Japan

* E-mail: ybwang@pku.edu.cn

收稿日期: 2010-02-24; 接受日期: 2011-04-06

国家自然科学基金(批准号: 40874020, 40474012, 40821062)和国家公益性行业科研专项(编号: 20070804)资助

摘要 基于傅里叶伪谱法(Fourier pseudospectral method, PSM), 发展了模拟具有任意横向非均匀结构的全地球模型中 SH 波传播的算法. 所采用的模型为通过地球大圆选取的一个二维全地球剖面, 所求解的弹性波动方程定义在二维柱坐标系下. 波动方程中空间微分的数值求解通过波数域的乘积运算实现, 空间域与波数域之间的变换通过快速傅里叶变换(fast Fourier transformation, FFT)进行. 由于 PSM 具有精度较高、计算速度较快的特点, 所以对于非均匀结构可以近似为在垂直剖面方向上对称的模型, 本算法能够较精确地计算较高频率的全球 SH 波场的理论地震图. 和基于球坐标系二维全球模型的算法相比, 本算法能够更方便地处理震源项. 用该算法计算了 PREM 模型中全球 SH 波的传播, 分析了各种震相的产生以及它们在各个界面上的反射、透射、绕射, 并将其应用于包含核幔边界低速扰动结构的横向非均匀全球模型, 讨论了他们对全球 SH 波传播的影响.

关键词地震波传播
计算地震学
伪谱法
全球地震学
核幔边界

不断增多的地震观测台网所提供的高质量宽频带地震数据推动了地球内部结构的地震学研究, 通过理论地震图上各种观测震相的波形与到时与观测资料的拟合, 地震学家发现了地球内部横向非均匀性结构广泛存在的证据. 例如, 在非洲板块和太平洋板块下方下地幔存在的局部低速区. He 等^[1]对地震台网观测到的 ScSH-SH 震相进行了波形模拟和到时分析, 确定了西太平洋地区地幔底部低速区的边界和剪切波速度结构. Ni 等^[2]通过远震观测到的核幔边界衍射 S 波的波形模拟, 研究了非洲地幔柱的三维结构. 在上地幔, 地震学研究揭示了与转换带或俯冲板块相关联的横向速度变化. Wang 等^[3]通过波形模拟分析了 SH 波的重震相, 研究了 660 km 不连续面附近

的剪切波速度结构, 发现了它们在南美洲和东北亚地区的不同结构. Wang 和 Chen^[4]也通过宽频带波形模拟分析了剪切波三重震相, 发现了东北亚地区俯冲太平洋板块下部低速结构和 660 km 不连续面上部高速异常存在的明显证据. 张瑞青等^[5]采用三重震相波形模拟方法, 得到了青藏高原羌塘西部地区上地幔一维剪切波速度结构模型.

利用数值方法求解横向非均匀地球模型下的波动方程, 进而通过所产生的合成地震波形与观测波形之间的拟合, 可以给出地球内部横向非均匀结构的地震学约束. 对于远震观测资料, 为了能够计算很大震中距离上的合成地震波形, 往往需要考虑包含横向非均匀结构的全地球模型. 最近几年, 人们提出

英文引用格式: Wang Y B, Takenaka H. SH-wavefield simulation for a laterally heterogeneous whole-Earth model using the pseudospectral method. Sci China Earth Sci, 2011, 54: 1940–1947, doi: 10.1007/s11430-011-4244-8

了几种模拟全地球模型地震波传播的不同数值方法. Cummins 等^[6]利用求解波动方程弱形式的直接解法(the Direct Solution Method, DSM)计算了横向非均匀球状全地球模型的合成地震图, 并且应用于包含轴对称二维上地幔非均匀结构模型的 SH 波场模拟. 在该工作基础上, Takeuchi 等^[7]发展了利用修正的 DSM 方法模拟包含三维非均匀结构的球状全地球模型地震波场的方法, 讨论了该方法在波形反演上的潜在应用. Komatitsch 和 Tromp^[8,9]给出了利用谱元法(spectral-element method)模拟包含完整三维非均匀结构的全地球模型中地震波传播的数值方法. 严珍珍等^[10]利用该方法模拟了 2008 年汶川地震激发的地震波的区域性传播过程.

完全三维全地球模型的优点在于真实地球的三维非均匀结构可以容易地包含在模型中. 但是, 三维模型的计算通常需要巨大的计算机内存和很长的计算时间, 在地球内部非均匀结构研究的常规应用方面效率较低. 因此, 地震学家发展了一些基于二维全地球模型的地震波传播模拟的数值方法. 在二维模型中, 通常认为非均匀结构在垂直于二维模型的方向上保持不变. 在全球地震学研究中将三维球状全地球模型一般近似为轴对称的二维全地球模型, Igel 和 Weber^[11,12]将高阶精度有限差分方法(FDM)应用于二维轴对称全地球模型, 分别计算了 SH 波和包含横向非均匀结构的全地球模型中 P-SV 波的传播. Igel 和 Gudmundsson^[13]也利用 FDM 模拟二维全地球模型地震波传播, 讨论了长周期 S 和 SS 震相传播的频率依存特征. 由于上述基于 FDM 的数值方法考虑的都是二维轴对称全地球模型, 因此, 它所包含的震源也是二维轴对称的环形震源, 在考虑一般的点源方面存在不够灵活方便的缺陷. Nissen-Meyer 等^[14]给出了利用谱元法模拟二维轴对称全地球模型地震波传播时考虑完整三维矩张量震源的方法. Thorne 等^[15]利用有限差分法模拟二维全地球 SH 波传播, 通过合成地震波形与实际观测波形的拟合研究了 Cocos 板块下地幔结构的横向变化. Jahnke 等^[16]将 Igel 和 Weber^[11]提出的二维轴对称模型 SH 波传播模拟方法扩展到计算机集群上的并行计算, 讨论了环形震源与双力偶震源之间的可比性. Toyokuni 等^[17,18]给出了一种新的模拟二维轴对称全地球模型地震波传播的有限差分方法, 他们将模型定义在“准球坐标域”, 因此能够在二维模型中考虑三维非均匀结构的影响, 同时很

方便地在模型中包含矩张量点源.

和有限差分法相比, 傅里叶伪谱法需要较少的网格节点就可以取得相同的计算精度, 因此它可以减少计算所需的内存和计算时间^[19]. Furumura 等^[20]给出了基于傅里叶伪谱法模拟二维全地球模型 P-SV 波传播的数值方法, 他们的模型定义在二维柱坐标系下, 能够有效地计算深度达到 5000 km 的全球模型中的地震波传播. Wang 等^[21]成功地解决了该二维模型中地球球心奇异性所带来的数值计算问题, 给出了包含球心的柱坐标系下完整二维全地球模型 P-SV 波传播的傅里叶伪谱法数值算法. 和二维轴对称模型相比, 二维柱坐标系下的模型中点源的分布不局限于轴对称, 因此, 它能够在模型中包含任意的双力偶点源, 非常适宜于利用观测的宽频带地震波资料开展横向非均匀结构的波形模拟研究.

在本文中, 基于傅里叶伪谱法, 给出模拟二维柱坐标系下全地球模型中 SH 波传播的数值算法. 首先介绍求解二维柱坐标下波动方程的算法以及全球模型计算区域的离散化, 然后通过 PREM 模型的 SH 全波场模拟验证算法的有效性, 最后将其应用于包含核幔边界低速扰动的横向非均匀模型, 讨论了它们对全球 SH 波传播的影响.

1 波动方程和数值模型

在柱坐标系(r, θ, z)下, 设所有空间变量在 z 方向不变, 得到二维柱坐标系(r, θ)下 SH 波动方程为

$$\rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial \sigma_{z\theta}}{\partial \theta} + \sigma_r \right) + f_z, \quad (1)$$

其中, u_z 表示反平面质点运动的位移, ρ 表示介质密度, f_z 是 z 方向上的体力, σ_r 和 $\sigma_{z\theta}$ 表示应力分量:

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \mu \frac{\partial u_z}{\partial r}, \\ \sigma_{z\theta} &= \frac{\mu}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta}, \end{aligned} \quad (2)$$

其中, μ 是介质的剪切模量.

在二维柱坐标系(r, θ)下, 我们的横向非均匀模型选取为通过三维球状地球模型上一个大圆的剖面, 模型的求解区域在 r 方向上定义在地表与外核之间, 在 θ 方向上定义在 $0^\circ \sim 360^\circ$. 为了对该模型求解上述波动方程, 我们将整个求解区域在 r 和 θ 方向上进行如图 1(a)所示的离散化. 在 θ 方向上, 对于给定的矢

图 1 二维柱坐标系下全地球数值模型

(a) r 和 θ 方向上的离散网格节点分布; (b) r 方向上非均匀网格节点间距分布

径, 空间变量的离散采用相同的节点间距 $\Delta\theta$. 在 r 方向上, 为了在离散模型中准确地给出地表、核幔边界和其他主要界面的深度, 采用不等间距节点进行离散化. 如图 1(b) 所示, 沿矢径方向上的节点间距 Δr 在地表和核幔边界处较小, 在离开边界的部分逐渐增大. Furumura 等^[20]的模拟结果表明, 对于傅里叶伪谱法, 这样的网格节点离散方式能够有效压制模型的不连续面处所产生的吉布斯噪声, 提高模拟结果的精度.

方程(1)和(2)中的空间微分采用傅里叶伪谱法在波数域计算, 空间域和波数域之间的变换通过 FFT 实现^[21,22]. 在 θ 方向上, 设均匀节点间距为 $\Delta\theta$, 对于给定的矢径 r , 设离散的空间变量为 $f(j\Delta\theta)$ ($j=0, 1, \dots, N-1$) (N 为 θ 方向的节点数), 首先利用一维 FFT 将其变换到波数域:

$$F(l\Delta k) = \Delta\theta \sum_{j=0}^{N-1} f(j\Delta\theta) e^{-i2\pi j l / N}. \quad (3)$$

然后通过波数域的乘积计算和一维 FFT 反变换得到空间微分:

$$\frac{d}{d\theta} f(j\Delta\theta) = \frac{1}{N\Delta\theta} \sum_{l=0}^{N-1} i(l\Delta k) F(l\Delta k) e^{i2\pi j l / N}. \quad (4)$$

上述计算在矢径方向上不断进行, 给出二维模型所有节点上空间变量对 θ 的微分. 在 r 方向上, 由

于节点间距不均匀, 我们采用 Fornberg^[23]所介绍的映射法计算方程(1), (2)中在非均匀节点上对 r 的微分. 首先引入参考节点间距 Δr_0 , 设参考节点上等间距分布的空间离散变量为 $f(j\Delta r_0)$ ($j=0, 1, \dots, M-1$) (M 是 r 方向上的节点数), 与式(3), (4)类似, 利用一维 FFT 计算参考节点上的微分:

$$\frac{d}{d\xi} f(i\Delta r_0) = \frac{1}{M\Delta r_0} \sum_{l=0}^{M-1} i(l\Delta k_0) F(l\Delta k_0) e^{i2\pi i l / M}, \quad (5)$$

其中, $\Delta k_0 = 2\pi / M\Delta r_0$ 是与空间离散相对应的离散波数. 然后在每一个节点上通过实际节点间距 Δr 与参考节点间距 Δr_0 的比值计算修正系数, 对(5)式计算出的参考节点上的微分乘以修正系数, 得到实际非均匀节点上的空间微分:

$$\frac{d}{dr} f(i\Delta r) = \frac{d\xi}{dr} \frac{d}{d\xi} f(i\Delta r_0) = \frac{\Delta r_0}{\Delta r} \frac{d}{d\xi} f(i\Delta r_0). \quad (6)$$

Furumura 等^[20]和 Wang 等^[21]成功地在二维全球模型 P-SV 波传播计算中采用了这种映射方法并验证了它的良好计算精度. Fornberg^[23]也详细讨论了利用傅里叶伪谱法计算空间微分时, 采用映射方法精确表示模型中的起伏界面时的良好精度.

震源项通过公式(1)中的体力项引入数值计算. 我们考虑的震源为二维柱坐标系下的点源, 它等价于在 z 方向上无限延伸的线源. 设震源的中心位置为 (r_0, θ_0) , 对应震源矩张量分量 M_{xr} 和 $M_{z\theta}$ 的体力分量在围绕震源中心点附近的分布为

$$\begin{aligned} f_z(r, \theta, t) = & -M_{xr}(t) \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \delta(r-r_0) \delta(\theta-\theta_0) \\ & -M_{z\theta} \frac{1}{rr_0} \frac{\partial}{\partial \theta} \delta(r-r_0) \delta(\theta-\theta_0). \end{aligned} \quad (7)$$

上式中的 δ 函数在本文的数值计算中采用 Herrmann^[24]所给出的离散伪 δ 函数来近似, 它给出二维柱坐标系下围绕震源中心的单位面积的点源. 上述离散的体力项分布在震源中心点附近一个很小范围内的节点上. 震源时间函数在整个持续时间内也采用上述离散伪 δ 函数来近似.

对于本文采用的二维柱坐标系下的全球模型, 有两个需要处理的边界. 一个是地球的自由地表边界, 另一个是模型底部位于外核内的人工边界. 自由地表边界条件通过地表牵引力为零满足, 同时在地表之上引入一定数量节点组成的空气层, 其中介质的剪切模量 μ 设为零, 密度 ρ 设为地表的密度值. 对

于模型底部的人工边界, 为了消除伪谱法中使用 FFT 时周期性条件带来的边界 wraparound 效应, 采用 Cerjan 等^[25]给出的由 20 个节点组成的吸收边界条件. 模型内部的不连续面, 如核幔边界等, 通过在相应的节点上赋以不连续的介质弹性常数和密度值的方式在计算过程中得到处理.

公式(1)中位移场 $u_z(r, \theta, t)$ 的计算在时间域逐层推进. 首先计算 $\partial^2 u_z / \partial t^2$, 然后通过时间域积分得到速度和位移场. 时间域积分采用常用的二阶精度有限差分格式^[21]:

$$\begin{aligned}\dot{u}_z^{(n+1)/2} &= \dot{u}_z^{(n-1)/2} + \ddot{u}_z^n \Delta t, \\ u_z^{n+1} &= u_z^{n-1} + \dot{u}_z^{(n+1)/2} \Delta t,\end{aligned}\quad (8)$$

其中, $\ddot{u}_z^n$ 是当前时间步 n 计算得到的加速度场, u_z^{n-1} 和 u_z^{n+1} 是前一个和后一个时间步得到的位移场. 计算中所用的时间间隔 Δt 由网格中最小节点间距 $\Delta^{\min}$ 和最大波速 $V^{\max}$ 的比值所确定的稳定性条件给出

$$\Delta t < \alpha \frac{\Delta^{\min}}{V^{\max}}. \quad (9)$$

我们可以通过选取合理的 α 值使得数值计算的精度保持在给定的可以接受的误差范围内 (Daudt 等^[26]).

在每一个推进的时间层上, 所有离散的网格节点上的空间微分以及公式(1)和(2)中应力、位移分量的计算按照以下步骤进行:

(1) 利用傅里叶伪谱法计算所有节点上的 $\partial u_z / \partial r$ 和 $\partial u_z / \partial \theta$.

(2) 利用相应节点上的弹性模量值, 通过公式(2)计算所有节点上的 σ_{zr} 和 $\sigma_{z\theta}$.

(3) 利用傅里叶伪谱法计算所有节点上的 $\partial \sigma_{zr} / \partial r$ 和 $\partial \sigma_{z\theta} / \partial \theta$.

(4) 计算震源对应节点上的体力项 f_z , 利用相应节点上的介质参数, 通过公式(1)计算当前时间步所有节点上的 $\partial^2 u_z / \partial t^2$.

(5) 利用公式(8), 通过时间域差分计算得到所有节点上的位移 u_z .

以上计算步骤在时间域不断重复迭代直到给定的计算时间步数, 最后得到给定持续时间的全球波场. Furumura 等^[20]和 Wang 等^[21]采用了相同的傅里叶伪谱法空间微分算子和时间域差分算子, 模拟了二维柱坐标系下全地球模型中 P-SV 波的传播. 他们通过和 DSM^[6]结果的对比, 验证了这里所用的傅里叶

伪谱法空间微分算子和时间域差分算子的良好精度. 因此, 我们在本文中由于篇幅所限不再重复精度检验.

我们在计算中采用 Graves^[27]所给出的衰减系数来考虑地球介质的非弹性衰减对地震波传播的影响:

$$A(r, \theta) = \exp[-\pi f_0 \Delta t / Q(r, \theta)]. \quad (10)$$

其中, $Q(r, \theta)$ 是对参考频率 f_0 所给出的介质的非弹性衰减常数. 在每一个时间步, 对所有网格节点计算出相应的衰减系数 $A(r, \theta)$, 然后和相应节点上的应力、速度值作乘积计算. 这种非弹性衰减的处理方法需要很少的计算时间和计算机内存, 在二维柱坐标系下全地球模型 P-SV 波的傅里叶伪谱法模拟中被证明非常有效^[20,21].

2 PREM 模型的全球 SH 波场

为了验证上述数值算法的有效性, 我们计算 PREM 地球模型^[28]中全球 SH 波的传播. 二维柱坐标系下的全地球模型的计算区域为, 在 r 方向上从地球表面到外核内深度为 3415 km 处, 在 θ 方向上从 $0^\circ \sim 360^\circ$. 我们将整个计算区域在 θ 和 r 方向上分别离散为 2048 和 256 个节点. θ 方向上的节点间距从模型最底部的 9.0 km 增加到地表的 19.5 km, r 方向上的节点间距在核幔边界和地表处为 10.0 km, 在其他深度上逐渐增加到 19.5 km (图 1(b)). 由于地球内部结构的波形拟合研究大多采用深源地震观测数据 (如文献 [4]), 因此我们计算深源地震激发的 SH 波的传播. 震源为双力偶线源, 震源深度为 600 km, 震源时间函数的宽度为 15.0 s. 在该数值模型中, 考虑能够计算的最小波长和最大网格节点间距, 每一个最小波长能够包括 2.5 个最大间距的节点. 根据模型中的最小网格节点间距和 PREM 模型中的最大剪切波速度, 选取参数 $\alpha=0.26$, 以保证 1% 的计算误差^[26], 从式(9)得到时间间隔 Δt 为 0.2 s.

整个计算进行了 20000 个时间步, 计算得到 SH 波在二维全地球模型中长达 4000 s 的传播过程. 计算结果通过连续变化的波场快照图和地表网格节点上的合成理论地震图表示, 它们清晰地显示了震源激发的地震波以及它们在全地球模型中各个界面上的反射、透射、衍射和整个传播过程.

图 2 显示了计算的全球 SH 波传播过程中四个典型时刻的位移场快照. 在 400 s 时, 可以看到很强的

图 2 PREM 模型计算得到的四个时刻的位移波场快照图

黄色区域是模型的计算区域, 蓝色显示各种地震震相的波前. 实线圆分别表示地球表面和核幔边界, 地表以下的虚线圆表示 410 和 660 km 不连续面, 最内部的虚线圆表示模型的底部边界

震源激发的直达 S 波, 它在 660 km 不连续面以上的上地幔的传播速度明显小于下地幔. 自由地表反射震相 sS 和核幔边界反射震相 ScS 的能量与直达 S 波震相当. 也可以看到清晰的 410 和 660 km 不连续面产生的微弱反射震相. 在 800 s 时, 地表多次反射震相 SS 在上地幔中传播, 并且呈现出 Y 形状的波前, ScS 震相到达震中附近的地表, 核幔边界反射震相 sScS 在地幔中传播. 在 1200 s 时, 可以清晰地看到 S 和 sS 沿核幔边界发生绕射产生的绕射震相 Sdiff 和 sSdiff, 它们的波前由于绕射发生了弯曲. 在上地幔可以看到更多地表多次反射震相(如 sSS), 它们都具有 Y 形状的波前. 核幔边界反射震相在地表再次反射后(ScSS, sScSS)继续以更平直的波前形状向下传播. 在 1600 s 时, 核幔边界绕射震相 Sdiff 和 sSdiff

的能量明显减弱, 地表多次反射震相 SS, sSS, SSS, SSSS 等在上地幔中传播, 核幔边界二次反射震相 ScS₂ 和 sScS₂ 在中下地幔中传播. 随着传播时间的持续, 地表附近的波场由于上地幔断面内的多重反射和地表的反射变得越来越复杂, 地表多次反射震相的传播深度越来越大.

图 3 显示了 0°~180°震中距范围内计算得到的地表节点上的合成位移波形和主要震相的射线理论到时曲线. 很强的直达 S 波在 100°距离内清晰可见, 其后到达的是较弱的核幔边界绕射波 Sdiff. 核幔边界反射震相 ScS 以较强的能量一直传播到 100°, 在该距离上 S, ScS 和 Sdiff 同时到达形成的三重震相具有很大的振幅. 对于 sS, sScS 和 sSdiff 震相以及它们在 105°附近形成的三重震相也可以看到形同的特征.

图 3 计算得到的地表合成位移地震波形

灰线表示 PREM 模型主要震相的射线理论走时曲线

由于随着震中距离增加, 上地幔不连续面造成的多重反射次数增多, 因此地表多次反射震相(如 SS, SSS)的能量随着震中距离的增加而增大. ScS 和 sScS 震

相在地表和核幔边界之间经历了多次的反射, 能量逐渐减弱. 在较远的震中距离($>120^\circ$)和较长的传播时间上, 核幔边界反射震相和地表多次反射震相成为波场的主导震相并且形成了非常复杂的波形. 在所有的震中距离上, 主要震相之间都可以看到微弱的从 410 和 660 km 不连续面反射的震相. 由于在计算中包含了 PREM 模型所给出的非弹性衰减, 我们可以看到各种震相的振幅随着传播距离和时间所发生的衰减.

3 核幔边界低速扰动对全球 SH 波场的影响

最近的一些利用 SH 波震相观测资料所开展的核幔边界结构研究揭示了这一区域复杂的横向非均匀结构的存在(如文献[1, 2]). 在本小节, 作为上述算法在横向非均匀全地球模型中的应用, 我们模拟包含核幔边界横向速度扰动的全球模型中 SH 波的传播.

我们考虑位于核幔边界上不同震中距离的椭圆形状的低速扰动区, 通过全球 SH 波场模拟讨论它们对地表合成理论地震波形的影响. 扰动区的最大厚度是 300 km, 相当于核幔边界的 D'' 区域, 横向上延伸 1200 km. 扰动区内的剪切波速度比周围的背景模型(PREM)速度低 5%, 研究已经发现的实际核幔边界速度扰动通常在这一取值附近. 图 4 给出了模拟中所用的两个模型, 它们的椭圆形速度扰动的中心分别位于震中距离 60° 和 130° 位置. 这里所采用的离散数值模型和数值计算中所采用的参数设置和上一节

图 4 两个包含核幔边界横向非均匀结构的二维全地球模型

灰色区域表示核幔边界上的低速扰动区

PREM 模型的计算相同。

在这两个横向非均匀模型的计算中, 我们采用和上一节相同的深度为 600 km 的震源, 然后通过横向均匀模型和横向非均匀模型地表合成理论地震波形的差异讨论核幔边界低速扰动对地震波传播的影响。我们通过包含低速扰动的模型和 PREM 模型的地表波形的差计算所需要的差异地震图, 它们对合成地震图上各种震相的到时和振幅的微小变化非常敏感, 因此能够显示出横向非均匀速度扰动对地震波传播的详细影响。图 5(a)给出了当低速扰动体中心位于震中距 60° 时非均匀模型和 PREM 模型的地表差异地震图。可以看到, 非均匀扰动所造成的所有震相异常都出现在震中距 50° 以外。在所有距离上, Sdiff 和 sSdiff 震相都受到非均匀速度扰动的影响, 产生到时和振幅变化。在较大的震中距离上可以看到 ScS 和 sScS 震相的异常, 他们最明显的异常出现在三重震相的位置。在地震波传播的后一段时间, 地震图上的主要差异都是穿过低速扰动带的核幔边界反射震相,

它们的幅度由于非弹性衰减等因素不断减小。但是各种地表多次反射震相并没有受到扰动带的影响, 因为他们主要在上地幔内传播。图 5(b)给出了低速扰动体中心位于震中距 130° 时非均匀模型和 PREM 模型的地表差异地震图。和上一个模型相比, 由于扰动体的震中距离更大, 所以它所造成的震相异常只出现在很大的震中距离上。Sdiff 和 sSdiff 在 120° 以外显示出微小的到时延迟, ScS₂ 和其他后续的核幔边界反射震相在很远的震中距离上穿过扰动带, 在 150° 以外显示出明显的差异。和第一个非均匀模型不同的是, 所有的地表多次反射震相在很远的震中距离上都产生了到时延迟, 这是因为他们在扰动带内发生了如图 2 的快照所示的绕射, 导致到时和振幅的差异。

上述两个横向非均匀模型的计算结果显示了该算法在模拟横向非均匀结构对全球 SH 波传播影响上的可行性。在模拟结果中, 可以清晰地看到横向非均匀结构造成的全波场异常, 即使是非常微弱的震相, 如 Sdiff 和 sSdiff。

图 5 横向非均匀模型与 PREM 模型地表差异地震波形

(a) 扰动区中心位于 60° ; (b) 扰动区中心位于 130° . 灰线表示 PREM 模型主要震相的射线理论走时曲线

4 结论与讨论

本文基于傅里叶伪谱法, 给出了模拟二维全地球模型中 SH 波传播的算法. 该算法能够计算包含任意横向非均匀结构的柱坐标系下二维全球模型的完整 SH 波场. 和有限差分法相比, 因为该算法中的空间微分算子需要较少的网格节点即可以达到相同的精度^[19], 因此和其他基于有限差分法的算法相比, 它可以减少计算机内存和计算时间. 对 PREM 模型的计算结果使我们能够有效地分析各种震相的激发、传播, 以及它们在地球内部各个界面上发生的反射、透射、绕射等现象. 对两个包含核幔边界横向低速扰动模型的计算说明, 可以在模型中考虑实际地球内部观测量级的速度扰动和任意的扰动带分布. 这些扰动对全球 SH 波传播的影响可以通过合成理论地震波形进行详细分析. 因此, 可以将该算法应用于地球内部横向非均匀结构研究中, 如果非均匀结构可以近似为二维分布, 可以通过观测波形与合成波形的拟合给出非均匀结构的约束. 我们也可以将该算法的正演计算应用于实际观测数据波形拟合的设计中,

正演计算能够为我们找到所需要使用的震相、地震事件和观测台站的位置, 使得观测数据的波形拟合能够更有效地进行. 尽管本文算例中震源时间函数的主频率是 15 s, 但是如果使用合理的更细的网格节点间距和更小的时间间隔, 该算法也可以直接在模型中包含小尺度横向非均匀结构, 进行较高频率的 SH 波场模拟. 如果考虑三维球状全地球模型, 在所有坐标方向上采用傅里叶伪谱法算子, 这里给出的二维算法同样可以扩展到三维模型的计算.

由于我们的模型定义在二维柱坐标系下, 震源为二维线源, 因此, 和三维球状地球模型、点源激发相比, 地震波传播时的几何扩散和震源激发方式稍有不同. 如果我们采用本文的二维模型计算出的合成地震图与实际观测资料进行对比, 需要首先对二维模型的计算结果进行修正, 将几何扩散和震源激发方式从二维模型修正到三维模型. 这种修正可以通过 HelMBERGER 和 Vidale^[29]提出的修正系数来进行, Wang 等^[21]对二维柱坐标系下全地球模型 P-SV 波传播进行过类似修正, 并证明了其可靠精度.

致谢 感谢两位匿名审稿人给出的建设性意见和建议.

参考文献

- 1 He Y M, Wen L X, Zheng T Y. Geographic boundary and shear wave velocity structure of the "Pacific anomaly" near the core-mantle boundary beneath western Pacific. *Earth Planet Sci Lett*, 2006, 244: 302–314
- 2 Ni S D, Helmberger D V, Tromp J. Three-dimensional structure of the African superplume from waveform modeling. *Geophys J Int*, 2005, 161, doi: 10.1111/j.1365-246X.2005.02508.x
- 3 Wang Y, Wen L X, Weidner D, et al. SH velocity and compositional models near the 660-km discontinuity beneath South America and northeast Asia. *J Geophys Res*, 2006, 111: B07305, doi: 10.1029/2005JB003849.
- 4 Wang T, Chen L. Distinct velocity variations around the base of the upper mantle beneath northeast Asia. *Phys Earth Planet Inter*, 2009, 172, doi: 10.1016/j.pepi.2008.09.021
- 5 张瑞青, 吴庆举, 李永华, 等. 青藏高原羌塘西部上地幔 SH 波速度结构的研究. *科学通报*, 2008, 53: 2335–2341
- 6 Cummins P R, Takeuchi N, Geller R J. Computation of complete synthetic seismograms for laterally heterogeneous models using the Direct Solution Method. *Geophys J Int*, 1997, 130: 1–16
- 7 Takeuchi N, Geller R J, Cummins P R. Complete synthetic seismograms for 3-D heterogeneous Earth models computed using modified DSM operators and their applicability to inversion for Earth structure. *Phys Earth Planet Inter*, 2000, 119: 25–36
- 8 Komatitsch D, Tromp J. Spectral-element simulations of global seismic wave propagation—I. Validation. *Geophys J Int*, 2002, 149: 390–412
- 9 Komatitsch D, Tromp J. Spectral-element simulations of global seismic wave propagation—II. Three-dimensional models, oceans, rotation and self-gravitation. *Geophys J Int*, 2002, 150: 303–318
- 10 严珍珍, 张怀, 杨长春, 等. 汶川大地震地震波传播的谱元法数值模拟研究. *中国科学 D 辑: 地球科学*, 2009, 39: 393–402
- 11 Igel H, Weber M. SH-wave propagation in the whole mantle using high-order finite differences. *Geophys Res Lett*, 1995, 22: 731–734
- 12 Igel H, Weber M. P-SV wave propagation in the Earth's mantle using finite differences: Application to heterogeneous lowermost mantle

- structure. *Geophys Res Lett*, 1996, 23: 415–418
- 13 Igel H, Gudmundsson O. Frequency-dependent effects on travel times and waveforms of long-period S and SS waves. *Phys Earth Planet Inter*, 1997, 104: 229–246
- 14 Nissen-Meyer T, Fournier A, Dahlen F A. A 2-D spectral-element method for computing spherical-earth seismograms—I. Moment-tensor source. *Geophys J Int*, 2007, 168: 1067–1093
- 15 Thorne M S, Lay T, Garnero E J, et al. Seismic imaging of the laterally varying D" region beneath the Cocos Plate. *Geophys J Int*, 2007, 170: 635–648, doi: 10.1111/j.1365-246X.2006.03279.x
- 16 Jahnke G, Thorne M S, Cochard A, et al. Global SH-wave propagation using a parallel axisymmetric spherical finite-difference scheme: Application to whole mantle scattering. *Geophys J Int*, 2008, 173: 815–826, doi: 10.1111/j.1365-246X.2008.03744.x
- 17 Toyokuni G, Takenaka H, Wang Y, et al. Quasispherical approach for seismic wave modeling in a 2D slice of a global Earth model with lateral heterogeneity. *Geophys Res Lett*, 2005, 32, doi: 10.1029/2004GL022180
- 18 Toyokuni G, Takenaka H. FDM computation of seismic wavefield for an axisymmetric earth with a moment tensor point source. *Earth Planets Space*, 2006, 58: e29–e32
- 19 Fornberg B. The pseudospectral method: Comparisons with finite-differences for the elastic wave equations. *Geophysics*, 1987, 52: 483–501
- 20 Furumura T, Kennett B L N, Furumura M. Seismic wavefield calculation for laterally heterogeneous whole earth models using the pseudospectral method. *Geophys J Int*, 1998, 135: 845–860
- 21 Wang Y B, Takenaka H, Furumura T. Modelling seismic wave propagation in a two-dimensional cylindrical whole-earth model using the pseudospectral method. *Geophys J Int*, 2001, 145: 689–708
- 22 Kosloff D, Reshef M, Loewenthal D. Elastic wave calculation by the Fourier method. *Bull Seismol Soc Amer*, 1984, 74: 875–891
- 23 Fornberg B. The pseudospectral method: Accurate representation of interfaces for elastic wave calculations. *Geophysics*, 1988, 53: 625–637
- 24 Herrmann R B. SH-wave generation by dislocation source—A numerical study. *Bull Seismol Soc Amer*, 1979, 69: 1–15
- 25 Cerjan C, Kosloff D, Kosloff R, et al. A nonreflecting boundary condition for discrete acoustic and elastic wave equations. *Geophysics*, 1985, 50: 705–708
- 26 Daudt C R, Braile L W, Nowack R L, et al. A comparison of finite-difference and Fourier method calculations of synthetic seismograms. *Bull Seismol Soc Amer*, 1989, 79: 1210–1230
- 27 Graves R W. Simulating seismic wave propagation in 3D elastic media using staggered-grid finite differences. *Bull Seismol Soc Amer*, 1996, 86: 1091–1106
- 28 Dziewonski A M, Anderson D L. Preliminary reference earth model. *Phys Earth Planet Inter*, 1981, 25: 297–356
- 29 Helmberger D V, Vidale J E. Modeling strong motions produced by earthquakes with two-dimensional numerical codes. *Bull Seismol Soc Amer*, 1988, 78: 109–121