$$\leq \pi \left| \frac{1+1024\varepsilon}{8} \right|^{1/2} + 4\varepsilon \quad \text{a. s. .}$$

最后, 让 $\varepsilon \downarrow 0$, 得定理 2.

致谢 本工作为湖北省自然科学基金资助项目.

参 考 文 献

- 1 Chung K L. On the maximum partial sums of sequences of independent random variables. Trans Amer Math Soc, 1948, 64: 205~ 233
- 2 Jain N C, Pruitt W E. The other law of the iterated logarithm for martingales. Ann Prob, 1975, 3: 1 046~ 1 049
- 3 Martikainen A I. Chung's law for nonidentically distributed independent summands. Theor Probab Appl, 1986, 31: 566~ 568
- 4 Einmahl U, Mason D M. Some results on the almost sure behavior of martingales. Colloquia Mathematica Societatis Janes Bolyai, 1989, 57: 185~ 195
- 5 郑 明. 独立增量过程的 Chung 重对数律. 科学通报, 1992, 37(23): 2 121~ 2 124
- 6 郑 明. 局部平方可积鞅 Chung 重对数律的下界. 数学年刊, 1995, 16A: 411~ 416
- 7 何声武, 汪嘉冈, 严加安. 半鞅与随机分析. 北京: 科学出版社, 1995
- 8 Shorack G R, Wellener J. Empirical Process With Applications to Statistics. New York: John Wiley & Sons Inc, 1986
- 9 Einmahl V, Mason D M. Darling-Erdős theorems for martingales. Journal of Theoretical Probability, 1989, 2: 437~ 460

(1998-04-29 收稿)

关于自相似测度的点态维数

陈二才 熊金城^④

(南京师范大学数学系, 南京 210097; ④华南师范大学数学系, 广州 510631)

摘要 讨论自相似测度的点态维数的存在性问题. 证明了: 对于自相似测度, 在强分离条件下, 其点态维数不存在的点的集合的 Hausdorff 维数等于其支撑的 Hausdorff 维数.

关键词 自相似测度 点态维数 Hausdorff 维数 多重分形 符号空间

1 基本概念与结论

设 X 为紧的度量空间, μ 为 X 上的 Borel 概率测度. $\forall x \in X$, μ 在 x 处的点态维数 $d_\mu(x)$ 定义为

$$d_\mu(x) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\log \mu(B(x, \varepsilon))}{\log \varepsilon},$$

如果极限存在. 近几年来, 点态维数已被用于测度的重分形分析. 设 $D_\alpha = \{x \in X: d_\mu(x) = \alpha\}$, $f(\alpha) = \dim_H(D_\alpha)$, 这里 $\dim_H(\cdot)$ 表示 Hausdorff 维数, 其定义参见文献[1], $f(\alpha)$ 称为 μ 的多重分形谱, D_α 称为多重分形分支.

设 (X, d) 是完备的度量空间, $f_1, f_2, \dots, f_N: X \rightarrow X$ 是相似比为 $0 < r_i < 1$ 的相似映射, 称

<https://engine.scichina.com/doi/10.1360/csb1998-43-20-2162>

$\{f_1, f_2, \dots, f_N\}$ 为迭代函数系统, 则存在唯一非空紧集 $A \subset X$ 满足

$$A = f_1(A) \cup f_2(A) \cup \dots \cup f_N(A),$$

A 称为 $\{f_1, f_2, \dots, f_N\}$ 的自相似集合.

当 $X = \mathbb{R}^n$ 时, 称 $\{f_1, f_2, \dots, f_N\}$ 满足开集条件, 如果存在有界开集 $U \subset X$ 满足 $f_i(U) \subset U, f_i(U) \cap f_j(U) = \emptyset, \forall i \neq j$. 称 $\{f_1, f_2, \dots, f_N\}$ 满足强分离条件, 如果 A 满足 $f_i(A) \cap f_j(A) = \emptyset, \forall i \neq j$. 此时, 有 $\dim_H(A) = s$, 其中 s 满足 $r_1^s + r_2^s + \dots + r_N^s = 1$ (参见文献[1]).

设 $E = \{1, \dots, N\}$, 其中 $N \geq 2$, 考虑符号空间 $\Sigma_N = \prod_{i=1}^{\infty} E$. 设 $R = (r_1^s, r_2^s, \dots, r_N^s)$, 则 R 为一概率向量, 可在 Σ_N 上定义与积拓扑相容的度量如下: $\forall x = (x_1 x_2 \dots), y = (y_1 y_2 \dots) \in \Sigma_N$, 则

$$d_R(x, y) = \begin{cases} 0, & \text{如果 } x = y, \\ 1, & \text{如果 } x_1 \neq y_1, \\ r_{x_1}^s r_{x_2}^s \dots r_{x_k}^s, & \text{如果 } 0 < k = \max\{i: x_i = y_i\} < \infty, \end{cases}$$

称 d_R 为 Σ_N 上的一个概率度量. 记 $E^{(n)} = \prod_{i=1}^n E, E^* = \bigcup_{n=1}^{\infty} E^{(n)}$. $\forall x \in \Sigma_N$, 记 $x|n = x_1 x_2 \dots x_n, \forall a \in E^{(n)}$, 记 $[a] = \{x \in \Sigma_N: x|n = a\}$. 则 $[a]$ 是 (Σ_N, d_R) 既开又闭的集合, 并且 $\text{diam}[a] = \prod_{i=1}^n r_{a_i}^s$.

根据文献[2], 存在连续满射 $\varphi: \Sigma_N \rightarrow A$ 满足: $\forall x \in A$, 存在 $\alpha = (\alpha_1 \alpha_2 \dots) \in \Sigma_N$, 使得

$$x = \varphi(\alpha) = \lim_{n \rightarrow \infty} f_{\alpha_1} f_{\alpha_2} \dots f_{\alpha_n}(y), \forall y \in X.$$

设 $P = (p_1, p_2, \dots, p_N)$ 为任一概率向量, 即 $p_i > 0, i = 1, 2, \dots, N, \sum_{i=1}^N p_i = 1$. 则在 A 上存在唯一的概率测度 μ 满足

$$\mu = p_1 \mathcal{H}_1^{-1} + p_2 \mathcal{H}_2^{-1} + \dots + p_N \mathcal{H}_N^{-1},$$

μ 称为 A 上的自相似测度.

对于 $\forall \alpha \in \Sigma_N$ 和 $k \geq 1$, 记 $p(\alpha|k) = \prod_{i=1}^k p_{\alpha_i}, r(\alpha|k) = \prod_{i=1}^k r_{\alpha_i}$. 对于 $\forall b \in \mathbb{R}$, 设 $K_b = \left\{ \alpha \in \Sigma_N: \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\log p(\alpha|k)}{\log r(\alpha|k)} = b \right\}$ 和 $K_b = \varphi(K_b)$.

对于 $\forall q \in \mathbb{R}$, 存在唯一的数 $\beta(q)$ 满足 $\sum_{i=1}^N p_i^q r_i^{\beta(q)} = 1$. 设

$$\alpha(q) = -\beta(q) = \frac{\sum_{i=1}^N p_i^q r_i^{\beta(q)} \log p_i}{\sum_{i=1}^N p_i^q r_i^{\beta(q)} \log r_i}, f(q) = q\alpha(q) + \beta(q).$$

则当 $P = R$ 时, 有 $\alpha(q) = s, f(q) = s$. 否则 $\alpha(q)$ 严格递增, $f(q)$ 在 $(-\infty, 0]$ 上严格递增, 在 $[0, \infty)$ 上严格递减 (参见文献[3]).

对于自相似测度, Cawley 和 Mauldin 在文献[3]中已证明了如下定理:

定理 A 设 $X = \mathbb{R}^n, \{f_1, f_2, \dots, f_N\}$ 满足开集条件, 则 $\dim_H(K_{\alpha(q)}) = f(\alpha(q))$.

定理 B 设 $\{f_1, f_2, \dots, f_N\}$ 满足强分离条件, 则 $\forall b \in \mathbb{R}, K_b = D_b$.

若 $\{f_1, f_2, \dots, f_N\}$ 不满足强分离条件, 定理 B 是否成立? Cawley 和 Mauldin 表示他们既没有能够证明也没有找到反例. 本文首先给出一个简单反例来说明若 $\{f_1, f_2, \dots, f_N\}$ 不满足强分离条件, 定理 B 不成立. Bandt 在文献[4]中指出, 关于测度的重分形分析, 还有许多问题尚待解决, 其中之一为:

问题 人们能够忽视那些点态维数不存在的点吗?

本文就自相似测度讨论这一问题. 要回答该问题, 必须弄清楚点态维数不存在的点集合的维数. 利用文献[5]中的定理 9.1, 有

定理 设 $\{f_1, f_2, \dots, f_N\}$ 满足强分离条件, μ 为 A 上由概率向量 $P = (p_1, p_2, \dots, p_N)$ 定义的自相似测度, 且 $P \neq R$. 则

$$\dim_H \left\{ x \in A : \liminf_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\log \mu(B(x, \varepsilon))}{\log \varepsilon} \neq \limsup_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\log \mu(B(x, \varepsilon))}{\log \varepsilon} \right\} = \dim_H(A).$$

2 一个反例

例 设 $X = [0, 1]$, $f_i(x) = \frac{1}{4}(x + i - 1)$, $i = 1, 2, 3, 4$. $p_1 = \frac{1}{3}$, $p_2 = \frac{1}{24}$, $p_3 = \frac{1}{2}$, $p_4 = \frac{1}{8}$, 则存在 $q \in \mathbb{R}$, 使得 $K_{\alpha(q)} \setminus D_{\alpha(q)} \neq \emptyset$.

证 易见 X 满足 $X = f_1(X) \cup f_2(X) \cup f_3(X) \cup f_4(X)$. 设 $a = (2444444 \dots)$, $b = (3111111 \dots)$. 则有: $\forall z \in [0, 1]$,

$$\begin{aligned} \varphi(a) &= \lim_n f_{a_1} f_{a_2} \dots f_{a_n}(z) \\ &= \lim_n \frac{1}{4} \left| \frac{1}{4} \right|^{n-1} z + \frac{3}{4} \left| \frac{1}{4} \right|^{n-2} + \frac{3}{4} \left| \frac{1}{4} \right|^{n-3} + \dots + \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \\ &= \lim_n \left| \frac{1}{4} \right|^n z + \frac{3}{4} \sum_{k=1}^{n-1} \left| \frac{1}{4} \right|^k + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}, \\ \varphi(b) &= \lim_n f_{b_1} f_{b_2} \dots f_{b_n}(z) = \lim_n \frac{1}{4} \left| \frac{1}{4} \right|^{n-1} z + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

又

$$\lim_n \frac{\log p(a|n)}{\log r(a|n)} = \lim_n \frac{\log p_2 + (n-1)\log p_4}{-n\log 4} = \frac{\log 8}{\log 4},$$

$$\lim_n \frac{\log p(b|n)}{\log r(b|n)} = \lim_n \frac{\log p_1 + (n-1)\log p_3}{-n\log 4} = \frac{\log 3}{\log 4}.$$

故存在 $q_1, q_2 \in \mathbb{R}$, $q_1 \neq q_2$, 使得 $\alpha(q_1) = \frac{\log 3}{\log 4}$, $\alpha(q_2) = \frac{\log 8}{\log 4}$. 而由于

$$\begin{aligned} \mu \left| B \left| \frac{1}{2}, \left| \frac{1}{4} \right|^n \right| \right| &= \mu(f_{a_1} f_{a_2} \dots f_{a_n}(X) \cup f_{b_1} f_{b_2} \dots f_{b_n}(X)) \\ &= p_2 p_4^{n-1} + p_1 p_3^{n-1} = \frac{1}{24} \left(\frac{1}{8} \right)^{n-1} + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} \right)^{n-1}, \end{aligned}$$

所以 $\frac{1}{2} \left| \frac{1}{3} \right|^{n-1} < \mu \left| B \left| \frac{1}{2}, \left| \frac{1}{4} \right|^n \right| \right| < \left| \frac{1}{3} \right|^{n-1}$. 则 $\lim_n \frac{\log \mu \left| B \left| \frac{1}{2}, \left| \frac{1}{4} \right|^n \right| \right|}{\log \left| \frac{1}{4} \right|^n} = \frac{\log 3}{\log 4}$. 从而得

$$d_\mu \left| \frac{1}{2} \right| = \alpha(q_1), \frac{1}{2} \in D_{\alpha(q_1)}, \text{ 所以 } \frac{1}{2} \in K_{\alpha(q_2)} \setminus D_{\alpha(q_2)}.$$

3 定理的证明

设 μ_R 为概率向量 $R = (r_1^s, r_2^s, \dots, r_N^s)$ 在符号空间 Σ_N 上定义的概率乘积测度. 对于 $\forall M \subset \Sigma_N$, 令 $b\text{-dim}_R(M)$ 和 $P\text{-dim}_R(M)$ 分别为集合 M 关于测度 μ_R 的 B -维数和 P -维数, 其定义参见文献[5]. 设 $p_{\max} = \max\{r_i^s\}$, $p_{\min} = \min\{r_i^s\}$.

引理 1 在符号空间 \$(\Sigma_N, d_R)\$ 中, 设 \$\mu_R\$ 为概率向量 \$R = (r_1^s, r_2^s, \dots, r_N^s)\$ 在符号空间 \$\Sigma_N\$ 上定义的概率乘积测度. 对于 \$\forall M \subset \Sigma_N\$, 则 \$b\text{-dim}_R(M) = P\text{-dim}_R(M) = \dim_H(M)\$.

证 根据 \$b\text{-dim}_R(M)\$ 的定义(文献[5], p. 15. 注意定义中有印刷错误), 只要证明: 对于 \$\forall d \geq 0, 0 < \varepsilon < p_{\min}\$, 有

$$H_\varepsilon^d(M) = \inf \left| \sum_{i=1}^{\infty} (\text{diam}(F_i))^d : M \subset \bigcup_{i=1}^{\infty} F_i, F_i \in E^*, \text{diam}(F_i) < \varepsilon \right|.$$

由 Hausdorff 测度的定义,

$$H_\varepsilon^d(M) = \inf \left| \sum_{i=1}^{\infty} (\text{diam}(U_i))^d : M \subset \bigcup_{i=1}^{\infty} U_i, \text{diam}(U_i) < \varepsilon \right|.$$

\$\forall i \geq 1\$, 则 \$\text{diam}(U_i) = \text{diam}(\mathcal{U}_i) < \varepsilon\$ 存在 \$x, y \in \mathcal{U}_i\$ 满足: 存在 \$k \geq 1\$ 使得 \$x_i = y_i, 1 \leq i \leq k, x_{i+1} \neq y_{i+1}\$, 且 \$\text{diam}(U_i) = d_R(x, y) = \prod_{i=1}^k r_{x_i}^s, \mathcal{U}_i \subset [x_1 x_2 \dots x_k]\$. 因此, 根据文献[5]的定理 3.3 得 \$b\text{-dim}_R(M) = P\text{-dim}_R(M) = \dim_H(M)\$.

引理 2 在符号空间 \$(\Sigma_N, d_R)\$ 中, 设

$$W = \left\{ x \in \Sigma_N : \liminf_k \frac{\log p(x|k)}{\log r(x|k)} \neq \limsup_k \frac{\log p(x|k)}{\log r(x|k)} \right\},$$

则 \$\dim_H(W) = \dim_H(\Sigma_N) = 1\$.

证 设 \$M(\Sigma_N)\$ 为 \$\Sigma_N\$ 上的概率测度的集合. 它是一个紧致的度量空间. \$\forall x \in \Sigma_N\$, 令

$$\mu_n(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} \delta_{i(x)}.$$

设 \$H(x) = \{ \nu \in M(\Sigma_N) : \exists k_i \rightarrow \infty, \mu_{k_i}(x) \rightarrow \nu \}\$. 对于 \$1 \leq i \leq N\$, 设 \$F_n(x, i) = \# \{ k : 1 \leq k \leq n, x_k = i \}\$,

$$F_n(x) = \left| \frac{F_n(x, 1)}{n}, \frac{F_n(x, 2)}{n}, \dots, \frac{F_n(x, N)}{n} \right|.$$

对于 \$\forall q_1, q_2 \in \mathbb{R}, q_1 \neq q_2\$, 设 \$\mu_{q_1}, \mu_{q_2}\$ 分别由概率向量 \$P_1 = | p_1^{q_1} r_1^{\beta(q_1)}, p_2^{q_1} r_2^{\beta(q_1)}, \dots, p_N^{q_1} r_N^{\beta(q_1)} |\$ 和 \$P_2 = | p_1^{q_2} r_1^{\beta(q_2)}, p_2^{q_2} r_2^{\beta(q_2)}, \dots, p_N^{q_2} r_N^{\beta(q_2)} |\$ 定义的概率乘积测度. 记 \$G(q_1, q_2) = \{ x \in \Sigma_N : \mu_{q_1}, \mu_{q_2} \in H(x) \}\$. 根据文献[5]的定理 9.1 得

$$\dim_H(G(q_1, q_2)) = \min \left| \frac{\sum_{i=1}^N p_i^{q_m} r_i^{\beta(q_m)} \log | p_i^{q_m} r_i^{\beta(q_m)} |}{\sum_{i=1}^N p_i^{q_m} r_i^{\beta(q_m)} \log r_i^s}, m = 1, 2 \right|.$$

所以

$$\dim_H(G(q_1, q_2)) = \min \left| \frac{f(\alpha(q_m))}{s}, m = 1, 2 \right|.$$

再令 \$W(q_1, q_2) = \{ x \in \Sigma_N : \exists k_i^{(m)} \rightarrow \infty, F_{k_i^{(m)}}(x) \rightarrow P_m, m = 1, 2 \}\$, 则 \$G(q_1, q_2) \subset W(q_1, q_2)\$. 所以

$$\dim_H(W(q_1, q_2)) \geq \min \left| \frac{f(\alpha(q_m))}{s}, m = 1, 2 \right|.$$

对于 \$\forall x \in W(q_1, q_2)\$, 有

$$\begin{aligned} \lim_{k_i^{(m)} \rightarrow \infty} \frac{\log p(x | k_i^{(m)})}{\log r(x | k_i^{(m)})} &= \lim_{k_i^{(m)} \rightarrow \infty} \frac{\sum_{j=1}^{k_i^{(m)}} \log p_{x_j}}{\sum_{j=1}^{k_i^{(m)}} \log r_{x_j}} = \lim_{k_i^{(m)} \rightarrow \infty} \frac{\sum_{j=1}^N F_{k_i^{(m)}}(x, j) \log p_j}{\sum_{j=1}^N F_{k_i^{(m)}}(x, j) \log r_j} \\ &= \lim_{k_i^{(m)} \rightarrow \infty} \frac{\sum_{j=1}^N \frac{F_{k_i^{(m)}}(x, j)}{k_i^{(m)}} \log p_j}{\sum_{j=1}^N \frac{F_{k_i^{(m)}}(x, j)}{k_i^{(m)}} \log r_j} = \frac{\sum_{i=1}^N p_i^{q_m} r_i^{\beta(q_m)} \log p_i}{\sum_{i=1}^N p_i^{q_m} r_i^{\beta(q_m)} \log r_i} = \alpha(q_m). \end{aligned}$$

所以

$$\liminf_k \frac{\log p(x | k)}{\log r(x | k)} \neq \limsup_k \frac{\log p(x | k)}{\log r(x | k)},$$

从而得 $\bigcup_{q_1, q_2 \in \mathbb{R}} W(q_1, q_2) \subset W$. 取 $q_2 = 0, q_1 < 0$, 则得

$$\dim_H(W) \geq \sup_{q_1 < 0} \frac{f(\alpha(q_1))}{s} = \frac{f(\alpha(0))}{s} = 1,$$

因此 $\dim_H(W) = 1$.

定理的证明 根据定理 B, 只要证明 $\dim_H(\Phi(W)) = \dim_H(A)$. 对于 $\forall \alpha = (\alpha_1 \alpha_2 \dots), \beta = (\beta_1 \beta_2 \dots) \in \Sigma_N, \forall z \in A$, 有

$$\Phi(\alpha) = \lim_n f_{\alpha_1} f_{\alpha_2} \dots f_{\alpha_n}(z), \quad \Phi(\beta) = \lim_n f_{\beta_1} f_{\beta_2} \dots f_{\beta_n}(z).$$

根据 d_R 的定义, 如果 $0 < k = \max\{i: \alpha_i = \beta_i\} < \infty$, 则 $d_R(\alpha, \beta) = r_{\alpha_1}^s r_{\alpha_2}^s \dots r_{\alpha_k}^s$, 令

$$x^{(1)} = \lim_n f_{\alpha_{k+1}} f_{\alpha_{k+2}} \dots f_{\alpha_n}(z) \text{ 和 } y^{(1)} = \lim_n f_{\beta_{k+1}} f_{\beta_{k+2}} \dots f_{\beta_n}(z),$$

则

$$d(\Phi(\alpha), \Phi(\beta)) = r_{\alpha_1} r_{\alpha_2} \dots r_{\alpha_k} d(x^{(1)}, y^{(1)}) \leq \text{diam}(A) d_R(\alpha, \beta)^{s^{-1}}.$$

设 $c = \inf\{d(x, y): x \in f_i(A), y \in f_j(A), i \neq j\}$, 则 $d(x^{(1)}, y^{(1)}) \geq c > 0$. 因此

$$d(\Phi(\alpha), \Phi(\beta)) = r_{\alpha_1} r_{\alpha_2} \dots r_{\alpha_k} d(x^{(1)}, y^{(1)}) \geq c d_R(\alpha, \beta)^{s^{-1}},$$

从而得 $\dim_H(\Phi(W)) = \dim_H(A)$.

值得指出的是: 利用引理 2 证明中的 $\bigcup_{q_1, q_2 \in \mathbb{R}} W(q_1, q_2)$, 可得

推论 1 在符号空间 (Σ_N, d_P) 中, d_P 是由概率向量 $P = (p_1, p_2, \dots, p_N)$ 定义的概率度量. 则有

$$\dim_H\{x \in \Sigma_N: x \text{ 关于每个符号 } i \text{ 的密度都不存在}\} = 1.$$

由此可得

推论 2 关于数的二进制表示, 我们有

$$\dim_H\{x \in [0, 1]: x \text{ 的二进制表示中 } 0 \text{ 的密度不存在}\} = 1.$$

参 考 文 献

- 1 Falconer K. Fractal Geometry. England: Wiley, 1990
- 2 Barnsley M F. Fractals Everywhere. New York: Academic Press, 1988

- 3 Cawley R, Mauldin R D. Multifractal decompositions of Moran Fractals. *Adv in Math*, 1992, 92: 196~ 236
- 4 Bandt C. Deterministic fractals and fractal measures. *Rendit Istit Mat Vniv Trieste*, 1993, 23(1): 1~ 40
- 5 Cajar H. Billingsley dimension in probability space. *Lect Notes in Math*, 1981, Vol 892

(1998-03-02 收稿, 1998-06-11 收修改稿)

Au_Pt_Ni/ p_InP 新的低欧姆接触电极

李秉臣 彭 晔 李建中

(中国科学院半导体研究所国家光电子工艺中心, 北京 100083)

摘要 用磁控溅射法淀积的非合金膜系 Au_Pt_Ni/p_InP ($1\sim 2\times 10^{18}\text{ cm}^{-3}$), 在 $400\text{ }^{\circ}\text{C}$ 30 s 的退火条件下, 实现了比接触电阻低达 $3\times 10^{-6}\text{ }\Omega\cdot\text{cm}^2$ 的欧姆接触. 对不同温度 ($300\sim 500\text{ }^{\circ}\text{C}$) 退火的 Au_Pt_Ni/p_InP 欧姆接触所做的 AES 深度剖面分析揭示了 Pt 膜层阻挡 Au 的内扩散和 InP 外扩散的作用.

关键词 磁控溅射 快速热退火 比接触电阻 AES 深度剖面分析

在 InP 化合物半导体器件制备过程中, p 型欧姆接触要比 n 型难做得多. 其原因一部分是由材料本身特性决定的, 空穴的有效质量要比电子的有效质量大得多, 势垒高度也比 n 型材料高 ($n\text{-InP}$ 的势垒高度 Φ_{bn} 为 0.4 eV, 而 $p\text{-InP}$ 的 Φ_{bp} 为 0.97 eV). 另一部分原因是制备欧姆接触工艺本身的问题. 现在比较常见的 Au_Zn, Au_Be 合金膜系^[1,3,4], Zn 不仅与 GaAs, InP 粘附性差, 而且由于 Zn 具有较高的蒸气压, 在 Au_Zn 蒸发过程中很难控制 Zn 的比例. Be 的蒸气压与 Au 差不多, 是很好的掺杂剂, 但它的缺点是具有毒性, 对人体有害. 另外 Au 是快扩散杂质, 合金退火时, Au 很容易扩散到 P_N 结内, 使结特性变坏.

Ti_Pt_Au 非合金膜系能较好地解决上述问题^[5], 但是它必须要求 p 型材料表面浓度大于 10^{19} cm^{-3} 时, 才具有低的比接触电阻 ($6\times 10^{-6}\text{ }\Omega\cdot\text{cm}^2$). 这一要求, 对 $p\text{-InP}$ 来说, 掺杂后的表面浓度很难达到 10^{19} cm^{-3} . 因此, 在一般情况下, Au_Pt_Ti/p_InP (表面浓度为 $5\times 10^{18}\text{ cm}^{-3}$ 时) 在比接触电阻只能是 $10^{-4}\text{ }\Omega\cdot\text{cm}^2$ 数量级.

本文所论述的是采用 Au_Pt_Ni/p_InP 非合金膜系. 在 $p\text{-InP}$ (掺 Zn, 掺杂浓度为 $1\sim 2\times 10^{18}\text{ cm}^{-3}$) 基片上, 进行了比接触电阻的试验研究, 并在实际的激光器制备中进行了 Au_Pt_Ni/p⁺InGaAsP/n_InP 的应用研究.

1 实验

实验研究所用的设备是美国 INNOTECH 公司生产的 VS_24C 多靶磁控溅射系统. Ni 靶、Au 靶的纯度为 99.999%, Pt 靶纯度为 99.99%.

首先对 $p\text{-InP}$ (掺 Zn, $1\sim 2\times 10^{18}\text{ cm}^{-3}$) 基片进行清洗, 然后制备 TLM 法 (传输线法) 测试图形. 接着用 $\text{HCl}:\text{H}_2\text{O}=1:5$ 溶液漂洗 30 s, 去除 Na^+ , K^+ 等金属离子的污染, 并用去离子水冲洗, 干 N_2 吹干.

为了做比较实验, 在镀膜前分别用两种方法去除自然氧化层, 一种方法用 Ar^+ 轰击清洗^[2]

<https://engine.scichina.com/doi/10.1360/csb1998-43-20-2162>