论文

旋涡流动中微液滴颗粒的滑移效应

解虎跃, 曹赟, 秦丰华*, 罗喜胜

中国科学技术大学近代力学系先进推进实验室, 合肥 230026

*联系人, E-mail: qfh@ustc.edu.cn

收稿日期: 2017-03-20; 接受日期: 2017-04-20; 网络出版日期: 2017-08-10

国家自然科学基金(编号: 21476221, 91544218)资助项目

摘要 本文利用改进的相间滑移矩方法, 数值研究了兰金涡在加入微液滴颗粒后的演变, 注重考察相间滑移效应的影响. 相间滑移矩方法分别考虑气相与液滴弥散相的运动过程, 通过颗粒分布函数各阶矩方程的源项来表达相间质量、动量与能量的传递, 从而实现气液两相间的速度滑移效应的模拟. 研究表明, 当向兰金涡中注入液滴微粒后, 兰金涡的结构会在液滴滑移效应的扰动下发生一系列的演化, 注入微粒的半径不同, 演化过程也不相同. 当注入微粒的半径较小时, 滑移效应较小, 微粒会在滑移效应下做离心运动, 最终在涡核外呈圆环状分布; 当注入微粒的半径足够大时, 滑移效应增强导致流动失稳, 涡核内产生负涡量, 在其作用下颗粒呈现“旋臂”结构而快速向外迁移. 最后, 本文考察了微液滴颗粒由于凝结增长对旋涡演化和滑移效应的影响, 发现微液滴的凝结增长导致更多的气相动量转移到液滴相, 使得微液滴与气相的滑移驰豫过程变短, 微液滴的跟随性增强, 从而使得微液滴与气相的平均滑移速度递减更快.

关键词 相间滑移, 兰金涡, 旋涡结构, 微液滴**PACS:** 47.20.Cq, 47.32.cd, 47.55.Ca

1 引言

旋涡流动是流体中最普遍存在的一种运动形式, 关于旋涡运动的研究也是流体力学中非常重要的一部分. 在研究旋涡运动时, 学者们采取了很多不同的介质和形式, 例如, Mougel等人^[1,2]以水为介质对自由表面旋转流动开展了一系列的实验与数值模拟研究. 在大气科学领域, 台风是一种典型的旋涡运动, 由于其强度高、范围广、破坏力强、结构多变, 一直是此领域的研究重点, 如Hendricks等人^[3]和Martinez等人^[4]对台

风的生命周期内的结构演化进行了详尽的数值研究, 为台风的预报与防治工作提出了理论指导. 在工业应用中, 无论是汽轮机^[5]还是天然气的旋流分离^[6], 都存在着旋涡流动. 因此, 研究不同条件下旋涡流动的结构演化具有十分重要的科学意义和应用价值.

旋涡流动中, 涡量较大的区域一般也是低温低压区域, 若存在水蒸气则常伴随凝结现象(同质或异质), 由此产生的微纳尺度颗粒又会影响流动, 含有微液滴的旋涡流动是个多尺度、多介质的复杂问题. 在考虑液滴微粒与气体相互作用的研究方面, Skillings和

引用格式: 解虎跃, 曹赟, 秦丰华, 等. 旋涡流动中微液滴颗粒的滑移效应. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2017, 47: 124702
Xie H Y, Cao Y, Qin F H, et al. The slip effect of micro-droplets in Rankine vortex (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2017, 47: 124702, doi: [10.1360/SSPMA2017-00075](https://doi.org/10.1360/SSPMA2017-00075)

Jackson^[7]在1987年首先采用拉格朗日法描述液滴微粒的运动,之后经过White和Young^[8]以及Mundinger^[9]、Prast^[10]的发展,此方法逐渐完善.采用拉格朗日方法一般需要巨大的计算量,相比之下采用欧拉方法来描述微粒运动所需计算量就要小很多.Wu等人^[11]和Dykas等人^[12]对汽轮机叶片附近的湿蒸气流动的研究,以及Dykas等人^[13]和Abadi等人^[14]对跨音速和超音速喷管中的湿蒸气流动研究都采用了欧拉方法,即把液滴微粒当作分布于承载气体中的弥散相,考虑微粒的对流扩散.Hulburt等人^[15]于1964年从经典力学角度引入了矩方法,并用此方法讨论湿蒸气中液滴的凝结增长问题.经过Hill^[16]、McGraw^[17]与Marchisio等人^[18]的发展,最终形成了基于矩方法的两相流模型,用于研究伴随液滴微粒生成与增长的湿蒸气流动.曹赞^[19]在此基础上建立了一套考虑了两相间质量、动量和能量交换的带相间滑移的矩方法.本文针对旋涡流动中的凝结问题,建立相对简单的模型以单独考察微小颗粒与气体间的相间滑移效应,以曹赞的带相间滑移的矩方法为基础推导控制方程,数值研究在相间滑移效应影响下微颗粒的迁移和旋涡流动的演化规律.

2 数值方法

2.1 改进的带滑移矩方法

当气体中含有大量的微米以下量级的微粒时,微粒会在气体中悬浮形成气溶胶.引入微液滴尺寸分布函数 $f(r, \mathbf{x}, t)$ 来描述微粒的大小、数量及其时空演化.这里假设微粒为球形,其半径为 r ; $\mathbf{x}$, t 分别是位置矢量和时间.微液滴尺寸分布函数 $f(r, \mathbf{x}, t)$ 表示 t 时刻在空间点 $\mathbf{x}$ 的邻域内半径为 r 的微液滴数目,即

$$n(\mathbf{x}, t) = \int_0^\infty f(r, \mathbf{x}, t) dr, \quad (1)$$

这里 $n(\mathbf{x}, t)$ 为微液滴数密度.进一步假设,微粒间没有碰并,微粒的体积相对于气体忽略不计,则微粒分布函数满足通用动力学方程

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r}(rf) + \frac{\partial}{\partial x_j}(u_{dj}f) = \delta(r)J, \quad (2)$$

其中 $\dot{r}$ 是液滴半径增长率, $\mathbf{u}_{dj}$ 是微粒弥散相的速度, J 是气溶胶中粒子的增加速率.本文为简化问题,不考虑凝结成核过程,而以直接向流动中注入粒子代替,因

此 J 也是注入粒子的速率,这里取常数 $3.4 \times 10^{20} \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-1}$.对上式两侧同乘以 r^k (k 为非负整数),并对 r 在整个尺寸空间积分得到

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_0^\infty r^k f dr + \int_0^\infty r^k \frac{\partial}{\partial r}(rf) dr + \frac{\partial}{\partial x_j} \int_0^\infty r^k u_{dj} f dr = (r^*)^k J, \quad (3)$$

注意到半径为零及无穷大的粒子,物理上都是不存在的,对应的分布函数为零;同时,根据Gyarmathy^[20]的液滴增长模型,引入液滴平均增长率 $\bar{r}$ 代替 $\dot{r}$,且平均增长率与半径无关,上式可改写为

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_0^\infty r^k f dr + \frac{\partial}{\partial x_j} u_{dj} \int_0^\infty r^k f dr = (r^*)^k J + k \bar{r} \int_0^\infty r^{k-1} f dr. \quad (4)$$

定义液滴尺寸分布函数对内部坐标 r 的 k 阶矩

$$M_k = \int_0^\infty r^k f \cdot dr, \quad (5)$$

则由(4)式可得矩方程

$$\frac{\partial}{\partial t} M_k + \frac{\partial}{\partial x_j} u_{dj} M_k = \delta(r) J \cdot r^k + k M_{k-1} \bar{r}, \quad (6)$$

各阶矩都具有直观的物理含义:零阶矩 M_0 表示单位体积内的微粒个数,一阶矩 M_1 表示单位体积内微粒半径之和,二阶矩 M_2 、三阶矩 M_3 分别与单位体积内微粒总表面积、总体积相关.

加入微液滴将直接增加微粒相总质量,假设液滴不可压缩,其增量可表示为

$$S_{m1} = \frac{4\pi}{3} \rho_p J \cdot r^3, \quad (7)$$

其中 ρ_p 是微液滴密度.而微液滴因为水蒸气凝结而增长则导致气相质量向微粒相迁移,交换率为

$$S_{m2} = 4\pi \rho_p M_2 \bar{r}. \quad (8)$$

动量、能量交换率则与质量交换率、两相间速度滑移相关,下文再详述.

2.2 控制方程

与经典矩方法将气体、微粒当作混合物不同,要考虑相间滑移的影响,控制方程则应包含三个部分:气相控制方程、微粒弥散相控制方程及矩方程.这些控制方程耦合在一起,两相间的相互作用通过源项实

现. 在二维无黏流动情况下, 忽略重力影响, 气相控制方程为

$$\frac{\partial \rho_g}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_g u_g)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_g v_g)}{\partial y} = S_1, \quad (9)$$

$$\frac{\partial \rho_g u_g}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_g u_g^2 + p_g)}{\partial x} + \frac{\partial \rho_g u_g v_g}{\partial y} = S_2, \quad (10)$$

$$\frac{\partial \rho_g v_g}{\partial t} + \frac{\partial \rho_g u_g v_g}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_g v_g^2 + p_g)}{\partial y} = S_3, \quad (11)$$

$$\frac{\partial \rho_g E_g}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_g E_g + p_g)u_g}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_g E_g + p_g)v_g}{\partial y} = S_4; \quad (12)$$

微粒弥散相控制方程为

$$\frac{\partial \rho_d}{\partial t} + \frac{\partial \rho_d u_d}{\partial x} + \frac{\partial \rho_d v_d}{\partial y} = S_5, \quad (13)$$

$$\frac{\partial \rho_d u_d}{\partial t} + \frac{\partial \rho_d u_d^2}{\partial x} + \frac{\partial \rho_d u_d v_d}{\partial y} = S_6, \quad (14)$$

$$\frac{\partial \rho_d v_d}{\partial t} + \frac{\partial \rho_d u_d v_d}{\partial x} + \frac{\partial \rho_d v_d^2}{\partial y} = S_7, \quad (15)$$

$$\frac{\partial \rho_d E_d}{\partial t} + \frac{\partial \rho_d E_d u_d}{\partial x} + \frac{\partial \rho_d E_d v_d}{\partial y} = S_8; \quad (16)$$

矩方程为

$$\frac{\partial M_2}{\partial t} + \frac{\partial M_2 u_d}{\partial x} + \frac{\partial M_2 v_d}{\partial y} = S_9, \quad (17)$$

$$\frac{\partial M_1}{\partial t} + \frac{\partial M_1 u_d}{\partial x} + \frac{\partial M_1 v_d}{\partial y} = S_{10}, \quad (18)$$

$$\frac{\partial M_0}{\partial t} + \frac{\partial M_0 u_d}{\partial x} + \frac{\partial M_0 v_d}{\partial y} = S_{11}, \quad (19)$$

$$\frac{\partial \rho_g \alpha}{\partial t} + \frac{\partial \rho_g u_g \alpha}{\partial x} + \frac{\partial \rho_g v_g \alpha}{\partial y} = S_{12}, \quad (20)$$

其中下标“g”和“d”分别表示气相(gas)和液滴微粒弥散相(droplet). ρ 表示密度, u 表示 x 方向速度, v 表示 y 方向速度, p 表示压强, E 表示总能量, α 表示气相中水蒸气的质量分数, S_1 – S_{12} 表示各方程的源项.

S_1 , S_{12} 均代表气体的质量源项, 本文不考虑凝结成核, 而仅考虑液滴增长过程, $S_1 = S_{12} = -S_{m2}$.

颗粒相源项 S_5 包含注入微液滴及液滴增长带来的

质量增量

$$S_5 = S_{m1} + S_{m2}. \quad (21)$$

动量源项 S_2 , S_3 , S_6 , S_7 包含相间滑移导致的黏性力和水蒸气相变带来的相间动量交换

$$S_2 = -S_6 = -f_x - S_{m2}u_d, \quad (22)$$

$$S_3 = -S_7 = -f_y - S_{m2}v_d, \quad (23)$$

其中 f_x 和 f_y 表示两相间由速度滑移带来的动量交换, 其表达式如下:

$$f_x = \rho_d \frac{u_g - u_d}{\tau_v} \frac{C_D Re_d}{24}, \quad (24)$$

$$f_y = \rho_d \frac{v_g - v_d}{\tau_v} \frac{C_D Re_d}{24}, \quad (25)$$

其中 Re_d 是微粒的平均相对雷诺数, 根据微粒的平均半径和两相的相对速度求得. C_D 是液滴微粒的平均阻力系数, 在此使用了Crowe^[21]给出的公式. τ_v 是微粒的平均动响应时间, 根据液滴微粒弥散相密度 ρ_d , 微粒平均半径 $\bar{r}$ 和气相黏性 μ 求得^[22]

$$\tau_v = \frac{2\rho_d \bar{r}^2}{9\mu}. \quad (26)$$

能量源项 S_4 , S_8 为相间滑移带来的能量交换、相间温度差带来的热传导

$$S_4 = -f_x u_d - f_y v_d - q - S_{m2}E_c', \quad (27)$$

$$S_8 = f_x u_d + f_y v_d + q + S_{m1}C_1 T_d + S_{m2}E_c, \quad (28)$$

其中 C_1 是液态水的比热, T_d 是液滴微粒的温度, q 是气相与液滴微粒弥散相间的热量交换

$$q = \rho_d C_1 \frac{T_g - T_d}{\tau_T} \frac{N_u}{2}, \quad (29)$$

其中 N_u 是努塞尔数, τ_T 是根据液滴平均半径和气相热传导系数 k_g 求得的传热响应时间^[22]

$$\tau_T = \frac{C_p \rho_d \bar{r}^2}{3k_g}. \quad (30)$$

E_c 和 E_c' 为液滴增长过程中由于凝结带来的能量变化, 其表达式如下:

$$E_c' = C_{pv} T_w - L(T_w) + \frac{1}{2}(u_d^2 + v_d^2), \quad (31)$$

$$E_c = C_l T_w + \frac{1}{2}(u_d^2 + v_d^2), \quad (32)$$

其中 T_w 为液滴的湿球温度^[23], 是液滴表面新形成液膜的温度. $L(T_w)$ 为在此温度下凝结释放的潜热.

矩方程源项 S_9, S_{10}, S_{11} 可由矩方程(17)–(19)式得到

$$S_9 = J \cdot r^2 + 2M_1 \vec{r}, \quad (33)$$

$$S_{10} = J \cdot r + M_0 \vec{r}, \quad (34)$$

$$S_{11} = J. \quad (35)$$

联立求解(9)式–(20)式, 数值求解基于Sun^[24]的VAS2D程序实现.

3 数值结果与讨论

本文采用兰金涡模型模拟旋涡流动, 初始一段时间内在涡核注入粒子. 兰金涡是一种数值计算中常用的二维简化离散涡模型, 可以看作涡核和二维位势涡的组合. 在旋涡中心, 速度为0, 在涡核内, 速度线性增长. 这一特点与黏性流体涡核相同, 但兰金涡在本质上仍是无黏旋涡模型, 并未涉及黏性效应. 兰金涡中周向速度

$$v_r = \begin{cases} \Omega r, & r \leq a, \\ \frac{\Omega a^2}{r}, & r > a, \end{cases} \quad (36)$$

流体为氮气, 涡核半径 a 为4 cm, 转动角速度 Ω 设置为 6000 s^{-1} .

计算域为一个半径100 cm的圆, 涡核位于计算域中心. 计算网格如图1所示, 涡核内部为四边形非结构网格, 外部为四边形结构网格, 最小网格边长为0.1 mm. 计算域半径远大于涡核半径, 所以边界条件的影响可以忽略. 远场压强和温度分别设为100 kPa和298 K, 旋涡中流体密度、压强和温度根据参照Bagai和Leishman^[25]的方法由速度分布计算得到. 计算时首先赋值一个稳定的旋涡流场, 而后在涡核区域加入一定半径(分别为20, 100或200 nm)的液滴微粒(粒子注入速率为 $3.4 \times 10^{20} \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-1}$), 持续1 ms, 并观察流场的演变.

3.1 液滴微粒分布

为了表征液滴微粒的分布特征, 引入平均分布半径

$$R_{\text{ave}} = \frac{\int_0^L n_d r^2 dr}{\int_0^L n_d r dr}, \quad (37)$$

其中 $n_d = M_0$ 是微液滴的数密度, 也可以通过颗粒相密度 ρ_d 计算得到. 图2给出了不同尺度微液滴的平均分布半径随时间的变化关系, 作为对照, 微液滴在涡

图1 兰金涡算例网格示意图

Figure 1 The initial mesh for the computation of the Rankine vortex.

图2 (网络版彩图)不同半径的微液滴平均分布半径随时间的变化

Figure 2 (Color online) The variation of the average distribution radius of the liquid phase with time.

核内均匀分布时的平均分布半径 $R_{\text{ave, uni}} = 2a/3$ 也在图中给出. 从图中可以看到, 微液滴的迁移过程可以大致分为三个阶段.

(1) 添加粒子阶段($t \leq 1$ ms): 也是粒子起动的阶段. 新添加的粒子处于静止状态, 会直接降低之前加入的已经起动的粒子的运动速度, 这种扰动导致平均分布半径存在振荡, 且半径越大的粒子产生的振荡越明显.

(2) 涡核区发展阶段: 停止添加粒子之后的一段时间之内, 平均分布半径几乎不变, 且大致与均匀分布情形相当, 这表明粒子主要位于涡核区域内. 半径较小的粒子将会一直处于这一阶段, 平均分布半径仅略有增加; 而较大的粒子则在很短的时间内($t < 3$ ms)进入下一阶段.

(3) 向外扩散阶段: 半径较大的微液滴快速向外扩散, 且液滴微粒半径越大, 扩散的范围也越大. 最终, 微液滴向外迁移的趋势变得平缓. 同时, 也可以看到其平均分布半径已经显著大于初始分布半径, 表明大部分微液滴已经逸出涡核.

平均分布半径能反映微液滴分布的整体特征, 为了观察其细节特征, 考察了加入微液滴后典型时刻的微液滴数密度 n_d (图3). 在 $t=1$ ms即停止添加微液滴时, 微液滴均分布于涡核区域, 且半径越大其密度越大. 这是由于加入微液滴后, 微液滴与气体之间的相互作用导致兰金涡逐渐耗散, 使得涡核内涡量变小、密度升高. 微液滴半径越大, 兰金涡耗散越快, 涡核内气体密度越高(1 ms时涡核内最小密度依次是0.68, 0.76, 0.89 kg/m³), 导致更多的微液滴添加到流场中(液滴注入速率是单位质量的气体单位时间内注入涡核的颗

粒数), 进一步使涡核耗散更快. 这一正反馈使得3种情形下1 ms时涡核中心区域的数密度分别为每立方米 1.13×10^{17} , 1.27×10^{17} 和 1.55×10^{17} .

进一步发展时, 如前所述, 半径较小的微液滴始终位于涡核区域. 同时, 微液滴在离心作用下逐渐向外运动, 集聚于涡核外缘, 涡核内部数密度逐步变小. 在整个过程中, 微液滴在圆周方向始终均匀分布. 但对于半径较大的颗粒, 尽管在第二阶段仍然处于涡核区域, 其分布在圆周方向却不再均匀, 微液滴不再集聚于涡核外缘, 而是在局部集中形成四“旋臂”结构. “旋臂”在旋转过程中, 将微液滴逐渐甩离旋涡; 这种结构存在的时间正对应于微液滴快速向外扩散的阶段. 液滴半径越大, “旋臂”结构维持的时间就越长, 液滴向外扩散的范围也越广. 随着旋臂结构的消失, 微液滴扩散变得平缓, 其分布逐渐呈现出圆环状分布, 在圆周方向恢复均匀性.

3.2 液滴微粒的平均滑移速度

微液滴的迁移并不完全跟随气体运动, 表现出明显的滑移效应. 为了更加直观地分析液滴微粒与气相之间的滑移效应, 引入平均滑移速度

$$\Delta V = \frac{\int_0^L n_d r (|u_g| - |u_d|) dr}{\int_0^L n_d r dr}, \quad (38)$$

这里只考虑速度大小. 图4为加入液滴微粒后不同半径液滴微粒的平均滑移速度随时间的变化图, 虚线为停止添加微粒的时刻. 从图中可以看出, 在添加微液

图3 (网络版彩图)加入液滴微粒后不同时刻旋涡流场的液滴微粒数密度分布图

Figure 3 (Color online) The number density distribution of the liquid droplets at different times after the injection of particles.

图4 (网络版彩图)微液滴半径不同时平均滑移速度随时间的变化

Figure 4 (Color online) Comparison of the mean slip velocity with different droplet radii.

滴阶段,新加入的粒子为静止状态,这导致了极大的滑移速度,且粒子半径越大引起的滑移速度也越大(大粒子的弛豫需要更长时间).随着粒子加速,滑移速度迅速下降.停止添加粒子后,粒子半径较小的情形,滑移速度继续单调地下降到较小的幅度并保持稳定;而粒子半径较大的情形,平均滑移速度并不单调降低,而是在第二阶段出现极小值,之后微液滴分布出现“旋臂”结构,相应地,平均滑移速度变大,这表明涡核内的流动也发生了较大的变化,以致较大的颗粒难以继续跟随.随着旋臂结构的消失,粒子迁移进入第三阶段,滑移速度略有下降,大致保持稳定.从最终稳定状态看,微液滴半径越大,对流动的扰动就越强,跟随性越差,平均滑移速度也越大.

3.3 液滴微粒分布与流场结构演化的关系

尺度不同的颗粒迁移呈现出不同的特征,相间滑移本身是一方面,相间滑移效应导致流动结构发生本质改变,进而进一步影响颗粒分布,则是另一方面.相间滑移对流动来说也是一类扰动,含颗粒的兰金涡在涡核边缘附近涡量有极值,根据Rayleigh拐点定理可知^[26],流场是可能失稳的.如图5所示,当微液滴半径较小时(20 nm),相间滑移效应相对较弱,流动是稳定的,微液滴在周向保持均匀分布,在径向由于滑移效应应有一定程度的集聚;当液滴半径增大后,液滴分布出现“旋臂”结构之前,如 $t = 2$ ms时,受滑移效应的影响流动已经开始失稳,涡量在周向局部集中,进而出现了

图5 (网络版彩图)加入液滴微粒后不同时刻的涡量云图. (a) 2 ms; (b) 3 ms

Figure 5 (Color online) The vorticity distribution of the gas phase at different time after the injection of particles. (a) 2 ms; (b) 3 ms.

负涡量.正负涡量相间分布,在其诱导下微液滴局部集中,形成“旋臂”结构,将液滴快速迁移到涡核之外.

3.4 液滴微粒增长过程及其对滑移效应的影响

前述讨论中微液滴大小不变,液滴凝结增长时与流动的相互作用也可以应用本文的矩方法加以分析.下面以向旋涡中注入半径为20 nm的微液滴情况为例做详细说明.图6所示为不同时刻流场中微液滴平均半径 $R_p = M_1 / M_0$ 在径向的分布曲线.可以看出,微液滴在向外运动的同时,半径也在不断地增长,并且外围的微液滴半径增长远大于内部的微液滴,在40 ms后最大半径可达650 nm.这是因为涡核内部水蒸气含量有限,只有初始加入的微液滴才会增长,这部分液滴因为尺寸变大而被甩离涡核区域;随后注入的微液滴因水蒸气饱和度降低而不再增长,故而涡核内部的微液滴半径几乎不变;而涡核外围的微液滴在向外运动的过程中,一直能够获得外围充足的水蒸气维持其增长,所以微液滴半径增长十分明显.

微液滴凝结增长受到注入时间、液滴迁移、局部饱和度等多种因素影响,其半径不再是均匀分布.因此除了平均半径以外,微液滴半径散布程度也是液滴分布的重要信息,借由本文方法得到的各阶矩可以对此进行分析.引入液滴半径分布离散度 σ 来表征微液滴半径分布的范围

$$\sigma = \log \left(\frac{M_2 \cdot M_0}{M_1^2} \right). \quad (39)$$

图6 (网络版彩图)不同时刻微液滴平均半径沿径向的分布
Figure 6 (Color online) Comparison of the mean radii radial distribution at different time.

微液滴半径完全均匀时 $\sigma = 0$, 半径分布范围越广 σ 越大. 图7给出了不同时刻 σ 的分布云图. 从图中可以看出涡核区域 $\sigma = 0$, 表明涡核内的水蒸气因为初始阶段的凝结而很快消耗完毕, 后续注入的微液滴不再增长, 仍然维持均匀分布; 而且, 该区域随时间越来越大. 在涡核边缘, 微液滴凝结增长, 同时又包含从涡核区域迁移而来的液滴, 故而其半径分布离散度较大; 随着增长变大的微液滴向外迁移, 以及外围液滴持续凝结增长, 微液滴半径呈不均匀分布的范围也在扩大. 这种微液滴半径分布不均匀的现象, 使得其迁移过程变得更加复杂.

图8为向旋涡中注入半径为20 nm的微液滴后考虑液滴增长和不考虑液滴增长的情况下, 微液滴颗粒的平均滑移速度随时间变化的曲线. 从图中可以看出, 当考虑微液滴的凝结增长以后, 微液滴与气相的平均滑移速度递减更快. 这是因为气态的水蒸气在微液滴表面凝结变成液态水, 同时伴随着动量从气相到微液滴的转移过程. 这一过程使得微液滴与气相的滑移驰豫过程变短, 增强了微液滴的跟随性.

需要指出的是, 本文是在二维情形下进行的模拟. 在真实三维流动如台风中, 涡核区域内的水蒸气有可能得到补充, 则微液滴将会持续增长, 进而迁移到涡核之外. 这个过程中, 流体动量、动能随之向外扩散, 同时涡核漩涡强度也会随之减弱, 这种特征在实际生活中有其应用价值.

图7 (网络版彩图)不同时刻微液滴半径分布离散度 σ 的分布云图

Figure 7 (Color online) The dispersion of the size distribution of droplets at different times.

图8 (网络版彩图)液滴增长对平均滑移速度随时间变化的影响

Figure 8 (Color online) Comparison of the mean slip velocity with/without considering the growth of droplets.

4 结论

本文利用带相间滑移的矩方法对含有液滴颗粒的旋涡流动进行了研究, 获得了在不同半径的液滴微粒作用下旋涡流动的演变过程, 并对其原因进行了分析. 研究表明, 当含有的液滴微粒半径较小时, 液滴微粒滑移效应较小, 旋涡流动不会发生明显的结构变化, 液滴颗粒在周向均匀分布, 在径向向涡核边缘集聚. 当含有的液滴微粒半径较大时, 液滴微粒滑移效应较大, 在流场中诱导产生了负涡量, 正负涡量的相互作用使得旋涡流动发生了比较明显的结构变化, 最终正负涡量相互融合, 流场逐渐恢复与初始流场相似的结构. 与此同时, 液滴颗粒也并没有在一开始直接被甩离旋涡, 而是逐渐向涡量分布平滑, 流场比较

稳定的涡核中心区域聚集, 并形成“旋臂”结构, 最后在涡量融合的过程中逐渐被甩离旋涡. 此外, 注入的液滴颗粒半径越大, 旋涡从扰动发生到结构回复稳定所需的驰豫时间越长, 液滴微粒的平均分布半径和平均滑移速度也越大.

值得指出的是本文发展的矩方法可以模拟可压缩流动中由于水蒸气凝结产生的液滴运动, 不仅可以

考虑强烈非定常或剪切流动下的相间滑移效应, 而且可以给出液滴的演变特征, 包括液滴尺寸分布、微液滴增长对平均滑移速度的影响等. 初步结果表明, 当考虑微液滴的凝结增长以后, 凝结导致的额外动量转移使得微液滴与气相的滑移驰豫过程变短, 增强了微液滴的跟随性, 使得微液滴与气相的平均滑移速度递减更快.

参考文献

- Mougel J, Fabre D, Lacaze L. Waves and instabilities in rotating free surface flows. *Mech Ind*, 2014, 15: 107–112
- Tophøj L, Mougel J, Bohr T, et al. Rotating polygon instability of a swirling free surface flow. *Phys Rev Lett*, 2013, 110: 194502
- Hendricks E A, Schubert W H, Taft R K, et al. Life cycles of hurricane-like vorticity rings. *J Atmos Sci*, 2009, 66: 705–722
- Martinez Y, Brunet G, Yau M K. On the dynamics of two-dimensional hurricane-like concentric rings vortex formation. *J Atmos Sci*, 2010, 67: 3253–3268
- Wang H P, Olson S J, Goldstein R J, et al. Flow visualization in a linear turbine cascade of high performance turbine blades. In: Proceedings of ASME 1995 International Gas Turbine and Aeroengine Congress and Exposition. Houston: International Gas Turbine Institute, 1995
- Haghighi M, Hawboldt K A, Abedinzadegan Abdi M. Supersonic gas separators: Review of latest developments. *J Nat Gas Sci Eng*, 2015, 27: 109–121
- Skillings S A, Jackson R. A robust ‘time-marching’ solver for one-dimensional nucleating steam flows. *Int J Heat Fluid Flow*, 1987, 8: 139–144
- White A J, Young J B. Time-marching method for the prediction of two-dimensional, unsteadyflows of condensing steam. *J Propul Power*, 1993, 9: 579–587
- Mundinger G. Numerische Simulation instationärer Lavalströmungen mit Energiezufuhr durch homogene Kondensation. Dissertation for Doctoral Degree. Karlsruhe: Universität Karlsruhe, 1994
- Prast B. Numerical Modelling of Condensation Processes in Laval Nozzle Flows. Dissertation for Doctoral Degree. Eindhoven: Eindhoven University of Technology, 1999
- Wu X, Li L, Li G, et al. Numerical simulation of wet steam condensing flow based on a two-fluid mode. In: Challenges of Power Engineering and Environment. Berlin: Springer, 2007. 1331–1336
- Dykas S, Wróblewski W. Two-fluid model for prediction of wet steam transonic flow. *Int J Heat Mass Transfer*, 2013, 60: 88–94
- Dykas S, Wróblewski W. Single-and two-fluid models for steam condensing flow modeling. *Int J Multiphas Flow*, 2011, 37: 1245–1253
- Abadi S M A N R, Kouhikamali R, Atashkari K. Two-fluid model for simulation of supersonic flow of wet steam within high-pressure nozzles. *Int J Thermal Sci*, 2015, 96: 173–182
- Hulburt H M, Katz S. Some problems in particle technology. *Chem Eng Sci*, 1964, 19: 555–574
- Hill P G. Condensation of water vapour during supersonic expansion in nozzles. *J Fluid Mech*, 1966, 25: 593–620
- McGraw R. Description of aerosol dynamics by the quadrature method of moments. *Aerosol Sci Tech*, 1997, 27: 255–265
- Marchisio D L, Fox R O. Solution of population balance equations using the direct quadrature method of moments. *J Aerosol Sci*, 2005, 36: 43–73
- Cao Y. On Method of Moments for Condensation Flow and Its Applications (in Chinese). Dissertation for Doctoral Degree. Hefei: University of Science and Technology of China, 2016 [曹贇. 伴随凝结流动的矩方法与应用. 博士学位论文. 合肥: 中国科学技术大学, 2016]
- Gyarmathy G. The spherical droplet in gaseous carrier streams: Review and synthesis. *Multiphas Sci Technol*, 1982, 1: 99–279
- Crowe C T. Drag coefficient of particles in a rocket nozzle. *AIAA J*, 1967, 5: 1021–1022
- Luo X, Wang G, Olivier H. Parametric investigation of particle acceleration in high enthalpy conical nozzle flows for coating applications. *Shock Waves*, 2008, 17: 351–362
- Luo X. Unsteady Flows with Phase Transition. Dissertation for Doctoral Degree. Eindhoven: Eindhoven University of Technology, 2004
- Sun M. Numerical and Experimental Studies of Shock Wave Interaction with Bodies. Dissertation for Doctoral Degree. Sendai: Tohoku University, 1998
- Bagai A, Leishman J G. Flow visualization of compressible vortex structures using density gradient techniques. *Exp Fluids*, 1993, 15: 431–442
- Wu J Z, Ma H Y, Zhou M D. Vorticity and Vortex Dynamics. Berlin: Springer, 2006. 469–472

The slip effect of micro-droplets in Rankine vortex

XIE HuYue, CAO Yun, QIN FengHua^{*} & LUO XiSheng

Advanced Propulsion Laboratory, Department of Modern Mechanics, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China

The method of moments with interphase slip is simplified to numerically study the interaction between nanoscale droplets and gas flow in a Rankine vortex. In the method, the flow of gas phase and the moments of the droplets size distribution are calculated respectively and the transfers of momentum and heat between the gas and the droplets which are expressed by the moments are introduced into the governing equations as the source terms. In this way, the velocity slip between the gas phase and the droplet phase is captured by the present method. Then, the method is used to simulate the flow of Rankine vortex where the water droplets with constant radius are injected into the vortex core. The results show that the vortex is disturbed and the droplets move outward due to the effect of the velocity slip between the phases. The larger the droplet radius, the stronger the velocity slip effect. When the radius of the injected droplets is small, the vortex keeps stable and the droplets aggregate as a ring outside the core of the vortex. When the droplets radii are large enough, the vortex is not stable any more due to the strong slip effect and negative vorticity is induced in the core of the vortex. The droplets form a swing arm and spiral out of the vortex. At last, the effects of the growth of droplets on the vortex evolution and interphase slip are also investigated. The grown droplets spiral out and the position of maximum mean radius also moves outward with time. In the vortex core, condensation stops after a short time because no more vapor is supplied. With the growing process, more momentum is transferred from the gas phase to the droplets and the slip velocity between droplets and gas vanishes more quickly.

interphase slip, Rankine vortex, structure of vortex, water droplet

PACS: 47.20.Cq, 47.32.cd, 47.55.Ca

doi: [10.1360/SSPMA2017-00075](https://doi.org/10.1360/SSPMA2017-00075)