具有松动约束悬臂输液管的三维非线性振动

王乙坤^{1,2}, 倪樵^{1,2}, 王琳^{1,2*}, 严浩^{1,2}, 罗杨阳^{1,2}

1. 华中科技大学力学系, 武汉 430074;

2. 工程结构分析与安全评定湖北省重点实验室, 武汉 430074

* 联系人, E-mail: wanglindds@hust.edu.cn

2017-03-10 收稿, 2017-04-27 修回, 2017-04-28 接受, 2017-09-20 网络版发表

国家自然科学基金(11172109, 11672115, 11622216)资助

摘要 输液管动力学是流固耦合振动力学研究的重要问题之一. 悬臂输液管的二维平面振动已经得到较多的研究, 但其三维非平面振动, 特别是在非线性碰撞约束力下的动力学问题, 已有的工作还很少. 考虑松动约束及其摩擦力对悬臂输液管的三维非线性振动的影响, 建立了系统的非平面动力学控制方程. 基于Galerkin法离散后的动力学方程组, 研究了内流激励下悬臂管与松动约束的碰撞振动问题, 着重分析了输液管在两个垂直坐标方向上的非线性振动行为, 以及摩擦系数的大小对管道动力学行为的影响. 研究表明, 松动约束产生的碰撞力可使管道的动态响应行为发生很大变化, 在某些流速情形下管道可出现三维概周期运动, 流速对管道发生二维周期运动所在平面的方位也有较大影响. 对较小的内流速度, 管道与约束间的摩擦力对其动力学响应影响较小; 对较大的内流速度, 摩擦力对管道平面运动的轨迹有一定影响.

关键词 输液管, 三维非线性振动, 碰撞动力学, 摩擦, 分岔, 平面运动, 非平面运动

输液管的振动与稳定性问题一直是核工业、石油化工、海洋工程等领域的研究热点. 究其原因, 不仅因为这一动力学系统具有广阔的工程应用背景, 而且还富有很高的理论研究价值^[1~3]. 国际流固耦合动力学研究领域的著名学者Paidoussis教授曾指出, 输液管振动问题已成为动力学研究领域的范例, 其研究成果对应用力学、特别是对于流固耦合力学的发展具有很好的理论辐射意义^[3]. 根据边界条件的不同, 细长输液管模型大体可以划分为悬臂梁、两端简支梁和两端固支梁模型等. 在工程实际中, 输液管通常会受到外界的柔性或刚性约束, 以提高系统的稳定性^[4,5]. 在某些情况下, 这些外界约束可能会出现松动、甚至失效; 在输液管内部流体的激励下, 管道可能出现振动并与这些约束发生碰撞. 显而易见, 若管道长时间受到碰撞力作用, 其寿命会随之缩短.

具有线性或者非线性弹簧约束输液管的二维和三维动力学问题已经有较多研究成果^[6~10]. 在这些研究工作中, 约束力持续地作用在管道上, 其作用力大小一般与管道的动位移有关. 对于含有松动约束的悬臂输液管振动问题, Paidoussis等人^[11]对比了立方非线性弹簧和三线性弹簧的力学行为, 提出采用三线性弹簧来模拟松动约束碰撞力的模型, 理论预测结果与实验结果吻合较好. 在三线性碰撞模型中, 当管道位移小于管与约束间的间隙时, 管道不会受到碰撞力; 只有当管道位移大于间隙时, 碰撞力才会作用在管道上. 还应指出的是, Paidoussis的理论分析和实验测试都将管道限制在面内运动^[11]. Hassan等人^[12,13]还利用一次分段线性弹簧来模拟碰撞力, 考虑了碰撞过程中的阻尼力和摩擦力的影响, 其数值结果较好地模拟了刚性碰撞的情形, 并与前人计算

引用格式: 王乙坤, 倪樵, 王琳, 等. 具有松动约束悬臂输液管的三维非线性振动. 科学通报, 2017, 62: 4270–4277

Wang Y K, Ni Q, Wang L, et al. Three-dimensional nonlinear dynamics of a cantilevered pipe conveying fluid subjected to loose constraints (in Chinese). Chin Sci Bull, 2017, 62: 4270–4277, doi: 10.1360/N972017-00277

的结果相吻合.

以上关于输液管在松动约束下的理论分析模型,均假定管道在某一平面内运动,而目前关于输液管三维碰撞动力学方面的研究工作还值得进一步探究.工程中的输液管道,在松动约束作用下的碰撞动力学行为比二维运动的情形更加复杂,可能存有三维的动态响应,即非平面运动.随着管道内流体流速的变化,这类管道系统还可能出现其他形式的复杂动力学行为(如概周期、混沌运动等).本文结合三线性弹簧模型的特性,计入管道与松动约束在碰撞过程中的摩擦力影响,研究了悬臂输液管的三维非线性动力学,主要控制参数是管内的流体速度.

1 理论模型

考虑如图1所示的悬臂输液管模型.管道总长度为 L , x 为沿管道长度方向的位置坐标, x_b 为松动约束在管道上的位置, $y(x,t)$ 和 $z(x,t)$ 分别为管道在 y 方向和 z 方向上的横向位移, y_b 为 y 方向松动约束与管道间的间隙.管道在 z 方向受到的外载荷只有碰撞时来自约束板的摩擦力.输液管固体材料的弹性模量为 E , 密度为 ρ_p , 外径为 r_o , 内径为 r_i , 管道单位长度的质量为 $m = \rho_p \pi (r_o^2 - r_i^2) / 4$; 管内流体的密度为 ρ_f , 管内单位

长度流体的质量为 $M = \rho_f \pi r_i^2 / 4$, 流体的速度为 U ; 重力加速度为 g . 利用内部流体不可压缩假设、欧拉-伯努利梁假设以及梁的轴线不可伸长假设, 具有松动约束输液管的三维非线性微分方程组经无量纲化之后可表示为

图1 具有松动约束的三维输液管系统. (a) 系统的三维示意图; (b) 松动约束处的横截面图

Figure 1 The system of a 3-D cantilevered pipe with loose constraints. (a) The 3-D diagram of the system; (b) the diagram of the cross section at the loose constraints

(1) η 方向(xoy 平面)控制方程:

$$\begin{aligned} & \ddot{\eta} + 2u\sqrt{\beta}\dot{\eta}' + \eta'''' + u^2\eta'' - \gamma(1-\xi)\eta'' + \gamma\eta' + 2u\sqrt{\beta}[\eta'^2\dot{\eta}' + \eta'\zeta'\zeta'] + u^2[\eta'^2\eta'' + \eta'\zeta'\zeta''] \\ & - \gamma(1-\xi)\left(\frac{3}{2}\eta'^2\eta'' + \frac{1}{2}\eta''\zeta'^2 + \eta'\zeta'\zeta''\right) - \frac{1}{2}\gamma\eta'^3 + 3\eta'\eta''\eta''' + \eta''^3 - \frac{1}{2}\gamma\eta'\zeta'^2 + 3\eta'\zeta'\zeta''' + \eta''\zeta''^2 \\ & + \eta'\int_0^\xi \left(\dot{\eta}'^2 - 2u\sqrt{\beta}\dot{\eta}'\eta'' - \eta'\eta'''[u^2 - \gamma(1-\xi)] + \eta''\eta'''' \right. \\ & \left. + \dot{\zeta}'^2 - 2u\sqrt{\beta}\dot{\zeta}'\zeta'' - \zeta'\zeta'''[u^2 - \gamma(1-\xi)] + \zeta''\zeta'''' \right) d\xi \\ & - \eta''\int_\xi^1 \left(\dot{\eta}'^2 - 2u\sqrt{\beta}\dot{\eta}'\eta'' - \eta'\eta'''[u^2 - \gamma(1-\xi)] + \eta''\eta'''' \right. \\ & \left. + \dot{\zeta}'^2 - 2u\sqrt{\beta}\dot{\zeta}'\zeta'' - \zeta'\zeta'''[u^2 - \gamma(1-\xi)] + \zeta''\zeta'''' \right) d\xi d\xi \\ & - \eta''\int_\xi^1 \left[-\gamma\eta'^2 + 2u\sqrt{\beta}\dot{\eta}'\eta' + u^2\eta'\eta'' + \eta''\eta''' \right] d\xi + f_\eta^{\text{imp}}\delta(\xi - \xi_b) = 0. \end{aligned} \quad (1)$$

(2) ζ 方向(xoz 平面)控制方程:

$$\begin{aligned} & \ddot{\zeta} + 2u\sqrt{\beta}\dot{\zeta}' + \zeta'''' + u^2\zeta'' - \gamma\zeta''(1-\xi) + \gamma\zeta' + 2u\sqrt{\beta}[\zeta'^2\dot{\zeta}' + \zeta'\eta'\dot{\eta}'] + u^2[\zeta'^2\zeta'' + \zeta'\eta'\eta''] \\ & - \gamma(1-\xi)\left(\frac{3}{2}\zeta'^2\zeta'' + \frac{1}{2}\zeta''\eta'^2 + \zeta'\eta'\eta''\right) - \frac{1}{2}\gamma\zeta'^3 + 3\zeta'\zeta''\zeta''' + \zeta''^3 - \frac{1}{2}\gamma\zeta'\eta'^2 + 3\zeta'\eta'\eta'' + \zeta''\eta''^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \zeta' \int_0^\xi \left[\dot{\zeta}'^2 - 2u\sqrt{\beta}\zeta'\dot{\zeta}'' - \zeta'\zeta'''[u^2 - \gamma(1-\xi)] + \zeta''\zeta'''' \right] d\xi \\
 & + \eta' \int_0^\xi \left[\dot{\eta}'^2 - 2u\sqrt{\beta}\eta'\dot{\eta}'' - \eta'\eta'''[u^2 - \gamma(1-\xi)] + \eta''\eta'''' \right] d\xi \\
 & - \zeta'' \int_\xi^1 \int_0^\xi \left[\dot{\zeta}'^2 - 2u\sqrt{\beta}\zeta'\dot{\zeta}'' - \zeta'\zeta'''[u^2 - \gamma(1-\xi)] + \zeta''\zeta'''' \right] d\xi d\xi \\
 & + \eta' \int_\xi^1 \int_0^\xi \left[\dot{\eta}'^2 - 2u\sqrt{\beta}\eta'\dot{\eta}'' - \eta'\eta'''[u^2 - \gamma(1-\xi)] + \eta''\eta'''' \right] d\xi d\xi \\
 & - \zeta'' \int_\xi^1 \left[-\gamma\dot{\zeta}'^2 + 2u\sqrt{\beta}\zeta'\dot{\zeta}'' + u^2\zeta'\zeta'' + \zeta''\zeta''' \right] d\xi + f_\xi^\mu \delta(\xi - \xi_b) = 0.
 \end{aligned} \quad (2)$$

其中,无量纲参数包括: $\xi=x/L$, $\xi_b=x_b/L$, $\eta=y/L$, $\zeta=z/L$, $\tau=\sqrt{EI/(m+M)} \cdot t/L^2$, $u=\sqrt{M/EI} \cdot LU$, $\beta=M/(m+M)$, $\gamma=(m+M)/EI \cdot L^3 g$. 上式中 δ 为Dirac函数; f_η^{imp} 和 f_ξ^μ 分别为管道在 η 方向和 ζ 方向上受到的无量纲碰撞力和摩擦力. 碰撞力可写成如下形式^[11]:

$$f_\eta^{\text{imp}} = k \left[\eta - \frac{1}{2} (|\eta + \eta_b| - |\eta - \eta_b|) \right]^3, \quad (3)$$

式中, k 为碰撞力刚度系数; η_b 为输液管与约束板之间的间隔 ($\eta_b=y_b/L$). 当 $\eta < \eta_b$ 时, 管道与约束之间无碰撞, 即无碰撞力产生; 当 $\eta \geq \eta_b$ 时, 管道与约束之间有碰撞, 碰撞力可由式(3)计算求得. 在本文中, 管道只在 η 方向上有松动约束, 在 ζ 方向上没有约束; 在管道运动过程中, 当出现碰撞力时, 管道在 ζ 方向上与约束之间可能存在相对滑动, 从而产生摩擦力. 基于胡克定律, 这种摩擦力可以表达为^[12]

$$f_\xi^\mu = \begin{cases} -\text{sign}(\dot{\zeta}) \cdot |\dot{\zeta}| / \dot{\zeta}_0 \cdot \mu_f f_\eta^i, & \dot{\zeta} \leq \dot{\zeta}_0, \\ -\text{sign}(\dot{\zeta}) \mu_f f_\eta^i, & \dot{\zeta} > \dot{\zeta}_0, \end{cases} \quad (4)$$

其中 $\dot{\zeta}$ 为输液管在 ζ 方向上的速度, $\dot{\zeta}_0$ 是用来判断系统是受到静摩擦力还是动摩擦力的临界速度, μ_f 是动摩擦系数. 当 $\dot{\zeta} < \dot{\zeta}_0$ 时, 可认为在 ζ 方向上输液管与约束之间相对静止, 二者之间是静摩擦, 摩擦力的方向与管道运动方向相反, 大小与管道的运动速度成正比; 当 $\dot{\zeta} \geq \dot{\zeta}_0$ 时, 输液管与约束之间在 ζ 方向上存在相对滑动, 二者之间有动摩擦, 摩擦力的方向与管道运动方向相反, 大小为碰撞力与动摩擦系数的乘积.

对本文所考虑的输液管模型, 采用悬臂梁的无量纲边界条件:

$$\eta(0, t) = 0, \quad \eta'(0, t) = 0, \quad \eta''(1, t) = 0, \quad \eta'''(1, t) = 0, \quad (5)$$

$$\zeta(0, t) = 0, \quad \zeta'(0, t) = 0, \quad \zeta''(1, t) = 0, \quad \zeta'''(1, t) = 0. \quad (6)$$

2 方程的离散化

下面借助Galerkin方法, 利用悬臂梁的模式函数将方程(1)和(2)进行离散化. 为此, 令

$$\eta(\xi, \tau) = \sum_{j=1}^N \varphi_j(\xi) q_j(\tau) = \boldsymbol{\varphi} \cdot \boldsymbol{q}, \quad (7)$$

$$\zeta(\xi, \tau) = \sum_{j=1}^N \varphi_j(\xi) p_j(\tau) = \boldsymbol{\varphi} \cdot \boldsymbol{p}, \quad (8)$$

式(7)和(8)中, N 为参与计算的模态截断数, φ_j 为悬臂梁的模式函数, q_j 和 p_j 分别为 η 和 ζ 方向上的广义坐标; $\boldsymbol{\varphi} = [\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_N]$, $\boldsymbol{q} = [q_1, q_2, \dots, q_N]^T$, $\boldsymbol{p} = [p_1, p_2, \dots, p_N]^T$. 本文在管道两个振动方向上取相同的模态截断数进行计算, 即 $N=6$. 将式(7)和(8)代入(1)和(2), 利用模式函数的正交性, 经积分之后可得

(1) η 方向的动力学方程组

$$\begin{aligned}
 m_{ij} \ddot{q}_j + c_{ij} \dot{q}_j + k_{ij} q_j + A_{ijkl} q_j q_k q_l + B_{ijkl} q_j q_k \dot{q}_l + C_{ijkl} q_j \dot{q}_k \dot{q}_l \\
 + D_{ijkl} q_j p_k p_l + E_{ijkl} q_j p_k \dot{p}_l + F_{ijkl} q_j \dot{p}_k \dot{p}_l + f_i^{\text{imp}} = 0,
 \end{aligned} \quad (9)$$

(2) ζ 方向的动力学方程组

$$\begin{aligned}
 m_{ij} \ddot{p}_j + c_{ij} \dot{p}_j + k_{ij} p_j + A_{ijkl} p_j p_k p_l + B_{ijkl} p_j p_k \dot{p}_l \\
 + C_{ijkl} p_j \dot{p}_k \dot{p}_l + D_{ijkl} p_j q_k q_l + E_{ijkl} p_j q_k \dot{q}_l + F_{ijkl} p_j \dot{q}_k \dot{q}_l \\
 + f_i^\mu = 0,
 \end{aligned} \quad (10)$$

式中, m_{ij} , c_{ij} 和 k_{ij} 分别是质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵, A_{ijkl} , B_{ijkl} , C_{ijkl} , D_{ijkl} , E_{ijkl} , F_{ijkl} 是方程中各非线性项前的矩阵系数^[14], f_i^{imp} 和 f_i^μ 分别是离散化后的碰撞力和摩擦力列向量:

$$f_i^{\text{imp}} = \int_0^1 \varphi_i f_\eta^{\text{imp}} \delta(\xi - \xi_b) d\xi, \quad f_i^\mu = \int_0^1 \varphi_i f_\xi^\mu \delta(\xi - \xi_b) d\xi. \quad (11)$$

令 $\boldsymbol{x} = [\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}, \boldsymbol{p}, \dot{\boldsymbol{p}}]^T$, 上述两组动力学方程组可进一步转化成一阶状态方程组的形式:

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{G}(\boldsymbol{x}, \dot{\boldsymbol{x}}) + \boldsymbol{F}, \quad (12)$$

其中, $\boldsymbol{A}$ 为系统的一阶状态方程的线性项系数矩阵; $\boldsymbol{G}$

为非线性项矩阵; $\mathbf{F}$ 为碰撞力和摩擦力列向量. 数值计算时, 这些矩阵的具体形式可参考文献[10].

下面将主要研究管道系统可能出现的运动形态. 在管内流体的激励下, 输液管可能发生二维平面运动或三维空间运动. 由于方程的对称性, 若给定平面初始条件, 对方程进行积分后得到的结果也将是平面运动. 因此, 为了使结果更具一般性, 本文将初始条件设定为空间非平面形式, 即 $\mathbf{q}(1) = \mathbf{p}(1) = 0.01$ 和 $\dot{\mathbf{p}}(1) = 0.1$.

3 结果分析

为了验证本文算法的正确性, 首先考虑没有约束的水平输液管系统^[15], 令 $\beta=0.2$ 和 $\gamma=2$. 计算了无量纲流速分别为 $u=8$ 和 $u=12$ 时输液管的动态响应, 所得结果与已有文献结果一致, 说明本文算法是正确的.

接下来讨论有松动约束的悬臂输液管系统, 如图1所示. 令 $\beta=0.2$ 和 $\gamma=2$, 无量纲碰撞力刚度系数及摩擦力参数分别为 $k=5.6 \times 10^6$, $\eta_b=0.044$ 以及 $\mu_f=0.1$, $\zeta_0=1 \times 10^{-3}$. 本文主要关心管内流体流速对输液管振动的影响, 故在进行数值计算时, 只改变管内流体的流速, 系统其他参数保持不变. 由此, 可以作出以流速为控制参数的分岔图, 如图2所示. 从图中可以看出, 系统在无量纲流速 $u=5.7$ 时发生Hopf分岔. 当流速为 $5.7 < u < 6.1$ 时, 管道在 η 方向上的振动位移较小, 在 ζ 方向上的振动位移较大. 在该流速区间内, 系统在两个方向上均为周期运动. 当流速为 $6.2 < u < 6.8$ 和 $8 < u < 13$ 时, 输液管在 η 和 ζ 两个方向上也表现

为周期运动; 此时, 管道在 ζ 方向上作幅值较大的周期运动, 而在 η 方向上的运动幅值较小, 该方向的幅值在 $-0.12 \sim 0.12$ 之间. 当流速为 $6.9 < u < 7.9$ 时, 管道的振动表现为概周期运动. 需要指出的是, 这种概周期运动在输液管平面碰撞振动分析中还少有报道, 应是悬臂输液管三维动力学的新现象.

从分岔图(图2)还可看到, 在 η 方向上, 最大位移值一般要大于约束与管道间的无量纲间隙, $\eta_b=0.044$. 这是因为松动约束在 $\xi_b=0.65$ 处, 当管道与约束发生碰撞时, 管道 $0.65 < \xi < 1$ 的部分由于惯性会继续向原来的方向运动; 另外, 本文的碰撞力采用了三线性模型, 其碰撞力的刚度系数较小, 故计算得到的位移值要大于约束与管道间的间隙值.

图3给出了无约束时悬臂输液管自由端位移的分岔图. 与图2相比可知, 松动约束对管道的动力学响应产生了非常大的影响. 管道在 η 方向的位移被约束在一个更小的范围; 同时, 管道在 ζ 方向上的响应行为也因此有较大变化. 观察图2可知, 对于流速较大时出现的周期运动, 管道在 η 方向上的位移幅值随管内流速增大而呈现出时大时小的演化规律.

还应指出, 从上述两个分岔图(图2和3)中无法确定管道到底处于平面运动状态还是非平面运动状态. 因此, 本文针对多个流速值进行了计算, 借此分析管道具体的运动状态. 计算结果显示, 无约束时管道在 $u=5.7$ 发生平面颤振失稳, 在 $6.9 < u < 8.8$ 流速范围内表现为非平面运动, 而在 $8.8 < u < 13.5$ 范围又恢复为平面运动状态; 有约束时, 管道同样在 $u=5.7$ 发生平面颤振失稳,

图2 (网络版彩色)有松动约束三维输液管自由端位移分岔图
Figure 2 (Color online) Bifurcation of the tip displacement of a 3-D cantilevered pipe with loose constraints

图3 (网络版彩色)无约束三维输液管自由端位移分岔图
Figure 3 (Color online) Bifurcation of the tip displacement of a 3-D cantilevered pipe without loose constraints

其非平面运动对应的流速区间略有变大, 为 $6.9 < u < 9.1$, 而在 $9.1 < u < 13.5$ 流速范围管道又出现平面运动.

图4给出了有松动约束时管道自由端在两个运动平面内的时间历程曲线和在 yoz 平面上的运动轨迹, 从中可更清晰地观察到管道在 xoy 和 xoz 平面内的运动规律: 图4(a1, a2)显示了非平面的概周期运动, 图4(b1, b2)给出了非平面的周期运动, 而图4(c1, c2)则显示了管道在某一平面内的周期运动. 还应指出, 最近Yang等人^[16,17]对两自由度陀螺系统的运动模式给出了新的分类: 直线型模式、椭圆型模式以及瞬变运动模式(概周期型运动). 本文分析的无约束输流管虽

属于多自由度(高维)陀螺系统, 但因其具有在 y 方向和 z 方向具有对称性(固有频率相等), 出现了Yang等人^[16,17]给出的三类运动模式(见图4); 这从另一个角度也验证了本文计算结果的正确性.

最后讨论摩擦力对管道系统的影响. 仅改变无量纲摩擦系数的值, 其他系统参数保持不变, 取 $\mu=0$ (无摩擦), $\mu=0.2$, $\mu=0.5$ 和 $\mu=0.9$ 分别进行计算. 图5给出了4种不同摩擦系数取值下悬臂输油管自由端位移的分岔图. 计算结果显示, 若管内流体速度较小 ($5 < u < 9.2$), 摩擦力的影响基本可以忽略. 这是因为, 当流速较小时, 管道的动力学响应较慢, 管道与松动约束

图4 (网络版彩色)管道自由端的时间历程曲线和运动轨迹图. (a1, a2) $u=7.4$; (b1, b2) $u=8.5$; (c1, c2) $u=10.3$

Figure 4 (Color online) Time histories of the tip displacement and trajectory of the tip in the plane perpendicular to the pipe axis for various internal flow velocities. (a1, a2) $u=7.4$; (b1, b2) $u=8.5$; (c1, c2) $u=10.3$

图5 (网络版彩色)不同无量纲摩擦系数下管道自由端的位移分岔图. (a) $\mu=0$; (b) $\mu=0.2$; (c) $\mu=0.5$; (d) $\mu=0.9$

Figure 5 (Color online) Bifurcations of the tip displacement of a 3-D cantilevered pipe with loose constraints for various dimensionless friction coefficients. (a) $\mu=0$; (b) $\mu=0.2$; (c) $\mu=0.5$; (d) $\mu=0.9$

的碰撞力以及二者的相对速度也较小, 导致管道受到摩擦力的影响也较小. 若管内流速较大, 管道振动较强, 振动速度相比低流速时有大幅提高. 在这种情况下管道与约束的碰撞较强, 二者的相对速度较大, 从而凸显出摩擦力的影响. 从本文算例还发现, 摩擦力可改变二维周期运动所在平面的方位, 但不会使平面运动演化为非平面运动; 究其原因, 可能是因为摩擦力只是沿 z 方向, 其值与 y 方向的碰撞力相比很小. 这一结论在受约束悬臂输流管非线性振动问题中是否具有普遍性还需进一步研究.

4 结论

本文基于三线性碰撞力模型, 计入因碰撞引起的摩擦力, 给出了悬臂输液管系统的三维动力学控制方程, 并讨论了悬臂输液管的非线性、非平面碰撞振动行为. 研究表明, 和没有约束的系统相比, 具有松动约束悬臂输液管在不同流体流速的激励下可出

现更复杂的动态响应行为. 随着流速的增大, 系统因失稳在两个振动方向上出现了Hopf分岔, 表现为在某一平面内的周期运动; 随后, 系统出现了非平面的概周期运动, 这种概周期运动因流速增大又会演化为非平面的周期运动; 当流速继续增大时, 系统将再次表现为在某一平面内的周期运动. 和无约束的输液管相比, 受约束管道出现非平面运动对应的流速范围略有增大. 由于松动约束对振动位移的限制, 在受到碰撞约束的方向的管道位移幅值较小, 其大小还可随流速变化而有较大改变; 在无碰撞约束的方向上, 管道的位移值相对较大. 对管内流体速度较小的情形, 由于管道的振动比较慢, 它与约束间的摩擦力较小, 此时管道的二维和三维动力学行为基本不受摩擦力的影响; 然而, 对于流速较大的情形, 管道的流致振动响应较强, 它与松动约束的碰撞力较大, 从而产生较大的摩擦力. 另外, 摩擦力虽然会影响管道平面运动的方位, 但不会使管道从平面运动跃迁为非平面运动.

参考文献

- 1 Paidoussis M P. Fluid-Structure Interactions: Slender Structures and Axial Flow (Vol. 1). London: Academic Press, 1998
- 2 Paidoussis M P. Fluid-Structure Interactions: Slender Structures and Axial Flow (Vol. 2). London: Academic Press, 2004
- 3 Xu J, Wang L. Dynamics and Control of Fluid-Conveying Pipe Systems (in Chinese). Beijing: Science Press, 2015 [徐鉴, 王琳. 输液管动力学分析和控制. 北京: 科学出版社, 2015]
- 4 Wang L. A further study on the non-linear dynamics of simply supported pipes conveying pulsating fluid. *Int J Nonlin Mech*, 2009, 44: 115–121
- 5 Wang L, Ni Q. Hopf bifurcation and chaotic motions of a tubular cantilever subject to cross flow and loose support. *Nonlinear Dyn*, 2009, 59: 329–338
- 6 Jin J D. Stability and chaotic motions of a restrained pipe conveying fluid. *J Sound Vib*, 1997, 208: 427–439
- 7 Ghayesh M H, Paidoussis M P. Three-dimensional dynamics of a cantilevered pipe conveying fluid, additionally supported by an intermediate spring array. *Int J Nonlin Mech*, 2010, 45: 507–524
- 8 Paidoussis M P, Semler C, Wadham G M, et al. Dynamics of cantilevered pipes conveying fluid. Part 2: Dynamics of the system with intermediate spring support. *J Fluid Struct*, 2007, 23: 569–587
- 9 Palmer A, Baldry J. Lateral buckling of axially constrained pipelines. *J Can Petrol Technol*, 1974, 26: 1283–1284
- 10 Ni Q, Wang Y, Tang M, et al. Nonlinear impacting oscillations of a fluid-conveying pipe subjected to distributed motion constraints. *Nonlinear Dyn*, 2015, 81: 893–906
- 11 Paidoussis M P, Semler C. Nonlinear and chaotic oscillations of a constrained cantilevered pipe conveying fluid: A full nonlinear analysis. *Nonlinear Dyn*, 1993, 4: 655–670
- 12 Hassan M A, Weaver D S, Dokainish M A. A simulation of the turbulence response of heat exchanger tubes in lattice-bar supports. *J Fluid Struct*, 2002, 16: 1145–1176
- 13 Hassan M A, Weaver D S, Dokainish M A. A new tube/support impact model for heat exchanger tubes. *J Fluid Struct*, 2005, 21: 561–577
- 14 Wadham G M, Paidoussis M P, Semler C. Dynamics of cantilevered pipes conveying fluid. Part 1: Nonlinear equations of three-dimensional motion. *J Fluid Struct*, 2007, 23: 545–567
- 15 Modarres S Y, Paidoussis M P, Semler C. Three-dimensional oscillations of a cantilever pipe conveying fluid. *Int J Nonlin Mech*, 2008, 43: 18–25
- 16 Yang X D, An H Z, Qian Y J, et al. A comparative analysis of modal motions for the gyroscopic and non-gyroscopic two degree-of-freedom conservative systems. *J Sound Vib*, 2016, 385: 300–309
- 17 Yang X D, An H Z, Qian Y J, et al. Elliptic motions and control of rotors suspending in active magnetic bearings. *ASME J Comput Nonlin Dyn*, 2016, 11: 054503

Summary for “具有松动约束悬臂输液管的三维非线性振动”

Three-dimensional nonlinear dynamics of a cantilevered pipe conveying fluid subjected to loose constraints

WANG YiKun^{1,2}, NI Qiao^{1,2}, WANG Lin^{1,2*}, YAN Hao^{1,2} & LUO YangYang^{1,2}

¹ Department of Mechanics, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China;

² Hubei Key Laboratory for Engineering Structural Analysis and Safety Assessment, Wuhan 430074, China

* Corresponding author, E-mail: wanglindds@hust.edu.cn

The dynamics of pipes conveying fluid has become a hot topic in the research field of fluid-structure interactions. Perhaps one of the main reasons why the dynamics of pipes conveying fluid has remained of intense interest to dynamicists is the fact that it displays interesting and sometimes unexpected nonlinear dynamical behavior and it has become a handy tool in developing or testing modern dynamics theory. In physical terms, the dynamical system of a loosely supported pipe conveying fluid is an example of large class of problems involving self-excited oscillations and interactions with loose constraints. Hence, understanding and modeling the dynamics of such systems is of both fundamental and practical interests. The two-dimensional (2-D) vibration of a cantilevered pipe conveying fluid has been studied for a long time, but for the moment, only few studies discussed the three-dimensional (3-D) planar and non-planar dynamics of cantilevered pipes subjected to nonlinear loose constraints. This paper establishes the 3-D governing equations and explores the 3-D dynamics of a cantilevered pipe with loose constraints somewhere along its length, with consideration of the friction effect during impacting between the pipe and the loose constraints. The loose constraints consist of two parallel bars (TPBs) on both sides of the pipe in one fixed lateral direction, with free gaps between the pipe and the restraining bars. The impacting force between the pipe and loose constraints is depicted by a smoothed-trilinear spring. In the theoretical analysis, the two governing equations were discretized via Galerkin's approach and solved using a fourth-order Runge-Kutta method. As the flow velocity becomes sufficiently high, flutter instability of the pipe occurs and limit cycle motions would be generated. When the lateral displacement of the pipe exceeds the free gap, effective impacting occurs. During impacting between the pipe and loose constraints, either static or dynamic friction forces would occur along the other lateral direction. The nonlinear behavior in two perpendicular planes and the influence of friction coefficient were analyzed with special attention. The dynamic responses of the pipe system for various internal flow velocities are exhibited in the form of bifurcation diagrams, time traces and phase plots. Comparisons of the planar and non-planar motions of the pipe with or without loose constraints are conducted for various internal flow velocity ranges. Results show that the constrained pipe is capable of displaying interesting dynamics in the presence of nonlinear impacting force induced by the loose constraints. Both 3-D periodic and quasi-periodic oscillations are observed in a wide range of internal flow velocities. It is found that the introducing of nonlinear impacting constraints slightly enlarges the internal flow velocity range for non-planar motions. It is also shown that the orientation of 2-D planar vibrations of the pipe may be changed with the increase of the friction coefficient. The results obtained in this work may be useful for further understanding other problems in fluid-structure interactions involving slender structures and axial flows, such as the dynamics of slender cylinders in axial flow and deep water risers concurrently subjected to axial and cross flows.

pipe conveying fluid, 3-D nonlinear vibration, impacting dynamics, friction, bifurcation, planar motion, non-planar motion

doi: 10.1360/N972017-00277