高维量子逻辑门及高维量子信息处理

徐文玲¹, 王铁军^{1,2*}, 曹聪^{2,3}, 王川^{1,2,4*}

1. 北京邮电大学理学院, 北京 100876;

2. 北京邮电大学信息光子学与光通信国家重点实验室, 北京 100876;

3. 北京邮电大学民族学院, 北京 100876;

4. 北京师范大学信息科学与技术学院, 北京 100875

* 联系人, E-mail: wangtiejun@bupt.edu.cn; wangchuan@bupt.edu.cn

2019-03-23 收稿, 2019-04-01 修回, 2019-04-04 接受, 2019-05-09 网络版发表

国家重点研发计划(2016YFA0301304)和国家自然科学基金(61622103, 61671083)资助

摘要 量子计算与量子信息处理是涵盖了信息理论、计算机理论与量子力学的交叉学科, 在信息、物理以及计算机等众多领域有着非常大的影响. 量子特性在信息安全、信息容量以及计算速度的提高等方面都具有独特的优势. 量子逻辑门是量子计算与量子信息处理中的一个关键模块, 因此, 如何构建一个合适的逻辑门也是现阶段热门的研究领域. 此外, 研究量子信息科学, 纠缠光子对也是一个不可或缺的元素. 目前有很多种产生纠缠光子对的理论和实验方案, 例如参量下转换等方案. 高维量子系统可以在很大程度上提高量子信道容量和信息存储空间, 通过实现高维量子逻辑门, 能够提高量子计算与量子信息处理的速度. 然而, 直接由两个高维子系统相互作用构建高维逻辑门是很困难的. 在这种情况下, 即使要实现一个很小的高维逻辑电路, 也会耗费大量二维逻辑门. 本文主要介绍了利用纠缠光子对的偏振、频率和空间模式自由度实现的二维以及高维单自由度和多自由度的量子逻辑门方案, 并探讨了这些方案在量子信息处理和量子计算等方面的应用以及发展趋势.

关键词 量子信息, 纠缠, 量子门, 高维, 自由度

量子信息科学是20世纪80年代兴起的一个研究领域, 它是量子力学与信息科学的前沿交叉学科. 量子特性在信息安全^[1]、运算速度^[2]、信息容量^[3]的提高等方面具有独特的优势. 量子信息包括很多研究领域, 例如量子通信^[4-7]、量子计算^[8,9]等. 经过30多年的发展, 量子通信、量子计算与量子信息处理在理论和实验上都取得了很大进展. 在量子通信中, 有效传送的信息是量子比特的状态, 其被用来表示经典随机数(密钥), 可以确保量子通信的安全性. 基于量子力学基本原理, 我们知道量子态是不可克隆的, 即可以发现在量子通信过程中发生的窃听行为. 长距离量子通信和量子网络的建立依赖于量子纠缠的通信信道. 1993年Bennett等

人^[10]提出了量子隐形传态的理论方案, 1997年奥地利Zeilinger研究组^[11]在实验上基于光子系统首次成功验证了该原理, 为量子信息的发展奠定了基础.

量子纠缠是量子信息处理的关键资源, 基于量子纠缠可以实现量子隐形传态、量子计算以及量子安全直接通信等诸多任务. 而目前的许多量子通信方案中, 通信双方需要事先共享量子最大纠缠态^[12]. 另外, 为了实现量子远程通信, 需要借助量子中继器^[13], 此时也需要量子纠缠态. 在实际进行纠缠分发的过程中, 由于信道噪声以及外界环境的影响, 所传输的纠缠态会发生退相干, 导致纠缠光子的纯度降低, 变成部分纠缠态或者是混合纠缠态, 使得在量子通信过程中保密性和效

引用格式: 徐文玲, 王铁军, 曹聪, 等. 高维量子逻辑门及高维量子信息处理. 科学通报, 2019, 64: 1691-1701

Xu W L, Wang T J, Cao C, et al. High dimensional quantum logic gates and quantum information processing (in Chinese). Chin Sci Bull, 2019, 64: 1691-1701, doi: 10.1360/N972019-00252

率都显著降低,因此衍生出纠缠纯化和纠缠浓缩的研究.纠缠纯化与纠缠浓缩最早是在1996年由Bennett等人^[14,15]提出.2001年Pan等人^[16]提出了基于线性光学和后选择测量的量子纠缠纯化方案,这对量子信息理论以及量子通信有着重要的意义.

在量子信息研究中,量子逻辑门也是一个关键的模块.利用相干动力学,可以实现分开的几个子系统之间的确定性量子门操作^[17-19],同时也可以实现非局域量子信息处理^[20].为了实现非局域的量子计算,目前有三种构建非局域量子门的方案.第一种方案是基于腔发射单元.光子由每个量子存储节点发射,通过对光子执行受控2比特操作,可以创建两个远程量子存储节点之间的纠缠^[21-24].但是,不管是理论^[25]还是实验^[26,27],应用线性光学,这种门操作的最佳成功概率限制在50%.另一种方案中量子存储节点之间存在有效的相互作用^[28,29],其过程是第一个量子存储节点发射一个或多个光子,经由光纤传输,由第二个量子存储节点吸收.这种方案的传输距离受限于存储单元之间的相干时间和光子的损失,这会影响到远距离传输的效率.在第三种方案中,由同一个纠缠源向两个量子存储节点同时发射纠缠光子对^[30],利用光子与存储器之间的相互作用以及经典的通信,可以实现两个远距离量子节点之间的量子操作.也就是说,通过局域操作、经典通信以及事先共享的纠缠对,可以传输一个量子门,而在物理上并没有传输任何的未知态.这种方案可以很好地和量子中继器结合,克服了在传输过程中光子损失的难题.此外,也有部分信息传递方案应用的是纠缠的W态^[31].

目前在量子通信过程中,光子(飞行量子比特)由于高速以及对环境稳定的特性,成为了量子信息的载体.在量子信息处理时,光子的多个自由度上都可以进行信息编码.超纠缠定义为光子在两个或者多个自由度间同时存在纠缠.与传统的二维纠缠相比,超纠缠提供了很高的信息密度,所以通过超纠缠态的密集编码,能提高量子信道容量,增强量子通信的安全性^[32-34],提高抗噪性能^[35,36]以及实现确定性Bell态分析.在目前的研究中,许多方案都可以实现超纠缠态.2009年,Vallone等人^[37]用实验证实了两个光子在3个自由度上的6比特超纠缠.此外,高维光学系统有很多优势,增加量子系统的维度可以在很大程度上提高信道的各种性能,如高容量以及抗噪性能.超纠缠态在高维量子信息处理上的应用引起了人们的关注,它可以增加通信的保密

性、简化量子门的实现.另外,高维量子系统^[38]的计算速度是传统方法的指数倍数.目前,高维量子编码已经在很多量子系统上实现,基于光子系统的量子信息处理,时间能量^[39]或者位置动量自由度^[40,41]、空间模式^[42-44]、连续变量^[45]、轨道角动量自由度^[46]都是理想的信息携带者.2014年,Krenn等人^[47]利用两个光子实现了100×100维度的纠缠.2018年,Wang等人^[48]实现了6光子在3个维度上的18比特纠缠态.在固态系统里,原子^[49]或者人工原子^[50]的能级是在希尔伯特空间上实现量子操控的良好媒介.2015年,Anderson等人^[51]设计实现了基于Cs原子6S_{1/2}基态的16维希尔伯特空间的单位映射.

近年来,量子计算与量子信息处理的发展在理论和实验上不断取得新的突破.在本综述中,我们介绍了利用纠缠光子对设计的二维以及高维单自由度和多自由度的逻辑门及量子信息处理方案,探讨了其在量子计算与量子信息处理上的应用.

1 二维两自由度实现通用杂化超控量子门

2010年,Bonato等人^[52]提出了量子控制非(control-not, CNOT)门的实现方案,其方案利用量子点(quantum dot, QD)电子自旋作为控制比特,光子极化作为目标比特.2013年,Wei和Deng^[53]设计了另一个构建CNOT门的确定性方案,以光子极化作为控制比特,QD电子自旋作为目标比特.后续研究中,Ren等人^[54,55]通过利用单边和双边腔QD实现了同时在光子对空间和极化自由度上的hyper-CNOT操作.2018年,Xia等人^[56]提出了应用单边腔系统实现3比特通用量子门.2014年,本课题组^[57,58]提出了实现通用杂化超控量子门(hybrid-hyper-CNOT gate, H-H-CNOT gate)的方案.在该方案中,利用双边腔QD系统,基于光子的两个自由度,可以实现杂化超控门.方案利用光子的空间和极化模式比特来同时且独立地控制两个电子自旋比特.光子的生成过程很简单,而且目标电子自旋比特是固态比特,有利于存储和处理.利用这个杂化超控门,进一步提出了一个高容量的直接传输量子通信网络,这里既不需要建立非局域纠缠,也不需要使用寿命的量子存储器,其中分布式量子信息处理的效率具有多项式级增强.

双边腔量子系统是将单个带电QD置于上下反射层均为部分反射的双边腔系统中,如图1(a)所示.该系统可以增强电子和激子之间的跃迁,从而导致两个极化光子的圆偏振在相位以及反射和透射系数的幅度上

图1 (网络版彩色)基于电子自旋的 X^- 原理图. (a) 双边腔量子系统; (b) 基于电子自旋激子的光学共振能级跃迁示意图

Figure 1 (Color online) Schematics of charged exciton X^- based on electron spins. (a) The double-sided cavity and QD system; (b) diagram of optical resonance level transition based on electron spin excitons

存在明显的差异. 同时, 通过增强腔与量子点耦合系统的耦合强度, 可以实现双折射现象的增强. 这些现象既可以在强耦合范围内观察到, 也可以在弱耦合区域观察到. 图1(b)是基于电子自旋激子的光学共振能级跃迁示意图. 可以看出, 如果从自旋的角度重新描述基于自旋的能级跃迁规律, 光子的反射透射规律遵循以下规则:

$$\begin{aligned} |R^\uparrow, \uparrow\rangle &\rightarrow |L^\downarrow, \uparrow\rangle, & |L^\uparrow, \uparrow\rangle &\rightarrow -|L^\uparrow, \uparrow\rangle, \\ |R^\uparrow, \downarrow\rangle &\rightarrow -|R^\uparrow, \downarrow\rangle, & |L^\uparrow, \downarrow\rangle &\rightarrow |R^\downarrow, \downarrow\rangle, \\ |R^\downarrow, \uparrow\rangle &\rightarrow -|R^\downarrow, \uparrow\rangle, & |L^\downarrow, \uparrow\rangle &\rightarrow |R^\uparrow, \uparrow\rangle, \\ |R^\downarrow, \downarrow\rangle &\rightarrow |L^\uparrow, \downarrow\rangle, & |L^\downarrow, \downarrow\rangle &\rightarrow -|L^\downarrow, \downarrow\rangle, \end{aligned} \quad (1)$$

其中, $|R\rangle(|L\rangle)$ 代表光子的右(左)旋极化, 右上角标代表光子沿 z 轴的传播方向, 上下箭头 $\uparrow(\downarrow)$ 代表电子的自旋态. 根据入射方向不同, $|R\rangle$ 光和 $|L\rangle$ 光会出现不同的反射-透射情况, 使得光子和电子自旋之间发生纠缠.

杂化超控门的原理如图2所示, 其中光子 p 是控制比特, 电子自旋 e_1, e_2 是目标比特. 假设光子 p 的初态为 $|\varphi\rangle_0 = (\alpha|R\rangle + \beta|L\rangle)_p (\gamma|a_1\rangle + \xi|a_2\rangle)_s$, 其中 $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$, $|\gamma|^2 + |\xi|^2 = 1$, $|a_1\rangle$ 和 $|a_2\rangle$ 分别代表光子 p 的两个空间模式. 另外, 电子自旋 e_1, e_2 的初态是 $|\psi\rangle_0 = (\alpha'|\uparrow\rangle + \beta'|\downarrow\rangle)_{e_1} \otimes (\gamma'|\uparrow\rangle + \xi'|\downarrow\rangle)_{e_2}$, 其中系数 $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$, $|\gamma|^2 + |\xi|^2 = 1$. 下面以空间模式为例细致地描述该方案, 极化模式与空间模式类似. 如图2(a), 当光子 p 处在空间模式 $|a_1\rangle$ 时, 光子与微腔1不产生相互作用, 此时光子的态不变; 但当光子 p 处在 $|a_2\rangle$ 时, 经过微腔1时, 分束器(beam splitter,

BS)会在光子的空间模式上执行Hadamard操作, 四分之一波片(quarter-wave plate, QWP)在光子的极化自由度上执行Hadamard操作, 即 $|R\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|R\rangle + |L\rangle)$ 和 $|L\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|R\rangle - |L\rangle)$, 同时QWP₁放置在空间模式 $|a_4\rangle$ 上, 执行操作 $|R\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|R\rangle + |L\rangle)$ 和 $|L\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|L\rangle - |R\rangle)$. 光子经过微腔1后, QWP₂执行操作 $|R\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|L\rangle - |R\rangle)$ 和 $|L\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|R\rangle + |L\rangle)$, 最后通过极化分束器(polarised beam splitter, c-PBS, 它的作用是透射极化模式 $|R\rangle$, 反射极化模式 $|L\rangle$), 此时系统的态演化成下式:

$$|\varphi\rangle_1 = (\alpha|R\rangle + \beta|L\rangle)_p |a_2\rangle_s (-\alpha'|\uparrow\rangle + \beta'|\downarrow\rangle)_{e_1}. \quad (2)$$

从式(2)可以看出, 当光子的初态在空间模式 $|a_2\rangle$ 上时, 电子自旋 e_1 的组分 $|\uparrow\rangle_{e_1}$ 有 π 的相移; 当光子的初态在空间模式 $|a_1\rangle$ 上时, 电子自旋不变, 同时光子极化自由度上的信息也保持不变. 图2(a)所显示的演化过程可以用下式表示:

$$U_{s,e_1}^{\text{cp}} = \exp\left[-i\pi|a_2\rangle_s\langle a_2||\uparrow\rangle_{e_1}\langle\uparrow|\right]. \quad (3)$$

在图2(b)中, 线性光学器件QWP₃的作用是完成光子极化自由度上的翻转操作, c-PBS可以使得光子极化自由度和空间模式自由度上的信息发生交换. 在经过微腔2后, 由光子 p 和电子自旋 e_1, e_2 组成的整个系统演化成式(4):

$$\begin{aligned} |\varphi\rangle_2 = & \left[\gamma|a_1\rangle_s (\alpha'|\uparrow\rangle + \beta'|\downarrow\rangle)_{e_1} + \xi|a_2\rangle_s (\alpha'|\downarrow\rangle + \beta'|\uparrow\rangle)_{e_1} \right] \\ & \otimes \left[\alpha|R\rangle_p (\alpha'|\downarrow\rangle + \beta'|\uparrow\rangle)_{e_2} + \beta|L\rangle_p (\alpha'|\uparrow\rangle + \beta'|\downarrow\rangle)_{e_2} \right]. \end{aligned} \quad (4)$$

从式(4)可知, 在光子的空间自由度和极化自由度上可以构建确定的杂化超控门. 它的控制规则可以总结如下: 当光子的初态在极化模式 $|R\rangle_p$ 上时, 电子自旋 e_2 会发生反转; 当光子的初态在极化模式 $|L\rangle_p$ 上时, 电子自旋 e_2 不会发生变化. 同理, 当光子的初态在空间模式 $|a_2\rangle$ 上时, 电子自旋 e_1 会发生反转; 当光子的初态在空间模式 $|a_1\rangle$ 上时, 电子自旋 e_1 不会发生变化.

图2 (网络版彩色)杂化超纠缠量子逻辑门。(a) 杂化CNOT门的方案; (b) 杂化超控门方案
Figure 2 (Color online) Hybrid hyperentangled quantum logic gate. (a) Schematic diagram for a hybrid CNOT gate; (b) schematic diagram for our hybrid hyper-CNOT gate

2 二维两自由度上实现并行量子计算

超纠缠态可以提高单个光子携带信息的能力, 从而增强远距离量子通信性能。基于双边腔QD系统^[59], 可以利用超纠缠光子实现非局域并行量子计算的方案。非局域并行量子计算的原理图如图3所示, 其中电子自旋A, B是控制比特, 飞行光子p是目标比特。假设光子比特p的初始状态为 $|\varphi\rangle_0 = (\alpha|R\rangle + \beta|L\rangle)_p (\gamma|a_1\rangle + \xi|a_2\rangle)_s$, 其中 $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$, $|\gamma|^2 + |\xi|^2 = 1$, $|a_1\rangle$ 和 $|a_2\rangle$ 代表光子p的两个空间模式。两个电子自旋A, B的初态假设是 $|\psi\rangle_0 = (\alpha'|\uparrow\rangle + \beta'|\downarrow\rangle)_A (\gamma'|\uparrow\rangle + \xi'|\downarrow\rangle)_B$, 其中 $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$, $|\gamma|^2 + |\xi|^2 = 1$ 。所构建的杂化超控门可以用下式表达:

$$|\varphi\rangle_1 = \left[\alpha'|\uparrow\rangle_A (\gamma|a_1\rangle + \xi|a_2\rangle)_s + \beta'|\downarrow\rangle_A (\gamma|a_2\rangle + \xi|a_1\rangle)_s \right] \otimes \left[\gamma'|\uparrow\rangle_B (\alpha|R\rangle + \beta|L\rangle)_p + \xi'|\downarrow\rangle_B (\alpha|L\rangle + \beta|R\rangle)_p \right] \quad (5)$$

从式(5)可以得知, 当自旋控制比特B的态为 $|\downarrow\rangle$ 时, 光子的极化自由度发生反转, 否则不发生改变; 当自旋控制比特A的态为 $|\downarrow\rangle$ 时, 光子的空间模式自由度发生反转,

否则不发生改变。

应用该杂化超控门实现非局域并行量子计算。假设两个非局域节点分别是Alice和Bob, 在两节点中间放置一个纠缠源来制备超纠缠光子对 $|\Psi\rangle_{ab}$:

$$|\Psi\rangle_{ab} = \frac{1}{2}(|RR\rangle + |LL\rangle)_{ab} (|a_1b_1\rangle + |a_2b_2\rangle)_{ab}, \quad (6)$$

其中 $|a_1\rangle(|b_1\rangle)$ 和 $|a_2\rangle(|b_2\rangle)$ 代表光子a(b)的空间模式, 光子对在空间自由度和极化自由度上是超纠缠的。假设自旋A, A'和B, B'分别属于Alice和Bob, 4个自旋的

图3 (网络版彩色)并行量子计算的光学电路
Figure 3 (Color online) Optical circuit which is used to teleport a parallel quantum computing

初态 $|S\rangle_{ABA'B'} = (\alpha|\uparrow\rangle + \beta|\downarrow\rangle)_A (\gamma|\uparrow\rangle + \xi|\downarrow\rangle)_B (\alpha'|\uparrow\rangle + \beta'|\downarrow\rangle)_{A'} (\gamma'|\uparrow\rangle + \xi'|\downarrow\rangle)_{B'}$, 其中 $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = |\alpha'|^2 + |\beta'|^2 = |\gamma|^2 + |\xi|^2 = |\gamma'|^2 + |\xi'|^2 = 1$. 由式(5)可得, 双边同时进行H-H-CNOT门操作, 整个系统演化如下:

$$\begin{aligned} |\varphi\rangle_{abAB} = & \frac{1}{4} \left\{ \alpha\gamma|\uparrow\uparrow\rangle_{AB} \left[|a_1\rangle(|b_1\rangle + |b_2\rangle) + |a_2\rangle(|b_1\rangle - |b_2\rangle) \right]_{ab} + \alpha\xi|\uparrow\downarrow\rangle_{AB} \left[|a_1\rangle(|b_1\rangle + |b_2\rangle) - |a_2\rangle(|b_1\rangle - |b_2\rangle) \right]_{ab} \right. \\ & + \beta\gamma|\downarrow\uparrow\rangle_{AB} \left[|a_2\rangle(|b_1\rangle + |b_2\rangle) + |a_1\rangle(|b_1\rangle - |b_2\rangle) \right]_{ab} + \beta\xi|\downarrow\downarrow\rangle_{AB} \left[|a_2\rangle(|b_1\rangle + |b_2\rangle) - |a_1\rangle(|b_1\rangle - |b_2\rangle) \right]_{ab} \Big\} \\ & \otimes \left\{ \alpha'\gamma'|\uparrow\uparrow\rangle_{A'B'} \left[|R\rangle(|R\rangle + |L\rangle) + |L\rangle(|R\rangle - |L\rangle) \right]_{ab} + \alpha'\xi'|\uparrow\downarrow\rangle_{A'B'} \left[|R\rangle(|R\rangle + |L\rangle) - |L\rangle(|R\rangle - |L\rangle) \right]_{ab} \right. \\ & \left. + \beta'\gamma'|\downarrow\uparrow\rangle_{A'B'} \left[|L\rangle(|R\rangle + |L\rangle) + |R\rangle(|R\rangle - |L\rangle) \right]_{ab} + \beta'\xi'|\downarrow\downarrow\rangle_{A'B'} \left[|L\rangle(|R\rangle + |L\rangle) - |R\rangle(|R\rangle - |L\rangle) \right]_{ab} \right\}. \end{aligned} \quad (7)$$

当光子对a, b在态 $|RR\rangle|a_1b_1\rangle$ 下测量时, 自旋系统ABA'B'的态为

$$|\varphi\rangle_{ABA'B'} = \left[\alpha|\uparrow\rangle_A (\gamma|\uparrow\rangle + \xi|\downarrow\rangle)_B + \beta|\downarrow\rangle_A (\gamma|\uparrow\rangle - \xi|\downarrow\rangle)_B \right] \otimes \left[\alpha'|\uparrow\rangle_{A'} (\gamma'|\uparrow\rangle + \xi'|\downarrow\rangle)_{B'} + \beta'|\downarrow\rangle_{A'} (\gamma'|\uparrow\rangle - \xi'|\downarrow\rangle)_{B'} \right]. \quad (8)$$

这就意味着该方案成功地实现了非局域的杂化超控量子门操作. 假设式(8)为标准态, 当光子对在其他态下测量时, 通过进行相应局域操作, 可以将自旋系统的态转化成标准态.

该方案为分布式量子计算的容量和效率提供了多项式级的增强. 同时, 该方案可以结合量子中继器来克服光子损失. 另外, 利用现有的实验参数, 计算得到该方案在强耦合系统中光子与电子自旋之间的纠缠转移保真度较高, 高保真度表明该方案在强耦合范围中是可行的, 这些优点使得该方案可用在长距离量子通信和量子计算中.

3 高维单自由度实现量子逻辑门

高维量子系统可以在很大程度上提高量子信道容量. 然而, 在两个量子系统之间直接进行高维相互作用很难实现高维通用量子逻辑门. 因为即使构建一个很简单的高维逻辑门, 也需要大量的二维逻辑门相互作用. 2016年, 本课题组^[60]提出了一个实现高维控制翻转(controlled-flip, CF)门的方案, 以高维单光子作为目标比特, 固态比特作为控制逻辑比特, 所用的模型是三能级原子与回音壁模式的微谐振器耦合系统. 在该方案中, 光子和固态系统的相互作用次数大大低于传统方法——将高维希尔伯特空间分解到二维空间, 而且在很短时间内就可以将该方案付诸实现于实验.

高维度光子的信息可以存储在一个多模原子系综里, 两个原子系综之间的高维度相互作用在理论和实

验上都很难实现. 尽管任意一个高维度量子逻辑门都可以由一系列单比特门和2比特门构成, 但是在复杂的量子电路里, 它需要很长的响应时间, 而且电路的保真度也会降低. 例如, 在一个 2^n 维的量子系统里, 一个逻辑比特由 n 个二维物理比特构成, 一个 2^n 维CF门操作可以等价成以下一系列门操作:

$$\begin{aligned} U_A^B = & C_{B_1}^{A_1} C_{B_2}^{A_2} \dots C_{B_n}^{A_n} T_{B_1}^{A_2 B_2} T_{B_2}^{A_3 B_3} \\ & \dots T_{B_{n-1}}^{A_n B_n} T_{B_1}^{A_3 B_3} T_{B_2}^{A_4 B_4} \\ & \dots T_{B_{n-2}}^{A_n B_n} \dots T_{B_1}^{A_{n-1} B_{n-1}} T_{B_2}^{A_{n-2} B_{n-2}} \dots B_2 \\ & T_{B_2}^{A_n B_n} T_{B_1}^{A_{n-1} B_{n-1}} \dots B_1 \end{aligned} \quad (9)$$

即构建一个 2^n 维CF门操作, 需要 n 个2比特CNOT门, $(n-1)$ 个2控制比特Toffoli门, $(n-2)$ 个3控制比特Toffoli门, ..., 1个 n 控制比特Toffoli门. 但是, 对于一个 n 控制比特的Toffoli门, 最简单的分解方法是需要 $(2n-1)$ 个2比特门. 通常构建一个 2^n 维CF门所需要的2比特门数量为 $\sum_{i=0}^{n-1} (n-i)(2i+1)$, 而且这个数量以 n^2 倍增长, 不利于量子系统的扩展.

为了方便描述, 下面以4维模型为例进行说明. 图4是4维CF量子门的实现方案图, Λ_1, Λ_2 原子作为控制比特, 光子A的4维空间模式作为目标比特. $|i\rangle$ ($i=0, 1, 2, 3$)表示由 Λ_1 和 Λ_2 组成的双电子自旋系统的4维逻辑量子态:

图4 (网络版彩色)4维控制相位门

Figure 4 (Color online) Schematic diagram for a 4-dimensional controlled-flip gate

$$\begin{aligned} |0\rangle &= | +1, +1 \rangle_{\Lambda_2 \Lambda_1}, & |1\rangle &= | +1, -1 \rangle_{\Lambda_2 \Lambda_1}, \\ |2\rangle &= | -1, +1 \rangle_{\Lambda_2 \Lambda_1}, & |3\rangle &= | -1, -1 \rangle_{\Lambda_2 \Lambda_1}. \end{aligned} \quad (10)$$

另外, $|a_j\rangle (j=0, 1, 2, 3)$ 代表光子A的4维空间模式, 光子的空间模式态可以由下面的4×4翻转矩阵表示:

$$X = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (11)$$

$$\begin{aligned} |\varphi\rangle &= |\sigma_-\rangle_A \left[\alpha' |0\rangle_{\Lambda_2 \Lambda_1} \left(\alpha |a_0''\rangle + \beta |a_1''\rangle + \gamma |a_2''\rangle + \xi |a_3''\rangle \right)_A + \beta' |1\rangle_{\Lambda_2 \Lambda_1} \right. \\ &\quad \left(\alpha |a_1''\rangle + \beta |a_2''\rangle + \gamma |a_3''\rangle + \xi |a_0''\rangle \right)_A + \gamma' |2\rangle_{\Lambda_2 \Lambda_1} \left(\alpha |a_2''\rangle + \beta |a_3''\rangle + \gamma |a_0''\rangle + \xi |a_1''\rangle \right)_A \\ &\quad \left. + \xi' |3\rangle_{\Lambda_2 \Lambda_1} \left(\alpha |a_3''\rangle + \beta |a_0''\rangle + \gamma |a_1''\rangle + \xi |a_2''\rangle \right)_A \right]. \end{aligned} \quad (13)$$

从式(13)可以看出, 当原子的量子态为 $|i\rangle$ 时, 光子空间模式 $|a_j\rangle$ 在经过4维CF门操作后会翻转成 $|a_{j+i}\rangle$, 此时, 光子和原子仅仅相互作用了两次.

该方案与传统用单比特和2比特门构建高维量子逻辑门的方法相比, 所需要的响应时间较短, 而且经过计算证明可以扩展到任意维度, 有利于高维度量子信息处理.

4 高维两自由度上实现超纠缠纯化

纠缠纯化和超纠缠纯化分别用来从一组混合态中得到高保真非局域纠缠和超纠缠量子系统, 这是实现量子中继器的关键步骤. 1996年, Bennett等人^[14]介绍了利用量子CNOT门在Werner态下实现量子系统的第一个纠缠纯化方案. 2003年, Pan等人^[61]在实验上实现了在线性光学元件的光子对上使用极化自由度(degree

因此, 4维杂化CF门可以由下面的矩阵表示:

$$CF_4 = \begin{bmatrix} I_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & X & 0 & 0 \\ 0 & 0 & X^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & X^3 \end{bmatrix}, \quad (12)$$

即当两原子系统的态为 $|i\rangle$ 时, 经过上述门操作后, 光子的空间模式变化规则为 $|a_j\rangle \rightarrow |a_{j+i}\rangle$.

假设光子A的初态为 $|\varphi_A\rangle_0 = |\sigma_-\rangle (\alpha |a_0\rangle + \beta |a_1\rangle + \gamma |a_2\rangle + \xi |a_3\rangle)_A$, 其中 $|\alpha|^2 + |\beta|^2 + |\gamma|^2 + |\xi|^2 = 1$, 两原子的初态为 $|\varphi_e\rangle_0 = (\alpha' |0\rangle + \beta' |1\rangle + \gamma' |2\rangle + \xi' |3\rangle)_{\Lambda_2 \Lambda_1}$, 其中 $|\alpha'|^2 + |\beta'|^2 + |\gamma'|^2 + |\xi'|^2 = 1$. 当光子经过图2(a)后, 半波片(half-wave plates, HWPs)在光子 $|\sigma_-\rangle$ 上增加了相位 π , 从端口 a_j' 出来的光子输入图2(b)中, 操作完成后整个系统A- Λ_1 - Λ_2 的态演化如式(13):

of freedom, DOF)中的奇偶校验测量的纠缠纯化方案. 后续的研究中, 基于使用线性或非线性光学系统的奇偶校验测量的纠缠和超纠缠纯化的研究逐渐成为一个研究热点.

基于不完美空间的纠缠源^[62-64], 提出了利用更高维的模式检测操作实现的有效超纠缠纯化方案. 在该方案中, 考虑了常规纠缠纯化和超纠缠纯化(hyperentanglement purification, HEP)方案中通常忽略的信道中光子损失的影响. 与以前的HEP方案相比, 我们的HEP方案减小了对初始非局域纠缠资源的需求, 并且有更高的保真度, 尤其是在常规HEP方案失效的情况内, 我们的方案仍然可以有效工作.

HEP方案的基本组成部分是一个4维模式检测装置, 它用来获取两个光子比特之间模式差为0的光子对(其极化和空间模式状态同时是偶校验). 所以, 首先需要设计一个4维模式检测装置, 如图5, 这个装置包括以

图5 (网络版彩色)4维模式检测操作示意图

Figure 5 (Color online) The schematic diagram of the 4-dimensional mode-checking operation

下几个部分: 4个极化分束器(PBS₁~PBS₄), 8个输入端口($a_1, a_2, c_1, c_2, anc_1, anc_2, anc_3, anc_4$), 1个50/50的分束器(BS), 6个探测器(D₁~D₆): 每个探测器包含1个四分之一波片(QWP)——在极化自由度上执行Hadamard门操作, 1个PBS, 以及2个光子数分辨探测器。

图5左边部分是用于在空间模式自由度上执行奇偶校验操作的装置, 我们称它为S-part, 右边部分是用于在极化自由度上执行奇偶校验操作的装置, 我们称它为P-part. 假设4个辅助光子的初态是 W 态, $|W\rangle = \frac{1}{2}(|VVVH\rangle + |VVHV\rangle + |HVHH\rangle + |VHHH\rangle)_{1234}$, 其中 $|V\rangle$ 和 $|H\rangle$ 分别表示垂直极化态与水平极化态. 将4个光子分别从端口 $anc_1, anc_2, anc_3, anc_4$ 输入. 假设光子对A, C的初态是 $|\phi_A\rangle \otimes |\phi_C\rangle = (\alpha_1|a_1\rangle + \beta_1|a_2\rangle) \otimes (\gamma_1|H\rangle + \xi_1|V\rangle)_A \otimes (\alpha_2|c_1\rangle + \beta_2|c_2\rangle) \otimes (\gamma_2|H\rangle + \xi_2|V\rangle)_C$. 将光子对A, C的空间模式 $|a_1\rangle, |c_2\rangle$ 分别从端口 a_1, c_1 输入, 通过S-part操作后, 会没有或者有2个光子输出, 即当光子对A, C的空间模式态为偶校验态 $|a_1c_1\rangle_{AC}$ 或 $|a_2c_2\rangle_{AC}$ 时, 通过S-part后, 仅可以探测到1个光子; 当光子对A, C的空间模式态为奇校验态 $|a_1c_2\rangle_{AC}$ 或 $|a_2c_1\rangle_{AC}$ 时, 通过S-part后, 没有光子或者有2个光子会被探测到, 此时可以丢掉这些光子对. 同理, 当光子对A, C在极化自由度上为偶校验态 $|HH\rangle$ 或 $|VV\rangle$ 时, 通过P-part后, 仅可以探测到1个光子; 当光子对A, C在极化自由度上为奇校验态 $|HV\rangle$ 或 $|VH\rangle$ 时, 通过P-part后, 没有光子或者有2个光子会被探测到, 此时可以丢掉这些光子对. 因此, 假设 $|j\rangle$

图6 (网络版彩色)4维翻转操作设备

Figure 6 (Color online) The 4-dimensional flip operation device

代表同时在光子的空间自由度和极化自由度上编码的4维逻辑量子态, 编码方式如下:

$$\begin{aligned} |0\rangle_a &= |a_1, H\rangle, & |1\rangle_a &= |a_1, V\rangle, \\ |2\rangle_a &= |a_2, H\rangle, & |3\rangle_a &= |a_2, V\rangle, \\ |0\rangle_b &= |b_1, H\rangle, & |1\rangle_b &= |b_1, V\rangle, \\ |2\rangle_b &= |b_2, H\rangle, & |3\rangle_b &= |b_2, V\rangle, \end{aligned} \quad (14)$$

其中, $|a_i\rangle(|b_i\rangle)(i=1, 2)$ 代表光子的空间模式. 图5中的奇偶校验装置可以筛选出 $|00\rangle_{ab}, |11\rangle_{ab}, |22\rangle_{ab}, |33\rangle_{ab}$ 4个光子态. 图6装置可以完成4维翻转操作, 即可以在光子b上完成 $|0\rangle \rightarrow |3\rangle \rightarrow |2\rangle \rightarrow |1\rangle \rightarrow |0\rangle$. 因此经过图6装置, 还可以筛选出状态分别为 $|01\rangle_{ab}, |12\rangle_{ab}, |23\rangle_{ab}, |30\rangle_{ab}$ 的4个光子态.

利用该4维奇偶校验装置, 可以构建一个在空间和极化自由度上纠缠的超纠缠纯化方案, 这里仅考虑相位翻转错误和在传输过程中的信道信号损失. 假设光子a和b分别发送给Alice和Bob, 其中光子b的空间模式 $|b_1\rangle$ 和 $|b_2\rangle$ 分别经由有损信道发送到Bob端. 由于信道有损, 所以光子对的空间模式会被退化, 在信道噪声的影响下, 光子b不再是纯态, 变成混合态. Bob需要提纯空间模式 $|b_1\rangle$ 和 $|b_2\rangle$, 然后Alice和Bob分别在光子对a, b的空间模式自由度上执行Hadamard操作. 同理, 假设信道噪声会退化极化自由度到一个混合纠缠态, 可以得到极化自由度和空间模式自由度上来自比特翻转错误的保真度. 尽管在极化自由度上的相位翻转错误不能直接纯化, 但是可以使用双边局域操作的办法, 将它转化成比特翻转错误, 这样可以同时兼顾两种翻转

错误. 但是为了得到最大的超纠缠态, 在这个基础上还需要进行超纠缠纯化.

在传输完成后, Alice和Bob从混合态中得到相同的光子对, 其中A, C属于Alice, B, D属于Bob. 假设 $|j\rangle$ 代表编码在极化自由度和空间模式自由度上的单光子4维逻辑量子态, 表示如下:

$$\begin{aligned} \rho_0 &= \rho_{AB}\rho_{CD} \\ &= (P_1^2 P_2^2 |v_0\rangle\langle v_0| + P_1^2(1-P_2)^2 |v_1\rangle\langle v_1| + P_2^2(1-P_1)^2 |v_2\rangle\langle v_2| + (1-P_1)^2(1-P_2)^2 |v_3\rangle\langle v_3| \\ &\quad + P_2(1-P_1)^2(1-P_2)(|v_4\rangle\langle v_4| + |v_5\rangle\langle v_5|) + P_1^2 P_2(1-P_2)(|v_6\rangle\langle v_6| + |v_7\rangle\langle v_7|) \\ &\quad + P_1(1-P_1)P_2^2(|v_8\rangle\langle v_8| + |v_9\rangle\langle v_9|) + P_1(1-P_1)P_2(1-P_2)(|v_{10}\rangle\langle v_{10}| + |v_{11}\rangle\langle v_{11}|) \\ &\quad + (|v_{12}\rangle\langle v_{12}| + |v_{13}\rangle\langle v_{13}|) + P_1(1-P_1)(1-P_2)^2(|v_{14}\rangle\langle v_{14}| + |v_{15}\rangle\langle v_{15}|))_{ABCD}, \end{aligned} \quad (16)$$

其中, P_1 和 P_2 分别代表空间模式自由度和极化自由度数上克服相位翻转错误的保真度, $|v_j\rangle$ 的表达式如下:

$$\begin{aligned} |v_0\rangle_{ABCD} &= \frac{1}{2}[\gamma^2|\varphi_0\rangle\langle\varphi_0| + \xi^2|\varphi_1\rangle\langle\varphi_1| + \gamma\xi|\varphi_0\rangle\langle\varphi_1| + |\varphi_1\rangle\langle\varphi_0|], \\ |v_1\rangle_{ABCD} &= \frac{1}{2}[\gamma^2|\varphi_2\rangle\langle\varphi_2| + \xi^2|\varphi_3\rangle\langle\varphi_3| + \gamma\xi|\varphi_2\rangle\langle\varphi_3| + |\varphi_3\rangle\langle\varphi_2|], \\ |v_2\rangle_{ABCD} &= \frac{1}{2}[\gamma^2|\varphi_1\rangle\langle\varphi_1| + \xi^2|\varphi_0\rangle\langle\varphi_0| + \gamma\xi|\varphi_0\rangle\langle\varphi_1| + |\varphi_1\rangle\langle\varphi_0|], \\ |v_3\rangle_{ABCD} &= \frac{1}{2}[\gamma^2|\varphi_3\rangle\langle\varphi_3| + \xi^2|\varphi_2\rangle\langle\varphi_2| + \gamma\xi|\varphi_2\rangle\langle\varphi_3| + |\varphi_3\rangle\langle\varphi_2|], \\ |v_4\rangle_{ABCD} &= \frac{1}{2}[\gamma^2|\varphi_1\rangle\langle\varphi_3| + \xi^2|\varphi_0\rangle\langle\varphi_2| + \gamma\xi|\varphi_1\rangle\langle\varphi_2| + |\varphi_3\rangle\langle\varphi_0|], \\ |v_5\rangle_{ABCD} &= \frac{1}{2}[\gamma^2|\varphi_3\rangle\langle\varphi_1| + \xi^2|\varphi_2\rangle\langle\varphi_0| + \gamma\xi|\varphi_3\rangle\langle\varphi_0| + |\varphi_2\rangle\langle\varphi_1|], \\ |v_6\rangle_{ABCD} &= \frac{1}{2}[\gamma^2|\varphi_0\rangle\langle\varphi_2| + \xi^2|\varphi_1\rangle\langle\varphi_3| + \gamma\xi|\varphi_0\rangle\langle\varphi_3| + |\varphi_1\rangle\langle\varphi_2|], \\ |v_7\rangle_{ABCD} &= \frac{1}{2}[\gamma^2|\varphi_2\rangle\langle\varphi_0| + \xi^2|\varphi_3\rangle\langle\varphi_1| + \gamma\xi|\varphi_2\rangle\langle\varphi_1| + |\varphi_3\rangle\langle\varphi_0|], \\ |v_8\rangle_{ABCD} &= \frac{1}{2}[\gamma^2|\varphi_0\rangle\langle\varphi_1| + \xi^2|\varphi_1\rangle\langle\varphi_0| + \gamma\xi|\varphi_0\rangle\langle\varphi_0| + |\varphi_1\rangle\langle\varphi_1|], \\ |v_9\rangle_{ABCD} &= \frac{1}{2}[\gamma^2|\varphi_1\rangle\langle\varphi_0| + \xi^2|\varphi_0\rangle\langle\varphi_1| + \gamma\xi|\varphi_0\rangle\langle\varphi_0| + |\varphi_1\rangle\langle\varphi_1|], \\ |v_{10}\rangle_{ABCD} &= \frac{1}{2}[\gamma^2|\varphi_0\rangle\langle\varphi_3| + \xi^2|\varphi_1\rangle\langle\varphi_2| + \gamma\xi|\varphi_0\rangle\langle\varphi_2| + |\varphi_1\rangle\langle\varphi_3|], \\ |v_{11}\rangle_{ABCD} &= \frac{1}{2}[\gamma^2|\varphi_3\rangle\langle\varphi_0| + \xi^2|\varphi_2\rangle\langle\varphi_1| + \gamma\xi|\varphi_2\rangle\langle\varphi_0| + |\varphi_3\rangle\langle\varphi_1|], \\ |v_{12}\rangle_{ABCD} &= \frac{1}{2}[\gamma^2|\varphi_2\rangle\langle\varphi_1| + \xi^2|\varphi_3\rangle\langle\varphi_0| + \gamma\xi|\varphi_2\rangle\langle\varphi_0| + |\varphi_3\rangle\langle\varphi_1|], \\ |v_{13}\rangle_{ABCD} &= \frac{1}{2}[\gamma^2|\varphi_1\rangle\langle\varphi_2| + \xi^2|\varphi_0\rangle\langle\varphi_3| + \gamma\xi|\varphi_0\rangle\langle\varphi_3| + |\varphi_1\rangle\langle\varphi_0|], \\ |v_{14}\rangle_{ABCD} &= \frac{1}{2}[\gamma^2|\varphi_2\rangle\langle\varphi_3| + \xi^2|\varphi_3\rangle\langle\varphi_2| + \gamma\xi|\varphi_2\rangle\langle\varphi_2| + |\varphi_3\rangle\langle\varphi_3|], \\ |v_{15}\rangle_{ABCD} &= \frac{1}{2}[\gamma^2|\varphi_3\rangle\langle\varphi_2| + \xi^2|\varphi_2\rangle\langle\varphi_3| + \gamma\xi|\varphi_2\rangle\langle\varphi_2| + |\varphi_3\rangle\langle\varphi_3|], \end{aligned} \quad (17)$$

上式可以看成是16个4维最大超纠缠Bell态的最大混合态. 利用上面介绍的4维模式检测装置, Alice和Bob分别同时对自己手里的粒子进行检测, 并且筛选出模式检

$$\begin{aligned} |0\rangle &= |k_1, H\rangle, |1\rangle = |k_1, V\rangle, \\ |2\rangle &= |k_2, H\rangle, |3\rangle = |k_2, V\rangle, \end{aligned} \quad (15)$$

其中 $|k_i\rangle$ 指光子的空间模式自由度. 经过有噪声的信道后, 超纠缠态可以写成 $|\varphi\rangle_0 = \frac{1}{2}(|00\rangle + |11\rangle + |22\rangle + |33\rangle)_{ab}$. 因此, 4光子系统可以由下列密度矩阵表示:

测结果为1的情况. 经过纯化后, 系统的态保留如下:

$$\begin{aligned} \rho_0' &= (P_1^2 P_2^2 |v_0'\rangle\langle v_0'| + (P_1^2 + (1-P_1)^2)(1-P_2)^2 |v_1'\rangle\langle v_1'| \\ &\quad + P_2^2(1-P_1)^2 |v_2'\rangle\langle v_2'| + 2P_1(1-P_1)P_2^2 |v_3'\rangle\langle v_3'| \\ &\quad + P_1(1-P_1)(1-P_2)^2(|v_4'\rangle\langle v_4'| + |v_5'\rangle\langle v_5'|))_{a'b'}, \end{aligned} \quad (18)$$

其中,

$$\begin{aligned} |v_0'\rangle_{a'b'} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\gamma^2|\varphi_0\rangle + \xi^2|\varphi_1\rangle), \\ |v_1'\rangle_{a'b'} &= \frac{1}{\sqrt{2}}\gamma\xi(|\varphi_2\rangle + |\varphi_3\rangle), \\ |v_2'\rangle_{a'b'} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\xi^2|\varphi_0\rangle + \gamma^2|\varphi_1\rangle), \\ |v_3'\rangle_{a'b'} &= \frac{1}{\sqrt{2}}\gamma\xi(|\varphi_0\rangle + |\varphi_1\rangle), \\ |v_4'\rangle_{a'b'} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\gamma^2|\varphi_2\rangle + \xi^2|\varphi_3\rangle), \\ |v_5'\rangle_{a'b'} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\gamma^2|\varphi_3\rangle + \xi^2|\varphi_2\rangle). \end{aligned} \quad (19)$$

该方案利用更高维模式检测提出了一种高效的超纠缠纯化方案. 利用线性光学, 两个非局域粒子可以获得高保真的超纠缠极化-空间态. 与传统的HEP方案相比, 该方案以更高的保真度降低了对初始非局域纠缠资源的需求. 此外, 与在极化-空间自由度中使用二维奇偶校验测量的传统超纠缠纯化协议不同, 该方案使用了4维奇偶校验测量, 因此可以提纯更多的非局域纠缠资源, 并且可以获得相对高保真的超纠缠态.

5 总结与展望

量子计算与量子信息处理在物理以及信息发展等

多个领域都占有重要地位, 高维度量子信息处理既可以加快信息处理速度, 又可以增加信道容量. 本文介绍了部分利用纠缠光子对构建的二维以及高维单自由度

和多自由度的量子逻辑门方案及量子信息处理方案, 希望这些方案能够在后续量子网络、量子计算机的发展中提供一些有意义的理论借鉴.

参考文献

- 1 Zhang L, Silberhorn C, Walmsley I A. Secure quantum key distribution using continuous variables of single photons. *Phys Rev Lett*, 2008, 100: 110504
- 2 Shor P W. Algorithms for quantum computation: Discrete logarithm and factoring. In: Goldwasser S, ed. Proceedings of the 35th Annual Symposium on Foundations of Computer Science. Los Alamitos: IEEE Computer Society Press, 1994. 124–134
- 3 Dixon P B, Howland G A, Schneeloch J, et al. Quantum mutual information capacity for high-dimensional entangled states. *Phys Rev Lett*, 2012, 108: 143603
- 4 Bennett C H, Brassard G. Quantum cryptography: Public key distribution and coin tossing. *Theor Comput Sci*, 2014, 560: 7–11
- 5 Hillery M, Bužek V, Berthiaume A. Quantum secret sharing. *Phys Rev A*, 1999, 59: 1829–1834
- 6 Long G L, Liu X S. Theoretically efficient high-capacity quantum-key-distribution scheme. *Phys Rev A*, 2002, 65: 032302
- 7 Deng F G, Long G L, Liu X S. Two-step quantum direct communication protocol using the Einstein-Podolsky-Rosen pair block. *Phys Rev A*, 2003, 68: 042317
- 8 Grover L K. Quantum mechanics helps in searching for a needle in a haystack. *Phys Rev Lett*, 1997, 79: 325–328
- 9 Gottesman D, Chuang I L. Demonstrating the viability of universal quantum computation using teleportation and single-qubit operations. *Nature*, 1999, 402: 390–393
- 10 Bennett C H, Brassard G, Crepeau C, et al. Teleporting an unknown quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen channels. *Phys Rev Lett*, 1993, 70: 1895–1899
- 11 Bouwmeester D, Pan J W, Mattle K, et al. Experimental quantum teleportation. *Nature*, 1997, 390: 575–579
- 12 Cirac J I, Zoller P, Kimble H J, et al. Quantum state transfer and entanglement distribution among distant nodes in a quantum network. *Phys Rev Lett*, 1997, 78: 3221–3224
- 13 Wallnöfer J, Zwerger M, Muschik C, et al. Two-dimensional quantum repeaters. *Phys Rev A*, 2016, 94: 052307
- 14 Bennett C H, Brassard G, Popescu S, et al. Purification of noisy entanglement and faithful teleportation via noisy channels. *Phys Rev Lett*, 1996, 76: 722–725
- 15 Bennett C H, Bernstein H J, Popescu S, et al. Concentrating partial entanglement by local operations. *Phys Rev A*, 1996, 53: 2046–2052
- 16 Pan J W, Simon C, Brukner C, et al. Entanglement purification for quantum communication. *Nature*, 2001, 410: 1067–1070
- 17 Poyatos J F, Cirac J I, Zoller P. Complete characterization of a quantum process: The two-bit quantum gate. *Phys Rev Lett*, 1997, 78: 390–393
- 18 Browne D E, Plenio M B, Huelga S F. Robust creation of entanglement between ions in spatially separate cavities. *Phys Rev Lett*, 2003, 91: 067901
- 19 Serafini A, Mancini S, Bose S. Distributed quantum computation via optical fibers. *Phys Rev Lett*, 2006, 96: 010503
- 20 Deng Z J, Zhang X L, Wei H, et al. Implementation of a nonlocal N -qubit conditional phase gate by single-photon interference. *Phys Rev A*, 2007, 76: 044305
- 21 Barrett S D, Rohde P P, Stace T M. Scalable quantum computing with atomic ensembles. *New J Phys*, 2010, 12: 093032
- 22 Beige A, Lim Y L, Kwek L C. A repeat-until-success quantum computing scheme. *New J Phys*, 2007, 9: 197
- 23 Barrett S D, Kok P. Efficient high-fidelity quantum computation using matter qubits and linear optics. *Phys Rev A*, 2005, 71: 060310
- 24 Rohde P P, Barrett S D. Strategies for the preparation of large cluster states using non-deterministic gates. *New J Phys*, 2007, 9: 198
- 25 Calsamiglia J. Generalized measurements by linear elements. *Phys Rev A*, 2002, 65: 030301
- 26 Ursin R, Jennewein T, Aspelmeyer M, et al. Quantum teleportation across the Danube. *Nature*, 2004, 430: 849
- 27 van Houwelingen J A W, Brunner N, Beveratos A, et al. Quantum teleportation with a three-bell-state analyzer. *Phys Rev Lett*, 2006, 96: 130502
- 28 Duan L M, Wang B, Kimble H J. Robust quantum gates on neutral atoms with cavity-assisted photon scattering. *Phys Rev A*, 2005, 72: 032333
- 29 Hu C Y, Young A, O'Brien J L, et al. Giant optical Faraday rotation induced by a single-electron spin in a quantum dot: Applications to entangling remote spins via a single photon. *Phys Rev B*, 2008, 78: 085307
- 30 Zhou X F, Zhang Y S, Guo G C. Nonlocal gate of quantum network via cavity quantum electrodynamics. *Phys Rev A*, 2005, 71: 064302
- 31 Cao C, Chen X, Duan Y W, et al. Concentrating partially entangled W-class states on nonlocal atoms using low-Q optical cavity and linear optical elements. *Sci China-Phys Mech Astron*, 2016, 59: 100315
- 32 Cerf N J, Bourennane M, Karlsson A, et al. Security of quantum key distribution using d -level systems. *Phys Rev Lett*, 2002, 88: 127902
- 33 Wang C, Deng F G, Li Y S, et al. Quantum secure direct communication with high-dimension quantum superdense coding. *Phys Rev A*, 2005, 71:

044305

- 34 Barreiro J T, Langford N K, Peters N A, et al. Generation of hyperentangled photon pairs. *Phys Rev Lett*, 2005, 95: 260501
- 35 Wilde M M, Uskov D B. Linear-optical hyperentanglement-assisted quantum error-correcting code. *Phys Rev A*, 2009, 79: 022305
- 36 Sheng Y B, Deng F G. Deterministic entanglement purification and complete nonlocal Bell-state analysis with hyperentanglement. *Phys Rev A*, 2010, 81: 032307
- 37 Vallone G, Ceccarelli R, de Martini F, et al. Hyperentanglement of two photons in three degrees of freedom. *Phys Rev A*, 2009, 79: 030301
- 38 Kim J S, Das A, Sanders B C. Entanglement monogamy of multipartite higher-dimensional quantum systems using convex-roof extended negativity. *Phys Rev A*, 2009, 79: 012329
- 39 Richart D, Fischer Y, Weinfurter H. Experimental implementation of higher dimensional time-energy entanglement. *Appl Phys B*, 2012, 106: 543–550
- 40 Neves L, Lima G, Aguirre Gómez J G, et al. Generation of entangled states of qudits using twin photons. *Phys Rev Lett*, 2005, 94: 100501
- 41 O'Sullivan-Hale M N, Ali Khan I, Boyd R W, et al. Pixel entanglement: Experimental realization of optically entangled $d=3$ and $d=6$ qudits. *Phys Rev Lett*, 2005, 94: 220501
- 42 Vaziri A, Weihs G, Zeilinger A. Experimental two-photon, three-dimensional entanglement for quantum communication. *Phys Rev Lett*, 2002, 89: 240401
- 43 Peruzzo A, Lobino M, Matthews J C F, et al. Quantum walks of correlated photons. *Science*, 2010, 329: 1500–1503
- 44 Edgar M P, Tasca D S, Izdebski F, et al. Imaging high-dimensional spatial entanglement with a camera. *Nat Commun*, 2012, 3: 984
- 45 Yokoyama S, Ukai R, Armstrong S C, et al. Ultra-large-scale continuous-variable cluster states multiplexed in the time domain. *Nat Photon*, 2013, 7: 982–986
- 46 D'Ambrosio V, Bisesto F, Sciarrino F, et al. Device-independent certification of high-dimensional quantum systems. *Phys Rev Lett*, 2014, 112: 140503
- 47 Krenn M, Huber M, Fickler R, et al. Generation and confirmation of a (100×100) -dimensional entangled quantum system. *Proc Natl Acad Sci USA*, 2014, 111: 6243–6247
- 48 Wang X L, Luo Y H, Huang H L, et al. 18-Qubit entanglement with six photons' three degrees of freedom. *Phys Rev Lett*, 2018, 120: 260502
- 49 Zahedinejad E, Ghosh J, Sanders B C. High-fidelity single-shot Toffoli gate via quantum control. *Phys Rev Lett*, 2015, 114: 200502
- 50 Giesz V, Somaschi N, Hornecker G, et al. Coherent manipulation of a solid-state artificial atom with few photons. *Nat Commun*, 2016, 7: 11986
- 51 Anderson B E, Sosa-Martinez H, Riofrío C A, et al. Accurate and robust unitary transformations of a high-dimensional quantum system. *Phys Rev Lett*, 2015, 114: 240401
- 52 Bonato C, Haupt F, Oemrawsingh S S R, et al. CNOT and Bell-state analysis in the weak-coupling cavity QED regime. *Phys Rev Lett*, 2010, 104: 160503
- 53 Wei H R, Deng F G. Universal quantum gates for hybrid systems assisted by quantum dots inside double-sided optical microcavities. *Phys Rev A*, 2013, 87: 022305
- 54 Ren B C, Wei H R, Deng F G. Deterministic photonic spatial-polarization hyper-controlled-not gate assisted by a quantum dot inside a one-side optical microcavity. *Laser Phys Lett*, 2013, 10: 095202
- 55 Ren B C, Wang G Y, Deng F G. Universal hyperparallel hybrid photonic quantum gates with dipole-induced transparency in the weak-coupling regime. *Phys Rev A*, 2015, 91: 032328
- 56 Xia B Y, Cao C, Han Y H, et al. Universal photonic three-qubit quantum gates with two degrees of freedom assisted by charged quantum dots inside single-sided optical microcavities. *Laser Phys*, 2018, 28: 095201
- 57 Wang T J, Wang C. Universal hybrid three-qubit quantum gates assisted by a nitrogen-vacancy center coupled with a whispering-gallery-mode microresonator. *Phys Rev A*, 2014, 90: 052310
- 58 Wang T J, Zhang Y, Wang C. Universal hybrid hyper-controlled quantum gates assisted by quantum dots in optical double-sided microcavities. *Laser Phys Lett*, 2014, 11: 025203
- 59 Wang T J, Wang C. Parallel quantum computing teleportation for spin qubits in quantum dot and microcavity coupled system. *IEEE J Sel Top Quantum Electron*, 2015, 21: 91–97
- 60 He L Y, Wang T J, Wang C. Construction of high-dimensional universal quantum logic gates using a Λ system coupled with a whispering-gallery-mode microresonator. *Opt Express*, 2016, 24: 15429
- 61 Pan J W, Gasparoni S, Ursin R, et al. Experimental entanglement purification of arbitrary unknown states. *Nature*, 2003, 423: 417–422
- 62 Wang T J, Cao C, Wang C. Linear-optical implementation of hyperdistillation from photon loss. *Phys Rev A*, 2014, 89: 052303
- 63 Wang T J, Wang C. High-efficient entanglement distillation from photon loss and decoherence. *Opt Express*, 2015, 23: 31550
- 64 Wang T J, Mi S C, Wang C. Hyperentanglement purification using imperfect spatial entanglement. *Opt Express*, 2017, 25: 2969

Summary for “高维量子逻辑门及高维量子信息处理”

High dimensional quantum logic gates and quantum information processing

Wenling Xu¹, Tiejun Wang^{1,2*}, Cong Cao^{2,3} & Chuan Wang^{1,2,4*}

¹ School of Science, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876, China;

² State Key Laboratory of Information Photonics and Optical Communications, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876, China;

³ School of Ethnic Minority Education, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876, China;

⁴ College of Information Science and Technology, Beijing Normal University, Beijing 100875, China

* Corresponding authors, E-mail: wangtiejun@bupt.edu.cn; wangchuan@bupt.edu.cn

Quantum information science has extensive applications in various research fields, such as information, physics and computer science. It is well known that the quantum properties of a system exhibit many unique advantages in the security of information transmission and processing, computation, and the improvement of channel capacity. Quantum information includes several research fields, for example, quantum communication, quantum computing and so on. In the past 30 years, the development of quantum communication, quantum computing and quantum information processing has made great progress in both theory and experiments.

As a fundamental resource for quantum information processing, entanglement is a key element for many applications, such as quantum key distribution, quantum teleportation, quantum dense coding, quantum secure direct communication and quantum metrology. Because of the weak interaction with the environment and the degrees of freedom, entangled photons are the excellent candidates as the quantum-information carrier. Several remarkable experiments have been performed with the photonic entanglement. However, it is necessary to share a pair of entangled photons between the communicating parties in advance in these quantum information processes. Furthermore, the application of hyperentanglement, the entanglement of photon pairs simultaneously existing in more than one degree of freedom, has been widely studied for the reason that it can improve the channel capacity of quantum communications and implement hyperparallel computing, such as the quantum error-correcting code, quantum repeater and deterministic entanglement purification. Moreover, the quantum logic gates play an essential role in quantum information processing which attracts much attention on the designing of the quantum logic gates. Depending on the coherent dynamics of the cavity quantum electrodynamical system, deterministic quantum gate operations between the quantum systems can be realized.

Here in this review, by considering high-dimensional quantum systems, several high-dimensional quantum protocols are presented. They can greatly improve the capacity of quantum channel and noise immunity, which exhibits potential applications in quantum information processing. This review describes the development of quantum computing and quantum information processing using hyperentanglement. And the entangled photons in single degree of freedom and multi-degrees of freedom are used to illustrate the two-dimensional and high-dimensional quantum information processing schemes. Finally, the latest progress and further applications of quantum computing and quantum information processing are introduced.

quantum information processing, entanglement, quantum gate, high-dimension, degree of freedom

doi: [10.1360/N972019-00252](https://doi.org/10.1360/N972019-00252)