论 文

互耦条件下双基地 MIMO 雷达的收发角度估计

郑志东*, 张剑云, 康凯, 李小波

合肥电子工程学院, 合肥 230037

* 通信作者. E-mail: focusdong@yahoo.cn

收稿日期: 2012-03-21; 接受日期: 2013-01-11

国家自然科学基金 (批准号: 60702015) 资助项目

摘要 阵元互耦的存在会使双基地 MIMO 雷达多目标定位算法的性能恶化. 利用发射和接收互耦矩阵的带状、对称 Toeplitz 性质, 提出了一种基于 ESPRIT 的双基地 MIMO 雷达收发角度算法, 并针对现有参数配对算法中存在参量兼并的问题, 给出了一种改进的自动配对算法. 仿真结果表明: 在存有相同发射角/接收角时, 本文算法仍能有效实现多目标定位, 无需进行谱峰搜索和额外的目标配对; 本文算法对互耦系数自由度和扰动误差的稳健性优于 MUSIC-like 算法, 并且具有更高的估计精度. 此外, 还推导了确定信号模型下收发角和互耦系数的 CRB (Cramer-Rao bound).

关键词 双基地 MIMO 雷达 互耦 多目标定位 自动配对 ESPRIT

1 引言

多输入多输出 (MIMO) 雷达是近年来提出的一种新型体制雷达^[1], 与传统雷达相比, MIMO 雷达在目标检测、参数估计精度、杂波抑制等方面具有显著优势^[1~5]. MIMO 雷达按其收发阵元的配置方式可分为: 统计 MIMO 雷达^[1~3] 和单 (双) 基地 MIMO 雷达^[4~12]. 统计 MIMO 雷达采用空间分集配置方式, 它充分利用空域信息克服目标的闪烁效应, 获得空间分集增益, 提高闪烁目标的检测性能; 而单 (双) 基地 MIMO 雷达采用相干配置方式, 它利用波形分集形成大的虚拟孔径, 提高雷达的角度估计精度, 增加最大可识别的目标数等. 本文对互耦条件下双基地 MIMO 雷达的角度估计问题展开研究.

双基地 MIMO 雷达的发射和接收阵列分开配置, 需要同时估计出目标的发射角 (direction of departure, DOD) 和接收角 (direction of arrival, DOA). 文献 [6] 将传统的 ESPRIT 算法运用于双基地 MIMO 雷达, 分别提取出了发射和接收旋转不变因子, 估计出目标的 DOD 和 DOA, 但它需要额外的配对算法. 在此基础上, 文献 [7] 利用两个一维 ESPRIT 算法间的关系, 实现了目标收发角度的自动配对. 文献 [8] 利用 Kronecker 乘积的性质构造二次型代价函数, 分别求解出不同约束条件下目标的 DOD 和 DOA, 并实现自动配对, 且估计性能渐进于二维 MUSIC 算法, 但该算法仍需要进行一维的谱峰搜索. 为了进一步减少算法的计算量, 文献 [9] 提出了基于传播算子进行收发角度估计.

在上述估计算法中, 均以理想收发阵列为假设前提, 并未考虑发射和接收阵列的互耦影响. 而实际中, 阵列的天线间普遍存在着互耦, 如果仍采用上述估计方法进行收发角度估计, 其性能将急剧下降甚

引用格式: 郑志东, 张剑云, 康凯, 等. 互耦条件下双基地 MIMO 雷达的收发角度估计. 中国科学: 信息科学, 2013, 43: 784-797, doi: 10.1360/112012-234

图 1 文献 [7] 的位置估计星座图

Figure 1 The target localization result of reference [7]

至失效. 目前, 对互耦条件下双基地 MIMO 雷达角度估计研究地较少, 仅有文献 [10~12] 对此进行了报道. 文献 [10] 利用 Capon 谱估计实现角度和互耦系数的交错迭代, 但该算法需要设定互耦矩阵的初值, 如果初值选择不合理将严重影响算法的估计性能, 另外在每次迭代过程中均需要进行二维搜索, 计算量较大. 文献 [11, 12] 提出了一种 MUSIC-like 的双基地 MIMO 雷达多目标定位和互耦自校正方法. 该方法利用互耦矩阵的带状、对称 Toeplitz 特性, 分别构造两个与目标角度相关的矩阵, 然后以矩阵行列式最小为准则进行全角度搜索, 得到收发角度的估计值, 但它需要两个一维搜索和额外的配对算法, 且当未知互耦个数增加时, 估计算法将因角度模糊而失效 (具体见第 4 节仿真实验). 本文针对文献 [11] 的不足, 提出了一种新的双基地 MIMO 雷达多目标定位和互耦参数估计方法. 该方法首先根据互耦矩阵的对称 Toeplitz 结构, 提取出发射和接收旋转不变因子, 并针对文献 [7] 在重根条件下自动配对算法失效的问题, 提出了一种改进的自动配对算法. 仿真实验验证了本文算法的有效性.

2 信号模型

考虑收发阵列皆为均匀线阵的双基地 MIMO 雷达系统, 阵元配置如图 1 所示, 其中发射阵元数为 M , 接收阵元数为 N , 且发射和接收的各自阵元间距为 d_t, d_r , 收发阵列之间的基线距离为 D , D 远大于载波波长 λ . 考虑发射和接收阵列同时存在未知互耦, 并假设其互耦系数矩阵分别为 $\mathbf{C}_t \in C^{M \times M}$ 和 $\mathbf{C}_r \in C^{N \times N}$, 发射阵列中间隔 $(q-1)d_t$ 的阵元间的互耦系数为 c_{tq} , 接收阵列中间隔 $(q-1)d_r$ 的阵元间的互耦系数为 c_{rq} . 由文献 [13] 可知, 可以用一带状循环对称的 Toeplitz 结构对互耦矩阵进行建模. 若发射和接收阵列的互耦自由度分别为 p_t, p_r , 则 $\mathbf{C}_t$ 和 $\mathbf{C}_r$ 可以表示为 [11,12]

$$\begin{cases} \mathbf{C}_t = \text{toeplitz}\{[c_{t1}, \dots, c_{tp_t}, 0, \dots, 0]\}, & 0 < |c_{tp_t}| < \dots < |c_{t2}| < c_{t1} = 1; \\ \mathbf{C}_r = \text{toeplitz}\{[c_{r1}, \dots, c_{rp_r}, 0, \dots, 0]\}, & 0 < |c_{rp_r}| < \dots < |c_{r2}| < c_{r1} = 1, \end{cases} \quad (1)$$

其中 $\text{toeplitz}\{\mathbf{c}\}$ 表示由矢量 $\mathbf{c}$ 形成的对称 Toeplitz 矩阵 [13]. 考虑在相同的距离单元上存有 P 个目标 (φ_p, θ_p) , 其中 φ_p, θ_p 分别为第 p 个目标所对应的雷达发射角 (DOD) 和接收角 (DOA). 为方便描述, 忽略目标的 Doppler 效应, 各发射阵元同时发射相互正交的脉冲串信号, 则 N 个接收阵元接收到

第 $l(l = 1, \dots, L)$ 个脉冲的输出信号为^[11]

$$\mathbf{r}_l(t) = \sum_{p=1}^P \alpha_p(l) \mathbf{a}_c(\theta_p) \mathbf{b}_c^T(\varphi_p) \mathbf{s}(t) + \mathbf{w}_l(t), \quad (2)$$

其中, $(\cdot)^T$ 表示向量的转置, $\mathbf{a}_c(\theta_p) = \mathbf{C}_r \mathbf{a}(\theta_p)$, $\mathbf{a}(\theta_p) = [1, e^{j2\pi d_r \sin \theta_p / \lambda}, \dots, e^{j2\pi(N-1)d_r \sin \theta_p / \lambda}]^T$ 为无互耦时的接收方向矢量; $\mathbf{b}_c(\varphi_p) = \mathbf{C}_t \mathbf{b}(\varphi_p)$, $\mathbf{b}(\varphi_p) = [1, e^{j2\pi d_t \sin \varphi_p / \lambda}, \dots, e^{j2\pi(M-1)d_t \sin \varphi_p / \lambda}]^T$ 为无互耦时的发射方向矢量; $\mathbf{s}(t)$ 为 $M \times 1$ 的发射信号矢量, 且各发射阵元的发射能量归一化为 1, $\alpha_p(l)$ 为第 p 个目标在第 l 个回波脉冲内的散射系数, 并假设其为未知的确定参数, $\mathbf{w}_l(t)$ 为 $N \times 1$ 的噪声矢量, 满足 $\mathbf{w}_l(t) \sim N^c(0, \sigma^2 \mathbf{I}_N)$. 对 $\mathbf{r}_l(t)$ 进行匹配滤波, 则滤波后的信号输出为

$$\mathbf{Y}_l = \int_T \mathbf{r}_l(t) \mathbf{s}^H(t) dt = \sum_{p=1}^P \alpha_p(l) \mathbf{a}_c(\theta_p) \mathbf{b}_c^T(\varphi_p) + \mathbf{V}_l, \quad (3)$$

其中, $(\cdot)^H$ 表示矩阵的共轭转置, $\mathbf{V}_l = \int_T \mathbf{w}_l(t) \mathbf{s}^H(t) dt$. 进一步, 将 $\mathbf{Y}_l$ 按列堆栈, 形成一个 $MN \times 1$ 的列矢量

$$\mathbf{y}_l = \text{vec}(\mathbf{Y}_l) = \mathbf{K}^c(\theta, \varphi) \boldsymbol{\alpha}_l + \mathbf{v}_l, \quad (4)$$

其中, $\text{vec}(\cdot)$ 表示将矩阵按列向量化, $\boldsymbol{\alpha}_l = [\alpha_1(l), \dots, \alpha_P(l)]^T$ 为 $P \times 1$ 的目标散射系数矢量, $\mathbf{K}^c(\theta, \varphi) = [\mathbf{k}^c(\theta_1, \varphi_1), \dots, \mathbf{k}^c(\theta_P, \varphi_P)]$ 为 MIMO 雷达虚拟阵元的等效方向矩阵, $\mathbf{k}^c(\theta_p, \varphi_p) = \mathbf{b}_c(\varphi_p) \otimes \mathbf{a}_c(\theta_p)$, $\otimes$ 表示 Kronecker 积. 由 (4) 式可知, 匹配滤波之后接收信号的协方差矩阵为 $\mathbf{R}_y = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \mathbf{y}_l \mathbf{y}_l^H$, 对其进行特征分解, 可得由 P 个大特征值对应特征矢量构成的信号子空间 $\mathbf{U}_s$, 且存在可逆矩阵 $\mathbf{G}$ 使得

$$\mathbf{U}_s = \mathbf{K}^c(\theta, \varphi) \mathbf{G}, \quad (5)$$

其余 $MN - P$ 个小特征值对应的特征矢量构成噪声子空间 $\mathbf{U}_n$, 并与等效方向矢量 $\mathbf{k}^c(\theta, \varphi)$ 正交, 即

$$\|\mathbf{U}_n^H \mathbf{k}^c(\theta_p, \varphi_p)\|^2 = 0, \quad p = 1, \dots, P. \quad (6)$$

由 (6) 式可知, 当已知发射和接收互耦矩阵时, 可以利用现有的子空间方法^[7~10] 估计出 DOD 和 DOA, 实现目标的高精度定位. 但实际中互耦矩阵通常为未知参量, 若仍采用现有方法进行角度估计, 将产生较大的估计误差. 因此, 以下提出一种未知互耦下的双基地 MIMO 雷达收发角度估计方法.

3 算法描述

3.1 接收和发射旋转不变因子的提取

分析 $\mathbf{C}_r$ 的结构可知, $\mathbf{C}_r$ 中的第 P_r 行至第 $N - P_r + 1$ 行具有相同个数的非零互耦系数, 且上下两行间非零互耦系数的列位置以单位 1 向右平移. 由此构造两个新的 $M(N - 2P_r + 1) \times P$ 维方向矩阵

$$\begin{cases} \mathbf{K}_{r1}^c = [\mathbf{b}_c(\varphi_1) \otimes \mathbf{a}_{c1}(\theta_1), \dots, \mathbf{b}_c(\varphi_P) \otimes \mathbf{a}_{c1}(\theta_P)]; \\ \mathbf{K}_{r2}^c = [\mathbf{b}_c(\varphi_1) \otimes \mathbf{a}_{c2}(\theta_1), \dots, \mathbf{b}_c(\varphi_P) \otimes \mathbf{a}_{c2}(\theta_P)], \end{cases} \quad (7)$$

其中, $\mathbf{a}_{c1}(\theta_p)$ 和 $\mathbf{a}_{c2}(\theta_p)$ 分别由 $\mathbf{a}_c(\theta_p)$ 的第 p_r 行至第 $N-p_r$ 行, 以及第 p_r+1 行至第 $N-p_r+1$ 行构成. 由于接收方向矢量 $\mathbf{a}_c(\theta_p) = \mathbf{C}_r \mathbf{a}(\theta_p)$, 则 $\mathbf{a}_{c1}(\theta_p)$ 和 $\mathbf{a}_{c2}(\theta_p)$ 可表示为

$$\begin{cases} \mathbf{a}_{c1}(\theta_p) = \mathbf{C}_{r1} \mathbf{a}(\theta_p); \\ \mathbf{a}_{c2}(\theta_p) = \mathbf{C}_{r2} \mathbf{a}(\theta_p), \end{cases} \quad (8)$$

其中, $\mathbf{C}_{r1}$ 和 $\mathbf{C}_{r2}$ 分别由 $\mathbf{C}_r$ 的第 p_r 行至第 $N-p_r$ 行, 以及第 p_r+1 行至第 $N-p_r+1$ 行构成. 进一步, 由于 $\mathbf{C}_r$ 满足对称 Toeplitz 结构, 因此有

$$\begin{cases} \mathbf{C}_{r1} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}'_r & \mathbf{0}_{(N-2p_r+1) \times 1} \end{bmatrix}; \\ \mathbf{C}_{r2} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(N-2p_r+1) \times 1} & \mathbf{C}'_r \end{bmatrix}, \end{cases} \quad (9)$$

其中

$$\mathbf{C}'_r(i, j) = \begin{cases} c_{r|i-j+p_r-1|+1}, & |i-j+p_r-1| < p_r; \\ 0, & \text{else}, \end{cases} \quad (10)$$

$\mathbf{0}_{(N-2p_r+1) \times 1}$ 表示 $(N-2p_r+1) \times 1$ 维的零矢量, $\mathbf{C}'_r(i, j)$ 表示 $\mathbf{C}'_r$ 中的第 i 行第 j 列元素. 将 (9) 式代入 (8) 式得

$$\begin{cases} \mathbf{a}_{c1}(\theta_p) = \mathbf{C}'_r \mathbf{a}_1(\theta_p); \\ \mathbf{a}_{c2}(\theta_p) = \mathbf{C}'_r \mathbf{a}_2(\theta_p), \end{cases} \quad (11)$$

其中, $\mathbf{a}_1(\theta_p)$ 和 $\mathbf{a}_2(\theta_p)$ 分别由 $\mathbf{a}(\theta_p)$ 的前 $N-1$ 行和后 $N-1$ 行构成. 将 (11) 式代入 (7) 式可得

$$\begin{cases} \mathbf{K}_{r1}^c = (\mathbf{I}_M \otimes \mathbf{C}'_r) [\mathbf{b}_c(\varphi_1) \otimes \mathbf{a}_1(\theta_1), \dots, \mathbf{b}_c(\varphi_P) \otimes \mathbf{a}_1(\theta_P)]; \\ \mathbf{K}_{r2}^c = (\mathbf{I}_M \otimes \mathbf{C}'_r) [\mathbf{b}_c(\varphi_1) \otimes \mathbf{a}_2(\theta_1), \dots, \mathbf{b}_c(\varphi_P) \otimes \mathbf{a}_2(\theta_P)]. \end{cases} \quad (12)$$

由 (12) 式可得 $\mathbf{K}_{r2}^c = \mathbf{K}_{r1}^c \Phi_r$, 其中 $\Phi_r = \text{diag}\{e^{j2\pi d_r \sin \theta_1 / \lambda}, \dots, e^{j2\pi d_r \sin \theta_P / \lambda}\}$ 为接收旋转不变因子. 同时由 (7) 式可知, $\mathbf{K}_{r1}^c, \mathbf{K}_{r2}^c$ 都是由 $\mathbf{K}^c(\theta, \varphi)$ 中的部分行构成, 按相同的方式提取 $\mathbf{U}_s$ 中的部分行构成 $\mathbf{U}_{sr1}$ 和 $\mathbf{U}_{sr2}$, 则根据 (5) 式有 $\mathbf{U}_{sr1} = \mathbf{K}_{r1}^c \mathbf{G}$, $\mathbf{U}_{sr2} = \mathbf{K}_{r2}^c \mathbf{G}$ 成立, 联合可得

$$\mathbf{U}_{sr2} = \mathbf{U}_{sr1} \mathbf{G}^{-1} \Phi_r \mathbf{G}. \quad (13)$$

若 $(\mathbf{U}_{sr1}^H \mathbf{U}_{sr1})^{-1}$ 可逆, 则对 $\mathbf{U}_{sr1}^\# \mathbf{U}_{sr2}$ 进行特征分解 (符号 # 表示伪逆运算), P 个特征值对应于各目标的 DOA. $(\mathbf{U}_{sr1}^H \mathbf{U}_{sr1})^{-1}$ 可逆的条件是 $\mathbf{U}_{sr1}$ 为列满秩矩阵, 而 $\mathbf{U}_{sr1}$ 的维数为 $M(N-2p_r+1) \times P$, 因此须要求 $M(N-2p_r+1) \geq P$.

由于 $\mathbf{C}_t$ 与 $\mathbf{C}_r$ 具有相同的矩阵结构, 同理可构造两个 $N(M-2p_t+1) \times P$ 的方向矩阵

$$\begin{cases} \mathbf{K}_{t1}^c = [\mathbf{b}_{c1}(\varphi_1) \otimes \mathbf{a}_c(\theta_1), \dots, \mathbf{b}_{c1}(\varphi_P) \otimes \mathbf{a}_c(\theta_P)]; \\ \mathbf{K}_{t2}^c = [\mathbf{b}_{c2}(\varphi_1) \otimes \mathbf{a}_c(\theta_1), \dots, \mathbf{b}_{c2}(\varphi_P) \otimes \mathbf{a}_c(\theta_P)], \end{cases} \quad (14)$$

其中, $\mathbf{b}_{c1}(\varphi_p)$ 和 $\mathbf{b}_{c2}(\varphi_p)$ 分别由 $\mathbf{b}_c(\varphi_p)$ 的第 p_t 行至第 $M-p_t$ 行, 以及第 p_t+1 行至第 $M-p_t+1$ 行构成. 同样可得 $\mathbf{K}_{t2}^c = \mathbf{K}_{t1}^c \Phi_t$, 其中 $\Phi_t = \text{diag}\{e^{j2\pi d_t \sin \varphi_1 / \lambda}, \dots, e^{j2\pi d_t \sin \varphi_P / \lambda}\}$ 为发射旋转不变因子. 按照与 $\mathbf{K}_{t1}^c, \mathbf{K}_{t2}^c$ 相同的方式从 $\mathbf{U}_s$ 中提取部分行构成 $\mathbf{U}_{st1}, \mathbf{U}_{st2}$, 则根据 (5) 式同理可得

$$\mathbf{U}_{st2} = \mathbf{U}_{st1} \mathbf{G}^{-1} \Phi_t \mathbf{G}. \quad (15)$$

因此, 当 $(\mathbf{U}_{st1}^H \mathbf{U}_{st1})^{-1}$ 可逆, 即满足 $N(M - 2p_t + 1) \geq P$ 时, 对 $\mathbf{U}_{st1}^{\#} \mathbf{U}_{st2}$ 进行特征值分解, P 个特征值对应于各目标的 DOD. 综合 (13) 和 (15) 式可知, 在互耦条件下, 利用本文方法所能识别的最大目标数为 $P_{\max} = \min \{M(N - 2P_r + 1), N(M - 2P_t + 1)\}$.

综上分析可知, 本文求解 DOD 和 DOA 的思路与 ESPRIT 算法^[6]相类似, 其核心为: 通过构造不同的矩阵, 提取发射和接收旋转不变因子, 进而估计出目标的收发角度. 当收发阵列均不存在互耦, 即满足 $\mathbf{C}_t = \mathbf{I}_M, \mathbf{C}_r = \mathbf{I}_N$ 时, 本文方法则退化为文献 [6] 中的 ESPRIT 算法. 此外, 由 (13) 和 (15) 式可知, 对 θ 和 φ 的估计需要两次独立的特征值分解, 特征向量的排列顺序可能不相同, 那么特征值便不能一一对应, 即无法保证收发角度配对到同一个目标上. 对此文献 [7, 9] 提出了一种自动配对的 ESPRIT 算法, 它利用信号子空间和方向矢量之间的变换矩阵, 对信号子空间进行了一定的变换, 得到了两次特征值分解之间的关系, 使得同一目标的角度自动配对. 但是, 当不同目标间存在相同的 DOD 或 DOA 时, 该自动配对算法将失效 (存在参量兼并现象). 为此, 以下提出一种改进的自动配对算法.

3.2 改进的自动配对算法

对矩阵 $\mathbf{U}_{sr1}^{\#} \mathbf{U}_{sr2}$ 进行特征值分解, 结果记为

$$\mathbf{U}_{sr1}^{\#} \mathbf{U}_{sr2} = \mathbf{Q}_r \tilde{\Phi}_r \mathbf{Q}_r^{-1}, \quad (16)$$

其中 $\tilde{\Phi}_r = \text{diag} \{\lambda_{r1}, \dots, \lambda_{rP}\}$ 为特征值矩阵, 特征值 λ_{rp} 与目标的 DOA 相对应. 以下考虑两种情况下的 DOD 估计问题: (1) λ_{rp} 不存在重根; (2) λ_{rp} 存在重根, 即目标存有相同的 DOA.

(1) 各 λ_{rp} 互不相同时的 DOD 估计. 对比 (13) 和 (16) 式可知, $\mathbf{Q}_r$ 和 $\mathbf{G}^{-1}$ 都是由矩阵 $\mathbf{U}_{sr1}^{\#} \mathbf{U}_{sr2}$ 的特征向量构成, 只是列的位置顺序可能不一样, 因此存在比例因子矩阵 $\mathbf{H}$ 和列交换矩阵 $\mathbf{F}$, 使得^[7]

$$\mathbf{Q}_r = \mathbf{G}^{-1} \mathbf{H} \mathbf{F}. \quad (17)$$

由于各特征值互不相等, 因而 $\mathbf{H}$ 为 $P \times P$ 的对角矩阵. 同样地, Φ_r 和 $\tilde{\Phi}_r$ 都是由 $\mathbf{U}_{sr1}^{\#} \mathbf{U}_{sr2}$ 特征值构成的对角阵, 也仅是位置顺序不同, 对应有

$$\tilde{\Phi}_r = (\mathbf{H} \mathbf{F})^{-1} \Phi_r \mathbf{H} \mathbf{F}. \quad (18)$$

构造矩阵 $\tilde{\Phi}_t = \mathbf{Q}_r^{-1} \mathbf{U}_{st1}^{\#} \mathbf{U}_{st2} \mathbf{Q}_r$, 并将 (15) 和 (17) 式代入 $\tilde{\Phi}_t$ 可得

$$\tilde{\Phi}_t = \mathbf{Q}_r^{-1} \mathbf{U}_{st1}^{\#} \mathbf{U}_{st2} \mathbf{Q}_r = (\mathbf{H} \mathbf{F})^{-1} \mathbf{G} \mathbf{G}^{-1} \Phi_t \mathbf{G} \mathbf{G}^{-1} (\mathbf{H} \mathbf{F}) = (\mathbf{H} \mathbf{F})^{-1} \Phi_t (\mathbf{H} \mathbf{F}), \quad (19)$$

式中 $\tilde{\Phi}_t$ 为对角矩阵, 并且 $\tilde{\Phi}_r, \tilde{\Phi}_t$ 是 Φ_r, Φ_t 经过相同的行列变换得到, 因此它们的对角元素可自动配对到同一目标. 至此, 可通过 (20) 式获得自动配对的角度估计值, 其中 $\text{angle}(\cdot)$ 表示取元素的相角运算.

$$\begin{cases} \hat{\theta}_p = \arcsin \left\{ \frac{\lambda}{2\pi d_r} \text{angle} [\tilde{\Phi}_r(p, p)] \right\}, & p = 1, \dots, P; \\ \hat{\varphi}_p = \arcsin \left\{ \frac{\lambda}{2\pi d_t} \text{angle} [\tilde{\Phi}_t(p, p)] \right\}, & p = 1, \dots, P, \end{cases} \quad (20)$$

(2) λ_{rp} 存在重根, 即目标存在相同 DOA 时的 DOD 估计. 假设 λ_{rp} 中存在 γ 组重根, 并记 $\lambda_r^{(i)} (i = 1, \dots, \gamma)$ 为第 i 组重根对应的特征值. 由于重根特征值所对应特征向量间的线性组合仍为矩阵 $\mathbf{U}_{sr1}^{\#} \mathbf{U}_{sr2}$ 的特征向量, 因此存在块对角矩阵 $\bar{\mathbf{H}}$ 和列变换矩阵 $\bar{\mathbf{F}}$, 使得^[14]

$$\mathbf{Q}_r = \mathbf{G}^{-1} \bar{\mathbf{H}} \bar{\mathbf{F}}, \quad (21)$$

其中 $\bar{\mathbf{H}} = \text{blkdiag}\{\bar{\mathbf{H}}_1, \dots, \bar{\mathbf{H}}_T\}$, $\text{blkdiag}(\cdot)$ 表示分块对角矩阵. 同样矩阵 Φ_r 和 $\tilde{\Phi}_r$ 间满足

$$\begin{aligned}\tilde{\Phi}_r &= (\bar{\mathbf{H}}\bar{\mathbf{F}})^{-1}\Phi_r\bar{\mathbf{H}}\bar{\mathbf{F}} = \bar{\mathbf{F}}^{-1}\text{blkdiag}\{\bar{\mathbf{H}}_1^{-1}\Phi_{r1}\bar{\mathbf{H}}_1, \dots, \bar{\mathbf{H}}_T^{-1}\Phi_{rT}\bar{\mathbf{H}}_T\}\bar{\mathbf{F}} \\ &= \bar{\mathbf{F}}^{-1}\text{blkdiag}\{\Phi_{r1}, \dots, \Phi_{rT}\}\bar{\mathbf{F}} = \bar{\mathbf{F}}^{-1}\mathbf{E}_r\bar{\mathbf{F}},\end{aligned}\quad (22)$$

其中 $\mathbf{E}_r = \text{blkdiag}\{\Phi_{r1}, \dots, \Phi_{rT}\}$, Φ_{ri} ($i = 1, \dots, T$) 表示由第 i 组重根特征值组成的对角矩阵. 将 (15) 和 (21) 式代入矩阵 $\tilde{\Phi}_t$ 可得

$$\tilde{\Phi}_t = \mathbf{Q}_r^{-1}\mathbf{U}_{st1}^\#\mathbf{U}_{st2}\mathbf{Q}_r = (\bar{\mathbf{H}}\bar{\mathbf{F}})^{-1}\mathbf{G}\mathbf{G}^{-1}\Phi_t\mathbf{G}\mathbf{G}^{-1}(\bar{\mathbf{H}}\bar{\mathbf{F}}) = \bar{\mathbf{F}}^{-1}\bar{\mathbf{H}}^{-1}\Phi_t\bar{\mathbf{H}}\bar{\mathbf{F}}. \quad (23)$$

进一步, 按照 λ_{rp} 的重根组数将 Φ_t 分块为 $\Phi_t = \text{blkdiag}\{\Phi_{t1}, \dots, \Phi_{tT}\}$, 则 (23) 式可写为

$$\tilde{\Phi}_t = \bar{\mathbf{F}}^{-1}\text{blkdiag}\{\bar{\mathbf{H}}_1^{-1}\Phi_{t1}\bar{\mathbf{H}}_1, \dots, \bar{\mathbf{H}}_T^{-1}\Phi_{tT}\bar{\mathbf{H}}_T\}\bar{\mathbf{F}}. \quad (24)$$

记 $\mathbf{E}_t = \text{blkdiag}\{\bar{\mathbf{H}}_1^{-1}\Phi_{t1}\bar{\mathbf{H}}_1, \dots, \bar{\mathbf{H}}_T^{-1}\Phi_{tT}\bar{\mathbf{H}}_T\}$, 并令 λ_{tp} 为 Φ_t 中的对角线元素. 对比 (22) 和 (24) 式可知, 矩阵 $\bar{\mathbf{F}}^{-1}$ 和 $\bar{\mathbf{F}}$ 仅是对 $\mathbf{E}_r$ 和 $\mathbf{E}_t$ 进行了相同的行列变换, 不改变 $\mathbf{E}_r$ 和 $\mathbf{E}_t$ 两者间的角度配对信息, 因此只要能从 $\mathbf{E}_t$ 中求解出 λ_{tp} , $\tilde{\Phi}_t$ 和 $\tilde{\Phi}_r$ 便能自动配对于同一目标的 DOD 和 DOA.

(22) 式中, 由于子矩阵 Φ_{ri} 的对角线元素相同, 因此 $\bar{\mathbf{H}}_i^{-1}\Phi_{ri}\bar{\mathbf{H}}_i$ 仍为对角矩阵, 而对于 (24) 式, Φ_{ti} ($i = 1, \dots, T$) 中的对角线元素互不相同 (若相同则表示同一目标), $\bar{\mathbf{H}}_i^{-1}\Phi_{ti}\bar{\mathbf{H}}_i$ 不再为对角矩阵, 并且对角线元素为不同 λ_{tp} 的线性组合, 因此不能简单地取 $\mathbf{E}_t$ 中的对角线元素作为 λ_{tp} 的估计值 (与情况 (1) 不同). 对此可根据 $\lambda_r^{(i)}$ 中的重根数大小分情况求解 λ_{tp} : a) 若 $\lambda_r^{(i)}$ 的重根数为 1, $\bar{\mathbf{H}}_i$ 退化为标量, 即满足 $\bar{\mathbf{H}}_i^{-1}\Phi_{ti}\bar{\mathbf{H}}_i = \lambda_{ti}$; b) 若 $\lambda_r^{(i)}$ 的重根数为 k ($k > 1$), 记 k 阶方阵 $\mathbf{E}_{ti} = \bar{\mathbf{H}}_i^{-1}\Phi_{ti}\bar{\mathbf{H}}_i$, 由于 λ_{ti} 为 $\mathbf{E}_{ti}$ 的特征值, 因此可对 $\mathbf{E}_{ti}$ 进行特征分解求得 λ_{ti} 的估计值. 以上先对 DOA 存在重根与否进行判断, 再分情况估计 DOD. 反之, 若 DOD 存在重根时, 可以采用与 DOA 相同的方法进行重根判断, 再分情况估计出 DOA.

3.3 算法的步骤描述及运算复杂度分析

综上所述, 可以得到本文算法的角度估计步骤:

(1) 求接收信号的协方差矩阵 $\mathbf{R}_y$, 对其进行特征分解, 得到信号子空间 $\mathbf{U}_s$, 并利用最小描述长度^[15] (MDL) 准则估计出目标个数 P ;

(2) 按照 (7) 和 (14) 式中 $\mathbf{K}_{r1}^c, \mathbf{K}_{r2}^c, \mathbf{K}_{t1}^c, \mathbf{K}_{t2}^c$ 的划分方式, 从 $\mathbf{U}_s$ 中提取部分行, 分别构造子矩阵 $\mathbf{U}_{sr1}, \mathbf{U}_{sr2}, \mathbf{U}_{st1}, \mathbf{U}_{st2}$;

(3) 对矩阵 $\mathbf{U}_{sr1}^\#\mathbf{U}_{sr2}$ 进行特征分解, 求出 $\mathbf{Q}_r$ 和 $\tilde{\Phi}_r$, 并根据 (20) 式计算 $\hat{\theta}_p$;

(4) 将特征值 λ_{rp} 从小到大排列, 并判断 λ_{rp} 中是否存在重根. 在噪声存在情况下, 可根据绝对误差准则进行重根判断: 如果 $|\lambda_{r(p+1)} - \lambda_{rp}|/|\lambda_{rp}| < \varepsilon$, 则判断为重根, 反之则 λ_{rp} 与 $\lambda_{r(p+1)}$ 互不相同, 其中 ε 为预设的判定门限;

(5) 按照 (19) 式构造矩阵 $\tilde{\Phi}_t$, 若不存在重根, 则 $\tilde{\Phi}_t(p, p)$ 直接对应于目标的 DOD; 若存在重根, 将 $\tilde{\Phi}_t$ 按照 λ_{rp} 的重根组数进行分块, 并对各分块方阵 $\tilde{\Phi}_{ti} \in C^{k \times k}$ 进行特征分解, 其 k 个特征值对应为目标的 k 个 DOD.

在上述估计算法中, 需要预先知道发射和接收互耦矩阵的自由度 p_t, p_r , 而实际中很难确定自由度大小, 而且由文献 [16] 可知, 目前尚没有理论对其进行讨论. 现有文献 [11, 12, 17, 18] 大多假设自由度已知, 或是通过实际经验来设定自由度大小. 本文可以通过实际经验和所提方法相结合的办法来确

定 p_t, p_r . 首先可以根据实际经验粗略设定 $\hat{p}_t, \hat{p}_r$, 然后使用下面所述的方法估计出互耦参数. 如果设定值大于实际互耦自由度 p_t, p_r , 则估计出的参数将出现接近于零的值, 非零值的数目便是实际的互耦自由度. 如果参数中不存在接近于零的取值, 则增大设定值, 直到估计参数中出现接近于零的值 (或者明显小于其他值), 从而得到实际的互耦自由度.

本文的主要计算量集中: (1) 协方差矩阵 $\mathbf{R}_y$ 的估计和特征分解, 对 $\mathbf{R}_y$ 的估计需要 M^2N^2L 次复乘, 特征分解若采用 QZ 算法^[19], 需要复乘数位 $5M^3N^3$; (2) 对 $\mathbf{U}_{sr1}^\# \mathbf{U}_{sr2}$ 的估计和特征分解, 以及计算矩阵 $\tilde{\mathbf{\Phi}}_t$, 其计算量为 $P^2[M(N-2P_r+1)+N(M-2P_t+1)]+7P^2$. 如果接收角中存在 $\mathcal{I}$ 组重根, 需要对 $\tilde{\mathbf{\Phi}}_t$ 中的分块矩阵进行额外的特征值分解, 假设第 i ($i=1, \dots, \mathcal{I}$) 个分块矩阵的维数为 k_i ($\sum_{i=1}^{\mathcal{I}} k_i = P$), 则存在重根时的额外计算量为 $5\sum_{i=1}^{\mathcal{I}} k_i^3$. 因此, 本文角度估计算法的总计算量为 $M^2N^2L + 5M^3N^3 + P^2[M(N-2P_r+1)+N(M-2P_t+1)] + 7P^2 + 5\sum_{i=1}^{\mathcal{I}} k_i^3$. 而文献 [11] 采用两个一维的 MUSIC-like 方法搜索得到 DOD 和 DOA, 其主要计算量集中于协方差矩阵的估计和特征分解、搜索矩阵的构造以及额外的收发角度配对, 由此可得其计算量约为 $M^2N^2L + 5M^3N^3 + O\{g_r(2M^2NP_r + M^2P_r^2)(MN-P) + g_t(2N^2MP_t + N^2P_t^2)(MN-P) + 2MNP^2P_rP_t(MN-P)\}$, 其中 g_r, g_t 分别表示谱峰搜索 DOA 和 DOD 时所设定的网格数. 为了保证角度估计的精度, 通常 g_r, g_t 取较大值. 比较两种算法的计算量可知, 本文算法的复杂度明显小于文献 [11].

3.4 参数估计的 CRB

参数估计方差的 CRB 给出了无偏估计下方差的下界, 本小节将推导互耦条件下双基地 MIMO 雷达各参数估计的 CRB. 假设目标的散射系数 α_l 为确定的未知参量, 即推导确定信号模型下的 CRB. 首先给出第 l 个发射脉冲下的参数向量

$$\boldsymbol{\xi} = [\bar{\boldsymbol{\alpha}}_l^T, \tilde{\boldsymbol{\alpha}}_l^T, \boldsymbol{\gamma}^T, \boldsymbol{\eta}^T]. \quad (25)$$

(25) 式中, $\bar{\boldsymbol{\alpha}}_l = [\bar{\alpha}_1(l), \dots, \bar{\alpha}_P(l)]^T$, $\bar{\alpha}_p(l) = \text{Re}\{\alpha_p(l)\}$; $\tilde{\boldsymbol{\alpha}}_l = [\tilde{\alpha}_1(l), \dots, \tilde{\alpha}_P(l)]^T$, $\tilde{\alpha}_p(l) = \text{Im}\{\alpha_p(l)\}$; $\boldsymbol{\gamma} = [a_{t2}, \dots, a_{tP_t}, a_{r2}, \dots, a_{rP_r}, b_{t2}, \dots, b_{tP_t}, b_{r2}, \dots, b_{rP_r}]^T$ 为 $2K \times 1$ 的互耦系数向量, 其中 $K = P_t + P_r - 2$, $c_{ti} = a_{ti} + \text{j}b_{ti}$, ($i = 2, \dots, P_t$), $c_{rq} = a_{rq} + \text{j}b_{rq}$, ($q = 2, \dots, P_r$). $\boldsymbol{\eta} = [\varphi_1, \dots, \varphi_P, \theta_1, \dots, \theta_P]^T$ 为 $2P \times 1$ 的目标角度矢量. 在定义完未知参量后, 根据确定信号模型下 CRB 的推导公式可得如下定理.

定理 1 由文中所给出的确定信号模型和未知参数, 可得互耦系数参量 $\boldsymbol{\gamma}$ 和目标角度参量 $\boldsymbol{\eta}$ 的 CRB 分别为

$$\begin{aligned} \text{CRB}(\boldsymbol{\gamma}) &= \frac{\sigma^2}{2} \left\{ \sum_{l=1}^L \text{Re}\{\mathbf{H}_l^H \boldsymbol{\Gamma}_{\mathbf{K}}^\perp \mathbf{H}_l\} - \sum_{l=1}^L \text{Re}\{\mathbf{H}_l \boldsymbol{\Gamma}_{\mathbf{K}}^\perp \mathbf{D}_l^H\} \cdot \left(\sum_{l=1}^L \text{Re}\{\mathbf{H}_l^H \boldsymbol{\Gamma}_{\mathbf{K}}^\perp \mathbf{H}_l\} \right)^{-1} \right. \\ &\quad \left. \cdot \sum_{l=1}^L \text{Re}\{\mathbf{D}_l^H \boldsymbol{\Gamma}_{\mathbf{K}}^\perp \mathbf{H}_l\} \right\}^{-1}; \\ \text{CRB}(\boldsymbol{\eta}) &= \frac{\sigma^2}{2} \left\{ \sum_{l=1}^L \text{Re}\{\mathbf{D}_l^H \boldsymbol{\Gamma}_{\mathbf{K}}^\perp \mathbf{D}_l\} - \sum_{l=1}^L \text{Re}\{\mathbf{D}_l^H \boldsymbol{\Gamma}_{\mathbf{K}}^\perp \mathbf{H}_l\} \cdot \left(\sum_{l=1}^L \text{Re}\{\mathbf{H}_l^H \boldsymbol{\Gamma}_{\mathbf{K}}^\perp \mathbf{H}_l\} \right)^{-1} \right. \\ &\quad \left. \cdot \sum_{l=1}^L \text{Re}\{\mathbf{H}_l \boldsymbol{\Gamma}_{\mathbf{K}}^\perp \mathbf{D}_l^H\} \right\}^{-1}. \end{aligned} \quad (26)$$

定理 1 的证明见附录 A, 式中矩阵 $\mathbf{H}_l, \mathbf{D}_l, \boldsymbol{\Gamma}_{\mathbf{K}}^\perp$ 的表达式已分别由附录 A 中的 (A3), (A4) 和 (A9) 式给出.

图 2 本文算法的位置估计星座图

Figure 2 The target localization result of proposed method

4 计算机仿真

在以下仿真实验中, 首先验证 3.2 小节中自动配对算法的有效性, 然后将所提算法的参数估计性能与文献 [11] (以下简称为 MUSIC-like) 进行比较. 各发射阵元发射相互正交的 Hadamard 编码信号, 每个重复周期内的相互编码个数为 256, 发射的脉冲重复周期数 $L = 256$.

实验 1 自动配对算法的有效性验证. 假设双基地 MIMO 雷达的发射和接收阵元数分别为 $M=10$, $N=10$, 收发阵元间隔为 $d_t = d_r = \lambda/2$. 为了与文献 [7] 中的自动配对算法比较, 暂不考虑收发阵元存在互耦的情况. 假设空中存在 7 个不相关目标, 各目标的 DOD 和 DOA 分别为 $\varphi = [-10^\circ, -10^\circ, 0^\circ, 0^\circ, 0^\circ, 10^\circ, 10^\circ]$, $\theta = [-20^\circ, 20^\circ, -30^\circ, 0^\circ, 30^\circ, -20^\circ, 20^\circ]$. 当信噪比 (SNR) 为 5 dB 时, 经过 200 次 Monte Carlo 实验, 文献 [7] 与本文算法的目标位置估计结果如图 1, 2 所示. 比较图 1 和图 2 可知, 当 DOD 和 DOA 中存有多组相同角度时, 文献 [7] 的自动配对算法将失效 (无法准确估计出 DOD), 而本文算法仍能有效估计出接收角和发射角, 并实现目标的正确配对.

实验 2 角度估计算法的有效性验证. 考虑 8 发 10 收的双基地 MIMO 雷达, 设定两种条件下的发射和接收互耦系数: (1) $P_t = P_r = 2$, 互耦系数矢量为 $\mathbf{c}_t = [1, 0.1174 + 0.0577i]^T$ 和 $\mathbf{c}_r = [1, -0.0121 - 0.1029i]^T$; (2) $P_t = P_r = 3$, 互耦系数矢量为 $\mathbf{c}_t = [1, 0.6 + 0.5i, -0.4 - 0.4i]^T$ 和 $\mathbf{c}_r = [1, 0.7 + 0.3i, -0.3 - 0.2i]^T$. 其余条件与文献 [11] 相同, 即空中存在 3 个目标, 各目标的 DOD 和 DOA 分别为 $\varphi = [-30^\circ, 30^\circ, 10^\circ]$, $\theta = [-10^\circ, 10^\circ, 30^\circ]$. 图 3 为条件 (2) 下, MUSIC-like 算法 [11] 和本文算法的角度估计结果, 实验中取 SNR=5 dB, Monte Carlo 次数为 100.

由实验结果可知, 当 $P_t = P_r = 2$ 时, MUSIC-like 和本文算法均能有效地估计出目标的角度 (由于篇幅所限, 本文中并未给出两者均能有效估计的结果图); 当 $P_t = P_r = 3$ 时 (图 3 所示), 利用 MUSIC-like 算法获得的估计值中存在角度模糊 (伪峰), 无法准确判断目标的真实角度, 而本文算法仍能精确地实现目标的位置估计. 这是由于: 当无互耦存在时, 发射和接收方向矢量为理想的 Vandermonde 矢量, 收发阵元间隔为半波长配置时恰好满足阵列流型的无模糊条件; 而当存在互耦时, 由于引入了多个未知互耦参数, 其与理想的发射和接收方向矢量耦合, 使得收发阵列流型的几何性质发生变化, 而且随着 P_t, P_r 的增大, 方向矢量中未知互耦参数变多, 对于不同的发射角 φ_m 和 φ_{m+1} , 其发射方向矢量 $\mathbf{b}_c(\varphi_m)$ 与 $\mathbf{b}_c(\varphi_{m+1})$ 可能线性相关, 此时若采用 MUSIC-like 算法进行分维搜索, 在 φ_m 与 φ_{m+1} 的

 图 3 $P_t = P_r = 3$ 时文献 [11] 和本文算法的角度估计结果

Figure 3 The angle estimation results of the reference [11] and the proposed method with $P_t = P_r = 3$. (a) The DOD and DOA estimation result of MUSIC-like algorithm; (b) the target localization result of the proposed method

线性组合位置也可能产生峰值, 进而造成发射角度模糊. 同理可知, 当 P_t, P_r 增大时, 接收角也可能出现角度模糊, 而本文算法根据互耦矩阵的对称 Toeplitz 性质, 选取不同的方向矩阵 ((7) 和 (14) 式), 直接提取出发射和接收旋转不变因子. 只要方向矩阵满足列满秩条件, 便能无模糊地估计出收发角度, 只有当发射和接收方向矢量同时产生线性相关时, 方向矩阵的秩才小于 P , 而出现该情况时对互耦系数和角度的设定极为苛刻. 综上分析可得, 本文算法对互耦系数自由度的稳健性优于文献 [11].

实验 3 收发互耦扰动误差对角度估计性能的影响. 收发阵元个数同实验 2, 空间中存在有 $P = 4$ 个目标, 各目标的收发角度分别为 $\varphi = [-30^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 32^\circ]$, $\theta = [-20^\circ, 10^\circ, 20^\circ, 22^\circ]$. 互耦系数矢量为 $\mathbf{c}_t = [1, 0.7 + 0.6j]^T$ 和 $\mathbf{c}_r = [1, 0.6 + 0.4j]^T$. 实际工程中由于受到外界环境 [16] 的影响, 互耦系数矩阵不再为理想的 Toeplitz 结构, 假定实际互耦系数矩阵 $\mathbf{C}'_{tr} = \mathbf{C}_{tr} + \Delta\mathbf{C}$, 其中 $\mathbf{C}_{tr} = \mathbf{C}_t \otimes \mathbf{C}_r$ 为理想条件下双基地 MIMO 雷达的互耦系数矩阵, $\Delta\mathbf{C}$ 为任意随机扰动误差矩阵. 以下研究扰动误差矩阵的无穷范数 $\|\Delta\mathbf{C}\|_\infty$ 逐渐增大时, MUSIC-like 算法和本文算法的角度估计性能. 图 4 为不同 $\|\Delta\mathbf{C}\|_\infty$ 下 MUSIC-like 算法的 DOA 估计结果 (SNR = 10 dB). 图 5 为 SNR = 10 dB 时本文算法的 DOA 估计均值随扰动误差矩阵的变化曲线, Monte Carlo 实验的次数为 100, 每次实验产生随机的扰动误差和噪声 (DOD 的估计结果与 DOA 相类似, 不再赘述).

由图 4 可知, MUSIC-like 算法在 $\|\Delta\mathbf{C}\|_\infty \geq 0.1$ 时不能有效地估计出角度接近的 DOA, 因此其估计性能对扰动误差较为敏感, 而从图 5 可知, 本文算法在 $\|\Delta\mathbf{C}\|_\infty \in [0, 1]$ 范围内, 相隔较远的 DOA 均能准确地估计出来, 相隔较近的 DOA 均值偏差随着扰动误差的增大而增大, 但最大偏差也小于 4° , 且在扰动误差 $\|\Delta\mathbf{C}\|_\infty \in [0, 0.5]$ 范围内, 估计偏差均不超过 2° , 因此本文算法对扰动误差的敏感性小于 MUSIC-like 算法, 具有更好的扰动误差稳健性.

实验 4 参数的估计精度比较. 收发阵元数与目标个数同实验 2, 且设定互耦系数矢量为 $\mathbf{c}_t = [1, 0.1174 + 0.0577j]^T$ 和 $\mathbf{c}_r = [1, -0.0121 - 0.1029j]^T$. 图 6 和图 7 分别为目标 DOD 和 DOA 的 RMSE 随 SNR 的变化曲线, 此外, 图中还分别给出了确定性模型下目标 DOD 和 DOA 的 CRB 曲线. 实验时, 每个信噪比下进行 500 次 Monte Carlo 实验.

由图 6 和图 7 可知, 本文算法的角度估计精度明显优于 MUSIC-like 算法, 且在高信噪比时, DOD 和 DOA 的估计精度均接近于互耦已知时的 ESPRIT 算法. 这是由于本文算法的阵元孔径利用率高

图 4 不同扰动误差下 MUSIC-like 的 DOA 估计结果

Figure 4 The DOA estimation result of MUSIC-like with different disturbance errors

图 5 本文算法下 DOA 均值随扰动误差的变化曲线

Figure 5 The change curve of the DOA mean versus the disturbance error with proposed method

图 6 目标 DOD 的 RMSE 随 SNR 变化曲线

Figure 6 The change curve of RMSE versus SNR for DOD

图 7 目标 DOA 的 RMSE 随 SNR 变化曲线

Figure 7 The change curve of RMSE versus SNR for DOA

于 MUSIC-like 算法. 利用 MUSIC-like 估计 DOD 时, 其有效孔径数为 $NP_t = 20$, 而本文算法中, 估计 DOD 的有效孔径数为 $N(M - 2P_t + 1) = 50$, 因此本文算法的 DOD 估计精度优于文献 [11]. 同理可得, 本文算法中有效孔径数的增加也改善了 DOA 的估计性能. 同时, 本文算法无需进行两个一维搜索和额外的自动配对算法, 降低了计算量.

5 结论

本文考虑双基地 MIMO 雷达的多目标定位和互耦校正问题. 根据收发互耦矩阵的特殊结构, 提出了一种基于 ESPRIT 的双基地 MIMO 雷达收发角度估计算法. 通过构造不同的方向矩阵, 分别提取

出发射和接收旋转不变因子, 并针对文献 [7] 中存在参量兼并的不足, 给出了一种改进的自动配对算法. 此外, 还推导了确定信号模型下双基地 MIMO 雷达的角度和互耦参数 CRB. 实验结果表明: 本文算法能够有效地估计出目标的 DOD 和 DOA, 不需要一维搜索和额外的角度配对算法, 且不存在参量兼并现象; 在相同实验条件下, 本文算法的估计精度优于 MUSIC-like 算法, 并且对互耦系数自由度和扰动矩阵误差的稳健性优于 MUSIC-like 算法, 利于实际的工程应用. 同时, 在高信噪比条件下, 本文算法的角度估计精度接近于互耦已知时的 ESPRIT 估计精度, 其互耦参数的估计精度接近于 CRB.

参考文献

- 1 Fisher E, Haimovich A, Blum R S, et al. Spatial diversity in radar-models and detection performance. *IEEE Trans Signal Proc*, 2006, 54: 823–838
- 2 Guan J, Huang Y, He Y. A CFAR detector for MIMO array radar based on adaptive pulse compression-Capon filter. *Sci China Info Sci*, 2011, 54: 2411–2424
- 3 Xia W, He Z S, Liao Y Y. On the maximum likelihood method for target localization using MIMO radars. *Sci China Inf Sci*, 2010, 53: 2127–2137
- 4 Li J, Stoica P. MIMO radar with collocated antennas. *IEEE Signal Proc Mag*, 2007, 24: 106–114
- 5 Chen C Y, Vaidyanathan P P. MIMO radar space-time adaptive processing using prolate spheroidal wave functions. *IEEE Trans Signal Proc*, 2008, 56: 623–635
- 6 Chen D F, Chen B X, Qin G D. Angle estimation using ESPRIT in MIMO radar. *Electr Lett*, 2008, 44: 770–771
- 7 Chen J L, Gu H, Su W M. Angle estimation using ESPRIT without pairing in MIMO radar. *Electr Lett*, 2008, 44: 1422–1423
- 8 Xie R, Liu Z, Wu J X. Direction finding with automatic pairing for bistatic MIMO radar. *Signal Proc*, 2012: 198–203
- 9 Chen J L, Gu H, Su W M. A method for fast multi-target localization in bistatic MIMO radar system. *J Elec Inf Tech*, 2009, 31: 1664–1668 [陈金立, 顾红, 苏为民. 一种双基地 MIMO 雷达快速多目标定位方法. *电子与信息学报*, 2009, 31: 1664–1668]
- 10 Liu Z G, Liao G S. Mutual coupling calibration for bistatic MIMO radar systems. *Chin J Radio Sci*, 2010, 25: 663–667 [刘志国, 廖桂生. 双基地 MIMO 雷达互耦校正. *电波科学学报*, 2010, 25: 663–667]
- 11 Liu X L, Liao G S. Direction finding and mutual coupling estimation for bistatic MIMO radar. *Signal Proc*, 2012 : 517–522
- 12 Guo Y D, Zhang Y S, Zhang L R, et al. Target localization method for the bistatic MIMO radar in the presence of mutual coupling of receiver and transmitter arrays. *J Xidian Univ*, 2011, 38: 82–88 [郭艺夺, 张永顺, 张林让, 等. 双基地 MIMO 雷达收发阵列互耦条件下目标定位方法. *西安电子科技大学学报*, 2011, 38: 82–88]
- 13 Friedlander B, Weiss A J. Direction finding in the presence of mutual coupling. *IEEE Trans Anten Propa*, 1991, 39: 273–284
- 14 Strang G. *Linear algebra with applications*. 6th ed. New Jersey: Prentice Hall, 2002. 321–325
- 15 Wax M, Kailath T. Detection of signal by information theoretic criteria. *IEEE Trans Acoust Speech Sig Proc*, 1985, 33: 387–392
- 16 Dai J, Xu W, Zhao D. Real-value DOA estimation for uniform linear array with unknown mutual coupling. *Signal Proc*, 2012, 92: 2056–2065
- 17 Ye Z F, Liu C. 2-D DOA estimation in the presence of mutual coupling. *IEEE Trans Anten Prop*, 2008, 56: 3150–3158
- 18 Liang J L, Zeng X J, Wang W Y, et al. L-shaped array-based elevation and azimuth direction finding in the presence of mutual coupling. *Signal Proc*, 2011, 91: 1319–1328
- 19 Golub G H, van L C F. *Matrix computation*. 3rd ed. Baltimore: The Johns Hopkins University Press, 1996. 359–364

附录 A

附录 A 给出定理 1 的证明. 在未知互耦情况下, MIMO 雷达的等效方向矩阵可重写为 $\mathbf{K}^c(\theta, \varphi) = \mathbf{C}\mathbf{K}(\theta, \varphi)$, 其中 $\mathbf{C} = \mathbf{C}_t \otimes \mathbf{C}_r$ 为 $MN \times MN$ 的总互耦矩阵, $\mathbf{K}(\theta, \varphi)$ 为无互耦时的等效方向矩阵. 为方便表述, 记 $\mathbf{K}^c(\theta, \varphi)$ 为 $\mathbf{K}'$. 由 (4) 式可知, 第 l 个发射脉冲下的接收信号 $\mathbf{y}_l \sim N^c(\boldsymbol{\mu}_l, \sigma^2 \mathbf{I}_{MN})$, 其中均值 $\boldsymbol{\mu}_l = \mathbf{K}'^c \boldsymbol{\alpha}_l$. 在确定信号模型条件下, 参量 $\boldsymbol{\xi}$ 的 CRB 可表示为^{1),2)}

$$\text{CRB} = \frac{\sigma^2}{2} \left[\text{Re} \left\{ \boldsymbol{\Sigma}^H \boldsymbol{\Sigma} \right\} \right]^{-1}, \quad (\text{A1})$$

其中 $\boldsymbol{\Sigma} = \left[\frac{\partial \boldsymbol{\mu}_l}{\partial \bar{\boldsymbol{\alpha}}_l^T}, \frac{\partial \boldsymbol{\mu}_l}{\partial \bar{\boldsymbol{\alpha}}_l^T}, \frac{\partial \boldsymbol{\mu}_l}{\partial \boldsymbol{\gamma}^T}, \frac{\partial \boldsymbol{\mu}_l}{\partial \boldsymbol{\eta}^T} \right] \in C^{MN \times (4P+2K)}$. 记 $\dot{\mathbf{C}}_{ti} = \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial a_{ti}} (i = 2, \dots, P_t)$, $\dot{\mathbf{C}}_{rq} = \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial a_{rq}} (q = 2, \dots, P_r)$, $\mathbf{a}'(\theta) = \frac{\partial \mathbf{a}(\theta)}{\partial \theta}$, $\mathbf{b}'(\varphi) = \frac{\partial \mathbf{b}(\varphi)}{\partial \varphi}$, 于是有

$$\frac{\partial \boldsymbol{\mu}_l}{\partial \bar{\boldsymbol{\alpha}}_l^T} = \mathbf{K}', \quad \frac{\partial \boldsymbol{\mu}_l}{\partial \bar{\boldsymbol{\alpha}}_l^T} = \mathbf{j}\mathbf{K}', \quad (\text{A2})$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{\mu}_l}{\partial \boldsymbol{\gamma}^T} = [\dot{\mathbf{C}}_{t2}, \dots, \dot{\mathbf{C}}_{tP_t}, \dot{\mathbf{C}}_{r2}, \dots, \dot{\mathbf{C}}_{rP_r}] \otimes [1, \mathbf{j}] \text{blkdiag} \left\{ \underbrace{\mathbf{K}(\varphi, \theta) \boldsymbol{\alpha}_l, \dots, \mathbf{K}(\varphi, \theta) \boldsymbol{\alpha}_l}_{2K} \right\} = \mathbf{H}_l \in C^{MN \times 2K}, \quad (\text{A3})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \boldsymbol{\mu}_l}{\partial \boldsymbol{\eta}^T} &= [\mathbf{C}(\mathbf{a}(\theta_1) \otimes \mathbf{b}'(\varphi_1)) \boldsymbol{\alpha}_1(l), \dots, \mathbf{C}(\mathbf{a}(\theta_P) \otimes \mathbf{b}'(\varphi_P)) \boldsymbol{\alpha}_P(l), \\ &\quad \mathbf{C}(\mathbf{a}'(\theta_1) \otimes \mathbf{b}(\varphi_1)) \boldsymbol{\alpha}_1(l), \dots, \mathbf{C}(\mathbf{a}'(\theta_P) \otimes \mathbf{b}(\varphi_P)) \boldsymbol{\alpha}_P(l)] \\ &= \mathbf{D}_l \in C^{MN \times 2P}. \end{aligned} \quad (\text{A4})$$

(A3) 式中, $K = (P_t + P_r - 2)$. 为了给出参量 $\boldsymbol{\gamma}$ 和 $\boldsymbol{\eta}$ 的 CRB 闭解式, 以下将根据文献 [19] 中的思想, 重新构造一个新的参量, 使得该参量的 CRB 具有块对角矩阵的形式. 为此构造

$$\tilde{\boldsymbol{\xi}} = [(\bar{\boldsymbol{\alpha}}_l + \bar{\mathbf{X}}_l \boldsymbol{\gamma} + \bar{\mathbf{Y}}_l \boldsymbol{\eta})^T, (\tilde{\boldsymbol{\alpha}}_l + \tilde{\mathbf{X}}_l \boldsymbol{\gamma} + \tilde{\mathbf{Y}}_l \boldsymbol{\eta})^T, \boldsymbol{\gamma}^T, \boldsymbol{\eta}^T]^T, \quad (\text{A5})$$

式中, $\bar{\mathbf{X}}_l = \text{Re}\{\mathbf{X}_l\}$, $\tilde{\mathbf{X}}_l = \text{Im}\{\mathbf{X}_l\}$, 其中 $\mathbf{X}_l = \mathbf{K}'^{(\#)} \mathbf{K}'^H \mathbf{H}_l \in C^{P \times 2K}$, $\bar{\mathbf{Y}}_l = \text{Re}\{\mathbf{Y}_l\}$, $\tilde{\mathbf{Y}}_l = \text{Im}\{\mathbf{Y}_l\}$, 其中 $\mathbf{Y}_l = \mathbf{K}'^{(\#)} \mathbf{K}'^H \mathbf{D}_l \in C^{P \times 2P}$. 由 (25) 式和 (A5) 式可知, 参量 $\boldsymbol{\xi}$ 和 $\tilde{\boldsymbol{\xi}}$ 存在着——对应的关系, 即满足 $\tilde{\boldsymbol{\xi}} = \mathbf{V}\boldsymbol{\xi}$, 其中

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{P \times P} & \mathbf{0} & \bar{\mathbf{X}}_l & \bar{\mathbf{Y}}_l \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_{P \times P} & \tilde{\mathbf{X}}_l & \tilde{\mathbf{Y}}_l \\ \mathbf{0}_{2K \times P} & \mathbf{0}_{2K \times P} & \mathbf{I}_{2K \times 2K} & \mathbf{0}_{2K \times 2P} \\ \mathbf{0}_{2P \times P} & \mathbf{0}_{2P \times P} & \mathbf{0}_{2P \times 2K} & \mathbf{I}_{2P \times 2P} \end{bmatrix}. \quad (\text{A6})$$

由于参量 $\boldsymbol{\xi}$ 和 $\tilde{\boldsymbol{\xi}}$ 为线性变换, 且 $\mathbf{V}$ 为可逆方阵, 因此新参量 $\tilde{\boldsymbol{\xi}}$ 的 CRB 可表示为³⁾

$$\text{CRB}' = \frac{\sigma^2}{2} \mathbf{V} \left[\text{Re} \left\{ \boldsymbol{\Sigma}^H \boldsymbol{\Sigma} \right\} \right]^{-1} \mathbf{V}^T = \frac{\sigma^2}{2} \left[\text{Re} \left\{ (\boldsymbol{\Sigma} \mathbf{V}^{-1})^H \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{V}^{-1} \right\} \right]^{-1}, \quad (\text{A7})$$

1) Stoica P, Larsson E G. Comments on 'Linearization method for finding Cram é r-Rao bounds in signal processing. IEEE Trans Signal Process, 2001 49: 3168–3169

2) Pesavento M, Gershman A B, Wong K M. Direction finding in partly calibrated sensor arrays composed of multiple subarrays. IEEE Trans Signal Process, 2002, 50(9): 2107–2115

3) Gu H. Linearization method for finding Cram é r-Rao bounds in signal processg. IEEE Trans Signal Proces, 2000, 48: 543–545

其中

$$\Sigma V^{-1} = [\mathbf{K}', \mathbf{j}\mathbf{K}', \mathbf{H}_l, \mathbf{D}_l] \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{P \times P} & \mathbf{0} & -\bar{\mathbf{X}}_l & -\bar{\mathbf{Y}}_l \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_{P \times P} & -\tilde{\mathbf{X}}_l & -\tilde{\mathbf{Y}}_l \\ \mathbf{0}_{2K \times P} & \mathbf{0}_{2K \times P} & \mathbf{I}_{2K \times 2K} & \mathbf{0}_{2K \times 2P} \\ \mathbf{0}_{2P \times P} & \mathbf{0}_{2P \times P} & \mathbf{0}_{2P \times 2K} & \mathbf{I}_{2P \times 2P} \end{bmatrix} = [\mathbf{K}', \mathbf{j}\mathbf{K}', \Gamma_{\mathbf{K}'}^\perp \mathbf{H}_l, \Gamma_{\mathbf{K}'}^\perp \mathbf{D}_l]. \quad (\text{A8})$$

(A8) 式中, $\Gamma_{\mathbf{K}'}^\perp$ 表示与 $\mathbf{K}'$ 列向量张成子空间相正交的投影矩阵, 即

$$\Gamma_{\mathbf{K}'}^\perp = \mathbf{I} - \mathbf{K}'[\mathbf{K}'^H \mathbf{K}']^{-1} \mathbf{K}'^H. \quad (\text{A9})$$

将 (A8) 式代入 (A7) 式可得

$$\text{CRB}' = \frac{\sigma^2}{2} \begin{bmatrix} \Pi_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Pi_2 \end{bmatrix}^{-1}, \quad (\text{A10})$$

$$\Pi_1 = \begin{bmatrix} \text{Re}(\mathbf{K}'^H \mathbf{K}') & -\text{Im}(\mathbf{K}'^H \mathbf{K}') \\ \text{Im}(\mathbf{K}'^H \mathbf{K}') & \text{Re}(\mathbf{K}'^H \mathbf{K}') \end{bmatrix}; \quad \Pi_2 = \begin{bmatrix} \text{Re}(\mathbf{H}_l^H \Gamma_{\mathbf{K}'}^\perp \mathbf{H}_l) & \text{Re}(\mathbf{H}_l^H \Gamma_{\mathbf{K}'}^\perp \mathbf{D}_l) \\ \text{Re}(\mathbf{D}_l^H \Gamma_{\mathbf{K}'}^\perp \mathbf{D}_l) & \text{Re}(\mathbf{D}_l^H \Gamma_{\mathbf{K}'}^\perp \mathbf{D}_l) \end{bmatrix}. \quad (\text{A11})$$

由分块矩阵的求逆公式, 可分别求得 (A1) 式中参量 γ 和 η 的 CRB:

$$\text{CRB}(\gamma) = \frac{\sigma^2}{2} \left[\text{Re} \left\{ \mathbf{H}_q^H \Gamma_{\mathbf{K}'}^\perp \mathbf{H}_q \right\} - \text{Re} \left\{ \mathbf{H}_q^H \Gamma_{\mathbf{K}'}^\perp \mathbf{D}_q \right\} \cdot \left[\text{Re} \left\{ \mathbf{D}_q^H \Gamma_{\mathbf{K}'}^\perp \mathbf{D}_q \right\} \right]^{-1} \cdot \text{Re} \left\{ \mathbf{D}_q^H \Gamma_{\mathbf{K}'}^\perp \mathbf{H}_q \right\} \right]^{-1}, \quad (\text{A12})$$

$$\text{CRB}(\eta) = \frac{\sigma^2}{2} \left[\text{Re} \left\{ \mathbf{D}_l^H \Gamma_{\mathbf{K}'}^\perp \mathbf{D}_l \right\} - \text{Re} \left\{ \mathbf{D}_l^H \Gamma_{\mathbf{K}'}^\perp \mathbf{H}_l \right\} \cdot \left[\text{Re} \left\{ \mathbf{H}_l^H \Gamma_{\mathbf{K}'}^\perp \mathbf{H}_l \right\} \right]^{-1} \cdot \text{Re} \left\{ \mathbf{H}_l^H \Gamma_{\mathbf{K}'}^\perp \mathbf{D}_l \right\} \right]^{-1}. \quad (\text{A13})$$

(A12) 和 (A13) 式为第 l 个发射脉冲下互耦系数和收发角度的 CRB. 当考虑 L 个发射脉冲时, (A10) 式中左上块矩阵 Π_1 与发射的脉冲数无关, 仅需对右下块矩阵中的各元素进行累加. 因此 L 个发射脉冲下, 参量 γ 和 η 的联合 CRB 为

$$\Pi_2 = \frac{\sigma^2}{2} \left(\sum_{l=1}^L \begin{bmatrix} \text{Re}(\mathbf{H}_l^H \Gamma_{\mathbf{K}'}^\perp \mathbf{H}_l) & \text{Re}(\mathbf{H}_l^H \Gamma_{\mathbf{K}'}^\perp \mathbf{D}_l) \\ \text{Re}(\mathbf{D}_l^H \Gamma_{\mathbf{K}'}^\perp \mathbf{D}_l) & \text{Re}(\mathbf{D}_l^H \Gamma_{\mathbf{K}'}^\perp \mathbf{D}_l) \end{bmatrix} \right)^{-1}, \quad (\text{A14})$$

再次运用分块矩阵求逆公式, 可得定理 1 中 (38) 和 (39) 式成立.

Joint DOD and DOA estimation for bistatic MIMO radar in the presence of mutual coupling

ZHENG ZhiDong*, ZHANG JianYun, KANG Kai & LI XiaoBo

Hefei Electronic Engineering Institute, Hefei 230037, China

*E-mail: focusdong@yahoo.cn

Abstract The presence of mutual coupling between elements is known to significantly degrade the performance of the multi-target localization algorithm for a bistatic multiple input multiple output (MIMO) radar system. By

using the banded symmetric Toeplitz matrices for the transmit and receive arrays, we propose an ESPRIT-based algorithm to estimate the Direction Of Departure (DOD) and Direction Of Arrival (DOA) for a bistatic MIMO radar system in the presence of unknown mutual coupling. An improved automatic pairing is presented to avoid the invalidation of the existing pairing method when identical DOD/DOA exist in one dimension. Simulation results show that the proposed method can localize the multi-target efficiently in the presence of identical DOD/DOA in one dimension without the spectrum search and extra pairing. Compared with the MUSIC-like algorithm, the proposed method is more robust in dealing with a number of mutual coupling coefficients, and the perturbation matrix errors. The estimation accuracy of the proposed method is better than that of the MUSIC-like algorithm.

Keywords bistatic MIMO radar, mutual coupling, multi-target localization, automatic pairing, ESPRIT

ZHENG ZhiDong was born in 1985. He received his B.S. and M.S degrees from the Electronic Engineering Institute, Hefei, China where he is currently studying towards a PhD. His main research interests are MIMO radar signal processing and array signal processing.