实时优化算法在汽车动力系统控制问题中的应用

张江燕^{①*}, 康铭鑫^②, 申铁龙^②^① 大连民族大学机电工程学院, 大连 116600^② 上智大学理工学部工程与应用学科, 东京 102-8554

* 通信作者. E-mail: zhangjy@sophia.ac.jp

收稿日期: 2016-01-27; 接受日期: 2016-04-22

国家自然科学基金 (批准号: 61304128)、中央高校自主基金 (批准号: DC201502010303) 资助项目

摘要 本文介绍一种非线性实时优化算法及其在汽车动力系统控制中的应用. 首先, 回顾了求解线性代数方程的 GMRES 算法以及如何将其用于求满足 Pontryagin 条件的实时优化问题的解. 该算法提供一种求解一般非线性滚动时域控制问题的数值方法. 由于其计算量小, 因此能够完成汽车动力系统控制中的快速暂态控制问题并保证实时性. 随后介绍这种实时优化算法在内燃机扭矩跟踪控制问题和混合动力系统能源管理问题的应用实例, 并且给出了其分别在发动机控制实验台架和 GT-SUITE 仿真器上完成的实验及仿真验证结果.

关键词 滚动时域控制 Continuation/GMRES 算法 实时优化 内燃机 扭矩控制 混合动力汽车 能源管理

1 引言

无论是以内燃机为单一动力源, 还是并用电机和内燃机的油电混合型汽车动力系统, 节能减排是衡量其技术性能的重要指标. 而由于汽车动力系统本身是一个动态系统, 是一个集机械、电气、流体以及热工、化学等因素为一体的复杂系统, 并且其动态特性呈现很强的非线性和随机特征, 如果试图运用动态系统优化控制的理论方法来实现最小的能量损耗, 那么从系统控制的角度所面临的挑战就是非线性动态约束下优化问题的有效解法及其实时化. 本文的主要目的就是介绍一种基于 Pontryagin 极大值原理的实时优化算法在内燃机和混合动力汽车动力系统控制中的应用方法.

实际上, 依靠实时控制技术来改善内燃机的运行品质只有三十年左右的历史, 是发动机电子控制单元 ECU (electrical control unit) 问世以后的事情. 在 ECU 问世的初期, 从节气门开度到空燃比的发动机动态特性被描述为线性一阶惯性环节和纯延迟环节的串联结构^[1], 稍后 20 世纪 90 年代出现了着眼于气路流体非线性动态和曲轴机械运动的二阶非线性均值模型 (mean-value model^[2]), 这种模型用均值化手法平滑处理了气缸之间以及循环之间的不均匀乃至随机分布特性. 最近也出现了许多运用现代系统理论工具来描述发动机动态特性的尝试, 比如刻画循环之间迁移特征^[3,4] 或者气缸之间非均匀性^[5] 的模型. 这些从现代系统理论意义上的模型的进化, 给现代控制理论提供了机遇和动机. 而

引用格式: 张江燕, 康铭鑫, 申铁龙. 实时优化算法在汽车动力系统控制问题中的应用. 中国科学: 信息科学, 2016, 46: 571–590, doi: 10.1360/N112015-00305

ECU 本身软硬件技术的快速发展, 也促进了诸如非线性控制^[6,7]、最优控制^[8]、神经网络以及学习理论^[9,10]在发动机系统控制中的应用。但是, 在线实时优化控制方法仍然受其复杂的计算负担所限, 在发动机的扭矩控制等快速响应回路中, 仍然没有成功应用的报告。

与燃油发动机相比, 优化控制思想在油电混合动力系统中得到了更为普遍的关注。这是因为混合动力系统问世的动机就是要通过调整各个动力源的设定值而达到节能的目的, 这实际上就是一种追求优化的体现。同时, 混合动力系统问世时 ECU 技术已经相当成熟, 能够提供足够的在线计算能力也是一个原因。即便如此, 混合动力系统的耗能优化算法仍然是用主流的事前规划方法^[11,12]。比如, 在路经和路况事前可知的假设下, 以完成整个路经时的燃油损耗量或者等价后的油电总能耗为目标泛函, 运用动态规划来求解各个区间节点上的设定值^[13,14]; 或者, 假设司机动力要求的概率分布特性可以事先已知, 将能源消耗总量在统计均值意义上进行优化规划^[15]等等, 都是离线优化算法在混合动力系统中的应用案例。造成这种以离线动态规划算法为主的一个原因, 就是由车辆动力学和电池的电特性构成的混合动力系统的动态模型具有很强的非线性特征^[16], 而如何在有限的计算周期内, 在线求解非线性动态模型约束下的优化问题仍然是一个具有挑战性的课题。

尽管动态约束下的有限区间优化问题与 Pontryagin 极大值原理的问题设定极其吻合, 但是一般情况下基于 Pontryagin 极大值原理给出的条件直接解析求解最优控制率是难以实现的事情, 而不得不依靠数值求解方法, 这必然增大了实时计算负担。为了挑战这个问题, 优化理论研究领域做了很多尝试, 提出了许多近似解法, 如近似动态规划^[17]或者逐步迭代解法^[18], 后者的基本思想是放弃一次性求得最优解, 给出逐步收敛于最优解的控制输入修正率。Continuation/GMRES 算法就是基于这样的思路给出的基于 Pontryagin 原理的迭代求解算法^[19]。本文所介绍的内燃机以及混合动力系统的在线优化控制策略, 就是基于这种迭代算法给出的实时控制方法。

本文的构成如下: 第 2 节给出非线性动态约束下的滚动时域最优控制问题的描述, 并简要介绍基于 Continuation/GMRES 算法的控制率设计的基本思路; 第 3 节介绍其在汽油发动机的扭矩控制问题中的应用; 第 4 节介绍混合动力系统的等价能源消耗最小化的实时优化策略; 最后, 以结论和展望结束本文。

2 实时优化控制问题的描述及解法

考虑如下非线性动态系统

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), p(t)), \quad (1)$$

其中, $x(t) \in R^n$ 表示系统的状态向量, $u(t) \in R^m$ 表示系统的控制输入向量, $p(t) \in R^p$ 表示给定的输入变量向量以及矢量函数 $f: R^n \times R^m \times R^p \rightarrow R^n$ 对于 x, u 和 p 是连续可微的。

以下将介绍一种基于 Pontryagin 极大值原理的求解带有关于状态及控制输入的约束条件的最优问题的数值解法。

2.1 优化问题描述

对于系统 (1) 的最优化控制问题就是找到允许的、作用于系统的控制输入量, 使得指定的性能指标达到最优。而滚动时域优化控制问题则是在当前状态 $x(t)$ 下, 找到相应的控制量, 使得指定的性能指标函数 $J(x, u, p)$ 在一定时间区间 $[t, t+T]$ 内达到最优。也就是说, 在当前时刻 t , 将得到 $u(t')$,

$t' \in [t, t+T]$, 即

$$u(t') = \arg \min J(x(t'), u(t'), p(t')), \quad t' \in [t, t+T]. \quad (2)$$

理论上, 这种优化问题的求解是在利用系统的动态 (1) 去预测将来轨迹的基础上, 运用优化算法求解出满足期望性能的控制输入量. 因此, 这种优化控制通常也被称为模型预测控制. 此外, 优化问题的求解是在满足相应系统状态及控制输入量的约束条件下, 以 $\delta\tau$ 为周期沿时间轴向前滚动重复求解. 综上所述, 有限时间区间最优控制问题的标准形式可描述如下:

$$\begin{aligned} \min_u J &= \varphi(x(t+T), p(t+T)) + \int_t^{t+T} L(x(t'), u(t'), p(t')) dt' \\ \text{s.t.} \quad &\begin{cases} \dot{x}(t') = f(x(t'), u(t'), p(t')), \\ C(x(t'), u(t'), p(t')) \leq (=, \geq) 0, \end{cases} \end{aligned} \quad (3)$$

且在每段预测区间 $[t, t+T]$ 内, 系统微分方程以 $x(t)$ 为初始值. 上述问题中, T 表示预测区间, 函数 φ 表示积分区间终值项, 函数 L 表示指定的区间控制目标函数, 向量函数 C 表示对于系统 (1) 的不等式或等式约束条件.

最后, 对于优化控制问题 (3), 在当前时刻 t , 当求得控制输入量 $u(t')$, $t' \in [t, t+T]$ 时, 取

$$u(t) = u(t')|_{t'=t}, \quad (4)$$

作为当前时刻控制输入量, 作用于系统构成闭环控制系统.

2.2 Pontryagin 条件及其离散化

对于上述有限区间优化问题, Pontryagin 最小值原理给出了最优解 $u(t')$ 的必要条件^[20]. 此外, 对于带有状态及控制输入的不等式或等式约束条件的优化控制问题 (3), 考虑通过引入虚拟输入变量, 将其中的不等式约束条件转化为等式约束条件^[19], 如

$$|C(x)| \leq C_{\lim} \Leftrightarrow C^2(x) + \nu^2 - C_{\lim}^2 := \mathcal{C}(x, \nu) = 0, \quad (5)$$

其中 ν 表示引入的虚拟输入变量向量.

令 Hamilton 函数给定如下:

$$H(x, u, p, \lambda, \mu, \nu) = L(x, u, p) + \lambda^T f(x, u, p) + \mu^T \mathcal{C}(x, u, p, \nu) = 0, \quad (6)$$

其中向量 λ 和 μ 分别表示协状态和 Lagrange 因子. 如下定理 1 给出了基于 Pontryagin 极大值原理求解优化控制问题 (3) 的必要条件.

定理 1 设 u 是优化问题 (3) 的解, $x(t)$ 为其对应的状态轨迹. 则沿着状态轨迹如下条件成立:

$$\begin{cases} \dot{x}(t') = f(x(t'), u(t'), p(t')), \\ \dot{\lambda}(t') = -H_x(x(t'), u(t'), p(t'), \lambda(t'), \mu(t'), \nu(t')), \\ H_u(x(t'), u(t'), p(t'), \lambda(t'), \mu(t'), \nu(t')) = 0, \\ H_\mu(x(t'), u(t'), p(t'), \nu(t')) = \mathcal{C}(x(t'), u(t'), p(t'), \nu(t')) = 0, \\ \lambda(t+T) = \varphi_x(x(t+T), p(t+T)), \end{cases} \quad \forall t' \in [t, t+T], \quad (7)$$

其中 H_x, H_u, H_μ 和 φ_x 表示 Jacobi 矩阵.

将预测区间 T 分为 N 步. 取 $\delta\tau = T/N$ 为步长, 将定理 1 中必要条件 (7) 离散化如下:

$$\begin{cases} x(k+1) = x(k) + f(x(k), u(k), p(k))\delta\tau, \\ \lambda(k) = \lambda(k+1) + H_x^T(x(k), u(k), \lambda(k+1), \mu(k), p(k), \nu(k))\delta\tau, \\ H_u(x(k), u(k), p(k), \lambda(k), \mu(k), \nu(k)) = 0, \\ C(x(k), u(k), p(k), \nu(k)) = 0, \\ \lambda(N) = \varphi_x(x(N), p(N)). \end{cases} \quad (8)$$

那么, 在当前时刻 t , 可以通过迭代求解上述离散化方程求得最优解序列 $[u_{(0)}(t), u_{(1)}(t), \dots, u_{(N-1)}(t)]$, 且获得当前时刻控制输入 $u_{(0)}(t)$.

2.3 GMRES 算法

考虑求解线性代数方程

$$Ax = f, \quad (9)$$

其中矩阵 $A \in R^{n \times n}$, 向量 $f \in R^n$. 文献 [21] 提出了一种数值求解算法, 即 GMRES 算法. 区别于其他数值求解算法, 如 Arnoldi's 方法, 该算法的特征体现在若 x^* 表示方程 (9) 的精确解, 则该算法给出近似解 $x^* + \tilde{x}$ 而非精确解, 且近似解在 Krylov 空间内, 满足残差范数 $\|\tilde{x}\|$ 最小.

算法 1 GMRES 算法

初始化: 选取初始值 x_0 . 计算 $\eta_0 = f - Ax_0$ 和 $\vartheta_1 = \eta_0 / \|\eta_0\|$.

迭代: 对 $j = 1, 2, \dots, k, \dots$, 作如下计算直到 ϑ_j 小于给定的充分小值为止:

$$h_{i,j} = \langle A\vartheta_j, \vartheta_i \rangle, \quad i = 1, 2, \dots, j,$$

$$\hat{\vartheta}_{j+1} = A\vartheta_j - \sum_{i=1}^j h_{i,j}\vartheta_i,$$

$$h_{j+1,j} = \|\hat{\vartheta}_{j+1}\|,$$

$$\vartheta_{j+1} = \hat{\vartheta}_{j+1} / h_{j+1,j}.$$

结束: 得到近似解 $x_k = x_0 + V_k y_k$, $y_k = \arg \min \|\beta e_1 - \bar{G}_k y\|$. 这里 $\beta = \|\eta_0\|$, $V_k = [\vartheta_1, \vartheta_2, \dots, \vartheta_k]$ 为标准正交基, $e_1 = [1, 0, \dots, 0]^T_{k+1}$, 矩阵 $G_k = V_k^T A V_k$ 而

$$\bar{G}_k = \begin{bmatrix} G_k & & \\ 0 & \cdots & 0 & h_{k+1,k} \end{bmatrix}_{(k+1) \times k}.$$

2.4 基于 Continuation/GMRES 的优化控制算法

为了减轻通过反复迭代求解 Pontryagin 条件 (8) 求解有限区间最优控制问题 (3) 所带来的计算负担, 文献 [19] 基于上述 GMRES 算法提出了一种新的数值算法, 即, 基于 Continuation/GMRES 的优化控制算法. 该方法的要点可概述如下.

定义新的控制量向量 $\mathcal{U} = [u, \nu]$ 以及 $U(t) = [\mathcal{U}_{(0)}^T(t), \mu_{(0)}^T(t), \dots, \mathcal{U}_{(N-1)}^T, \mu_{(N-1)}^T]^T$, 其中下标 (i) 表示在 $t + i\delta\tau$ 时刻相应变量的值. 由 Pontryagin 条件 (8) 可知, 控制问题 (3) 的最优解序列

$[u_{(0)}(t), u_{(1)}(t), \dots, u_{(N-1)}(t)]$ 满足如下方程:

$$\mathcal{F}(U(t), x(t)) = \begin{bmatrix} H_{\mathcal{U}}^T(x_{(0)}(t), \mathcal{U}_{(0)}(t), \lambda_{(1)}(t), \mu_{(0)}(t), p_{(0)}(t)) \\ \mathcal{C}(x_{(0)}(t), \mathcal{U}_{(0)}(t), p_{(0)}(t)) \\ \vdots \\ H_{\mathcal{U}}^T(x_{(N-1)}(t), \mathcal{U}_{(N-1)}(t), \lambda_{(N)}(t), \mu_{(N-1)}(t), p_{(N-1)}(t)) \\ \mathcal{C}(x_{(N-1)}(t), \mathcal{U}_{(N-1)}(t), p_{(N-1)}(t)) \end{bmatrix} = 0. \quad (10)$$

所谓 Continuation/GMRES 算法的本质, 就是通过逐步迭代更新向量 $U(t)$ 使得

$$\dot{\mathcal{F}} = A_s \mathcal{F}(U, x) \quad (11)$$

为稳定的惯性系统, 即 A_s 为稳定阵使得 $\mathcal{F}$ 渐进收敛于零向量. 在 $\mathcal{F}_U$ 为非奇异阵的假设下, 能够实现这一收敛性的 U 的更新率可以求得 $\dot{U} = \mathcal{F}_U^{-1}(A_s \mathcal{F} - \mathcal{F}_x \dot{x})$. 进一步, 利用前项差分计算, 方程式 (11) 可以近似为

$$\frac{\mathcal{F}(U + h\dot{U}, x + h\dot{x}) - \mathcal{F}(U, x)}{h} = A_s \mathcal{F}(U, x). \quad (12)$$

上式可等价为

$$\frac{\mathcal{F}(U + h\dot{U}, x + h\dot{x}) - \mathcal{F}(U, x + h\dot{x})}{h} = A_s \mathcal{F}(U, x) - \frac{\mathcal{F}(U, x + h\dot{x}) - \mathcal{F}(U, x)}{h}, \quad (13)$$

则很明显, 上式可近似整理为关于 $\dot{U}$ 的线性方程

$$A_G(x + h\dot{x})\dot{U} = f_G(U, x, x + h\dot{x}), \quad (14)$$

其中, 对于具体问题 A_G 可由式 (13) 等号的左端求出, f_G 为式 (13) 等号的右端. 此外, 稳定阵 A_s 选取为 $A_s = -\zeta I$, 这里 $\zeta > 0$ 是一个保证 $\mathcal{F}$ 有界的设计参数, 其详细设计方法见文献 [19].

将上述 Continuation 处理方法与算法 1 给出的 GMRES 算法相结合得出算法 2.

算法 2 Continuation/GMRES 算法

- S1: 设定 $t = 0, l = 0$. 检测初始状态 $x_{(0)} = x(0)$, 并对于给定一个正数 ϵ , 用理论或数值方法寻找 $U_{(0)}$ 使得 $\|\mathcal{F}(U_{(0)}, x_{(0)})\| \leq \epsilon$.
 S2: 对于 $t' \in [t, t + \delta\tau)$, 设定 $U(t') = U_{(l)}$.
 S3: 在 $t + \delta\tau$ 时刻, 检测状态值 $x_{(l+1)}$ 并利用 GMRES 算法计算 $\dot{U}_{(l)}$. 同时, 设定 $U_{(l+1)} = U_{(l)} + \dot{U}_{(l)}\delta\tau$.
 S4: 设定 $t = t + \delta\tau, l = l + 1$, 然后返回步骤 S2.
-

3 发动机扭矩控制

随着发动机电子控制系统的日益复杂化, 现代汽车发动机广泛采用基于扭矩控制的管理策略. 在这种管理策略下, 驾驶员的油门踏板信号转换成期望扭矩信号, 然后发动机 ECU 通过调整节气门开度和点火时间等控制变量来实现发动机的输出扭矩跟踪给定的期望值. 因此, 扭矩的跟踪控制是发动机控制系统中最为基本的控制单元. 扭矩的暂态跟踪性能对发动机的动力性及暂态排放品质有着至关

图 1 (网络版彩图) 汽油发动机的扭矩生成示意图

Figure 1 (Color online) Image of gasoline engine torque generation

重要的影响. 然而, 发动机本身是一个非常复杂精密的系统, 它具有明显的非线性动态特性和系统参数时变属性, 并且它还是控制约束的控制系统, 这些特点使得其暂态控制问题变得相当困难. 本节将讨论如何利用 Continuation/GMRES 算法实现发动机扭矩的跟踪优化控制.

首先, 建立发动机的扭矩动态模型. 对于四冲程汽油发动机, 节气门开度是影响发动机扭矩产生的一个重要参数. 进入发动机进气歧管的新鲜空气流量通过节气门开度来调节, 从而实质上影响了进入每个气缸的新鲜空气量, 发动机 ECU 控制喷油量使得空燃比维持在期望值附近以实现满意的排放性能. 在压缩冲程, 气缸内的油气混合气在合适的时机被点燃, 燃烧使得缸内高压推动活塞向下运动, 这种爆炸依次在每个气缸交替发生, 从而产生的扭矩推动曲轴旋转. 图 1 描述了发动机扭矩产生机理. 为了刻画发动机扭矩的产生过程, 通常采用发动机进气歧管压力动态模型和扭矩的均值模型.

根据理想气体方程和 Bernoulli 可压缩流体方程, 发动机的进气歧管压力的动态模型由下式描述 [2, 5, 22]:

$$\dot{p}_m = a_1 (\cos(\phi_0) - \cos(\phi)) \sqrt{\Psi\left(\frac{p_a}{p_m}\right) - a_2 \omega_e p_m}, \quad (15)$$

其中 $\Psi(\cdot)$ 具有如下的表达式:

$$\Psi\left(\frac{p_a}{p_m}\right) = \begin{cases} \kappa \left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa-1}}, & \frac{p_a}{p_m} > \left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{\kappa}{1-\kappa}}, \\ \left(\frac{p_a}{p_m}\right)^{\frac{2}{\kappa}} \left[\frac{2\kappa}{\kappa-1} \left(1 - \frac{p_a}{p_m}\right)\right]^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}, & \text{其他,} \end{cases}$$

上式中, p_m 表示进气歧管的压力, ϕ 表示节气门开度, κ 表示指定放热比, ω_e 表示发动机转速, ϕ_0 表示节气门初始开度, p_a 表示大气压力, a_1 和 a_2 分别表示要标定的模型参数且此处认为是常数.

发动机的扭矩产生机理比较复杂, 生成扭矩的大小与响应性能依赖于发动机的转速、空燃比、点火时间等参数. 本文为了简化控制器设计, 将扭矩模型简化为关于进气歧管压力与发动机转速的静态函数^[23], 即

$$\tau_e = g_1(\omega_e)p_m - g_2(\omega_e), \quad (16)$$

这里 τ_e 表示发动机均值输出扭矩, $g_1(\omega_e)$ 和 $g_2(\omega_e)$ 是关于发动机转速的函数, 可以通过稳态实验标定得到. 应该指出, 上面的扭矩均值模型忽略了每个气缸燃烧循环之间的暂态过程. 另外, 发动机转速的动态响应时间常数远远大于扭矩的动态响应时间常数, 因而在这里也被忽略. 由此, 发动机的扭矩动态模型充分简化为只考虑进气动态和一个控制输入. 扭矩的跟踪控制问题可以描述为对于任意给定的期望扭矩, 通过调整节气门开度使得发动机的实际扭矩能快速跟踪给定的期望值. 基于以上简化模型, 下面将设计模型预测控制器来实现扭矩的跟踪控制.

3.1 滚动时域优化控制率设计

为了实现扭矩的快速跟踪, 滚动时域的优化问题可以归纳为: 在每个控制时刻 t , 对于任意给定的期望扭矩 $\tau_d(t)$ 和当前的系统状态 $p_m(t)$, 通过最小化求解一个合适的目标函数从而得到最优的节气门开度轨迹 $\phi(\tau), \tau \in [t, t+T]$, 使得在优化预测区间 T 内的扭矩的累积跟踪误差为最小. 因此, 目标函数可以设定为

$$J_1 = \int_t^{t+T} [r_1(\tau_d(\tau) - \tau_e(\tau))^2 + r_2\bar{u}^2(\tau)]d\tau, \quad (17)$$

其中, $\tau \in [t, t+T]$ 且 $t \geq 0$, T 表示预测时间长度, $\bar{u} = \dot{\phi}$ 表示节气门的变化率, r_1 和 r_2 是权重系数. 则优化问题为

$$\mathcal{P}_1: \min_{\bar{u}(\tau)} J_1. \quad (18)$$

同时满足下面的动态系统方程 (19):

$$\begin{cases} \dot{p}_m = a_1(\cos(\phi_0) - \cos(\phi))\sqrt{\Psi\left(\frac{p_a}{p_m}\right)} - a_2\omega_e p_m, \\ \dot{\phi} = \bar{u}, \\ \tau_e = g_1(\omega_e)p_m - g_2(\omega_e), \end{cases} \quad (19)$$

和约束条件 (20):

$$\begin{cases} p_{\min} \leq p_m \leq p_{\max}, \\ \phi_{\min} \leq \phi \leq \phi_{\max}, \end{cases} \quad (20)$$

这里 $\cdot_{\min}$ 和 $\cdot_{\max}$ 分别表示相应的最小和最大界.

应该指出, 上面的优化问题将节气门的变化率作为了辅助的控制输入, 这样的设计能够有效地避免一旦控制量快速变化可能对系统带来的冲击. 此外, 在上面的控制器设计中, 模型的精度对控制器效果有至关重要的影响, 然而模型误差是不可避免地存在的. 为了进一步加强控制系统的鲁棒性, 提出如下基于嵌入式跟踪误差积分器的一个改进的控制器结构.

将节气门开度定义为

$$\phi = k_I e_i + u, \quad (21)$$

其中, 扭矩跟踪误差的积分 $e_i = \int (\tau_d - \tau_e)dt$, k_I 是积分增益, u 作为辅助控制量. 事实上, 积分器用来补偿建模误差引起的稳态控制偏差, 辅助控制输入 u 则可以用来快速修正暂态过程的控制偏差. 由此, 目标函数设定为

$$J_2 = \int_t^{t+T} [q_1 (\tau_d(\tau) - \tau_e(\tau))^2 + q_2 u^2(\tau)] d\tau, \quad (22)$$

其中, q_1 和 q_2 为权重系数. 相应地, 优化问题描述如下:

$$\mathcal{P}_2: \min_{u(\tau)} J_2, \quad (23)$$

同时满足下面的动态系统方程 (24) 和约束条件 (25):

$$\begin{cases} \dot{p}_m = a_1 \left(\cos(\phi_0) - \cos(k_I e_i + u) \right) \sqrt{\Psi \left(\frac{p_a}{p_m} \right)} - a_2 \omega_e p_m, \\ \dot{e}_i = \tau_d - \tau_e, \\ \tau_e = g_1(\omega_e) p_m - g_2(\omega_e), \end{cases} \quad (24)$$

$$\begin{cases} p_{\min} \leq p_m \leq p_{\max}, \\ \phi_{\min} \leq \phi \leq \phi_{\max}, \\ u_{\min} \leq u \leq u_{\max}. \end{cases} \quad (25)$$

应用上述算法 2, 上面的优化问题可以被实时地在线求解. 在每个控制时刻, 最优的控制输入以离散的序列形式给出, 即 $u(\tau) := \{u_{(0)}(t), u_{(1)}(t), \dots, u_{(N-1)}(t)\}$. 在实际控制中, 把最优控制序列中的第一个元素 $u_{(0)}(t)$ 作为实际控制输出应用到系统中, 最终的节气门开度由式 (21) 得到.

3.2 实验验证

验证实验在如图 2 所示的发动机暂态测试台架上进行. 发动机采用丰田汽车公司提供的 3.5 L 排量 V 型 6 缸汽油发动机. 为了实现发动机的实时控制, 快速原型控制器 (dSPACE®-1006) 与发动机 ECU 通过 Bypass 共享内存的方式建立连接. 这样, 快速原型控制器能够实时地读写 ECU 的内存, 从而实现发动机的实时控制和运行状态的实时监测. 此外, 为了精确验证发动机的暂态性能, 实验台架使用了具有低惯性的电力测功机 (Horiba®-DYN3). 基于此台架, 我们构建了发动机暂态测试系统, 如图 3 所示. 该系统将虚拟的车辆动力学模型 (采用 CarMaker 仿真软件) 与实际的发动机测试台架相耦合, 能实现用真实的发动机来驱动虚拟的汽车运行, 以完成不同工况下的发动机测试试验. 例如, 在实时仿真测试中, 扭矩控制器可以控制节气门开度, 从而使发动机产生转矩, 该转矩值发给虚拟的汽车模型来计算前进车速, 同时, 传动系统模型将发动机的转速参考值发给测功机, 由测功机倒拖发动机实现相应的期望转速. 文献 [24] 详细介绍了该测试系统暂态测试性能及仿真可靠性. 在测试实验中, 扭矩跟踪控制器运行在 dSPACE 1006 中. 发动机的进气歧管压力和转速被实时地检测并提供给扭矩跟踪控制器, 在每一控制周期内通过 Continuation/GMRES 算法优化求解, 最终得到最优的节气门开度指令并发送给发动机 ECU 去执行. 下面将具体介绍扭矩跟踪控制器的验证效果.

分别测试针对优化问题 $\mathcal{P}_1$ 和 $\mathcal{P}_2$ 的解. 预测时间长度均选定为 300 ms, 选定控制周期为 10 ms, 任意选择初值 $\tilde{U}_{(0)}$ 并由梯度法找到满足算法 2 中 “S1” 的 $U_{(0)}$. 首先分别用这两个控制器跟踪相同的

图 2 (网络版彩图) 汽油发动机控制实验台架
Figure 2 (Color online) Engine control test bench

图 3 (网络版彩图) 发动机暂态测试系统
Figure 3 (Color online) Testing system for engine transient operations

期望扭矩指令, 此过程中发动机的转速被测功机倒拖做正弦波动以验证不同转速工况下的控制效果, 两个控制器的预测时间长度均设定为 300 ms. 控制效果如图 4 所示, 两个扭矩跟踪控制器基本上可以实现不同工况下扭矩跟踪控制. 然而对于控制器 P_1 在个别转速工况下会出现控制偏差, 这种情况可以归因于由模型的误差引起. 即, 在特定的运行工况下 (如图 4 中的 16 ~ 20 s 与 27 ~ 30 s 期间), 模型预测的状态与实际测量值之间存在较大的偏差, 因此优化得到的控制输入并不能真正满足实际系统的控制输入, 其结果导致了控制系统性能降低. 相对而言, 嵌入跟踪误差积分器的扭矩控制器 P_2 表现出了更好的控制跟踪性能及模型抗干扰能力.

基于以上比较结果, 下面将进一步验证扭矩跟踪控制器 P_2 的暂态控制性能. 图 5 给出了发动机驱动虚拟汽车行走的测试结果. 其中, 驾驶员输入是依托该实验平台 (图 3) 由实验人员模仿实际汽车驾驶的行为动作. 为了验证在任何给定的外部命令及驾驶工况下扭矩跟踪控制器的控制效果, 实验人员随机地踩油门踏板以驱动虚拟的汽车前进. 然后, 驾驶员的油门踏板信号通过查表方式转换成期望

图 4 (网络版彩图) 两种控制器 (基于优化问题 $\mathcal{P}_1$ 和 $\mathcal{P}_2$) 的验证结果比较Figure 4 (Color online) Validation results under two control laws ($\mathcal{P}_1$ -based and $\mathcal{P}_2$ -based), respectively

扭矩值, 再由扭矩跟踪控制器去实时调整节气门开度, 以实现发动机实际输出扭矩的快速跟踪. 在实验过程中, 发动机的实际转矩输出能快速跟踪剧烈变化的期望转矩, 充分说明了所提出的扭矩跟踪控制器在不同的暂态工况下依然具有很好的控制性能. 以上实验在 900 MHz 的时钟频率的实时控制器中完成. 优化求解每一步的计算时间取决于约束条件是否被激活等因素, 最大计算时间为 3.3727 ms. 实际上, 根据 Continuation/GMRES 算法的基本原理, 只要算法在初始计算时能找到一个合理的 $U_{(0)}$, 那么在以后的优化求解计算过程中, 即使采用固定迭代次数, 也可实现对优化问题的求解^[19]. 因此上述测试实验采用了固定的 GMRES 迭代次数, 所以理论上每一步的优化计算时间 (初始优化计算除外) 应该是相同的. 但是, 在控制算法实际运行时, 每一步计算时间有 $\pm 5\%$ 以内的微小偏差. 上述结果及

图 5 (网络版彩图) 暂态测试工况下的发动机扭矩跟踪控制效果

Figure 5 (Color online) Torque tracking control result under transient testing mode

分析证明了基于 Continuation/GMRES 的滚动时域优化算法具有较好的实时运行潜力.

4 混合动力系统能源优化

为了进一步提高混合动力汽车 (HEV) 的优越性, 油电分配问题, 通常称为能源管理优化问题, 成为了混合动力控制系统设计的核心问题之一. 另一方面, 插电式混合动力系统 (PHEV) 结合了纯电动汽车 (EV) 与 HEV 的特性. 针对电池的电荷状态 (SoC), PHEV 动力源系统的运行模式主要包含 EV 模式、电量维持模式和电量耗尽模式. 而对于 PHEV 的能源管理优化策略则需要在考虑这些特征的基础上提出相应优化控制问题. 文献 [25] 中综述了应用动态规划、神经网络、随机动态规划等优化理论

图 6 (网络版彩图) 并联混合动力系统结构示意图

Figure 6 (Color online) Image of parallel HEV

解决 PHEV 能源管理问题. 本文介绍一种基于上述提出的 Continuation/GMRES 算法的用于 PHEV 的实时优化控制策略.

4.1 系统描述与控制问题

本文以图 6 所示的并联结构为例. 其动力传动系统主要包含一台汽油发动机、一台永磁电机、一组氢镍电池以及双离合器和一个五档变速器. 该结构的 HEV 具有纯电动等 7 种运行模式^[16]. 针对一般 PHEV 的能源管理具有优先电动模式的特点, 发动机将作为助力以及电池电量不足时保证电量的维持状态. 因此, 车辆运行过程中依据能源管理策略, 认为其运行模式可归结为纯电动、电量耗尽、电量维持及回馈制动.

描述 HEV 动态特性的数学模型, 本文采用车速 v 和电池的 SoC 作为状态变量. 该 HEV 的动态模型描述如下:

$$M\dot{v} = \frac{T_{\text{drive}} - T_{\text{fb}}}{R_w} - Mg(\mu_r \cos \theta + \sin \theta) - \frac{1}{2}\rho AC_d v^2, \quad (26)$$

其中, T_{drive} 表示汽车推动总扭矩, 其必须满足司机的扭矩需求, M 表示车重, θ 表示道路坡度, R_w 表示车轮半径, T_{fb} 表示摩擦制动扭矩, g , μ_r , ρ , A 和 C_d 分别表示重力加速度、滚动阻力系数、空气密度、车的横截面积和阻尼系数. 如果忽略齿轮的滑动和变速器的减震阻尼, 总扭矩 T_{drive} 可由如下等式决定:

$$T_{\text{drive}} = i_g i_0 \eta_f (T_e + T_m), \quad (27)$$

$$i_g i_0 \omega_w = \omega_e = \omega_m, \quad (28)$$

其中, i_g 表示齿轮比, i_0 表示最终传动比, T_e 和 T_m 分别表示发动机和电机扭矩, ω_m 表示电机转速, 而车轮速度 ω_w 和车速 v 满足

$$v = \omega_w R_w. \quad (29)$$

此外, 电池的动态模型给定如下:

$$\dot{\text{SoC}} = \frac{-U_{\text{oc}} + \sqrt{U_{\text{oc}}^2 - 4R_b P_b}}{2Q_{\text{bmax}} R_b}, \quad (30)$$

其中, P_b 表示电池功率, U_{oc} , R_b 和 Q_{bmax} 分别表示电池的开路电压、内阻和最大充电容量.

电池功率与电机功率具有如下关系:

$$P_b = \eta_m^{k_m} T_m \omega_m, \quad (31)$$

式中 $\eta_m^{k_m}$ 表示电池的充放电效率, 而指数 k_m 取值及意义为

$$k_m = \begin{cases} -1, & \text{放电,} \\ 1, & \text{充电,} \end{cases} \quad (32)$$

其理论值可以用多项式 $\eta_m(T_m, \omega_m)$ 近似表示.

为了实现功率的最优化分配, 选取等价燃油消耗作为目标函数, 即

$$J = \int_t^{t+T} \Gamma_E Q_{lhv} \dot{m}_f(\tau) + \dot{m}_e(\tau) d\tau. \quad (33)$$

上式中, Q_{lhv} (J/kg) 表示燃油低热值, $\dot{m}_f$ (kg/s) 表示瞬时燃油消耗率, 可跟据发动机实际运行实验结果进行多项式拟合标定,

$$\dot{m}_f(T_e, \omega_e) = \mathcal{M}_f(T_e, \omega_e), \quad (34)$$

$\dot{m}_e$ (W) 表示瞬时耗电量, 且由下式计算得出

$$\dot{m}_e(\omega_m, T_m) = -U_{oc} Q_{bmax} \dot{SoC}(\omega_m, T_m), \quad (35)$$

Γ_E 表示将耗电量转换为等价耗油量的转换因子. 设 γ_f (¥/L) 表示油价, γ_e (¥/kWh) 表示电价, Γ_E 定义为

$$\Gamma_E = \frac{\gamma_f / \rho_f \times 1000}{Q_{lhv}} \div \frac{\gamma_e}{1000 \times 3600}, \quad (36)$$

其中 ρ_f (g/L) 表示燃油密度. 由式 (36) 可以看出混合动力的功率分配策略依赖于等效因子的大小: Γ_E 变小意味着电价升高因而燃油消耗将升高; 相反, 将以消耗电量为主, 而其结果将是 SoC 的显著下降.

4.2 滚动时域优化控制率设计

对于系统 (26) 与 (30), 本文选取电机与发动机间的扭矩分配比与齿轮比作为控制信号. 令

$$u = [i_g, u_T]^T, \quad (37)$$

其中 u_T 表示扭矩分配比. 扭矩分配比定义如下:

$$u_T = \frac{T_m}{T_{mmax}(\omega_m)}, \quad (38)$$

式中 $T_{mmax}(\omega_m)$ 表示电机关于其转速的最大扭矩表达式, 即, 电机特性曲线的近似多项式拟合表达式. 由上式可知 $u_T \in [-1, 1]$: 取负值表示电机工作与发电状态, 反之工作于电动状态. 而对于该系统, 外部输入量为司机动力需求 P_{drive} 和路面坡度 θ . 定义外部激励变量为 $p \in [T_{drive}, \theta]^T$, 其中司机需求扭矩可以由司机期望功率算出 (即, $T_{drive} = P_{drive} R_w$).

表 1 将连续变量齿轮比 i_g 转换为档位的程序图Table 1 Converting map from continuous variable i_g to gear number

i_g	(2.3, 2.5]	(1.3, 2.3]	(0.9, 1.3]	(0.6, 0.9]	[0.4, 0.6]
Gear shift	1	2	3	4	5

基于实时算法 2 求解实时控制率 (37), 考虑系统的物理特征, 还必须考虑以下约束条件:

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega_{\min} \leq \omega_e \leq \omega_{\max}, \quad T_{\min}(\omega_e) \leq T_e \leq T_{\max}(\omega_e) \\ \omega_{\min} \leq \omega_m \leq \omega_{\max}, \quad T_{\min}(\omega_m) \leq T_m \leq T_{\max}(\omega_m) \end{array} \right\}, \quad (39)$$

式中下标 $\cdot_{\min}$ 和 $\cdot_{\max}$ 表示相应的最小和最大界. 为了简单, 在所考虑的优化问题中认为 $\omega_{\min}$, $\omega_{\max}$, $\omega_{\min}$, $\omega_{\max}$ 和 $T_{\min}$ 为定常量. 而 $T_{\max}$ 依赖于 ω_e 变化, 且基于发动机特性曲线获得 $T_{\max}(\omega_e)$ 的近似值.

假设外部输入 $\theta(t)$ 已知, 且在预测区间 $[t, t+T]$ 内 P_{drive} 与 θ 为常值. 则, 用于并联混合动力分配的实时优化控制问题描述如下:

$$\min_u J = \int_t^{t+T} \Gamma_E Q_{\text{thv}} \mathcal{M}_f(x(t'), u(t'), p(t')) + \dot{m}_e(x(t'), u(t')) dt' \quad (40)$$

s.t.

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x} = f(x, u, p), \\ i_{\min} \leq u_1 \leq i_{\max}, \\ -1 \leq u_2 \leq 1, \\ T_{\min} \leq T_e(x, u, p) \leq T_{\max}(x, u), \\ \text{SoC}_{\min} \leq x_2 \leq \text{SoC}_{\max}, \end{array} \right.$$

其中 $x \in [v, \text{SoC}]^T$, 其动态方程由 (26) 与 (30) 给定. 问题 (40) 中的不等式约束条件可利用方法 (5) 转换为等式约束条件. 本文采用算法 2 实时求解上述问题.

应该指出, 上述算法给出的最优齿轮比为连续变量, 而本文所针对的 HEV 采用离散的有级变速系统. 所以, 采用如表 1 给定的换算近似实现. 这种近似自然会引入具体实现的优化控制偏离理想的理论解, 这是利用连续优化迭代解设计离散量化控制输入的常规做法, 其必然伴随一定的最优性损失.

4.3 仿真实验验证

用于控制算法验证的 HEV 仿真器是由基于 GT-SUITE 构建的车辆和动力链的动力学模型和基于 Matlab / Simulink 的控制器模型实现的. 车辆的物理参数为实际车量数据. 为了进行算法验证, 基于测试路谱 v_d 引入 PI 控制器模拟产生司机需求功率. 本文中采用的测试路谱如图 7 所示. 该路谱为由 SICE Benchmark 问题 [26] 提供的实际车辆运行数据. 因为上述优化算法仅给出 HEV 模态下的动力分配, 为了能够使得该车辆在给定的路谱行驶条件下连续运行, 本文采用如图 8 所示的简单的模态切换逻辑以管理运行模态的切换控制. 而对于发动机、电机以及变速齿轮的动力器件的切换过程中的系统稳定性问题不作为本文的研究对象. 具体地, 考虑实际运行工况, 认为起车时车辆运行于 EV 模态 (起车模态), 当车速大于某一设定值时, 切出起车模态同时本文提出的控制策略开始运行. 图 8 中

图 7 (网络版彩图) 实际城市行驶路普信息

Figure 7 (Color online) Driving route information of real city. (a) Benchmark driving route in [26]; (b) driving route with the slope

图 8 发动机起停控制逻辑流程图

Figure 8 Flowchart of engine on/off decision logic

图 9 (网络版彩图) 仿真验证结果: $\Gamma_E = 0.544$ Figure 9 (Color online) Simulation validation result: $\Gamma_E = 0.544$

两个用于决策的变量定义如下:

$$v^{\text{st}}(i_{g1}, \omega_e^{\text{st}}) = \frac{R_w}{i_{g1} i_0} \omega_e^{\text{st}}, \quad (41)$$

$$\omega_{e0}(i_g, v_s) = \frac{i_g i_0}{R_w} v, \quad (42)$$

式中 v^{st} 表示切出起车模态的车速设定值, ω_e^{st} 表示起动电机停止时刻的发动机速度。

仿真实验中, 选定 $\omega_e^{\text{st}} = 1200 \text{ rpm}$, $\text{SoC}_{\min} = 0.3$, $\text{SoC}_{\max} = 0.9$, $T_{\text{emin}} = 8.5 \text{ Nm}$. 控制算法中预测区间选为 $T = 2 \text{ s}$, 控制周期 $\delta\tau = 0.2 \text{ s}$. 在进入 HEV 运行模态时, 任意选择初值 $\tilde{U}_{(0)}$ 并由梯度法找到满足算法 2 中“S1”的 $U_{(0)}$. 图 9 中给出了 $\Gamma_E = 0.544$ 时的控制输入及系统的输出曲线. 由图中实际速度曲线与 v_d 的比较证实了控制系统对车体的驱动性. 该情况下, 等价因子 Γ_E 取值较大, 这意味着优先电机驱动, 则发动机助力扭矩较小且对应工作点不一定在最佳效率点, 如图 9 中给出的电机功率 P_m 与发动机功率 P_e 的 $P_m - P_e$ 曲线所示以及图 10 给出的发动机与电机工作点. 由此可看出, 优化控制问题中约束条件都被满足. 并且, 在以电机优先驱动的工况下, 当车速达到一定值使得电机速度高于 1000 rpm 时, 电机主要工作于高效率区域 (效率大于 80%). 此外注意到, 本文讨论的优化问题 (40) 的目标函数只考虑等价能源消耗而没有考虑汽车的驱动性能, 因而控制结果中实际车速与参考车速间存在较明显误差. 而驱动性能的优化不作为本文所考虑的内容范围.

此外, 对使用不同的等价因子 Γ_E 的控制算法进行了仿真验证. 图 11 中给出了在选取不同 Γ_E 时的实时 SoC 响应, 同时, 也给出了相应的以价格计算的燃油消耗及电量消耗. 从该图中可以看出, 当

图 10 (网络版彩图) 发动机与电机工作点: $\Gamma_E = 0.544$ Figure 10 (Color online) Operating points of the (a) engine and (b) motor: $\Gamma_E = 0.544$ 图 11 (网络版彩图) 不同等价因子 Γ_E 时的电池 SoC 和油/电的消耗Figure 11 (Color online) SoC responses (a) and the fuel-electricity cost (b) under different equivalent factors Γ_E

$\Gamma_E = 0.544$ 较大时, SoC 不断减小, 这意味着车工作于电量耗尽模态, 当 Γ_E 逐渐减小到 0.163 时, 车工作于电量维持模态, 即 SoC 值几乎不减小, 电量消耗为负值且耗油量明显增大. 上述仿真结果表明本文提出的控制算法实现了对 HEV 功率分配的实时优化控制, 同时通过调整目标函数中的等价因子可以实现对 PHEV 在电量耗尽与电量维持模态下运行的有效管理.

5 结束语

本文主要介绍了作为推广 GMRES 数值算法提出的求解一般非线性滚动时域优化控制问题的 Continuation/GMRES 算法. 并将该算法用于解决汽车动力系统中两个典型控制问题: 发动机扭矩跟踪控制与并联混合动力汽车的功率优化分配. 对于所提出的发动机实时控制算法, 文中给出了实际商业产品汽车搭载的 6 缸汽油机上的实验验证结果, 而对于混合动力汽车的控制算法, 则在目前汽车产业普遍使用的 GT-SUITE 环境下给出了实际路谱的运行仿真结果. 这些实车搭载动力系统及实际汽车开发环境下的验证结果可以表明所提出的控制算法的有效性、实时性以及今后的应用前景.

同时, 应该指出运用滚动时域优化控制技术提高汽车动力链的实时优化性能, 一个重要的挑战课

题是算法的实时性, 即, 在线计算时间. 而在线运算时间的长短不仅依赖于 ECU 的硬件环境, 同时还取决于算法设计时预测时间的选取. 文献 [27] 讨论了基于 dSPACE 实现 Continuation/GMRES 算法时预测时间选取与计算时间的关系. 此外, 本文介绍的优化算法其主要目的是对运行路径预先不可知的情况下的在线实时优化决策. 当路径预先可知时, 毋庸置疑地运用动态规划等全局优化算法会得到更加符合针对该路径的最优解. 但是, 这种针对给定路径寻全局优化解的问题其宗旨与本文介绍的问题相异, 本文不再赘述方法的比较, 有兴趣的读者可参见文献 [27].

参考文献

- 1 Cook J A, Powell B K. Modeling of an internal combustion engine for control analysis. *IEEE Control Syst Mag*, 1988, 8: 20–26
- 2 Hendricks E, Sorenson S C. Mean Value Modeling of Spark Ignition Engines. SAE, Technical Paper 900616, 1990
- 3 Yang J, Shen T, Jiao X. Model-based stochastic optimal air-fuel ratio control with residual gas fraction of spark ignition engines. *IEEE Trans Control Syst Tech*, 2014, 22: 896–910
- 4 Wu Y, Kumar M, Shen T. A stochastic logical system approach to model and optimal control of cyclic variation of residual gas fraction in combustion engine. *Appl Therm Eng*, 2016, 93: 251–259
- 5 Shen T, Zhang J, Jiao X, et al. Transient Control of Gasoline Engines. Boca Raton: CRC Press, 2015
- 6 Wagner J R, Dawson D M, Liu Z. Nonlinear air-to-fuel ratio and engine speed control for hybrid vehicles. *IEEE Trans Veh Tech*, 2003, 52: 184–195
- 7 Zhang J, Shen T, Marino R. Model-based cold-start speed control scheme for spark ignition engines. *Control Eng Pract*, 2010, 18: 1285–1294
- 8 Cairano S D, Yanakiev D, Bemporad A, et al. Model predictive idle speed control: design, analysis, and experimental evaluation. *IEEE Trans Control Syst Tech*, 2012, 20: 84–97
- 9 Puskorius G, Feldkamp L, Davis L. Dynamic neural network methods applied to on-vehicle idle speed control. *Proc IEEE*, 1996, 84: 1407–1420
- 10 Hara T, Shen T, Mutoh Y. Iterative learning-based air-fuel control of gasoline engines with unknown off-set. In: *Proceedings of IEEE International Conference “Intelligent Systems”*, Sofia, 2012. 304–309
- 11 Serrao L, Onori S, Rizzoni G. A comparative analysis of energy management strategies for hybrid electric vehicles. *ASME J Dynam Syst Meas Control*, 2011, 133: 031012
- 12 Rizzoni G, Onori S. Optimal energy management of hybrid electric vehicles: 15 years of development at the Ohio State University. In: *Proceeding of the IFAC Workshop on Engine and Powertrain Control, Simulation and Modeling (ECOSM12)*, Rueil-Malmaison, 2012. 177–185
- 13 Pei D, Leamy M J. Dynamic programming-informed equivalent cost minimization control strategies for hybrid-electric vehicles. *ASME J Dynam Syst Meas Control*, 2013, 135: 051013
- 14 Chen Z, Mi C C, Xu J, et al. Energy management for a power-split plug-in hybrid electric vehicle based on dynamic programming and neural networks. *IEEE Trans Veh Tech*, 2014, 63: 1567–1580
- 15 Moura S J, Fathy H K, Callaway D S, et al. A stochastic optimal control for power management in plug-in hybrid electric vehicles. *IEEE Trans Control Syst Tech*, 2011, 19: 545–555
- 16 Ehsani M, Gao Y, Gay S E, et al. *Modern Electric, Hybrid Electric, and Fuel Cell Vehicles, Fundamentals, Theory, and Design*. 2nd ed. Boca Raton: CRC Press, 2005
- 17 Bertsekas D P. Dynamic programming and suboptimal control: a survey from ADP to MPC. *Eur J Control*, 2005, 11: 310–334
- 18 M’hamdi A, Helbig A, Abel O, et al. Newton-type receding horizon control and state estimation. In: *Proceedings of the 13rd IFAC World Congress*, San Francisco, 1996. 121–126
- 19 Ohtsuka T. A continuation/GMRES method for fast computation of nonlinear receding horizon control. *Automatica*, 2004, 40: 563–574
- 20 Kirk D E. *Optimal Control Theory: an Introduction*. New York: Dover Publications, 2004
- 21 Saad Y, Schultz M H. GMRES: a generalized minimal residual algorithm for solving nonsymmetric linear systems. *SIAM J Sci Stat Comput*, 1986, 7: 856–869

- 22 Guzzella L, Onder C H. Introduction to Modeling and Control of Internal Combustion Engine System. Berlin: Springer, 2010
- 23 Hong M, Shen T, Ouyang M, et al. Torque observers design for spark ignition engines with different intake air measurement sensors. IEEE Trans Control Syst Tech, 2011, 19: 229–236
- 24 Kang M, Shen T. Modeling and control for engine-in-the-loop simulation system. J Syst Des Dynam, 2013, 7: 428–440
- 25 Wirasingha S G, Emadi A. Classification and review of control strategies for plug-in hybrid electric vehicles. IEEE Trans Veh Tech, 2011, 60: 111–122
- 26 Yasui Y. JSAE-SICE benchmark problem2: fuel consumption optimization of commuter vehicle using hybrid powertrain. In: Proceedings of the 10th World Congress on Intelligent Control and Automation, Beijing, 2012. 606–611
- 27 Zhang J, Shen T. Real-time fuel economy optimization using receding horizon control for plug-in hybrid electric vehicles. IEEE Trans Control Syst Tech, in press. doi: 10.1109/TCST.2016.2517130

Application of real-time optimization algorithm to the control of automotive powertrain systems

Jiangyan ZHANG^{1*}, Mingxin KANG² & Tielong SHEN²

¹ College of Electromechanical Engineering, Dalian Minzu University, Dalian 116600, China;

² Department of Engineering and Applied Sciences, Sophia University, Tokyo 102-8554, Japan

*E-mail: zhangjy@sophia.ac.jp

Abstract This paper introduces a nonlinear real-time optimization algorithm with applications to the control of automotive powertrain systems. First, the GMRES algorithm for solving linear algebraic equations is reviewed and its use to solve a real-time optimization problem that satisfies the Pontryagin condition is introduced. The algorithm provides a numerical method to solve a general nonlinear receding horizon control problem. With its light computational burden, application of the algorithm can deal with fast transient control problems in automotive powertrain and can guarantee operation with real-time control. Then, the paper introduces the applications of real-time optimization algorithm to the torque tracking control of internal combustion engines and energy management of hybrid electric vehicles (HEV). Finally, it presents the experimental and simulation results for an engine control experimental bench test and the GT-SUITE simulator, respectively.

Keywords receding horizon control, Continuation/GMRES algorithm, real-time optimization, internal combustion engine, torque control, HEV, energy management

Jiangyan ZHANG was born in 1982. She received her Ph.D. degree in Mechanical Engineering from Sophia University, Tokyo, Japan in 2011. Currently, she is a lecturer at the College of Electromechanical Engineering of Dalian Minzu University, Dalian, China. Her research interests are mainly in nonlinear dynamical control theory and applications of control to the automotive powertrain systems.

Mingxin KANG was born in 1985. He received his Ph.D. degree in Mechanical Engineering from Sophia University, Tokyo, Japan in 2015. Currently, he serves as a postdoctoral fellow at Sophia University. His current research interests lie in the areas of automotive energy optimization and nonlinear optimal control for engine system.

Tielong SHEN received his Ph.D. degree in Mechanical Engineering from Sophia University, Tokyo, Japan in 1992. Since April 1992, he has been a faculty member of the Chair of Control Engineering at the Department of Mechanical Engineering, Sophia University, where he currently serves as full professor. Since 2005, he has also served concurrently as "LuoJia Xuezhe" chair professor of Wuhan University, China. His research interests include control theory and applications in mechanical systems, powertrain, and automotive systems.