正交地形追随坐标系中平流误差的对比分析

李艺苑^{①*}, 李锦熙^①, 王斌^{①②}, 邹勋^③

① 中国科学院大气物理研究所, 大气科学和地球流体力学数值模拟国家重点实验室, 北京 100029;

② 清华大学地球系统科学研究中心, 地球系统数值模拟教育部重点实验室, 北京 100084;

③ 南京大学大气科学学院, 南京 210093

* 联系人, E-mail: liyiyuan@mail.iap.ac.cn

2015-05-21 收稿, 2015-06-18 接受, 2015-09-18 网络版发表

国家自然科学基金(41305095)资助

摘要 通过 2 组线性平流试验, 分析随地形复杂度和空间分辨率增加, 正交地形追随坐标系(OS 坐标)中平流误差的变化. 第一组试验采用 3 种地形, 即: 单峰、三峰和五峰的波状地形, 第二组试验采用 5 种水平(垂直)分辨率, 对比分析 OS 坐标和经典地形追随坐标系的混合版本(HS 坐标)的平流误差. 第一组多地形试验表明: 单峰试验中, OS 坐标与 HS 坐标的平流误差接近; 三峰试验中, OS 坐标的平流误差略小于 HS 坐标的平流误差; 五峰试验中, OS 坐标的平流误差远小于 HS 坐标的平流误差. 其原因是, HS 坐标生成的非正交网格, 与 OS 坐标生成的正交网格, 在五峰地形条件下差异最明显. 这说明, 在简单地形条件下, 由于 OS 坐标和 HS 坐标的网格差异小, OS 坐标减小平流误差的效果不明显, 在复杂地形条件下, 两者计算网格差异明显, 相比 HS 坐标, OS 坐标能显著减小平流误差. 第二组多分辨率试验表明: OS 坐标的平流误差始终小于 HS 坐标的平流误差, 且垂直分辨率越高, 效果越明显. 两组理想试验的结果说明, OS 坐标有可能减小高分辨率模式中, 复杂地形区域的平流误差.

关键词

地形追随坐标
(σ 坐标)
平流误差
垂直计算网格
非正交
陡峭地形

大气和海洋模式是定量研究全球气候变化和中、短期天气预报不可或缺的科学手段. 由于地球表面地形复杂, 对大气运动有显著影响, 垂直坐标的选取, 已经成为影响模式模拟结果的重要因素^[1-3]. 经典地形追随坐标系(classic σ 坐标, CS坐标)是大气和海洋模式中最常用的一种坐标系. 它通过坐标变换, 使地面成为一个坐标面, 为模式提供简单的下边界条件. 然而, CS坐标是一种非正交的坐标系, 它仅对垂直坐标 σ 进行坐标变换, 使垂直层变为追随地形的曲面, 由此形成的垂直计算网格为“非正交的四边形网格”^[2,4]. 这种“非水平的垂直层”和“非正交的计算网格”, 会引起平流等的计算误差, 影响模式模拟结果^[5-9].

为减小CS坐标的平流误差, 许多研究提出使用

混合 σ 坐标(hybrid σ 坐标, HS坐标). HS坐标在底层保持CS坐标, 在高层换用气压 p 或高度 z 坐标等, 从而使地形以上高层的垂直层更为平缓, 有效地减小了CS坐标的平流误差^[5,6,10-15]. 近些年来, 也有研究从数值格点生成的角度, 借鉴流体力学常用的cut cell方法来划分空间, 该方法会在地形附近生成不规则的垂直计算网格, 但在地形以上高层得到正交的四边形网格, 从而减小CS坐标的平流误差^[16-21]. 然而目前, 大气和海洋模式使用最多的仍为HS坐标, 例如: 大气模式Weather Research and Forecasting Model(WRF)^[22]; 海洋模式Hybrid Coordinate Ocean Model(HYCOM)^[23,24]. 最近, 为了减小CS坐标的平流误差, Li等人^[25]设计了一种正交地形追随坐标系(orthogonal σ 坐标, OS坐标), 利用理想平流试验, 对

引用格式: 李艺苑, 李锦熙, 王斌, 等. 正交地形追随坐标系中平流误差的对比分析. 科学通报, 2015, 60: 3144-3152

Li Y Y, Li J X, WANG Bin, et al. Advection errors in an orthogonal terrain-following coordinate: Idealized experiments (in Chinese). Chin Sci Bull, 2015, 60: 3144-3152, doi: 10.1360/N972015-00075

<https://engine.scichina.com/doi/10.1360/N972015-00075>

比CS坐标、HS坐标和OS坐标中的平流误差。结果表明：(1) OS坐标能通过合理设置其中的旋转参数，实现类似HS坐标的功能，即：减小陡峭地形上空垂直层的坡度，从而显著减小CS坐标的平流误差；(2) OS坐标能在整个计算空间，生成“既正交又追随地形”的垂直计算网格，相比HS坐标，OS坐标能进一步减少平流误差。

以往许多研究表明，平流误差与地形复杂度和空间分辨率紧密相关^[1,26]。然而，Li等人^[25]的理想试验，只用了一种地形和一种空间分辨率。在不同复杂度的地形和不同空间分辨率的条件下，OS坐标的平流误差能否始终小于HS坐标的平流误差？两坐标系的平流误差，随地形复杂度和空间分辨率的增加会怎样变化？本文针对上述问题，使用3种复杂度的地形，5种水平(垂直)分辨率展开理想试验，进一步对比分析OS坐标和HS坐标的平流误差。结果表明：OS坐标的平流误差始终小于HS坐标的平流误差；地形越复杂，垂直分辨率越高，OS坐标减小平流误差的效果越明显。

1 正交地形追随坐标系的简介

CS坐标的设计中，先给定垂直坐标 σ 的定义式，使地面成为一个坐标面，水平坐标则不做变换，再由坐标定义式求基矢量。这样，CS坐标的垂直层为追随地形的曲面，而水平坐标面为竖直向下的平面，因此CS坐标是一种非正交的地形追随坐标系。Li等人^[25]

采用同CS坐标的设计相反的思路，先求基矢量，再求坐标定义式，设计了一种“正交地形追随坐标系”。

OS坐标中，水平和垂直坐标均做变换，因此，其3个坐标面均为曲面(图1(a))。OS坐标保持了CS坐标的优点，垂直层为追随地形的曲面(图1(a)中绿色和蓝色面)。同时，OS坐标的水平面也为曲面(图1(a)中红色和黄色面，他们的交线是曲线)，与垂直层正交，由此克服了CS坐标非正交的问题。图1(b)为二维垂直平面中，OS坐标的水平和垂直坐标线，即：计算网格。可以看出，最底层的垂直层与地形重合(图1(b)中红线和黑线)，即：OS坐标能同CS坐标一样，使地面成为一个坐标面，为模式提供简单的下边界条件。同时，OS坐标垂直层的坡度随高度增加逐渐减小(图1(b)中红线)，有利于减小平流误差。更重要的是，OS坐标的水平坐标线与垂直层处处正交(图1(b)中红线和蓝线)，由此生成正交的计算网格，能进一步减小平流误差。

总的来说，OS坐标与CS坐标最主要的不同点为CS坐标只对垂直坐标 σ 做变换，OS坐标对水平和垂直坐标均做变换，由此在“保持CS坐标地形追随优点”的同时，克服其非正交的缺点，得到“既正交又追随地形”的坐标系(图1(a))及相应的正交计算网格(图1(b))。OS坐标有以下3个特点^[25]：(1) 能灵活调节垂直层的坡度，类似HS坐标，显著减少平流误差；(2) 能生成垂直方向正交的计算网格，相比HS坐标进一步减少平流误差；(3) 能保持运动方程中气压梯度力

图1 OS坐标的三维坐标面和二维垂直平面的计算网格，引自文献[25]。(a) 三维坐标面。蓝色和绿色面，垂直层；红色和黄色面，水平坐标面；(b) 垂直计算网格。黑线，地形；红线和蓝线，水平和垂直坐标线

Figure 1 Coordinate surfaces of the OS-coordinate in 3D and vertical computational grid of the OS-coordinate in 2D (cited from Ref. [25]) with (a) 3D coordinate surfaces, the blue and the green curves are the vertical layers at different heights, and the red and yellow curves are the horizontal surfaces; (b) 2D vertical computational grid, the black curve represents the terrain, the red and blue curves are the horizontal and vertical grid-lines

(PGF)为一项,可能避免PGF的计算误差.

2 二维线性平流试验

为进一步分析在“不同地形”和“不同分辨率”的条件下,OS坐标对平流误差的减少能力,本文在Li等人^[25]的二维线性平流试验的基础上,展开2组新试验.第一组试验使用固定分辨率和3种复杂度的地形;第二组试验使用固定地形和5种水平(垂直)分辨率.两组试验均对比分析OS坐标和HS坐标的平流误差.其他试验参数同Li等人^[25]底层试验一致,CS坐标、HS坐标和OS坐标也均使用Li等人^[25]文中的定义式.

2.1 基本参数

首先,使用Gal-Chen和Somerville^[27]提出的CS坐标的定义式 $\sigma = H_t(z - h / H_t - h)$,其中, H_t 为模式层顶, h 表示地形.其次,对于OS坐标,使用幂指数旋转参数 $b = (H_t - z / H_t - h)^n$ ($n=20$).最后,对于HS坐标,使用 $\sigma = z - (H_t - z / H_t - h)^n$ ($n=24$),构造同OS坐标接近的垂直层,从而对比分析OS坐标生成的正交网格对平流误差的影响.

试验区域、风场、地形和示踪物均保持Li等人^[25]试验的设置,如图2所示.水平范围为0~300 km,垂直为0~25 km.风场定义为

$$u(z) = u_0 \cdot \begin{cases} 1, & z_2 \leq z, \\ \sin^2\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{z - z_1}{z_2 - z_1}\right), & z_1 \leq z \leq z_2, \\ 0, & z \leq z_1, \end{cases} \quad (1)$$

其中, $u_0 = 10$ m/s, $z_1 = 2$ km, $z_2 = 3$ km.示踪物定义为

$$q(x, z) = q_0 \cdot \begin{cases} \cos^2\left(\frac{\pi}{2} \cdot r\right), & r \leq 1, \\ 0, & r > 1, \end{cases} \quad (2)$$

其中, $q_0 = 1$, $r = \sqrt{\left(\frac{x - x_0}{A_x}\right)^2 + \left(\frac{z - z_0}{A_z}\right)^2}$, $x_0 = 100$ km, $A_x = 25$ km, $A_z = 3$ km, $z_0 = 6$ km.地形采用Schär等人^[13]设计的波状地形,中心位置移至区域中央 $x_m = 150$ km处,

$$h(x) = \cos^2\left[\frac{\pi(x - x_m)}{\lambda}\right] h^*(x), \quad (3)$$

其中,

$$h^*(x) = \begin{cases} h_0 \cos^2\left[\frac{\pi(x - x_m)}{2a}\right], & |x| \leq a, \\ 0, & |x| > a, \end{cases}$$

h_0 为山顶最大高度, $h_0 = 3$ km, $a = 25$ km, $\lambda = 8$ km.

使用二维垂直平面内的线性平流方程,其表达式为

$$\frac{\partial}{\partial t}(\mathbf{J}^{-1}q) + \frac{\partial}{\partial X}(\mathbf{J}^{-1}Uq) + \frac{\partial}{\partial Z}(\mathbf{J}^{-1}Wq) = 0, \quad (4)$$

其中, $\mathbf{J}$ 为坐标变换的雅可比矩阵, q 为示踪物, U 和 W 分别为坐标转换后的水平和垂直速度.空间离散使用中央差分格式,时间积分使用蛙跳格式,将式(4)离散为

$$\frac{\mathbf{J}_{i,k}^{-1}(q_{i,k}^{n+1} - q_{i,k}^{n-1})}{2\Delta t} + \frac{\mathbf{J}_{i+1,k}^{-1}U_{i+1,k}q_{i+1,k}^n - \mathbf{J}_{i-1,k}^{-1}U_{i-1,k}q_{i-1,k}^n}{2\Delta X} + \frac{\mathbf{J}_{i,k+1}^{-1}W_{i,k+1}q_{i,k+1}^n - \mathbf{J}_{i,k-1}^{-1}W_{i,k-1}q_{i,k-1}^n}{2\Delta Z} = 0. \quad (5)$$

图2 二维线性平流试验的风场、示踪物和地形。(a) 风场;(b) 黑线,地形;彩色线,示踪物,等值线间隔为0.1

Figure 2 The wind field, the analytical solution of tracer and mountain used in the 2D linear advection experiments. (a) Vertical profile of the given u field. (b) The colored contours represent the tracer q with the contour interval of 0.1, and the thick black curve, the wavelike terrain

在不同地形试验中, 固定水平和垂直分辨率为 $dX=1.0\text{ km}$, $dZ=0.5\text{ km}$, 调整波状地形形式(3)中参数 λ 的值, 构造两种不同复杂度的地形, 与Li等人^[25]文中使用的单一地形相结合, 对比分析OS和HS坐标中, 平流误差随地形复杂度增加的演变规律. 在不同分辨率试验中, 固定波状地形为式(3), 使用4种水平(垂直)分辨率, 与Li等人^[25]文中使用的单一分辨率相结合, 对比分析OS和HS坐标中, 平流误差随空间分辨率增加的变化规律.

为避免Li等人^[25]文中HS坐标和OS坐标使用不同时间步长对平流误差的影响, 本文全部试验均使用相同时间步长, $dt=1.5625\text{ s}$, 共积分6400步. 同时, 为了提高OS坐标网格线的计算精度, 本文将Li等人^[25]文中使用的一阶精度的欧拉方案改为四阶精度的Runge-Kutta方案.

2.2 不同地形试验

将波状地形形式(3)中的参数 λ 取为16和32 km, 由此得到类似图2中的波状地形, 但波峰分别减少为三峰和单峰(图3(a), (b), (d)和(e)中黑线). 三种地形条件下(单峰、三峰和五峰), OS坐标和HS坐标分别对应的计算网格如图3所示. 可以看出, 在3种地形条件下, HS坐标和OS坐标的垂直层坡度基本一致, 但HS坐标生成的是非正交的网格, OS坐标生成的是正交网格. 单峰地形中, HS坐标和OS坐标的计算网格基本一致(图3(a)和(d)); 三峰地形中, HS坐标和OS坐标的计算网格差异较小(图3(b)和(e)); 五峰地形中, 两坐标系计算网格的差异最为显著(图3(c)和(f)).

首先, 分析3种地形(单峰、三峰和五峰)试验中, HS坐标和OS坐标在平流结束时($T=6400$)的绝对误差(图4). HS坐标和OS坐标的绝对误差(图4)均随地形复杂度增加(单峰增加为五峰)而增加. 其中, 在单峰试验中, OS坐标和HS坐标的误差接近; 然而, 三峰和五峰试验中, OS坐标的误差始终小于HS坐标的误差, 五峰试验OS坐标误差的最大值比HS坐标的小一个量级. 这与图3中HS坐标和OS坐标计算网格的差异一致. 由此说明: OS坐标生成的正交网格, 相比HS坐标生成的非正交网格, 通过提高垂直计算网格的质量, 从而减小平流误差; 网格差异越大, 网格质量提高越多, 误差减小越明显.

其次, 计算平流结束时($T=6400$), OS坐标和HS坐标中平流误差的均方根(RMSE), 可以发现随地形复杂度增加, OS坐标中平流误差(图5中蓝线)的增幅小于HS坐标中平流误差的增幅(图5中红线). 这表明, 在简单地形条件下, OS坐标与HS坐标的平流误差相当, 而在复杂地形条件下, 相比HS坐标, OS坐标能进一步减小平流误差.

2.3 不同分辨率试验

2.2节的理想试验表明, 在复杂地形条件下, 相比HS坐标, OS坐标能进一步减小平流误差. 因此, 本节使用式(3)对应的五峰地形, 同时采用5种水平(垂直)分辨率展开试验, 分析OS坐标和HS坐标的平流误差随空间分辨率增加的变化规律. 5种水平和垂直分辨率的取值见表1, 共计18个试验(其中, $dX=1.0\text{ km}$, $dZ=0.5\text{ km}$ 为2.2节的五峰试验).

图3 三种地形条件下, OS坐标和HS坐标对应的垂直计算网格. 黑线, 地形. (a)~(c) 橙线和绿线, HS坐标的水平和垂直网格线; (d)~(f) 红线和蓝线, OS坐标的水平和垂直网格线

Figure 3 Vertical computational grids of the OS-coordinate and HS-coordinate in three kinds of mountains. The black curves represent terrain. The orange and green curves in (a)~(c) are the horizontal and vertical grid-lines of the HS-coordinate respectively. The red and blue curves in (d)~(f) are the horizontal and vertical grid-lines of the OS-coordinate respectively

图4 平流结束时, OS 和 HS 坐标模拟结果的绝对误差. 填色, 绝对误差, 实线为正, 虚线为负, 等值线间隔 0.02. (a)~(c) HS 坐标的绝对误差, 其最大值依次为 0.024, 0.052 和 0.432; (d)~(f) OS 坐标的绝对误差, 其最大值依次为 0.024, 0.024 和 0.057

Figure 4 RMSE of the OS-coordinate and the HS-coordinate at the end of the advection. Shadings are the RMSE. The solid black contours are for positive values, and the dashed contours are for negative values. The contour interval is 0.02. RMSE of the HS-coordinate are in (a)~(c) with maximum as 0.024, 0.052, and 0.432 respectively; (d)~(f) are the RMSE of the OS-coordinate with maximum as 0.024, 0.024, and 0.057 respectively

图5 三种地形条件下, 平流结束时, OS 和 HS 坐标模拟结果的 RMSE

Figure 5 RMSE of the OS-coordinate and the HS-coordinate at the end of the advection in three kinds of mountains

首先, 分析5种水平分辨率试验中, 平流经过山顶和结束两个时刻($T=3200$ 和 $T=6400$), HS坐标和OS坐标的RMSE(图6). 两坐标系的平流误差, 均主要表现为随水平分辨率增加而减小, 其中, OS坐标的平流

表1 不同分辨率试验的参数设置

Table 1 Horizontal and vertical resolutions in the multi-resolution experiments

固定的垂直/ 水平分辨率(km)	调整的水平/ 垂直分辨率(km)	对应的水平/ 垂直格点数
dZ=0.50 垂直格点数为50	dX = 0.50	600
	dX = 1.00	300
	dX = 2.00	150
	dX = 4.00	75
	dX = 8.00	37
dX=1.00 水平格点数为300	dZ = 0.25	100
	dZ = 0.50	50
	dZ = 1.00	25
	dZ = 2.00	12
	dZ = 4.00	6

误差始终略小于HS坐标的平流误差. 此外, $dX=4.0$ km的试验, HS坐标和OS坐标的平流误差均增大. 这是由于 $dX=4.0$ km试验中, HS坐标和OS坐标的模拟结果均在山顶附近出现虚假的极值(图S1和S2), 这一现象也出现在Li等人^[25]的试验中, 其原因有待进一步分析. 图S1和S2展示了HS坐标和OS坐标在5种

图6 5种水平分辨率试验中, OS坐标和HS坐标的RMSE. (a) 平流经过山顶的RMSE, (b) 平流结束时的RMSE

Figure 6 RMSE of the OS-coordinate and the HS-coordinate in five different horizontal resolution experiments with (a) the RMSE at the advection over the mountain top and (b) the RMSE at the end of the advection

水平分辨率实验中的平流结果.

其次, 分析平流经过山顶和结束两个时刻($T=3200$ 和 $T=6400$), 5种垂直分辨率试验中, 两坐标系的平流误差(图7). 第一, OS坐标的平流误差始终小于HS坐标的平流误差. 第二, 随垂直分辨率的增加, HS坐标的平流误差表现出先减小后增加的趋势(图7中红线), 平流经过山顶时这一特征尤其明显(图7(a)). 其中, dZ 从1.0 km减为0.5和0.25 km时, HS坐标平流误差增加的可能原因是: 垂直分辨率从1.0 km增加到0.5和0.25 km时, 显著增加了垂直层数量, 由此增加了平流经过区域“陡峭垂直层相对平缓垂直层的

比例”, 从而增加了平流误差. 然而, OS坐标的平流误差始终表现为随垂直分辨率增加而减小的趋势(图7中蓝线). 这是由于虽然HS坐标和OS坐标的垂直层接近, 但相比HS坐标的非正交网格(图3(c)), OS坐标生成的是质量更高的正交网格(图3(f)), 因而减小了平流误差. 总的来说, 在不同垂直分辨率试验中, 相比HS坐标, OS坐标始终能减小平流误差, 且垂直分辨率越高, 效果越明显.

最后, 分析整个平流过程中, 两坐标系在5种垂直分辨率试验中的RMSE(图8). 与图7的结果一致, 在整个平流过程中, OS坐标的平流误差(图8(b))始终

图7 5种垂直分辨率试验中, OS坐标和HS坐标的RMSE. (a) 平流经过山顶的RMSE, (b) 平流结束时的RMSE

Figure 7 RMSE of the OS-coordinate and the HS-coordinate in five different vertical resolution experiments with (a) the RMSE at the advection over the mountain top and (b) the RMSE at the end of the advection

图8 5种垂直分辨率试验中, OS坐标和HS坐标平流误差的RMSE. (a) 混合坐标的RMSE, 其最大值为0.017; (b) 正交坐标的RMSE, 其最大值为0.006

Figure 8 RMSE of the OS-coordinate and the HS-coordinate in five different horizontal resolution experiments on each time step with (a) the RMSE at the advection over the mountain top and (b) the RMSE at the end of the advection

小于HS坐标的平流误差(图8(a)), 且OS坐标中RMSE的最大值比HS坐标的小一个量级。

此外, 在5种不同垂直分辨率试验中, HS坐标和OS坐标的平流误差均在 $dZ=1.0$ km试验中达到最小, 说明当 $dX=1.0$ km时, $dZ=1.0$ km是与之最匹配的垂直分辨率。垂直和水平分辨率的匹配问题需更多理想试验和实际个例来分析。

3 总结和讨论

为分析在“不同复杂度的地形”和“不同空间分辨率”的条件下, Li等人^[25]设计的正交地形追随坐标系中平流误差的变化, 本文分别展开了两组理想试验。第一组试验采用单峰、三峰和五峰3种复杂度的地形, 对比分析OS坐标和HS坐标中平流误差的变化。结果表明: 单峰试验中, OS坐标与HS坐标的平流误差接近; 三峰试验中, OS坐标的平流误差略小于HS坐标的平流误差; 五峰试验中, OS坐标的平流误差远小于HS坐标的平流误差(图4和5)。其原因是, HS坐标生成的是非正交的网格, OS坐标生成的是正交网格, 在五峰地形中, 两坐标系计算网格的差别最明显(图3(c)和(f))。同时, 计算网格的差异实际上是网格质量的差异。这说明, 在复杂地形条件下, OS坐标能通过生成正交的垂直计算网格, 提高垂直计算网格的质量, 从而在HS坐标的基础上, 进一步减小平流误差。第

二组试验采用不同的水平(垂直)分辨率, 在5种水平分辨率试验中, OS坐标的平流误差与HS坐标的平流误差接近, OS坐标的误差略小(图6); 5种垂直分辨率试验中, OS坐标的平流误差始终小于HS坐标的平流误差, 且随垂直分辨率增加, HS坐标的平流误差先减后增, 而OS坐标的平流误差始终保持减小的趋势(图7和8)。总的来说, 理想试验结果表明: 相比HS坐标, OS坐标能进一步减小平流误差, 地形越复杂, 垂直分辨率越高, 其效果越明显。这说明OS坐标有可能在高分辨率模式中, 减小复杂地形区域的平流误差, 改进模式模拟结果。

本文仅定性地比较了在不同地形和分辨率条件下, OS坐标生成的垂直方向的正交网格对平流误差的减少作用, 这一问题仍需进一步从网格质量本身展开定量研究。此外, 本文仅对比了3种复杂度的理想地形的试验结果, 对于在不同地形条件下, OS坐标减小平流误差的能力, 仍需更多理想试验和实际个例模拟的检验。对于水平分辨率 $dX=4.0$ km试验中HS坐标和OS坐标的模拟结果, 在山顶附近出现虚假极值的成因, 仍需进一步分析。

对于OS坐标在实际模式中的应用, 仍存在以下5方面的问题需进一步探讨: (1) 类似一般的混合坐标, OS坐标的垂直层在近地面过薄, 难于耦合物理过程, 需进一步设计旋转参数来改进; (2) 类似不增加格点

数的变网格模式, OS坐标的网格线会在陡峭地形附近加密, 提高水平分辨率, 然而在平坦地形附近变稀, 降低水平分辨率; 应用时需调节两者的疏密程度, 这一问题也需设计合理的旋转参数来改进; (3) OS坐标与目前在平流方程中常用的半拉格朗日方案的配合效果也需进一步研究; (4) OS坐标的垂直方向

不是重力方向, 使得经典静力平衡理论不能直接适用, 需重新推导OS坐标下的静力平衡方程; (5) OS坐标的垂直方向不是竖直向上, 与模式物理过程耦合时, 需先进行坐标转换到Z坐标中, 再与物理过程耦合. 以上5方面的问题虽都有解决方案, 但其实际效果仍需更多理想试验和实际模式的检验.

参考文献

- 1 Steppeler J, Hess R, Schattler U, et al. Review of numerical methods for nonhydrostatic weather prediction models. *Meteorol Atmos Phys*, 2003, 82: 287–301
- 2 Ji L R, Chen J B, Zhang D M, et al. Review of some numerical aspects of the dynamic framework of NWP model (in Chinese). *Chin J Atmos Sci*, 2005, 29: 120–130 [纪立人, 陈嘉滨, 张道民, 等. 数值预报模式动力框架发展的若干问题综述. *大气科学*, 2005, 29: 120–130]
- 3 Staniforth A, Wood N. Aspects of the dynamical core of a nonhydrostatic deep-atmosphere, unified weather and climate-prediction model. *J Comput Phys*, 2008, 227: 3445–3464
- 4 Li Y, Wang B, Wang D. Characteristics of terrain-following sigma coordinate. *Atmos Oceanic Sci Lett*, 2011, 4: 157–161
- 5 Simmons A J, Burridge D M. An energy and angular-momentum conserving vertical finite-difference scheme and hybrid vertical coordinates. *Mon Weather Rev*, 1981, 109: 758–766
- 6 Simmons A J, Strüfing R. Numerical forecasts of stratospheric warming events using a model with a hybrid vertical coordinate. *Q J R Meteorol Soc*, 1983, 109: 81–111
- 7 Thompson J F, Warsi Z U A, Mastin C W. *Numerical Grid Generation: Foundations and Applications*. North-Holland: Elsevier Science Ltd., 1985. 237–249
- 8 Sharman R D, Keller T L, Wurtele M G. Incompressible and anelastic flow simulations on numerically generated grids. *Mon Weather Rev*, 1988, 116: 1124–1136
- 9 Zängl G. An improved method for computing horizontal diffusion in a sigma-coordinate model and its application to simulations over mountainous topography. *Mon Weather Rev*, 2002, 130: 1423–1432
- 10 Arakawa A, Lamb V R. Computational design of the basic dynamical processes of the UCLA general circulation model. In: Chang J, ed. *Methods in Computational Physics: Advances in Research and Applications*. Pittsburgh: Academic Press, 1977, 17: 173–265
- 11 Zhu B Z, Chen J B, Zhang D M, et al. A 5-layer primitive equation model in a modified σ -coordinates (in Chinese). *Acta Meteorol Sin*, 1983, 41: 167–182 [朱抱真, 陈嘉滨, 张道民, 等. 一个修改的 σ 坐标初始方程斜压模式. *气象学报*, 1983, 41: 167–182]
- 12 Qian Y. A five-layer primitive equation model with topography (a detailed documentation of the model). *Plateau Meteorol*, 1985, 4: 1–28
- 13 Schär C, Leuenberger D, Fuhrer O, et al. A new terrain-following vertical coordinate formulation for atmospheric prediction models. *Mon Weather Rev*, 2002, 130: 2459–2480
- 14 Klemp J B. A terrain-following coordinate with smoothed coordinate surfaces. *Mon Weather Rev*, 2011, 139: 2163–2169
- 15 Li C, Chen D H, Li X L. A design of height-based terrain-following coordinate in the atmospheric numerical model: Theoretical analysis and idealized tests (in Chinese). *Acta Meteorol Sin*, 2012, 70: 1247–1259 [李超, 陈德辉, 李兴良. 大气数值预报模式中高度地形追随坐标的设计研究: 理论分析与理想试验. *气象学报*, 2012, 70: 1247–1259]
- 16 Adcroft A, Hill C, Marshall J. Representation of topography by shaved cells in a height coordinate ocean model. *Mon Weather Rev*, 1997, 125: 2293–2315
- 17 Yamazaki H, Satomura T. Nonhydrostatic atmospheric modeling using a combined Cartesian grid. *Mon Weather Rev*, 2010, 138: 3932–3945
- 18 Lock S J, Bitzer H, Coals A, et al. Demonstration of a cut-cell representation of 3-D orography for studies of atmospheric flows over steep hills. *Mon Weather Rev*, 2012, 140: 411–424
- 19 Adcroft A. Representation of topography by porous barriers and objective interpolation of topographic data. *Ocean Modell*, 2013, 67: 13–27
- 20 Steppeler J, Park S H, Dobler A. Forecasts covering one month using a cut-cell model. *Geosci Model Dev*, 2013, 6: 875–882
- 21 Good B, Gadian A, Lock S J, et al. Performance of the cut-cell method of representing orography in idealized simulations. *Atmos Sci Lett*, 2014, 15: 44–49
- 22 Skamarock W C, Klemp J B, Dudhia J, et al. A description of the advanced research WRF Version 3. NCAR Tech Note NCAR/TN-475+STR, 2008. 113
- 23 Bleck R. An oceanic general circulation model framed in hybrid isopycnic-Cartesian coordinates. *Ocean Modell*, 2002, 37: 55–88

- 24 Wallcraft A J, Metzger E J, Carroll S N. Software design description for the hybrid coordinate ocean model (HYCOM) Version 2.2. NRL/MR/7320-09-9166, 2009. 149
- 25 Li Y, Wang B, Wang D, et al. An orthogonal terrain-following coordinate and its preliminary tests using 2-D idealized advection experiments. *Geosci Model Dev*, 2014, 7: 1767–1778
- 26 Hu J L, Wang P X. The errors of pressure gradient force in high-resolution meso-scale model with terrain-following coordinate and its revised scheme (in Chinese). *Chin J Atom Sci*, 2007, 31: 109–118 [胡江林, 王盘兴. 地形跟随坐标下的中尺度模式气压梯度力计算误差分析及其改进方案. *大气科学*, 2007, 31: 109–118]
- 27 Gal-Chen T, Somerville R C J. On the use of a coordinate transformation for the solution of the Navier-Stokes Equations. *J Comput Phys*, 1975, 17: 209–228

Advection errors in an orthogonal terrain-following coordinate: Idealized experiments

LI YiYuan¹, LI JinXi¹, WANG Bin^{1,2} & ZOU Xun³

¹ State Key Laboratory of Numerical Modeling for Atmospheric Sciences and Geophysical Fluid Dynamics, Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029, China;

² Ministry of Education Key Laboratory for Earth System Modeling, and Center for Earth System Science, Tsinghua University, Beijing 100084, China;

³ School of Atmospheric Sciences, Nanjing University, Nanjing 210093, China

The orthogonal curvilinear terrain-following coordinate (OS-coordinate) can create smooth vertical layers and orthogonal vertical computational grids, therefore reducing the advection errors in the classic terrain-following coordinate. The reduction of advection errors by the OS-coordinate had been validated by the idealized experiments using one kind of terrain and one kind of resolution. We have implemented two more types of 2D linear advection experiments to further analyze the advection errors of the OS-coordinate. The first experiment is to use three kinds of terrain which are one-crest, three-crest, and five-crest wavelike terrain (multi-mountain experiment). And the second experiment is to use five different horizontal (vertical) resolutions (multi-resolution experiment). In both types of the experiments, we compare the advection errors in the OS-coordinate with those in the corresponding hybrid terrain-following coordinate (HS-coordinate) to investigate the effect of the OS-coordinate on reducing the advection errors. For the multi-mountain experiment, the advection errors in the OS-coordinate and those in the HS-coordinate are almost the same in one-crest terrain experiments. And in the three-crest terrain experiments, the advection errors in the OS-coordinate are slightly smaller than those in the HS-coordinate. However, in the five-crest terrain experiment (complex terrain), the advection errors in the OS-coordinate are much reduced comparing with those in the HS-coordinate. This reason is that the OS-coordinate creates the orthogonal computational grids while the HS-coordinate creates the non-orthogonal computational grids. And the differences between these two grids are most significant in the five-crest terrain experiments. Moreover, the differences between these two grids actually represent the different quality of them. This indicates that the OS-coordinate can reduce the advection errors comparing with the corresponding hybrid terrain-following coordinate above the complex terrain, through improving the quality of the vertical computational grids. For the multi-resolution experiments, the advection errors in the OS-coordinate are always smaller than those in the HS-coordinate, and more importantly, the higher the vertical resolution is, the greater the reduction of the advection errors by the OS-coordinate is. All the results obtained by the idealized experiments in this paper indicate that the OS-coordinate may reduce the advection errors near the complex terrain in a high-resolution model.

terrain-following coordinate, advection errors, vertical computational grid, non-orthogonal, steep terrain

doi: 10.1360/N972015-00075

补充材料

图 S1 平流开始、经过山顶和结束时, 5 种水平分辨率试验中, HS 坐标模拟的示踪物

图 S2 平流开始、经过山顶和结束时, 5 种水平分辨率试验中, OS 坐标模拟的示踪物

本文以上补充材料见网络版 csb.scichina.com. 补充材料为作者提供的原始数据, 作者对其学术质量和内容负责。