基于熵耗散率最小的“盘点”脉管网络构形优化

冯辉君^{①②③}, 陈林根^{①②③*}, 谢志辉^{①②③}, 孙丰瑞^{①②③}

① 海军工程大学热科学与动力工程研究室, 武汉 430033;

② 海军工程大学舰船动力工程军队重点实验室, 武汉 430033;

③ 海军工程大学动力工程学院, 武汉 430033

* E-mail: lgchenna@yahoo.com

收稿日期: 2013-02-18; 接受日期: 2013-08-02

国家自然科学基金(批准号: 51176203, 51206184)和湖北省自然科学基金(批准号: 2012FB06905)资助项目

摘要 以有限温差传热和流动阻力引起的最小熵耗散率和熵耗散数为优化目标, 在圆盘总面积和脉管网络总体积给定的条件下, 对圆盘区域内一级、二级和三级脉管网络进行构形优化, 得到熵耗散率和熵耗散数最小的各级脉管网络最优构形. 结果表明当参数 $B_1 \geq 10^{-4}$ 时, 在相同无量纲质量流率 $M^* (1 \leq M^* \leq 10^2)$ 下, 熵耗散率最小和熵产率最小的一级脉管网络最优构形有明显区别. 对于二级脉管网络, 当无量纲质量流率在 $1 \leq M^* \leq 10^2$ 范围内时, 传热熵耗散和流动熵耗散大小相当, 此时脉管网络最优构形随质量流率变化显著. 在相同脉管网络总体积和圆盘半径条件下, 相同无量纲质量流率时, 一级、二级和三级脉管网络最小熵耗散数性能几乎相同; 当无量纲泵功率 $\tilde{W}_i^* > 10^5$ ($i=1, 2, 3$) 时, 随着脉管级数的增大, 脉管网络最小熵耗散数减小, 此时增加脉管网络的复杂度有利于提高脉管网络的性能. 此外, 还以复合熵耗散率为优化目标对脉管性能进行优化. 优化结果可从传热优化角度为脉管系统设计提供参考.

关键词

构形理论

熵耗散率

熵耗散数

“盘点”脉管网络

广义热力学优化

在自然界和工程界, 脉管系统普遍存在, 如植物的叶脉系统、动物的呼吸系统和流体分配器等. 脉管系统管径呈多尺度化和长度呈非均匀化, 因此具有优良传输性能, 对其传输性能进行优化具有十分重要的工程意义.

一些学者应用构形理论^[1~10]对脉管系统性能进行了优化. Lorente^[11]以最大压差最小为优化目标对“点-线”型脉管网络进行了构形优化. Lorente 和 Bejan^[12]对“线-线”型脉管和“面-面”型脉管流动网络性能进行了研究, 结果表明多尺度脉管网络与传统平行脉管相比, 其性能明显提高. Zhang 等人^[13]对上、

下表面逆流式两级树状脉管流动性能进行了研究, 结果表明当脉管级数增大、脉管占比减小时树形脉管网络比传统平行脉管性能更优. Wang 等人^[14]以最大压差最小为优化目标对由两种不同半径组成的网格状脉管通道进行了构形优化, 结果表明采用不同脉管半径的脉管网络流动性能比单一管径的脉管网络流动性能有明显提高, 且管道位置对其性能的影响较小. Kim 等人^[15]以最大压差最小为优化目标对矩形区域内由两根脉管收集上一级脉管流体的“根-根”脉管进行了构形优化, 得到了矩形脉管系统最优外形和最优管径比, 并分析了单元体数目对脉管网络最

引用格式: 冯辉君, 陈林根, 谢志辉, 等. 基于熵耗散率最小的“盘点”脉管网络构形优化. 中国科学: 技术科学, 2014, 44: 71–80

Feng H J, Chen L G, Xie Z H, et al. Constructal optimization for “disc-point” vascular networks based on minimum entransy dissipation rate (in Chinese). Sci Sin Tech, 2014, 44: 71–80, doi: 10.1360/092013-174

优性能的影响. Lee 等人^[16]将“根-根”脉管结构拓展到斜对角线脉管系统的构形研究中, 以最大压差最小为优化目标采用等效流阻法对该脉管系统进行了构形优化, 并进一步提出了一种更高效的环形脉管网络结构. 以上脉管系统的研究没有考虑其热边界条件, 一些学者进一步对不同热边界条件下的脉管系统进行了研究. Zimparov 等人^[17,18]在脉管总体积一定的条件下以熵产率和熵产数最小为优化目标对矩形区域内 H 形和圆盘区域内 Y 形脉管网络进行了构形优化, 得到了两种脉管网络的最优构形, 并分析了流体质量流量和总泵功率对脉管性能的影响. 谢志辉等人^[19]进一步在脉管总表面积一定的条件下对矩形区域内 H 形脉管重新进行了熵产率和熵产数最小优化, 得到了不同于传统体积约束条件下的新脉管网络最优构形.

为了揭示传热的本质属性, Guo 和李志信等人^[20,21]提出了新的物理量“焓”(文献[22]曾称为热量传递势容)用来描述物体所具有的热量传递总能力:

$$E_{vh} = \frac{1}{2} Q_{vh} U_h = \frac{1}{2} Q_{vh} T, \quad (1)$$

其中 $Q_{vh} = Mc_v T$ 为物体的定容热容量, U_h 或 T 是温度, 即热势. 在此基础上, Guo 和李志信等人^[20,21]进一步得到了系统内的焓耗散函数, 提出了传热过程的焓耗散极值原理, 并定义了多维导热问题的当量热阻. 韩光泽等人^[23,24]和朱宏晔等人^[25]分别从导热机理、电热模拟试验等角度对焓的物理意义作了进一步地阐述. 焓理论的产生在热力学发展进程中具有里程碑的意义, 一大批学者应用焓理论对各种传热过程进行了优化^[26-63], 使得焓理论得到蓬勃发展, 其中焓理论与构形理论相结合进一步丰富了焓理论的研究内容^[46-63].

在换热器的性能分析和优化中, 大量学者对换热器的传热焓性能进行了研究^[27-34]. 由于流动阻力是引起不可逆耗散的重要因素, 一些学者进一步考虑了流动阻力引起的焓耗散^[35-41]. 许明田和 Xu 等人^[35,36]利用热力学焓和熵的关系导出了不同流体形式下流体阻力引起的焓耗散表达式, 并进一步得到了管内对流换热和外部对流换热两种情形下有限温差传热和流动阻力引起的焓耗散表达式^[37]. 李孟寻等人^[38]定义了考虑流动阻力焓耗散的焓耗散数, 并以焓耗散数最小为优化目标对管壳式换热器进行了优

化, 优化后的换热器有效度增加且泵功大幅减小. 李雪芳等人^[39]以考虑有限温差传热和流动阻力的最小焓耗散数为优化目标, 对水-水逆流式换热器进行了优化, 得到了换热器的最佳长径比, 结果表明可通过增大换热面积和降低流体流速的方法来减小换热器的不可逆耗散. Guo 和 Xu 等人^[40]分别在给定换热器换热量和换热面积的条件下以焓耗散数最小为优化目标, 对管壳式换热器进行了单目标和多目标优化, 结果表明在同样的换热器有效度下, 多目标优化所得换热器泵功率比单目标优化所得换热器泵功率更小. Guo 和 Huai^[41]进一步将流体阻力焓耗散引入到化学热泵的研究中, 以焓耗散数最小为优化目标对间壁式换热器进行了多参数优化, 结果表明化学热泵系统性能得到显著提高.

根据焓耗散极值原理^[20], 给定系统热流边界条件时, 焓耗散越小则系统传热性能越优. 在文献[17]基础上, 本文将焓理论引入到脉管系统的研究中, 在给定脉管热流边界条件下, 焓耗散越小则脉管网络传热性能越优. 因此, 本文将以有限温差传热和流动阻力引起的最小焓耗散率和焓耗散数为优化目标, 在圆盘总面积和脉管网络总体积一定的约束条件下, 对圆盘区域内一级、二级和三级脉管网络分别进行构形优化, 得到焓耗散率和焓耗散数最小的各级脉管网络最优构形, 并与熵产率最小时的脉管网络最优构形进行比较.

1 一级脉管网络构形优化

如图 1 所示^[17], 在圆盘形区域内(半径为 R), 一级脉管网络由 n_0 根直径为 D_1 、长度为 L_1 的中心脉管和 $2n_0$ 根直径为 D_0 、长度为 L_0 的单元级脉管组合而成. 如图 2 所示, 脉管内表面为高温壁面(温度为 T_w , 沿管长方向线热流密度为 q'), 冷却流体(质量流量率 $\dot{m}$ 、入口温度 T_{in})从圆盘中心进入 D_1 管道(质量流量率 $\dot{m}_1 = \dot{m}/n_0$), 在流经 D_1 和 D_0 管道时与高温壁面发生对流换热以达到冷却圆盘构造体的目的, 最后从位于圆周的 D_0 管道末端流出(质量流量率 $\dot{m}_0 = \dot{m}_1/2$ 、出口温度为 T_{out0}). 冷却流体与高温壁面的温差为 $\Delta T = T_w - T$ (T 为流体温度), 对流换热系数为 h . 冷却流体在管道内为充分发展的层流(Hagen-poiseuille), 且为单相流体, 其定压比热容为 c_p , 运动黏度为 ν , 导

图1 一级脉管网络^[17]

图2 管内对流换热模型

热系数为 k ，密度为 ρ 。

对于 $D_i(i=0,1)$ 管道，由文献[37]可知，当同时考虑有限温差传热和流动阻力引起的焓耗散率时，单位管长的焓耗散率为

$$\frac{d\dot{E}_{vh\phi,Di}}{dx} = \frac{dq_i \Delta T}{(1 + \Delta T/T)dx} + \frac{\dot{m}_i T}{\rho} \left(\frac{-dP}{dx} \right). \quad (2)$$

假设脉管线热流密度 q' 为常数，则管内流体温度沿管长方向为线性分布。当 $\Delta T \ll T$ 时，在单根 $D_i(i=0,1)$ 管道中，由(2)式可得有限温差传热和流动阻力引起的焓耗散率为

$$\dot{E}_{vh\phi,Di} = q' L_i \Delta T + \frac{\dot{m}_i (T_{in,i} + T_{out,i})}{2\rho} \left(\frac{128\nu \dot{m}_i L_i}{\pi D_i^4} \right), \quad (3)$$

其中 $T_{in,i}$ 和 $T_{out,i}$ 分别为 $D_i(i=0,1)$ 管道流体进、出口温度，流体与管壁温差 ΔT 为

$$\Delta T = q' / (h_i \pi D_i), \quad (4)$$

其中 $h_i(i=0,1)$ 为管内流体传热系数:

$$h_i = k Nu_i / D_i, \quad (5)$$

其中 k 为流体导热系数， $Nu_i(i=0,1)$ 为努塞尔数。在管内层流流动条件下， $D_i(i=0,1)$ 管道内 Nu_i 值相差不大，为简化计算，假设各管道内的 Nu_i 近似相等^[17](记为 Nu)。

由(3)~(5)式可得一级脉管网络的焓耗散率为

$$\begin{aligned} \dot{E}_{vh\phi,1} = n_0 (q' \tilde{q}' T_{in}) & \left[2L_0 + L_1 + \frac{128\nu}{k Nu \pi^2 \tilde{q}'^2 T_{in}^2 \rho} \right. \\ & \times \left(2\dot{m}_0^2 \frac{L_0}{D_0^4} \frac{T_{in,0} + T_{out,0}}{2} + \dot{m}_1^2 \frac{L_1}{D_1^4} \frac{T_{in,1} + T_{out,1}}{2} \right) \Big], \end{aligned} \quad (6)$$

其中无量纲线热流密度定义为 $\tilde{q}' = q' / (\pi T_{in} k Nu)$ 。由(6)式可得一级脉管网络的无量纲焓耗散率为

$$\begin{aligned} \tilde{\dot{E}}_{vh\phi,1} = \frac{\dot{E}_{vh\phi,1}}{(q' \tilde{q}' T_{in} R)} = n_0 & \left[2\tilde{L}_0 + \tilde{L}_1 + \frac{128\nu}{k Nu \pi^2 \tilde{q}'^2 T_{in}^2 \rho} \right. \\ & \times \left(2\dot{m}_0^2 \frac{\tilde{L}_0}{D_0^4} \frac{T_{in,0} + T_{out,0}}{2} + \dot{m}_1^2 \frac{\tilde{L}_1}{D_1^4} \frac{T_{in,1} + T_{out,1}}{2} \right) \Big], \end{aligned} \quad (7)$$

其中 $(\tilde{L}_0, \tilde{L}_1) = (L_0, L_1) / R$ ， $T_{out,1} = T_{in,0}$ 。

一级脉管网络管道总体积为

$$V_1 = n_0 \left(2 \cdot \frac{\pi D_0^2}{4} L_0 + \frac{\pi D_1^2}{4} L_1 \right). \quad (8)$$

在给定一级脉管网络管道总体积 V_1 的条件下，将(8)式代入(7)式可得

$$\begin{aligned} \tilde{\dot{E}}_{vh\phi,1} = N (2\tilde{L}_0 + \tilde{L}_1) / 2 + 4B_1 M^{*2} N & \left(2^{1/3} \tilde{L}_0 + \tilde{L}_1 \right)^3 \\ & + 2^{-2/3} B_1 M^{*2} N^2 \left(4 \cdot 2^{2/3} \tilde{L}_0^4 + 4 \cdot 2^{1/3} (2 + 2^{1/3}) \tilde{L}_0^3 \tilde{L}_1 \right. \\ & \left. + 2 \cdot (2 + 5 \cdot 2^{1/3}) \tilde{L}_0^2 \tilde{L}_1^2 + 8 \tilde{L}_0 \tilde{L}_1^3 + 2^{2/3} \tilde{L}_1^4 \right), \end{aligned} \quad (9)$$

其中无量纲质量流率 $B_1 = \pi^2 k \nu Nu R^4 / (\rho c_p^2 T_{in} V_1^2)$ ， $N = 2n_0$ ， $M^* = \dot{m} c_p / (\pi k Nu R \tilde{q}')$ 。

根据图1的一级脉管网络结构， D_1 和 D_0 脉管的长度分别为

$$\tilde{L}_1 = \cos\left(\frac{\alpha}{4}\right) - \sin\left(\frac{\alpha}{4}\right) \tan(\beta_0), \quad (10)$$

$$\tilde{L}_0 = \sin\left(\frac{\alpha}{4}\right) / \cos(\beta_0), \quad (11)$$

其中 α 和 β_0 为管道角度、 $\alpha=2\pi/n_0$ 。由(9)~(11)式可知, 当 B_1 、 M^* 和 n_0 给定时, $\tilde{E}_{vh\phi,1}$ 仅与 β_0 有关, 以 β_0 为优化变量可对一级脉管网络进行构形优化。

图3给出了 $B_1=10^{-4}$ 和 $M^*=10^2$ 时不同中心脉管数 n_0 下一级脉管网络无量纲焓耗散率 $\tilde{E}_{vh\phi,1}$ 与角度 β_0 的关系。从图3中可以看出, 给定中心脉管数 $n_0(n_0 \geq 3)$ 时, 随着角度 β_0 的增大, $\tilde{E}_{vh\phi,1}$ 先减小后增大, 存在最佳的角度 $\beta_{0,opt}$ 使得无量纲焓耗散率取得最小值。当中心脉管数 $n_0=2$ 时, $\tilde{E}_{vh\phi,1}$ 随角度 β_0 的增大而减小, 存在最佳的角度 $\beta_{0,opt}=45^\circ$ 使得无量纲焓耗散率取得最小值, 此时 $\tilde{L}_{1,opt}=0$, 一级脉管网络退化成辐射状脉管网络。

图4给出了 $n_0=3$ 时不同参数 B_1 下最佳脉管角度 $\beta_{0,opt}$ 与无量纲质量流率 M^* 的关系。从图4中可以看出, 当 $B_1 \geq 10^{-4}$ 时, 在相同无量纲质量流率 $M^*(1 \leq M^* \leq 10^2)$ 下, 焓耗散率最小和熵产率最小的一级脉管网络最优构形区别较为明显, 且焓耗散率最小的最佳脉管角度总是小于熵产率最小的最佳脉管角度。当 $B_1 \geq 10^{-4}$ 且 $M^* \ll 1$ 时, (9)式转化为仅考虑温差传热的脉管网络性能优化结果, 焓耗散率最小和熵产率最小的最佳脉管角度均保持在 $\beta_{0,opt}=30^\circ$ 不变; 当 $M^* \gg 10^2$ 时, (9)式转化为仅考虑流动阻力的脉管网络性能优化结果, 此时两目标下的最佳脉管角度均保持在 $\beta_{0,opt}=52.53^\circ$ 不变。

为了更清晰地反映脉管网络性能优化结果, 可选取 $R=0.1$ m, $V_1=2 \times 10^{-6}$ m³, $n_0=3$, $T_{in}=288$ K, $M^*=10^4$ 的一级脉管网络(冷却流体为水)作为研究对象。以焓

图3 不同 n_0 下 $\tilde{E}_{vh\phi,1}$ 与 β_0 的关系

图4 不同 B_1 下 $\beta_{0,opt}$ 与 M^* 的关系

耗散率最小为优化目标对一级脉管网络进行优化后, 可得最佳脉管角度为 $\beta_{0,opt}=34.86^\circ$, 此时对应的脉管最佳长度和最佳直径分别为 $L_{0,opt}=50.95 \times 10^{-3}$ m, $L_{1,opt}=76.80 \times 10^{-3}$ m, $D_{0,opt}=0.97 \times 10^{-3}$ m, 和 $D_{1,opt}=1.23 \times 10^{-3}$ m。与对应的辐射状脉管网络($\beta_0=60^\circ$)性能相比, 焓耗散率最小的一级脉管网络最优构形使得脉管网络焓耗散率降低了 11.38%, 此时脉管网络传热性能得到提高。

2 二级和二级以上脉管网络构形优化

图5给出了圆盘形区域内二级脉管网络示意图^[17]。冷却流体从圆盘中心进入二级脉管网络, 在流经二级脉管网络(直径为 D_i 、长度为 L_i 、质量流率为 $\dot{m}_i$ ($i=2,1,0$))时与其高温壁面发生对流换热, 最后从 N 根单元级脉管末端流出。

二级脉管网络管道总体积 V_2 为

$$V_2 = \frac{N}{4} \left(4 \cdot \frac{\pi D_0^2}{4} L_0 + 2 \cdot \frac{\pi D_1^2}{4} L_1 + \frac{\pi D_2^2}{4} L_2 \right). \quad (12)$$

与(6)~(9)式方法类似, 在给定二级脉管网络管道总体积 V_2 的条件下, 其无量纲焓耗散率为

$$\begin{aligned} \tilde{E}_{vh\phi,2} = N & \left[4\tilde{L}_0 + 2\tilde{L}_1 + \tilde{L}_2 + 8B_2 M^{*2} \left(2^{2/3} \tilde{L}_0 + 2^{1/3} \tilde{L}_1 \right. \right. \\ & \left. \left. + \tilde{L}_2 \right)^3 \right] / \left[4 + B_2 M^* N^2 \left(2^{4/3} \tilde{L}_0 + 2\tilde{L}_1 + 2^{2/3} \tilde{L}_2 \right)^2 \right. \\ & \times \left(2^{10/3} \tilde{L}_0^2 + 2^{10/3} \tilde{L}_0 \tilde{L}_1 + 4\tilde{L}_1^2 + 2^{7/3} \tilde{L}_0 \tilde{L}_2 + 4\tilde{L}_1 \tilde{L}_2 \right. \\ & \left. \left. + 2^{2/3} \tilde{L}_2^2 \right) \right] / 16, \end{aligned} \quad (13)$$

图 5 二级脉管网络^[17]

$$\text{其中 } B_2 = \frac{\pi^2 k \nu N u R^4}{\rho c_p^2 T_{in} V_2^2}.$$

根据图 5 的二级脉管网络结构, D_2 , D_1 和 D_0 脉管的长度分别为

$$\tilde{R}_1 = \frac{\sin(\pi/2 - \pi/N - \beta_0)}{\sin(\pi/2 + \beta_0)}, \quad (14)$$

$$\tilde{L}_2 = \tilde{R}_1 \frac{\sin(\beta_1 - 2\pi/N)}{\sin(\pi - \beta_1)}, \quad (15)$$

$$\tilde{L}_1 = \tilde{R}_1 \frac{\sin(2\pi/N)}{\sin(\pi - \beta_1)}, \quad (16)$$

$$\tilde{L}_0 = (1 + \tilde{R}_1^2 - 2\tilde{R}_1 \cos(\pi/N))^{1/2}. \quad (17)$$

由(12)~(17)式可知, 当 B_2 , M^* 和 N 给定时, $\tilde{E}_{v\phi,2}$ 仅与 β_0 和 β_1 有关, 以 β_0 和 β_1 为优化变量可对二级脉管网络进行构形优化.

图 6 给出了 $B_2=10^{-4}$ 时无量纲质量流率 M^* 对二级脉管网络最优构形的影响. 从图 6 中可以看出, 当 $M^* \ll 1$ 时, 焓耗散率最小的最佳脉管角度分别为 $\beta_{0,opt}=25.66^\circ$ 和 $\beta_{1,opt}=60^\circ$, 最佳脉管长度分别为 $\tilde{L}_{0,opt}=0.287$, $\tilde{L}_{1,opt}=0.486$ 和 $\tilde{L}_{2,opt}=0.486$; 随着无量纲质量流率 M^* 的增大, $\beta_{0,opt}$, $\tilde{L}_{0,opt}$ 和 $\tilde{L}_{1,opt}$ 增大, $\beta_{1,opt}$ 和

图 6 M^* 对二级脉管网络最优构形的影响

$\tilde{L}_{2,opt}$ 减小; 当 $M^* \gg 10^2$ 时, 焓耗散率最小的最佳脉管角度分别为 $\beta_{0,opt}=51.90^\circ$ 和 $\beta_{1,opt}=37.47^\circ$, 最佳脉管长度分别为 $\tilde{L}_{0,opt}=0.419$, $\tilde{L}_{1,opt}=0.523$ 和 $\tilde{L}_{2,opt}=0.136$. 这主要是因为当无量纲质量流率 $M^* \ll 1$ 和 $M^* \gg 10^2$ 时, 传热焓耗散和流动焓耗散分别占主导地位, 此时脉管网络最优构形保持稳定; 当 $1 < M^* < 10^2$ 时, 传热焓耗散和流动焓耗散大小相当, 此时脉管网络最优构形随质量流率变化显著.

图 7 进一步给出了圆盘形区域内三级脉管网络示意图^[17]. 与(13)~(17)式方法类似, 三级脉管网络的无量纲焓耗散率和 D_2 , D_1 和 D_0 脉管长度分别为

$$\begin{aligned} \tilde{E}_{v\phi,3} = & N(8\tilde{L}_0 + 4\tilde{L}_1 + 2\tilde{L}_2 + \tilde{L}_3)/8 + \{32B_3M^{*2}N \\ & \times (2\tilde{L}_0 + 2^{2/3}\tilde{L}_1 + 2^{1/3}\tilde{L}_2 + \tilde{L}_3)^3 + 2^{2/3}B_3M^*N^2 \\ & \times (2\tilde{L}_0 + 2^{2/3}\tilde{L}_1 + 2^{1/3}\tilde{L}_2 + \tilde{L}_3)^2 [16 \cdot 2^{1/3}\tilde{L}_0^2 + 8\tilde{L}_1^2 \\ & + 8\tilde{L}_1\tilde{L}_2 + 2^{5/3}\tilde{L}_2^2 + 4\tilde{L}_1\tilde{L}_3 + 2^{5/3}\tilde{L}_2\tilde{L}_3 + 2^{1/3}\tilde{L}_3^2 \\ & + 2^{7/3}\tilde{L}_0(4\tilde{L}_1 + 2\tilde{L}_2 + \tilde{L}_3)]\}/32, \end{aligned} \quad (18)$$

$$\tilde{L}_2 = [\tilde{L}_3^2 + \tilde{R}_2^2 - 2\tilde{L}_3\tilde{R}_2 \cos(4\pi/N)]^{1/2}, \quad (19)$$

$$\tilde{L}_1 = [\tilde{R}_1^2 + \tilde{R}_2^2 - 2\tilde{R}_1\tilde{R}_2 \cos(2\pi/N)]^{1/2}, \quad (20)$$

$$\tilde{L}_0 = [1 + \tilde{R}_1^2 - 2\tilde{R}_1 \cos(\pi/N)]^{1/2}, \quad (21)$$

其中 $B_3 = \pi^2 k \nu N u R^4 / (\rho c_p^2 T_{in} V_3^2)$. 三级脉管网络的无量纲总传热率为

$$\tilde{q} = q/(q'R) = n_0 q' (8L_0 + 4L_1 + 2L_2 + L_3)/(q'R). \quad (22)$$

图7 三级脉管网络^[17]

三级脉管网络的无量纲总泵功率为

$$\begin{aligned}
 \tilde{W}_3^* &= W_3 \frac{V_3^2}{(kNu/cp)^2 (\nu/\rho) R^5 \tilde{q}'} \\
 &= \frac{N}{8} \frac{128\nu}{\pi\rho} \left(8 \frac{\dot{m}_0^2 L_0}{D_0^4} + 4\dot{m}_1^2 \frac{L_1}{D_1^4} + 2\dot{m}_2^2 \frac{L_2}{D_2^4} + \dot{m}_3^2 \frac{L_3}{D_3^4} \right) \frac{V_3^2}{(kNu/cp)^2 (\nu/\rho) R^5 \tilde{q}'} \\
 &= \pi^3 M^{*2} N (2^{4/3} \tilde{L}_0 + 2\tilde{L}_1 + 2^{2/3} \tilde{L}_2 + 2^{1/3} \tilde{L}_3)^3 / 2. \quad (23)
 \end{aligned}$$

为了反映脉管网络的不可逆耗散与其传热率之间的关系, 定义脉管网络单位传热率下的能耗散率 $\dot{E}_{vh\phi}^*$ 为其能耗散率与总传热率的比值。由(18)和(22)式可得三级脉管网络单位传热率下的无量纲能耗散率 $\tilde{E}_{vh\phi,3}^*$ (能耗散数) 为

$$\begin{aligned}
 \tilde{E}_{vh\phi,3}^* &= \frac{\dot{E}_{vh\phi,3}^*}{T_{in} \tilde{q}'} = \frac{\dot{E}_{vh\phi,3}^*}{q} \cdot \frac{1}{T_{in} \tilde{q}'} = \frac{\tilde{E}_{vh\phi,3}^*}{\tilde{q}} \\
 &= 1 + \left\{ 32BM^2 (2\tilde{L}_0 + 2^{2/3} \tilde{L}_1 + 2^{1/3} \tilde{L}_2 + \tilde{L}_3)^3 \right. \\
 &\quad + 2^{2/3} BMN (2\tilde{L}_0 + 2^{2/3} \tilde{L}_1 + 2^{1/3} \tilde{L}_2 + \tilde{L}_3)^2 \\
 &\quad \times [16 \cdot 2^{1/3} \tilde{L}_0^2 + 8\tilde{L}_1^2 + 8\tilde{L}_1 \tilde{L}_2 + 2^{5/3} \tilde{L}_2^2 + 4\tilde{L}_1 \tilde{L}_3 \\
 &\quad + 2^{5/3} \tilde{L}_2 \tilde{L}_3 + 2^{1/3} \tilde{L}_3^2 + 2^{7/3} \tilde{L}_0 (4\tilde{L}_1 + 2\tilde{L}_2 \\
 &\quad + \tilde{L}_3)] \left. \right\} / [4(8\tilde{L}_0 + 4\tilde{L}_1 + 2\tilde{L}_2 + \tilde{L}_3)]. \quad (24)
 \end{aligned}$$

由(19)~(21), (23)和(24)式可知, 当 B_3 , N 和 M^* (或 $\tilde{W}_3^*$) 给定时, 三级脉管网络的无量纲能耗散数 $\tilde{E}_{vh\phi,3}^*$ 仅与 $\tilde{L}_3$, $\tilde{R}_1$ 和 $\tilde{R}_2$ 有关, 以 $\tilde{L}_3$, $\tilde{R}_1$ 和 $\tilde{R}_2$ 为优化变量可对三级脉管网络进行构形优化。

图8给出了 $B_3=10^{-4}$ 时无量纲质量流率 M^* 对能耗散数最小的三级脉管网络最优构形 ($\tilde{L}_{0,opt}$, $\tilde{L}_{1,opt}$, $\tilde{L}_{2,opt}$ 和 $\tilde{L}_{3,opt}$) 的影响。从图8中可以看出, 当 $M^* \ll 1$ 时, 能耗散数最小的最佳脉管长度分别为 $\tilde{L}_{0,opt} = 0.198$, $\tilde{L}_{1,opt} = 0.317$, $\tilde{L}_{2,opt} = 0.415$ 和 $\tilde{L}_{3,opt} = 0.212$; 随着无量纲质量流率 M^* 的增大, 最佳脉管长度 $\tilde{L}_{0,opt}$ 增大, $\tilde{L}_{2,opt}$ 和 $\tilde{L}_{3,opt}$ 减小, $\tilde{L}_{1,opt}$ 整体呈减小趋势; 当 $M^* \gg 10^2$ 时, 能耗散数最小的最佳脉管长度分别为 $\tilde{L}_{0,opt} = 0.554$, $\tilde{L}_{1,opt} = 0.262$, $\tilde{L}_{2,opt} = 0.204$ 和 $\tilde{L}_{3,opt} = 0$, 此时, 三级脉管网络退化成二级脉管网络。图8和9还比较了相同脉管网络管道总体积和圆盘半径条件下一级、二级和三级脉管网络最小能耗散数性能。从图8可以看出, 在相同无量纲质量流率 M^* 下, 一级、二级和三级脉管网络最小能耗散数性能几乎相同; 当 $M^* \ll 1$ 时, 最小能耗散数都为1; 当 $M^* \gg 10^2$ 时, 随着 M^* 的增大, 各级脉管最小能耗散数均显著增大。从图9可以看出, 当无量纲总泵功率 $\tilde{W}_i^* \leq 10^5$ ($i=1,2,3$) 时, 各级脉管最小能耗散数相差不大, 均趋近于1; 当 $\tilde{W}_i^* > 10^5$ ($i=1,2,3$) 时, 随着脉管级数的增大, 脉管网

图8 M^* 对三级脉管网络最优构形的影响

图 9 各级脉管网络性能比较

络最小焓耗散数减小, 此时增加脉管网络的复杂度有利于提高脉管网络的性能, 也有利于将脉管网络最优构形应用到面积更大的构造体设计中。

3 复合目标下的脉管网络构形优化

(3)式考虑了脉管网络有限温差传热和流动阻力引起的焓耗散率。但由图 8 和 9 可知, 在较小的质量流率和总泵功率下, 脉管网络总焓耗散以有限温差传热所引起的焓耗散为主, 此时流动阻力引起的焓耗散在(3)式中对脉管网络总焓耗散影响较小。为解决以上问题, 定义复合焓耗散率函数目标 $\dot{E}'_{vh\phi,Di}$, 即在(3)式等式右侧第 2 项乘以加权因子 a , 有

$$\dot{E}'_{vh\phi,Di} = q'L_i\Delta T + a \times \frac{\dot{m}_i(T_{in,i} + T_{out,i})}{2\rho} \left(\frac{128\nu\dot{m}_iL_i}{\pi D_i^4} \right), \quad (25)$$

其中 a 表示对流动阻力引起的焓耗散的重视程度。当脉管网络质量流率和总泵功率较小时, 加权因子 a 使得有限温差传热和流动阻力两者所引起的焓耗散大小相当, 此时就考虑到了流动阻力对脉管网络性能的影响。按照第 3 节的脉管网络构形方法, 可对复合焓耗散率目标下的脉管网络进行构形优化。

图 10 给出了 $B_3=10^{-6}$ 时复合焓耗散率目标下的三级脉管网络最优构形。当 $a=1$ 时, (25)式简化为(3)式有限温差传热和流动阻力引起的焓耗散率相加的情形。当 $a=10^{-3}$ 时, 流动阻力引起的焓耗散率得到进一步削弱; 与 $a=1$ 时的情形相比, 随着无量纲质量流

图 10 a 对三级脉管网络最优构形的影响

率 M^* 的增大, 脉管网络最优构形在 $M^*=100$ 才开始变化。当 $a=10^3$ 时, 流动阻力引起的焓耗散率得到加强; 与 $a=1$ 时的情形相比, 随着无量纲质量流率 M^* 的增大, 脉管网络最优构形在 $M^*=10^{-2}$ 时就开始变化。由此可见, 可根据对脉管网络流动阻力性能的重视程度选取合适的加权因子 a , 以得到更满足设计需求的脉管网络最优构形。

4 结论

本文以焓耗散率和焓耗散数最小为优化目标, 基于构形理论在圆盘总面积和脉管网络总体积一定的约束条件下, 对圆盘区域内一级、二级和三级脉管网络进行了构形优化, 得到了焓耗散率和焓耗散数最小的各级脉管网络最优构形。结果表明如下几点。

1) 对于一级脉管网络, 当参数 $B_1 \geq 10^{-4}$ 时, 在相同无量纲质量流率 M^* ($1 \leq M^* \leq 10^2$) 下, 焓耗散率最小和熵产率最小的一级脉管网络最优构形有明显区别。当 $M^* \ll 1$ 时, (9)式转化为仅考虑温差传热的脉管网络性能优化结果, 焓耗散率最小和熵产率最小的最佳脉管角度均保持在 $\beta_{0,opt}=30^\circ$ 不变; 当 $M^* \gg 10^2$ 时, (9)式转化为仅考虑流动阻力的脉管网络性能优化结果, 此时两目标下的最佳脉管角度均保持在 $\beta_{0,opt}=52.53^\circ$ 不变。

2) 对于二级脉管网络, 当无量纲质量流率 $M^* \ll 1$ 时, 焓耗散率最小的最佳脉管角度分别为 $\beta_{0,opt}=25.66^\circ$ 和 $\beta_{1,opt}=60^\circ$; 随着 M^* 的增大, $\beta_{0,opt}$ 增大, $\beta_{1,opt}$ 减小; 当 $M^* \gg 10^2$ 时, 焓耗散率最小的最佳脉

管角度分别为 $\beta_{0,\text{opt}}=51.90^\circ$ 和 $\beta_{1,\text{opt}}=37.47^\circ$ 。这主要是因为当 $M^* \ll 1$ 和 $M^* \gg 10^2$ 时, 传热焓耗散和流动焓耗散分别占主导地位, 此时脉管网络最优构形保持稳定; 当 $1 < M^* < 10^2$ 时, 传热焓耗散和流动焓耗散大小相当, 此时脉管网络最优构形随质量流率变化显著。

3) 在相同脉管网络管道总体积和圆盘半径条件下, 相同无量纲质量流率 M^* 下的一级、二级和三级脉管网络最小焓耗散数性能几乎相同。当无量纲总泵功率 $\tilde{W}_i^* \leq 10^5$ ($i=1,2,3$)时, 各级脉管最小焓耗散数相差不大, 均趋近于1; 当 $\tilde{W}_i^* > 10^5$ ($i=1,2,3$)时, 随着脉管级数的增大, 脉管网络最小焓耗散数减小, 此时增加脉管网络的复杂度有利于提高脉管网络的性能。

4) 在复合焓耗散率目标下, 当加权因子 $\alpha=10^3$

时, 流动阻力引起的焓耗散率得到加强; 与 $\alpha=1$ 时的情形相比, 随着无量纲质量流率 M^* 的增大, 脉管网络最优构形在 $M^*=10^{-2}$ 时就开始变化。由此可见, 可根据对脉管网络流动阻力性能的重视程度选取合适的加权因子 α , 以得到更满足设计需求的脉管网络最优构形。

焓耗散目标是有限温差传热和流动阻力引起的不可逆性的新的度量, 它为传热传质系统的优化提供了新的思路。本文将焓理论应用到传热传质的脉管系统构形优化中, 为脉管系统的优化设计提供了新的指导。本文用加权因子法定义了复合焓耗散率目标来解决脉管系统流动阻力易被忽略的问题, 可进一步运用多目标优化方法得到脉管系统性能的Pareto最优解。

致谢 审稿人对本文提出了细心、无私和充满建设性的意见, 在此致以诚挚的谢意!

参考文献

- 1 Bejan A. Shape and Structure, from Engineering to Nature. Cambridge: Cambridge University Press, UK, 2000
- 2 Bejan A, Lorente S. Thermodynamic optimization of flow geometry in mechanical and civil engineering. J Non-Equilib Thermodyn, 2001, 26: 305–354
- 3 Bejan A, Lorente S. The Constructal Law (La Loi Constructale). Paris: L'Harmattan, 2005
- 4 Bejan A, Lorente S. Constructal theory of generation of configuration in nature and engineering. J Appl Phys, 2006, 100: 041301
- 5 Bejan A, Merks G W. Constructal Theory of Social Dynamics. New York: Springer, 2007
- 6 Bejan A, Lorente S. Design with Constructal Theory. New Jersey: Wiley, 2008
- 7 Bejan A, Lorente S, Miguel A F, et al. Constructal Human Dynamics, Security & Sustainability. Amsterdam: IOS Press, 2009
- 8 Bejan A, Zane P J. Design in Nature. New York: Doubleday, 2012
- 9 陈林根. 构形理论及其应用的研究进展. 中国科学: 技术科学, 2012, 42: 505–524
- 10 Bejan A. Convective Heat Transfer. 4th ed. New York: Wiley, 2013
- 11 Lorente S. Vascularized materials as designed porous media. Int Energy Res, 2009, 33: 211–220
- 12 Lorente S, Bejan A. Heterogeneous porous media as multiscale structures for maximum flow access. J Appl Phys, 2006, 100: 114909
- 13 Zhang H, Lorente S, Bejan A. Vascularization with trees that alternate with upside-down trees. J Appl Phys, 2007, 101: 094904
- 14 Wang K M, Lorente S, Bejan A. Vascularized networks with two optimized channel sizes. J Phys D: Appl Phys, 2006, 39: 3086–3096
- 15 Kim S, Lorente S, Bejan A. Vascularized materials: Tree-shaped flow architectures matched canopy to canopy. J Appl Phys, 2006, 100: 063525
- 16 Lee J, Kim S, Lorente S, et al. Vascularization with trees matched canopy to canopy: Diagonal channels with multiple sizes. Int J Heat Mass Transfer, 2008, 51: 2029–2040
- 17 Zimparov V D, da Silva A K, Bejan A. Thermodynamic optimization of tree-shaped flow geometries. Int J Heat Mass Transfer, 2006, 49: 1619–1630
- 18 Zimparov V D, da Silva A K, Bejan A. Thermodynamic optimization of tree-shaped flow geometries with constant channel wall temperature. Int J Heat Mass Transfer, 2006, 49: 4839–4849
- 19 谢志辉, 陈林根, 孙丰瑞. H形对流换热脉管的熵产率最小构形优化. 热科学与技术, 2011, 10: 269–277
- 20 Guo Z, Zhu H, Liang X. Entransy - A physical quantity describing heat transfer ability. Int J Heat Mass Transfer, 2007, 50: 2545–2556
- 21 李志信, 过增元. 对流换热优化的场协同理论. 北京: 科学出版社, 2010
- 22 过增元, 程新广, 夏再忠. 最小热量传递势容耗散原理及其在导热优化中的应用. 科学通报, 2003, 48: 21–25

- 23 韩光泽, 朱宏晔, 程新广, 等. 导热与弹性系统及导电的相似性. 工程热物理学报, 2005, 26: 1022–1024
- 24 韩光泽, 过增元. 导热能力损耗的机理及其数学表述. 中国电机工程学报, 2007, 27: 98–102
- 25 朱宏晔, 陈泽敬, 过增元. 焓耗散极值原理的电热模拟实验研究. 自然科学进展, 2007, 17: 1692–1698
- 26 陈林根. 焓理论及其应用的进展. 科学通报, 2012, 57: 2815–2835
- 27 柳雄斌, 过增元, 孟继安. 换热器中的焓耗散与热阻分析. 自然科学进展, 2008, 18: 1186–1190
- 28 柳雄斌, 孟继安, 过增元. 换热器参数优化中的熵产极值和焓耗散极值. 科学通报, 2008, 52: 3026–3029
- 29 夏少军, 陈林根, 孙丰瑞. 换热器焓耗散最小优化. 科学通报, 2009, 54: 2240–2246
- 30 郭江峰, 程林, 许明田. 焓耗散数及其应用. 科学通报, 2009, 54: 2998–3002
- 31 Chen L, Chen Q, Li Z, et al. Optimization for a heat exchanger couple based on the minimum thermal resistance principle. Int J Heat Mass Transfer, 2009, 52: 4778–4784
- 32 Guo Z, Liu X, Tao W, et al. Effectiveness-thermal resistance method for heat exchanger design and analysis. Int J Heat Mass Transfer, 2010, 53: 2877–2884
- 33 郭江峰, 许明田, 程林. 换热器设计中的焓耗散均匀性原则. 中国科学: 技术科学, 2010, 40: 671–676
- 34 陈群, 吴晶, 王沐然, 等. 换热器组传热性能的优化原理比较. 科学通报, 2011, 56: 79–84
- 35 许明田, 程林, 郭江峰. 焓耗散理论在换热器设计中的应用. 工程热物理学报, 2009, 30: 2090–2092
- 36 Xu M. The thermodynamic basis of entransy and entransy dissipation. Energy, 2011, 36: 4272–4277
- 37 Xu M, Guo J, Cheng L. Application of entransy dissipation theory in heat convection. Front Energy Power Engng China, 2009, 3: 402–405
- 38 李孟寻, 程林, 许明田. 焓耗散理论在管壳式换热器优化设计中的应用. 工程热物理学报, 2010, 31: 1189–1192
- 39 李雪芳, 郭江峰, 许明田, 等. 换热器优化设计中最小焓耗散方法. 科学通报, 2011, 56: 871–875
- 40 Guo J, Xu M. The application of entransy dissipation theory in optimization design of heat exchanger. Appl Therm Engng, 2012, 36: 227–235
- 41 Guo J, Huai X. Optimization design of recuperator in a chemical heat pump system based on entransy dissipation theory. Energy, 2012, 41: 335–343
- 42 程雪涛, 梁新刚. 微观状态数与可用焓的关系. 科学通报, 2012, 57: 1263–1269
- 43 Cheng X, Liang X. Entransy loss in thermodynamic processes and its application. Energy, 2012, 44: 964–972
- 44 Yuan F, Chen Q. A global optimization method for evaporative cooling systems based on the entransy theory. Energy, 2012, 42: 181–191
- 45 Wu J, Cheng X. Generalized thermal resistance and its application to thermal radiation based on entransy theory. Int J Heat Mass Transfer, 2013, 58: 374–381
- 46 魏曙寰, 陈林根, 孙丰瑞. 基于矩形单元体的以焓耗散最小为目标的“体点”导热构形优化. 中国科学 E 辑: 技术科学, 2009, 39: 278–285
- 47 魏曙寰, 陈林根, 孙丰瑞. 以焓耗散最小为目标的电磁体多学科构形优化. 中国科学 E 辑: 技术科学, 2009, 39: 1606–1613
- 48 谢志辉, 陈林根, 孙丰瑞. 以焓耗散最小为目标的空腔几何构形优化. 中国科学 E 辑: 技术科学, 2009, 39: 1949–1957
- 49 谢志辉, 陈林根, 孙丰瑞. T 形腔焓耗散最小构形优化. 科学通报, 2009, 54: 2605–2612
- 50 魏曙寰, 陈林根, 孙丰瑞. 基于焓耗散率最小的离散和连续变截面导热通道构形优化. 中国科学: 技术科学, 2010, 40: 1189–1200
- 51 肖庆华, 陈林根, 孙丰瑞. 基于焓耗散率最小的“盘点”导热构形优化. 科学通报, 2010, 55: 2427–2437
- 52 肖庆华, 陈林根, 孙丰瑞. 基于焓耗散率最小的伞形柱状肋片构形优化. 中国科学: 技术科学, 2011, 41: 365–373
- 53 肖庆华, 陈林根, 孙丰瑞. 基于焓耗散率和流阻最小的冷却流道构形优化. 中国科学: 技术科学, 2011, 41: 251–261
- 54 Chen L, Wei S, Sun F. Constructal entransy dissipation rate minimization of a disc. Int J Heat Mass Transfer, 2011, 54: 210–216
- 55 Wei S, Chen L, Sun F. Constructal entransy dissipation rate minimization of round tube heat exchanger cross-section. Int J Therm Sci, 2011, 50: 1285–1292
- 56 谢志辉, 陈林根, 孙丰瑞. T 形肋焓耗散率最小与最大热阻最小构形优化的比较研究. 中国科学: 技术科学, 2011, 41: 962–970
- 57 肖庆华, 陈林根, 孙丰瑞. 基于焓耗散极值原理的蒸汽发生器构形优化. 中国科学: 技术科学, 2011, 41: 1090–1096
- 58 肖庆华, 陈林根, 孙丰瑞. 强迫对流换热冷却的产热体焓耗散率最小构形优化. 科学通报, 2011, 56: 2032–2039
- 59 冯辉君, 陈林根, 孙丰瑞. 基于焓耗散率最小的三维圆柱形单元体和微、纳米尺度下矩形、三角形单元体体点导热构形优化. 中国科学: 技术科学, 2012, 42: 257–271
- 60 冯辉君, 陈林根, 孙丰瑞. 基于焓耗散率最小的叶形肋片构形优化. 中国科学: 技术科学, 2012, 42: 456–466
- 61 冯辉君, 陈林根, 谢志辉, 等. 基于焓耗散极值原理的轧钢加热炉壁绝热构形优化. 中国科学: 技术科学, 2012, 42: 1377–1387
- 62 Chen L, Xiao Q, Xie Z, et al. T-shaped assembly of fins with constructal entransy dissipation rate minimization. Int Comm Heat Mass Transfer, 2012, 39: 1556–1562
- 63 冯辉君, 陈林根, 谢志辉, 等. 基于焓理论的 H 型多尺度换热器构形优化. 中国科学: 技术科学, 2013, 43: 169–177

Constructal optimization for “disc-point” vascular networks based on minimum entransy dissipation rate

FENG HuiJun^{1,2,3}, CHEN LinGen^{1,2,3}, XIE ZhiHui^{1,2,3} & SUN FengRui^{1,2,3}

¹ Institute of Thermal Science and Power Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China;

² Military Key Laboratory for Naval Ship Power Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China;

³ College of Power Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China

For the specified total area of the disc and total volume of the vascular network, the constructal optimizations of the first order, second order and third order vascular networks are carried out by taking the minimizations of the entransy dissipation rate and entransy dissipation number, caused by heat transfer with finite temperature difference and flow resistance, as optimization objectives. The optimal constructs for each order vascular network with minimum entransy dissipation rate and entransy dissipation number are obtained. The results show that when the parameter $B_1 \geq 10^{-4}$, for the same dimensionless mass flow rate M^* ($1 \leq M^* \leq 10^2$), the optimal constructs of the first order vascular network based on the minimizations of entransy dissipation rate and entropy generation rate are obviously different. For the second order vascular network, when the dimensionless mass flow rate locates at the range of $1 \leq M^* \leq 10^2$, the magnitude orders of the entransy dissipations caused by heat transfer and flow resistance locate at the same level, and the optimal construct of the vascular network varies obviously with the change of the mass flow rate. For the same total volume of the vascular network and radius of the disc, when the dimensionless mass flow rates of the vascular networks are equal, the first order, second order and third order vascular networks almost exhibit the same performances of the entransy dissipation number; when the dimensionless pumping power satisfies $\tilde{W}_i^* > 10^5$ ($i=1,2,3$), the minimum entransy dissipation number of the vascular network decreases with the increase in the order of the vascular network, and the performance of the vascular network can be improved by increasing the complexity of the vascular network in this case. Moreover, the performance of the vascular network is also optimized by taking complex index of entransy dissipation rate as optimization objective in this paper. The optimal results obtained in this paper can provide some guidelines for the designs of the vasculature from the point of view of heat transfer optimization.

constructal theory, entransy dissipation rate, entransy dissipation number, “disc-point” vascular network, generalized thermodynamic optimization

doi: 10.1360/092013-174