页岩气渗流数学模型

夏阳^①, 金衍^{①*}, 陈勉^①, 陈康平^{①②}

① 中国石油大学(北京), 石油工程教育部重点实验室, 北京 102249;

② School for Engineering of Matter, Transport and Energy, Arizona State University, Tempe AZ 85287-6101, USA

* 联系人, E-mail: jinyancup@163.com

2014-11-04 收稿, 2014-12-25 接受, 2015-03-08 网络版发表

国家杰出青年科学基金(51325402)、国家自然科学基金重大项目(51490650)和国家自然科学基金重点项目(51234006)资助

摘要 针对页岩气藏流体运移机理复杂、传统模型难以准确描述的难题, 本文综合考虑页岩气在孔隙中的黏性流动、Knudsen扩散以及吸附气的表面扩散和因岩石变形引起的滑移分别建立自由气和吸附气扩散方程, 建立页岩气在基质与裂缝中的渗流数学模型, 并采用非线性非平衡Langmuir吸附理论分析页岩气渗流过程中的解吸附机理. 通过数值模拟方法研究了不同流动机制对页岩气产量的影响, 结果表明, 吸附气的表面扩散与滑移对页岩气产量的影响均在0.1%以下, 可以忽略; 黏性流动与Knudsen扩散主导页岩气的渗流; 非平衡吸附速率对页岩气产量影响较大, 吸附速率越大, 产量越大. 本文建立的模型能较好地揭示页岩气的复杂渗流机理, 并为页岩气藏的开发提供了科学基础.

关键词

页岩气
渗流
非平衡吸附理论
数值模拟

随着油气开采技术的不断提高以及能源需求量的不断增加, 非常规油气资源作为新能源的有力补充和重要战略资源, 正日益受到重视. 页岩气藏具有分布范围广、资源量大、稳产周期长等特点^[1], 成为当前油气勘探的热点和重点. 由于页岩的渗透率极低, 直接开发困难极大, 而水平井钻井技术和水力压裂技术的进步将页岩气的开发从理论变为现实^[2].

页岩气藏作为一种非常规资源, 有其自身的特点^[3-6]: (1) 气体赋存方式多样. 气体在页岩中主要以游离态和吸附态的形式存在, 游离态多储存在岩石孔隙中, 而吸附态主要储存在有机质中, 吸附气一般可达总储集量的20%~85%^[1]. (2) 流体运移机理复杂. 页岩孔隙一般在纳米量级, 常规油气渗流所考虑的达西渗流已不能描述页岩气的运移规律, 并且在不同的储层及流体条件下, 流体的主导运移方式也不同. (3) 渗流尺度复杂. 由于页岩脆性较高, 岩石中分布着大量的微裂隙, 并且水利压裂技术所形成的人工裂缝网络使得流体的流动呈现多尺度耦合现象.

页岩气渗流模型主要分为解析模型和数值模型: 解析模型通过一定的假设, 能够对基本的渗流机理进行简单的描述, 能够绘制出典型曲线, 使用方便^[7-9], 但对于复杂的渗流机理不能准确描述; 数值模型能够对复杂的渗流机理进行模拟, 但计算量大, 耗时周期长, 需要作一定的简化处理^[3,10-12]. 之前的页岩气渗流模型存在以下几点不足: (1) 未将自由气与吸附气作为两个独立的系统进行建模, 以前的研究基本上是借鉴传统致密气的渗流方程, 加上Knudsen扩散速度并将Langmuir瞬时解吸附作为源汇项处理, 这样简化有助于推导出页岩气渗流方程的产能解析解, 但针对页岩气独特的渗流特点, 这样的解析模型还很不完善; (2) 未考虑吸附气的表面扩散以及由于岩石变形引起的气体滑移. 一般认为, 甲烷在页岩上的吸附属于物理吸附, 而物理吸附的吸附力是范德华力, 吸附质常常可以沿着固体表面发生位移, 并且岩石的变形也对吸附气的扩散有一定影响, 以前的研究并没有建立相关数学模型定量分析吸附气的表面

引用格式: 夏阳, 金衍, 陈勉, 等. 页岩气渗流数学模型. 科学通报, 2015, 60: 2259-2271

Xia Y, Jin Y, Chen M, et al. Gas flow in shale reservoirs (in Chinese). Chin Sci Bull, 2015, 60: 2259-2271, doi: 10.1360/N972014-01175

<https://engine.scichina.com/doi/10.1360/N972014-01175>

扩散和滑移对产量的影响,而是直接将其忽略,至于为什么可以忽略,则没有研究;(3)未考虑非平衡Langmuir吸附解吸附过程以及其对产能的影响,以前的模型通常采用等温Langmuir吸附方程建立孔隙压力与解吸附量之间的关系,这样的模型存在一个假设:若自由气浓度发生变化,则吸附气瞬间解吸附成为自由气,而研究表明吸附、解吸附并不是瞬间达到平衡,吸附与解吸附之间存在一个动态平衡过程^[13-15].本文在前人研究的基础上,综合考虑页岩气在孔隙中的黏性流动、Knudsen扩散以及吸附气的表面扩散以及滑移分别建立自由气和吸附气扩散方程,并采用非线性非平衡Langmuir吸附理论分析页岩气渗流过程中的解吸附机理.通过数值模拟手段,为页岩气藏的开发提供了理论指导.

1 页岩气开采方式

页岩气藏由于其极低的原始渗透率,必须采用水力压裂技术进行储层改造才能进行商业化开采.多级压裂(multi-stage fracturing)目前已广泛应用于非常规油气开采(图1),截至2011年,在美国页岩气生产井中已有85%的井采用了多级压裂技术开采,且效果显著.2010年以来,美国完钻的页岩气水平井已达8000余口,形成了比较成熟的“水平井+多级压裂”的页岩高效开发模式.此外,同步压裂与重复压裂等工艺技术的成熟也进一步推动了压裂技术在非常规油气资源开发中的应用^[1,2].

通过水力压裂改造后的储层渗透率较原始地层大幅提高,因此在模拟多级压裂水平井页岩渗流时,对单井控制区域需分成2个区域进行模拟:经过水力压裂改造的裂缝改造区与未经水力压裂改造的原始

储层区,如图2所示.

在人工裂缝之间,各级裂缝相互沟通,人工裂缝与天然裂缝交错,往往会形成复杂的裂缝网络,因此被水力压裂改造的储层往往贡献了主要的产量.本文基于水平井多级压裂,建立基质与人工裂缝耦合的页岩气渗流数学模型,用以分析页岩气的渗流机理.

2 页岩气渗流方程

本文模型基于以下几点假设:(1)地层中流体为单相;(2)忽略重力以及温度对渗流的影响;(3)将基岩看作连续介质.

由于本文模拟区域为单条裂缝,因此可假设单条裂缝在井底处的压力为定值.如模拟单井控制区域内的页岩气渗流,则需要考虑气体在水平井中的流动.在页岩基质中,由于同时存在自由气与吸附气,因此应分别建立数学模型描述自由气的扩散、吸附气的解吸附过程.页岩基质孔隙极小,气体流动应同时考虑黏性流动、Knudsen扩散,而裂缝中可考虑自由气的达西渗流与吸附气的瞬时解吸附.

图1 页岩气藏多级压裂示意图

Figure 1 Diagram of multistage fracturing in shale reservoir

图2 (网络版彩色)模拟区域简化示意图

Figure 2 (Color online) Simplified diagram of simulated region

2.1 基质流动方程

页岩气在基质中的流动包含自由气的黏性流动、Knudsen扩散以及吸附气的表面扩散和滑移,如图3所示.

基质中单位体积内总含气量为

$$\int [\varphi CM + (1-\varphi)C_\mu M] dV, \quad (1)$$

其中 C 为单位孔隙体积中的自由气摩尔数, C_μ 为单位孔隙体积中吸附气摩尔数, φ 为基岩孔隙度, M 为甲烷的摩尔质量.考虑黏性流和Knudsen扩散的自由气质量流速为

$$J_m = -D_m \nabla(CM) + \frac{v_m}{\varphi}(CM), \quad (2)$$

其中 v_m 为自由气在多孔介质中的达西渗流速度, D_m 为Knudsen扩散系数.单位固体表面吸附气的扩散速度表示为

$$J_{ad} = -D_{ad} \nabla(C_\mu M) + v_s(C_\mu M), \quad (3)$$

其中 D_{ad} 为吸附气在岩石表面的扩散系数, v_s 为岩石变形速率.联系(1)~(3)式可得包含自由气与吸附气的质量守恒方程:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \int [\varphi CM + (1-\varphi)C_\mu M] dV \\ &= \int_{\Sigma_m} (-n) \cdot J_m dA_m + \int_{\Sigma_s} (-n) \cdot J_{ad} dA_s, \end{aligned} \quad (4)$$

其中 $dA_m = \varphi dA$, $dA_s = (1-\varphi)dA$, 化简后可得到

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(\varphi C) + \nabla \cdot (Cv_m) + \frac{\partial}{\partial t}[(1-\varphi)C_\mu] + \nabla \cdot [(1-\varphi)C_\mu v_s] \\ &= \nabla \cdot (\varphi D_m \nabla C) + \nabla \cdot [(1-\varphi)D_{ad} \nabla C_\mu]. \end{aligned} \quad (5)$$

假设吸附过程满足非平衡Langmuir过程,则有

$$R_{ads} = \tilde{k}_a \left(1 - \frac{C_\mu}{C_{\mu s}}\right) C, \quad (6)$$

其中 R_{ads} 为单位时间内吸附在单位固体体积上的气体摩尔数, $\tilde{k}_a$ 为吸附速率,单位 s^{-1} , $C_{\mu s}$ 为页岩基质的最大吸附量.假设解吸附过程满足Henry定理,则

$$R_{des} = k_d C_\mu, \quad (7)$$

其中 k_d 为解吸附速率,单位时间内净吸附量为

$$R_{net} = R_{ads} - R_{des} = \tilde{k}_a \left(1 - \frac{C_\mu}{C_{\mu s}}\right) C - k_d C_\mu. \quad (8)$$

因此考虑吸附过程的吸附气物质平衡方程为

$$\frac{\partial}{\partial t} \int (1-\varphi)C_\mu M dV = \int R_{net} M (1-\varphi) dV + \int_{\Sigma_s} (-n) \cdot J_{ad} dA_s, \quad (9)$$

将(2)式与(8)式代入(9)式可得

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} [(1-\varphi)C_\mu] + \nabla \cdot [(1-\varphi)C_\mu v_s] \\ &= R_{net} (1-\varphi) + \nabla \cdot [D_{ad} (1-\varphi) \nabla C_\mu]. \end{aligned} \quad (10)$$

若忽略孔隙体积的变化,则吸附气质量守恒方程可简化为

$$\frac{\partial C_\mu}{\partial t} + \nabla \cdot (C_\mu v_s) = R_{net} + D_{ad} \nabla^2 C_\mu, \quad (11)$$

(5)式减去(11)式并忽略孔隙体积变化后可得自由气质量守恒方程为

$$\varphi \frac{\partial C}{\partial t} + \nabla \cdot (Cv_m) = -(1-\varphi)R_{net} + \varphi D_m \nabla^2 C, \quad (12)$$

其中 v_m 为达西渗流速度,由达西定理可知

图3 (网络版彩色)基质中页岩气流动机理示意图

Figure 3 (Color online) Flow mechanism of shale gas in matrix

$$v_m = -\frac{\tilde{\kappa}_m}{\mu} RT \nabla C, \quad (13)$$

其中 $\tilde{\kappa}_m$ 为压裂改造后的基质渗透率. 因此, 综合考虑自由气在纳米孔中的黏性流动、Knudsen扩散、吸附气的表面扩散、滑移以及吸附气的非平衡解吸附, 页岩气二维渗流数学模型由下式描述:

$$\frac{\partial C}{\partial t} - \frac{\tilde{\kappa}_m RT}{\mu \phi} \nabla \cdot (C \nabla C) = -\frac{1-\phi}{\phi} R_{\text{net}} + D_m \nabla^2 C, \quad (14)$$

$$\frac{\partial C_\mu}{\partial t} + \nabla \cdot (C_\mu v_s) = R_{\text{net}} + D_{\text{ad}} \nabla^2 C_\mu, \quad (15)$$

$$R_{\text{net}} = \tilde{k}_a \left(1 - \frac{C_\mu}{C_{\mu s}} \right) C - k_d C_\mu. \quad (16)$$

若储层被水力裂缝改造程度较高, 则基质渗透率可达到几十甚至上百微达西数量级, 此时达西渗流项远大于Knudsen扩散项, 而孔隙中的Knudsen扩散系数 D_m 一般大于表面扩散系数 D_{ad} , 因此, 当达西渗流成为气体主导运移方式时, 自由气的Knudsen扩散与吸附气的表面扩散都可以忽略, 本文第4节将讨论吸附气表面扩散的影响. (16)式中令 $R_{\text{net}}=0$ 可得到平衡状态下的自由气浓度与吸附气浓度的关系

$$\frac{C_\mu}{C_{\mu s}} = \frac{\tilde{K}C/C_{\mu s}}{1 + \tilde{K}C/C_{\mu s}}, \quad (17)$$

其中 $\tilde{K}$ 为吸附平衡系数且 $\tilde{K} = \tilde{k}_a/k_d$, 若储层原始自由气浓度为 C_0 , 则由平衡方程(17)可以得到初始状态下的吸附气浓度

$$\frac{C_{\mu 0, E}}{C_{\mu s}} = \frac{\tilde{K}C_0}{C_{\mu s} + \tilde{K}C_0}. \quad (18)$$

应当注意, (18)式对应传统Langmuir等温吸附方程 $\frac{C_\mu}{C_{\mu s}} = \frac{V}{V_L} = \frac{p}{B+p}$, 且常数 $B = \frac{1}{\tilde{K}} C_{\mu s} RT = p_L$. 因此, $C_{\mu s}$ 可通过实验测得的等温吸附数据首先拟合得到Langmuir压力常数 p_L , 再根据 $C_{\mu s} = \frac{\tilde{K}p_L}{RT}$ 计算单位体积页岩的最大吸附量.

对于多级压裂水平井, 若忽略井筒中的压力降, 则每条人工裂缝产量相等, 可以将模拟区域简化为单裂缝, 模拟区域及边界条件如图4所示.

因此(14)~(16)式的初始条件可表示为

$$t=0: C=C_0, C_\mu=C_{\mu 0}. \quad (19)$$

当气井以定井底压力生产时, 若人工裂缝间的井筒未被射孔, 则基质在水平井筒处的边界条件应看作封闭. 封闭边界处的边界条件为

$$\begin{aligned} x=b_x: \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{\partial C_\mu}{\partial x} = 0, \quad z=L_f+L_h: \frac{\partial C}{\partial z} = \frac{\partial C_\mu}{\partial z} = 0, \\ x=0 \text{ \& } z>L_f: \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{\partial C_\mu}{\partial x} = 0, \quad z=0: \frac{\partial C}{\partial z} = \frac{\partial C_\mu}{\partial z} = 0. \end{aligned} \quad (20)$$

图4 (网络版彩色)模拟区域及边界条件

Figure 4 (Color online) Boundary condition of simulated region

人工裂缝内的气体浓度由裂缝控制方程与基质方程进行耦合迭代求解, 此处裂缝作为基质方程的边界条件, 表示如下:

$$x=0: C=C_f,$$

$$C_\mu = C_{\mu f, E} + (C_{\mu 0, E} - C_{\mu f, E})e^{-(k_d + \tilde{k}_d C_f / C_{\mu s})t}, \quad (21)$$

其中下标 f 代表裂缝内的浓度值, $C_{\mu f, E}$ 用下式求解

$$\frac{C_{\mu f, E}}{C_{\mu s}} = \frac{\tilde{K}C_f(z)/C_{\mu s}}{1 + \tilde{K}C_f(z)/C_{\mu s}}.$$

至此, 基质内的页岩气渗流过程由(14)~(16)式描述, 初始条件与边界条件由(19)~(21)式确定. 分析自由气渗流方程(14)式可知, $\frac{\tilde{\kappa}_m RT}{\mu\phi} \nabla \cdot (C \nabla C)$ 项代表黏性流动项, $D_m \nabla^2 C$ 代表Knudsen扩散项, 若单独分析原始基质中的气体流动状态, $\tilde{\kappa}_m$ 可用基质原始渗透率 κ_{mi} 代替. 基质原始渗透率 κ_{mi} 与Knudsen扩散系数 D_m 可通过下式计算^[6,16,17].

$$\kappa_{mi} = \frac{\phi}{\tau} \frac{\bar{d}_{pore}^2}{32}, \quad (22)$$

$$D_m = \frac{4\phi}{3\tau} \sqrt{\frac{RT}{2\pi M}} \bar{d}_{pore}. \quad (23)$$

对(14)式进行无因次分析, 引入

$$t_c = \frac{1}{k_d}, L_c = b_x, \bar{C} = \frac{C}{C_0}, \bar{C}_\mu = \frac{C_\mu}{C_{\mu 0}}, \bar{x} = \frac{x}{L_c}, \bar{t} = \frac{t}{t_c},$$

则(14)式的无因次形式为

$$\frac{\partial \bar{C}}{\partial \bar{t}} - \bar{\eta} \bar{\nabla} \cdot (\bar{C} \bar{\nabla} \bar{C}) = -\frac{1-\phi}{\phi} \bar{R}_{net} + \bar{D}_m \bar{\nabla}^2 \bar{C}, \quad (24)$$

其中

$$\bar{R}_{net} = \frac{t_c}{C_0} R_{net} = \tilde{K} \bar{C} - \frac{\tilde{K}}{1 + \tilde{K} \beta} \bar{C}_\mu - \frac{\tilde{K}^2 \beta}{1 + \tilde{K} \beta} \bar{C}_\mu \bar{C},$$

$$\beta = \frac{C_0}{C_{\mu s}}, \quad \bar{\eta} = \frac{\kappa_{mi} R T C_0}{\mu \phi k_d b_x^2}, \quad \bar{D}_m = \frac{D_m}{k_d b_x^2}.$$

这里定义参数 $\bar{\lambda}$ 为

$$\bar{\lambda} = \frac{\bar{\eta}}{\bar{D}_m} = \frac{\sqrt{2\pi M R T}}{\mu \phi} \frac{3 C_0}{128} \bar{d}_{pore}. \quad (25)$$

利用无因次参数 $\bar{\lambda}$ 可以初步判断页岩气藏中自由气的主导流动方式, 具体方法如下:

- (1) 若 $\bar{\lambda} \gg 1$, 则黏性流动占主导;
- (2) 若 $\bar{\lambda} \ll 1$, 则Knudsen扩散占主导;
- (3) 若 $\bar{\lambda} \approx 1$, 则黏性流动与Knudsen扩散共同主导气体流动, 此时的流动方式为黏性流向Knudsen扩散的过渡.

散的过渡.

由 $\bar{\lambda}$ 的定义可知, 页岩气的主导流动方式主要受气体与储层性质的影响: 气体黏度越小、储层孔隙度越小、储层压力越大、储层孔隙直径越大, 则气体的流动主要受黏性流动控制; 反之, 则为Knudsen扩散. 当 $\bar{\lambda} \approx 1$ 时, 可将(14)式用等效渗透率的形式表示为

$$\frac{\partial C}{\partial t} - \frac{\kappa_a R T}{\mu \phi} \nabla \cdot (C \nabla C) = -\frac{1-\phi}{\phi} R_{net}, \quad (26)$$

其中, 等效渗透率 κ_a 为

$$\kappa_a = \kappa_{mi} \left(1 + \frac{D_m \mu \phi}{\kappa_{mi} R T C} \right) = \kappa_{mi} \left(1 + \frac{b_m}{p} \right), \quad (27)$$

b_m 为常数, 其表达式为 $b_m = \frac{64\phi\mu}{3\bar{r}} \sqrt{\frac{RT}{2\pi M}}$, $\bar{r}$ 为储层平均孔径, 可以看出: 气体在多孔介质中的滑脱效应(即Klinkenberg效应)是由于气体的Knudsen扩散所导致, 特别当孔道尺寸较小时, 气体分子与孔道表面的碰撞较气体分子之间的碰撞频繁得多, 此时气体在孔道表层的流动速度不为零造成视渗透率的提高. 如果用无因次参数 $\bar{\lambda}$ 表示等效渗透率 κ_a 则有

$$\kappa_a = \kappa_{mi} \left(1 + \frac{p_0}{p} \frac{1}{\bar{\lambda}} \right), \quad (28)$$

其中, p_0 为原始地层压力, 可以看出, 无因次参数 $\bar{\lambda}$ 越大, 黏性流动占主导, 此时储层等效渗透率接近于原始渗透率; 当Knudsen扩散占主导时, 储层等效渗透率相对原始渗透率会大幅提高, 因此可通过无因次参数 $\bar{\lambda}$ 分析主导流动方式以及渗透率提高倍数.

2.2 裂缝流动方程

裂缝与基质并不是两个独立的系统, 流体从基质流入裂缝且相互耦合. 一般为了简化计算, 常常将包含裂缝的基质简化为正交裂缝切割基质岩块呈六面体的地质模型^[18]. 而离散裂缝模型能够对流体在裂隙岩体中的渗流行为进行更为精确的描述^[19,20], 但相应的计算量非常大, 特别当天然裂缝或人工裂缝密度较高, 相互交错形成复杂裂隙网络时, 其模拟往往会变得困难. 而简单裂缝网络情况下的渗流方程解析解能够减少数值计算所带来的巨大计算量^[21], 但对于页岩气具有复杂渗流机理的情况, 推导解析解本身已变成一项十分浩大的工程. 因此本文只考虑人工裂缝与基质的相互耦合. 假设在裂缝中存在

瞬时解吸附过程且裂缝具有有限导流能力,则裂缝中的二维渗流方程为

$$\varphi_f \frac{\partial C_f}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(C_f u_f) + \frac{\partial}{\partial z}(C_f w_f) + (1 - \varphi_f) \frac{\partial C_{\mu f}}{\partial t} = 0, \quad (29)$$

其中, u_f 为 x 方向渗流速度, w_f 为 z 方向渗流速度, $C_{\mu f}$ 为裂缝中的吸附气浓度, φ_f 为裂缝孔隙度. 对(29)式沿裂缝宽度方向积分, 则得到一维流动方程

$$w_0 \varphi_f \frac{\partial C_f}{\partial t} + 2(C_f u_f) \Big|_{w_0/2} + \frac{\partial}{\partial z}(w_0 C_f w_f) + w_0(1 - \varphi_f) \frac{\partial C_{\mu f}}{\partial C_f} \frac{\partial C_f}{\partial t} = 0. \quad (30)$$

积分后的(30)式中的浓度 C_f 代表了沿裂缝宽度的平均浓度, 其中 w_0 为裂缝宽度, 此时方程由二维降至一维. (30)式中 $\frac{\partial C_{\mu f}}{\partial C_f}$ 可根据平衡状态下自由气与吸附气浓度关系式(17)计算得到. 沿裂缝长度方向的流动符合达西定律, 应用理想气体状态方程, 并假设缝宽不变, 则可得到下式

$$\left[w_0 \varphi_f + w_0(1 - \varphi_f) \frac{\tilde{K} C_{\mu s}^2}{(C_{\mu s} + \tilde{K} C_f)^2} \right] \frac{\partial C_f}{\partial t} + 2(C_f u_f) \Big|_{w_0/2} - \frac{\kappa_f RT w_0}{\mu} \frac{\partial}{\partial z} \left(C_f \frac{\partial C_f}{\partial z} \right) = 0. \quad (31)$$

由于气体流动具有连续性, 在裂缝壁面 $x=w_0/2$ 处基质中自由气浓度与流速等于裂缝中自由气浓度与流速, 那么

$$(C_f u_f) \Big|_{w_0/2} = (C u) \Big|_{w_0/2}. \quad (32)$$

由于在裂缝附近, 储层被水力压裂过程形成的裂缝网络改造程度较深, 此时气体流动以达西渗流为主, 则窜流速度为

$$u = -\frac{\hat{\kappa}_m RT}{\mu} \frac{\partial C}{\partial x}. \quad (33)$$

将(32)和(33)式代入(31)式, 得到裂缝中自由气流动方程为

$$\left[\varphi_f + (1 - \varphi_f) \frac{\tilde{K} C_{\mu s}^2}{(C_{\mu s} + \tilde{K} C_f)^2} \right] \frac{\partial C_f}{\partial t} - 2 \frac{\hat{\kappa}_m RT}{\mu w_0} C_f \left(\frac{\partial C}{\partial x} \right) \Big|_{w_0/2} - \frac{\kappa_f RT}{\mu} \frac{\partial}{\partial z} \left(C_f \frac{\partial C_f}{\partial z} \right) = 0, \quad (34)$$

(34)式的初始条件及边界条件为

$$t = 0 : C = C_0, \quad (35)$$

$$z = 0 : C_f = C_h = \frac{p_h}{RT}; z = L_f : \frac{\partial C_f}{\partial z} = 0, \quad (36)$$

其中下标 h 代表井底压力值.

3 岩石形变方程

在吸附气扩散方程(15)式中, 考虑了由于岩石形变而引起的吸附气滑移, 而岩石的变形是由于孔隙中流体压力的变化. 本节采用流固耦合理论求解由于孔隙压力变化而引起的岩石位移, 进而求得岩石的变形速率, 即 v_s . 流固耦合理论是固结理论的基础, 而有效应力原理则是流固耦合理论的核心. 对于各向同性单重孔隙介质, 有效应力的张量形式为

$$\sigma_{ij}^{\text{eff}} = \sigma_{ij} - \alpha p \delta_{ij}, \quad (37)$$

其中, α 为经典Biot理论中的有效应力系数, 对于线弹性变形, α 的值为

$$\alpha = 1 - \frac{c_s}{c_b}, \quad (38)$$

其中, c_b 为干孔隙材料的压缩系数, c_s 为无孔隙材料的压缩系数. 各向同性多孔岩石的本构方程为^[16,22]

$$\sigma_{ij} = \left(K - \frac{2G}{3} \right) \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2G \varepsilon_{ij} - \alpha p \delta_{ij} - K \varepsilon_s \delta_{ij}, \quad (39)$$

其中 K 和 G 分别为岩石的体积模量和剪切模量, ε_s 为气体解吸附所引起的应变, 可用Langmuir方程计算 ε_s ^[17]

$$\varepsilon_s = \varepsilon_L \frac{p}{p_L + p}. \quad (40)$$

(40)式已通过实验验证^[23-25], 其中 ε_L 为Langmuir体积形变, 其代表了在极限孔隙压力情况下的岩石形变, p_L 为Langmuir压力常数, 当所测得岩石形变为 $\varepsilon_L/2$ 时对应的孔隙压力即为 p_L , ε_L 与 p_L 为常数且均可通过实验获得. 岩石应变与位移关系表示如下:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}), \quad (41)$$

其中 u 为岩石骨架的相对位移, 应力平衡表达式为

$$\sigma_{ij,j} + f_i = 0. \quad (42)$$

联合(39)~(42)式并代入理想气体状态方程, 可得页岩基质的位移场方程为

$$G \nabla^2 u_i + \frac{G}{1 - 2\nu} u_{k,ki} - \alpha R T C_{,i} - \frac{\varepsilon_L p_L K R T}{(p_L + C R T)^2} C_{,i} + f_i = 0. \quad (43)$$

若将岩石看作一个排水系统, 则体积模量和剪切模量与岩石弹性参数的关系为

$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)}, \quad (44)$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}. \quad (45)$$

若考虑二维渗流及平面应变($f_i=0$), 则(43)式可展开为以平面位移为变量的2个偏微分方程. 由(43)式计算出岩石位移后, 岩石的变形速度(即吸附气的滑移速度 v_s)表示为

$$v_{si} = \frac{\partial u_i}{\partial t}. \quad (46)$$

岩石位移控制方程(43)式的初始条件和边界条件为

$$t=0: u_i=0, \Omega: u_i=0,$$

其中 Ω 表示模拟区域的边界.

4 模型数值求解

由气体在基质中的二维流动方程(14)~(16)式、气体在裂缝中的一维流动方程(34)式以及应力场方程(43)式可知, 考虑流固耦合的页岩气渗流数学模型包含了基质与裂缝、自由气与吸附气、孔隙压力与应力场3层次的耦合, 解析求解困难较大, 本文利用MATLAB作为编程工具, 采用全隐式有限差分的数值计算方法. 求解未知量包括 C , C_μ , C_f , u , w , 分别为基质中自由气浓度、吸附气浓度、裂缝中自由气浓度、岩石 x 方向位移与 z 方向位移. 渗流方程与应力方程一共包含5个方程5个未知量且每一个偏微分方程都存在初始条件和边界条件, 满足方程组的封闭性. 模型中的部分重要参数取值参见表1, 计算区域参数如图5所示(单条裂缝控制区域的1/4).

4.1 计算结果

图6表示生产5天和生产一年后模拟区域内自由气、吸附气浓度分布. 可以看出, 在模拟区域内, 自由气的浓度分布与吸附气的浓度分布形式很接近, 但自由气的扩散明显稍快于吸附气的“扩散”, 这是因为自由气的扩散主要由达西渗流、Knudsen扩散主导, 而吸附气的浓度分布主要受到表面扩散、滑移与解吸附所引起的浓度分布差异, 表面扩散与滑移相比于自由气的达西渗流与Knudsen扩散是一个缓慢的过程, 因此吸附气的浓度分布规律主要是由于不同位置解吸附速率不同所造成的空间分布差异, 且非平衡解吸附机理认为吸附气并不是瞬间解吸附成为自由气, 因此吸附气在空间上的分布相比于自由气有一定的“滞后”, 这就造成了相同时间内, 吸附气的“扩散”相比于自由气的扩散显得更慢. 图7表示净解吸附速率 $-R_{\text{net}}$ 随时间变化的空间分布图, 可以看出在生产后的短时间内, 裂缝附近的解吸附速率最高(此时最大解吸附速率为 6×10^{-12} mol/s), 并且随着生产的进行, 整个区域内越来越多的吸附气通过解吸附过程变为自由气, 但最大解吸附速率越来越小(生产2个月后最大净解吸附速率比生产初期降低了一个数量级). 生产一年后, 解吸附速率最高的区域为整个模拟区域的右下方, 但此时的最大解吸附速率仅为 2.09×10^{-13} mol/s. 在未被水力压裂改造的区域, 气体几乎不流动也几乎不发生解吸附, 因此在对多级压裂的页岩气水平井进行数值模拟时, 可以只考虑被改造储层内气体的流动与解吸附. 图8表示生产200天后与生产400天后岩石的位移矢量图,

表1 数值模拟器参数取值
Table 1 Values of parameters in simulator

符号	含义	取值	符号	含义	取值
ϕ_m	基质孔隙度	0.02	κ_f	裂缝渗透率	2000 mD
ϕ_f	裂缝孔隙度	0.2	D_m	Knudsen扩散系数	1×10^{-3} cm ² /s
K	平衡系数	0.1	D_{ad}	吸附气表面扩散系数	1×10^{-5} cm ² /s
k_d	解吸附速率	10^{-5} 1/s	w_0	裂缝宽度	5 mm
κ_{mi}	基质原始渗透率	100 nD	μ	气体黏度	2×10^{-4} g/(cm s)
$\tilde{\kappa}_{\text{mi}}$	改造后渗透率	1000 nD	p_0	原始储层压力	20 MPa
E	岩石弹性模量	30 GPa	V	岩石泊松比	0.15
ε_L	Langmuir体积形变常数	5×10^{-2}	p_L	Langmuir压力常数	4 MPa
p_h	井底压力	10 MPa	R	孔隙半径	40 nm
T	储层温度	313 K	M	甲烷摩尔质量	16.043 g/mol

图5 模拟区域参数

Figure 5 Geometric parameters of simulated region

可以看出, 水平井筒附近的岩石变形程度最高, 且随着生产时间增加, 地层中部的岩石变形越来越明显。

裂缝中的气体在不同时刻的浓度分布如图9所示, 由于裂缝的导流能力远大于基质, 生产开始后很短时间内的产量基本由裂缝中的气体提供, 随着生

产的进行, 由于基质中不断有气体向裂缝供给, 裂缝中气体浓度缓慢下降。

4.2 模型对比

目前页岩气渗流数学模型最常用的2种为分区线性流^[26~29]与源函数叠加^[30~33]。由于矿场实践中存在长期的线性流, Bello和Wattenbarger^[26]基于基质和裂缝中的线性流动, 考虑未压裂外区的贡献, 推导了三线性流模型。Ozkan和Raghavan^[30~32]基于格林函数和压降叠加原理推导了页岩气多级压裂水平井半解析解, 其中人工裂缝为无限导流。本文建立的数学模型和Bello与Ozkan等学者推导的数学模型最大的不同是将自由气与吸附气分开并分别建立扩散方程, 且采用了非平衡非线性Langmuir吸附理论描述生产过程中的吸附气解吸附过程, 对比累计产量, 结果如图10所示。结果表明, 采用源函数叠加法计算的累积产量最高, 这是因为源函数叠加法中忽略了人工裂缝的导流能力, 且求解地层为无限大, 因此在生产后期产量远大于线性流模型与本文模型。线性流模型与源函数叠加法中均没有考虑非平衡解吸附过程, 这导致本文模型计算的累计产量小于传统的线性流模

图6 (网络版彩色) 气体浓度分布图. (a) 5 天后自由气浓度; (b) 1 年后自由气浓度; (c) 5 天后吸附气浓度; (d) 1 年后吸附气浓度

Figure 6 (Color online) Spatial distribution of gas concentration. (a) Free gas after 5 days; (b) free gas after 1 year; (c) adsorbed gas after 5 days; (d) adsorbed gas after 1 year

图7 (网络版彩色)净解吸速率分布图. (a) 5 天后; (b) 2 月后; (c) 6 月后; (d) 1 年后

Figure 7 (Color online) Spatial distribution of net desorption rate. (a) After 5 days; (b) after 2 months; (c) after 6 months; (d) after 1 year

图8 (网络版彩色)岩石位移矢量分布. (a) 200 天后; (b) 400 天后

Figure 8 (Color online) Displacement vector of rock. (a) After 200 days; (b) after 400 days

图9 (网络版彩色)人工裂缝中气体浓度分布

Figure 9 (Color online) Gas concentration in hydraulic fracture

图10 (网络版彩色)模型对比

Figure 10 (Color online) Comparison of different models

型与源函数叠加法计算的结果.

4.3 产量分析

(i) 吸附气滑移对页岩气产量的影响. 本文所建立的页岩气渗流方程中, 在吸附气的扩散方程中考虑了由于岩石变形而引起的吸附气滑移(即 v_s). 为了分析 v_s 对页岩气运移的影响, 本文同时计算了 $v_s=0$ 和 $v_s \neq 0$ 时的页岩气产量, 对比结果(图11)显示吸附气的滑移对页岩气产量的影响很小, 可以忽略. 实际上, 生产150天后, 考虑吸附气滑移时的累积产量为 153430 m^3 , 而不考虑吸附气滑移的累计产量为 153493 m^3 , 吸附气的滑移对累计产量的影响仅为0.041%. 因此吸附气的滑移对页岩气渗流的影响很小, 可以忽略.

(ii) 吸附气表面扩散对页岩气产量的影响. 对于物理吸附的一般情况, 吸附质分子在固体表面并不是被完全束缚的, 吸附质分子可以沿着固体表面移动, 吸附气的表面扩散所描述的物理过程即为吸附气由于浓度差而沿着固体表面由高浓度区域向低浓度区域扩散的过程. 为了定量分析吸附气的表面扩散过程对页岩气产量的影响, 本文对表面扩散系数 D_{ad} 取不同值计算产量与累计产量, 由于吸附气的表面扩散系数一定小于自由气的Knudsen扩散系数(吸附气的扩散受到固体表面的约束), 因此有 $D_{ad} < D_m$. 计算结果如图12所示, 生产150天后, 表面扩散系数为 $1.25 \times 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{s}$ 时累计产量为 153493 m^3 , 表面扩散系数为 $1 \times 10^{-3} \text{ cm}^2/\text{s}$ 时累计产量为 153410 m^3 , 即使当吸附气的表面扩散系数等于自由气Knudsen扩散系

图12 (网络版彩色)吸附气表面扩散对页岩气产量的影响

Figure 12 (Color online) Impact of adsorbed-gas surface diffusion on shale gas production

数时($D_{ad}=D_m$), 吸附气的表面扩散对累计产量的影响也仅为0.054%, 因此吸附气的表面扩散可以忽略.

(iii) 吸附速率对页岩气产量的影响. 本文建立了非平衡解吸附情况下的页岩气渗流数学模型, 而传统页岩气渗流方程中, 一般采用在连续性方程中加入Langmuir瞬时解吸附作为源汇项(给定一个压力值对应一个解吸附量), 这样处理会导致页岩气产量偏大, 而实际上吸附气解吸附为自由气的同时伴随着自由气又吸附到岩石表面, 两者存在着动态平衡. 本文计算了不同解吸附速率下(k_d 值不同)的页岩气产量, 对比结果如图13所示, 可以看出, 解吸附速率对页岩气产量影响显著, 解吸附速率越大, 页岩气产量越高, 且产量递减越慢, 这说明后期的产量主要靠吸附气的解吸附过程贡献. 因此, 若将页岩气解吸附过程看作瞬时完成则会造成计算的产量出现非常大的

图11 (网络版彩色)吸附气滑移对页岩气产量的影响

Figure 11 (Color online) Impact of adsorbed-gas slippage on shale gas production

图13 (网络版彩色)解吸附速率对页岩气产量的影响

Figure 13 (Color online) Impact of desorption rate on shale gas production

误差.

(iv) 裂缝中解吸附过程对页岩气产量的影响. 本文中基质采用了非平衡解吸附理论, 而裂缝则采用平衡态(也即瞬时)解吸附模型进行模拟. 对比不考虑裂缝中的解吸附过程计算的累积产量, 结果如图14所示. 可以看出人工裂缝内解吸附过程对页岩气产量几乎没有影响: 生产150天后考虑人工裂缝内解吸附过程的累计产量为 153492.9 m^3 , 不考虑人工裂缝内解吸附过程的累计产量为 153490.2 m^3 , 相差仅为 2.7 m^3 , 这说明人工裂缝内的吸附气量并不多(人工裂缝的容积本身很小), 所以人工裂缝内的解吸附过程可以忽略.

5 结论

针对页岩气渗流机理复杂的特点, 综合考虑了自由气的黏性流动、Knudsen扩散、滑脱流和吸附气的表面扩散以及岩石变形引起的吸附气滑移, 建立了页岩气渗流数学模型, 采用非线性非平衡Langmuir吸附理论分析了渗流过程中的解吸附机理. 通过数值模拟, 得到以下结论:

(1) 页岩气在原始储层条件下几乎不流动, 在多级压裂水平井的产能计算中, 可以只考虑SRV区域内气体的流动.

(2) 数值模拟结果显示, 吸附气的表面扩散与滑移对页岩气产量的影响均在0.1%以下, 可以忽略.

图14 (网络版彩色)人工裂缝内解吸附过程对页岩气产量的影响
Figure 14 (Color online) Impact of desorption process in hydraulic fracture on shale gas production

自由气的黏性流动与Knudsen扩散主导页岩气产量, 无因次变量 $\bar{\lambda}$ 既可分析主导流动机制, 也可计算等效渗透率.

(3) 非平衡解吸附过程相较于传统瞬时解吸附理论, 会降低页岩气产量, 解吸附速率越慢, 页岩气产量越低.

(4) 由于人工裂缝容积有限, 在模拟多级压裂水平井页岩气产量时可以忽略人工裂缝中的解吸附过程.

(5) 建立的数学模型能够分析自由气、吸附气以及净解吸附速率在生产过程中的时空分布规律, 为多级压裂水平井中页岩气的渗流问题提供了科学基础.

参考文献

- 1 Yao J, Sun H, Huang Z Q, et al. Key mechanical problems in the development of shale gas reservoirs (in Chinese). *Sci Sin-Phys Mech Astron*, 2013, 43: 1527–1547 [姚军, 孙海, 黄朝琴, 等. 页岩气藏开发中的关键力学问题. *中国科学: 物理学 力学 天文学*, 2013, 43: 1527–1547]
- 2 Tang Y, Tang X, Wang G Y, et al. Summary of hydraulic fracturing technology in shale gas development (in Chinese). *Geol Bull China*, 2011, 30: 393–399 [唐颖, 唐玄, 王广源, 等. 页岩气开发水力压裂技术综述. *地质通报*, 2011, 30: 393–399]
- 3 Guo C, Wei M, Chen H, et al. Improved numerical simulation for shale gas reservoirs. In: *Offshore Technology Conference Asia*, Kuala Lumpur, 2014
- 4 Javadpour F, Fisher D, Unsworth M. Nanoscale gas flow in shale gas sediments. *J Can Petrol Technol*, 2007, 46: 55–61
- 5 Freeman C M, Moridis G, Llk D, et al. A numerical study of performance for tight gas and shale gas reservoir systems. *J Petrol Sci Eng*, 2013, 108: 22–39
- 6 Kast W, Hohenthanner C R. Mass transfer within the gas-phase of porous media. *Int J Heat Mass Tran*, 2000, 43: 807–823
- 7 Guo J J, Zhang L H, Wang H T, et al. Pressure transient analysis for multi-stage fractured horizontal wells in shale gas reservoirs. *Transp Porous Med*, 2012, 93: 635–653
- 8 Nobakht M, Clarkson C R, Kaviani D. New type curves for analyzing horizontal well with multiple fractures in shale gas reservoirs. *J Nat Gas Sci Eng*, 2013, 10: 99–112
- 9 Zhao Y L, Zhang L H, Zhao J Z, et al. “Triple porosity” modeling of transient well test and rate decline analysis for multi-fractured horizontal well in shale gas reservoirs. *J Petrol Sci Eng*, 2013, 110: 253–262

- 10 Yu W, Sepehrnoori K. Numerical evaluation of the impact of geomechanics on well performance in shale gas reservoirs. In: 47th US Rock Mechanics/Genomechanics Symposium, San Francisco, 2013
- 11 Huang J, Ghassemi A. Poroelastic analysis of gas production from shale. In: 47th US Rock Mechanics/Genomechanics Symposium, San Francisco, 2011
- 12 Mongalvy V, Chaput E, Agarwal S, et al. A new numerical methodology for shale reservoir performance evaluation. In: SPE North American Unconventional Gas Conference and Exhibition, Woodlands, 2011
- 13 Srinivasan R, Auvil S R, Schork J M. Mass transfer in Carbon molecular sieves—an interpretation of Langmuir kinetics. *The Chem Eng J*, 1995, 57: 137–144
- 14 Do D D, Wang K. A new model for the description of adsorption kinetics in heterogeneous activated carbon. *Carbon*, 1998, 36: 1539–1554
- 15 Nikolai S, Wolf K A A, Bruining J. Interpretation of carbon dioxide diffusion behavior in coals. *Int J Coal Geol*, 2007, 72: 315–324
- 16 Jin Y, Chen M. Wellbore Stability Mechanics (in Chinese). Beijing: Science Press, 2012 [金衍, 陈勉. 井壁稳定力学. 北京: 科学出版社, 2012]
- 17 Zhang H, Liu J, Elsworth D. How sorption-induced matrix deformation affects gas flow in coal seams: A new FE model. *Int J Rock Mech Min*, 2008, 45: 1226–1236
- 18 Warren J E, Root P J. The behavior of naturally fractured reservoirs. *Soc Pet Eng J*, 1963, 3: 245–255
- 19 Zhang Y T. Rock Hydraulics and Engineering (in Chinese). Beijing: China Water Power Press, 2005 [张有天. 岩石水力学与工程. 北京: 中国水利水电出版社, 2005]
- 20 Xia Y, Jin Y, Chen M, et al. Hydrodynamic modeling of mud loss controlled by the coupling of discrete fracture and matrix. *J Petrol Sci Eng*, 2014, doi:10.1016/j.petrol.2014.07.026
- 21 Biryukov D, Kuchuk F J. Transient pressure behavior of reservoirs with discrete conductive faults and fractures. *Transp Porous Med*, 2012, 95: 239–268
- 22 Chen M, Jin Y, Zhang G Q. Rock Mechanics in Petroleum Engineering (in Chinese). Beijing: Science Press, 2008 [陈勉, 金衍, 张广清. 石油工程岩石力学. 北京: 科学出版社, 2008]
- 23 Cui X, Bustin R M. Volumetric strain associated with methane desorption and its impact on coalbed gas production from deep coal seams. *AAPG Bull*, 2005, 89: 181–202
- 24 Harpalani S, Schraufnagel A. Measurement of parameters impacting methane recovery from coal seams. *Int J Min Geol Eng*, 1990, 28: 369–384
- 25 Robertson E P, Christiansen R L. Modeling permeability in coal using sorption-induced strain data. In: SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Dallas, 2005
- 26 Bello R O, Wattenbarger R A. Multi-stage hydraulically fractured shale gas rate transient analysis. In: SPE North Africa Technical Conference and Exhibition, Cairo, 2010
- 27 Stalgorova E, Mattar L. Practical analytical model to simulate production of horizontal wells with branch fractures. In: SPE Canadian Unconventional Resources Conference, Calgary, 2012
- 28 Stalgorova E, Mattar L. Analytical model for history matching and forecasting production in multiframe composite systems. In: SPE Canadian Unconventional Resources Conference, Calgary, 2012
- 29 Brohi I, Mehran P D, Roberto A. Modeling fractured horizontal wells as dual porosity composite reservoirs—Application to tight gas, shale gas and tight oil cases. In: SPE Western North American Regional Meeting, Anchorage, 2011
- 30 Ozkan E, Raghavan R. New solutions for well-test-analysis problems: Part 1—Analytical considerations. *SPE Formation Evaluation*, 1991, 6: 359–368
- 31 Ozkan E, Raghavan R. New solutions for well-test-analysis Problems: Part 2—Computational considerations and applications. *SPE Formation Evaluation*, 1991, 6: 369–378
- 32 Ozkan E, Raghavan R. New solutions for well-test-analysis problems: Part 3—Additional algorithms. In: SPE Annual Tech Conf Exhibit, 1994, doi.org/10.2118/28424-MS
- 33 Guo J J, Zhang L H, Wang H T, et al. Pressure transient analysis for multi-stage fractured horizontal wells in shale gas reservoirs. *Transp Porous Med*, 2012, 93: 635–653

Gas flow in shale reservoirs

XIA Yang¹, JIN Yan¹, CHEN Mian¹ & CHEN KangPing^{1,2}

¹ State Key Laboratory of Petroleum Resources and Prospecting, China University of Petroleum, Beijing 102249, China;

² School for Engineering of Matter, Transport and Energy, Arizona State University, Tempe AZ 85287-6101, USA

This study incorporates various gas transport mechanisms in shale nanopores with nonlinear and non-equilibrium gas adsorption-desorption kinetics. We formulate a simplified model for matrix and hydraulic fractures to study the dynamic production performance of multi-stage fractured horizontal wells in shale gas reservoirs. The gas transport mechanisms include viscous flow, Knudsen diffusion of free gas, surface diffusion, and slippage of adsorbed gas while rock deformation is coupled in the flow equations. The sensitivity of the production rate to key physical parameters is examined through numerical simulation. Our results indicate that the viscous flow and Knudsen diffusion dominate the production of shale gas. The production rate was sensitive to the desorption rate while largely unaffected by the surface diffusion and slippage of the adsorbed gas, given that the transport process of adsorbed gas is a much slower process than the diffusion of free gas.

shale gas, flow mechanism, non-equilibrium desorption, numerical simulation

doi: 10.1360/N972014-01175