混合不确定性下机床主轴可靠性建模与分析

黄洪钟^{1*}, 刘征², 米金华¹, 李彦锋¹

1. 电子科技大学系统可靠性与安全性研究中心, 成都 611731;

2. 广州大学机械与电气工程学院, 广州 510006

*联系人, E-mail: hzhuang@uestc.edu.cn

收稿日期: 2016-12-16; 接受日期: 2016-02-07; 网络出版日期: 2017-06-23

国家科技重大专项(编号: 2014ZX04014-011)、中央高校基本科研业务费专项资金(编号: ZYGX2014Z010)和机械传动国家重点实验室开放基金(编号: SKLMT-KFKT-201601)资助项目

摘要 重型数控机床肩负着众多关系国民经济与国防安全的产品及关键零部件的加工制造, 其质量、性能和技术水平是衡量一个国家工业化水平和综合实力的重要标志. 与普通数控机床相比, 重型数控机床可靠性建模与分析具有系统结构复杂、样本少、试验数据不足、信息不全、可靠性数据类型多样、故障机理复杂等难点. 同时重型数控机床可靠性受到多种不确定性因素的影响, 针对重型数控机床不确定性分析难点, 本文以重型数控机床主轴为研究对象, 分析了影响其可靠性的各种不确定性因素, 建立了基于不精确概率理论的混合不确定性量化方法. 基于应力-强度干涉理论, 提出了针对机床零部件的不精确可靠性建模与分析的一般方法, 并以某型号重型数控落地铣镗床铣轴为例, 对铣轴的静强度和疲劳强度进行可靠性分析与计算. 通过与蒙特卡罗方法的对比, 验证了本文所提方法的有效性.

关键词 混合不确定性, 重型数控机床, 主轴, 不精确概率, 可靠性建模

PACS: 47.27.-i, 47.27.Eq, 47.27.Nz, 47.40.Ki, 47.85.Gj

1 引言

通过对某重型数控落地铣镗床售后维修数据进行分析, 机床机械结构及传动系统发生的故障占机床总故障的38%. 其中, 铣轴、镗轴的故障占机械结构及传动系统故障的40%, 其主要故障模式包括轴的磨损、变形、接触疲劳、振动、运动精度不达标等, 因此亟需对机床主轴进行可靠性建模与分析^[1]. 目前, 机床领域专家学者对主轴系统的研究侧重于主轴动态

特性分析、主轴组件机理及热补偿等性能方面^[2], 针对主轴系统可靠性的研究非常少, 因此, 在实际工程中如何对机床主轴系统进行可靠性建模与分析是目前亟待解决的问题.

机床主轴的可靠性建模与分析离不开不确定性量化, 影响机床主轴可靠性的因素不是单一的随机不确定性、模糊不确定性或未确知性, 而是随机不确定性、模糊不确定性、未确知性等多种不确定性的混合, 不能用传统概率论、模糊数学、区间分析、证据

引用格式: 黄洪钟, 刘征, 米金华, 等. 混合不确定性下机床主轴可靠性建模与分析. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2018, 48: 014603
Huang H Z, Liu Z, Mi J H, et al. Reliability modeling and analysis of heavy-duty CNC machine tool spindle under hybrid uncertainty (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2018, 48: 014603, doi: 10.1360/SSPMA2016-00522

理论等一种数学理论来处理^[3,4], 因此, 混合不确定性统一量化及以混合不确定性统一量化为基础的可靠性建模与分析方法是重型数控机床可靠性研究的一个重要课题.

作为传统概率论的推广, 不精确概率理论在混合不确定性量化方面具有较大优势, 因此, 本文拟引入不精确概率理论于可靠性建模与分析中, 提出不精确概率理论框架下的混合不确定性统一量化方法, 建立以不精确概率理论为数学基础的结构可靠性分析模型; 以某重型数控落地铣镗床铣轴为分析重点, 在研究其可靠性要求及主要失效模式的基础上, 建立不同失效模式下的不精确可靠性模型, 并将分析结果与现有方法进行对比.

2 机床主轴可靠性

机床主轴可靠性要求主要包括静强度、疲劳强度、刚度、振动稳定性及运动精度要求, 足够的静强度和疲劳强度是机床主轴承载能力的基本保证, 否则容易发生塑性变形或者断裂失效, 使其不能正常工作; 对于旋转精度要求较高或受力较大的轴, 足够的刚度可防止其产生过大弹性变形; 对于高速旋转的主轴, 需考虑振动稳定性, 以防发生共振; 运动精度要求从本质上讲是机床的一个性能指标, 当机床运动精度不达标时, 其不能生产出符合精度等级要求的零部件^[2].

某重型数控落地铣镗床主轴系统结构如图1所示. 该主轴系统主要由铣轴组件、镗轴组件及自动松拉刀机构三部分组成.

对于该重型数控落地铣镗床, 铣轴、镗轴均是其核心零部件, 铣轴在外齿轮带动下在滑枕内做回转运动, 镗轴通过导向键安装于铣轴内部; 铣轴的主要工作是对工件进行铣削加工, 镗轴的主要工作是对工件进行镗削加工^[5]. 下面以铣轴为例, 分析机床主轴的可靠性要求.

(1) 静强度可靠性

对于瞬时过载较大的机床主轴, 为了校核其对塑性变形的抵抗能力, 必须对其静强度进行分析. 当主轴同时承受弯矩和扭矩时, 主轴的静强度可靠性计算公式为^[6,7]

$$R_0 = \Pr\left(\sigma_s - \sqrt{\sigma_b^2 + 3\tau_t^2} > 0\right), \quad (1)$$

图1 某重型数控落地铣镗床主轴系统示意图. 1, 铣轴; 2, 轴套; 3, 镗轴; 4, 双列短圆柱滚子轴承I; 5, 双向推力角接触球轴承; 6, 滑枕; 7, 双列短圆柱滚子轴承II; 8, 齿轮; 9, 球轴承; 10, 镗轴头

Figure 1 Diagram of main spindle system of a heavy duty CNC floor-type milling and boring machine. 1, Milling spindle; 2, axle sleeve; 3, boring spindle; 4, double row cylindrical roller bearing I; 5, double-direction thrust angular contact ball bearing; 6, ram; 7, double row cylindrical roller bearing II; 8, gear; 9, ball bearing; 10, the head of boring spindle.

式中 σ_s 为铣轴的抗拉屈服极限; σ_b 和 τ_t 分别是铣轴承受的最大弯曲正应力和最大扭转切应力, 且 $\sigma_b = M/W$, $\tau_t = M_T/W_t$, M 和 M_T 分别为铣轴承受的弯矩和扭矩, W 和 W_t 分别为铣轴的抗弯截面系数和抗扭截面系数.

(2) 疲劳强度可靠性

机床主轴在工作过程中受到无限次交变载荷作用, 虽交变载荷低于其屈服极限, 但经过一定次数后, 主轴应力集中部位将萌生裂纹, 裂纹扩展至断裂^[8]. 因此, 须对机床主轴危险截面处疲劳强度进行可靠性分析, 机床主轴疲劳强度可靠度计算公式为

$$R_\sigma = \Pr\left(\sigma_{N_a-1} - S_{ca} > 0\right), \quad (2)$$

式中 σ_{N_a-1} 是材料在有限寿命 N_a 下的许用疲劳强度极限, S_{ca} 是计算弯曲应力, 且 σ_{N_a-1} 与主轴的尺寸系数 ϵ_σ 、表面质量系数 β 、有效应力集中系数 k_σ 等有关.

(3) 刚度可靠性

机床主轴在载荷作用下, 将产生弯曲或扭转变形, 过大的弯曲或扭转变形直接影响铣刀的加工精度, 同时影响齿轮的正确啮合, 造成载荷沿齿面分布不均, 增加齿轮磨损^[9]. 因此, 需对机床主轴刚度可靠性进行分析, 机床主轴刚度需满足以下条件^[7]:

$$y \leq y_0, \theta \leq [\theta], \varphi \leq [\varphi], \quad (3)$$

式中, y 是机床主轴挠度, y_0 是许用挠度; θ 是偏转角, $[\theta]$ 是许用偏转角; φ 是扭转角, $[\varphi]$ 是许用扭转角. y , θ 和 φ 均与机床主轴的材料参数、几何参数及受载情况有关. 机床主轴刚度可靠度计算式为

$$\begin{aligned} R_G &= \Pr(y \leq y_0, \theta \leq [\theta], \varphi \leq [\varphi]) \\ &= \Pr(y \leq y_0) \Pr(\theta \leq [\theta]) \Pr(\varphi \leq [\varphi]). \end{aligned} \quad (4)$$

(4) 振动稳定性

由于结构不对称、制造误差、材质不均匀、对中不良等因素影响, 机床主轴在高速运转过程中将产生离心力, 进而产生强迫振动. 当主轴强迫振动的频率接近或等于自振频率时, 主轴将发生共振. 此时, 主轴振幅将急剧增大, 转动极不稳定^[10]. 机床主轴振动稳定性的可靠度计算公式为

$$R_{\text{H}} = \Pr(|z| > 0) = \Pr(|\omega_m - f_n| > 0). \quad (5)$$

在传统结构可靠性建模与分析中, 一般假设结构的应力参数、强度参数、几何参数、运动参数等服从某一概率分布, 然后采集大量统计数据确定分布参数. 然而, 由于重型数控机床的特殊性, 在对其进行可靠性建模与分析时, 很难得到大量统计数据, 因此主轴的应力参数、强度参数、几何参数、运动参数等需分别采用不同类型的变量来表征^[11-14].

下面对机床主轴各参数的不确定性量化方式进行分析:

(1) 机床主轴的应力参数、强度参数一般采用随机变量来表征, 当参数的统计数据足够多时, 其概率分布及分布参数可精确确定; 当统计数据不足时, 其分布类型及概率分布参数不能精确确定, 此时可用P-Box变量来表征^[15,16].

(2) 机床主轴的加工不能保证其几何尺寸绝对精确, 只能保证该尺寸在规定误差范围内^[8], 因此, 与几何尺寸相关的设计参数需采用区间变量来表征. 主轴的疲劳强度修正系数与主轴的材料、结构、几何尺寸、加载次数等因素有关, 它不是一个确定值, 存在一定误差, 也用区间变量来表征.

(3) 机床主轴某些功能性失效没有精确界限, 例如精度降低、速度失调、振动等, 此时机床主轴失效是一个模糊事件, 可用模糊数来表征^[16-18].

(4) 当与参数直接相关的统计数据不足时, 专家意见、工程师经验等主观信息可作为可靠性数据的有益补充, 主观信息可用区间变量、模糊变量等非概率形式来表征.

综上所述, 机床主轴可靠性建模与分析不是单一不确定性量化问题, 不能单独用概率论、区间分析、

模糊数学、可能性理论等其中一种数学理论来处理, 机床主轴可靠性建模与分析面临的是混合不确定性量化问题.

3 混合不确定性下的不精确结构可靠性建模与分析方法

3.1 应力-强度干涉理论

对于机械零部件来讲, 应力是引起零部件失效的载荷, 强度是零部件抵抗失效的能力. 由于与应力、强度有关的某些变量具有不确定性, 应力和强度也具有分散特征. 应力-强度干涉理论通过研究应力分布和强度分布的干涉情况来确定机械零部件可靠度^[8,14,19]. 令 S, δ 分别表示应力和强度, 依据结构可靠性理论, 当 $S < \delta$ 时, 结构可靠; 当 $S > \delta$ 时, 结构失效; 当 $S = \delta$ 时, 结构达到极限状态. 在实际工程中, 应力和强度不是确定值, 而是由若干变量组成的多元函数, 即

$$S = \phi(S_1, S_2, \dots, S_n), \quad (6)$$

$$\delta = \phi(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_m), \quad (7)$$

式中, S_i 为影响应力的变量, 如结构的应力集中、载荷、工况、润滑等; δ_j 为影响结构强度的变量, 如零部件的表面质量、材料性能、结构尺寸等.

传统概率结构可靠性理论假设应力、强度为随机变量, 令 $f(S), f(\delta)$ 分别为应力和强度的概率密度函数, 由于 S 和 δ 是相同纲量, 则 $f(S), f(\delta)$ 可表示在同一坐标系下. 依据传统概率结构可靠性理论, 应力-强度干涉示意图如图2所示^[8].

在图2中, 当应力曲线和强度曲线相交时, 结构可能发生失效, 此时结构可靠度计算公式为

$$R = \Pr(S < \delta) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(S) \int_S^{+\infty} f(\delta) dS d\delta, \quad (8)$$

上式即为应力-强度干涉模型. 在传统概率结构可靠性分析中, 利用应力-强度干涉模型来计算结构可靠度的一般步骤为: 首先, 分析结构的主要失效模式; 其次, 确定结构主要失效模式下应力和强度服从的概率分布及其分布参数; 最后, 根据应力-强度干涉模型计算结构可靠度.

3.2 混合不确定性下的结构可靠性建模及计算

不精确结构可靠性建模是传统结构可靠性建模

图2 应力-强度干涉示意图

Figure 2 Diagram of stress-strength interference.

的推广, 仍然以应力-强度干涉理论为基础. 传统的应力-强度干涉理论需要已知应力、强度的精确概率分布, 适用于数据充足的情况. 当统计数据不足时, 参数的概率分布类型及参数不能确定, 此时, 可依据不精确概率理论, 建立不精确结构可靠性模型.

不精确结构可靠性模型描述如下:

假设 $g(\mathbf{X}, \bar{\mathbf{Y}}, \tilde{\mathbf{Z}}, \hat{\mathbf{K}})$ 为某一结构的极限状态函数, $\mathbf{X}, \bar{\mathbf{Y}}, \tilde{\mathbf{Z}}, \hat{\mathbf{K}}$ 均是应力、强度相关的设计变量, 且 $\mathbf{X}, \bar{\mathbf{Y}}, \tilde{\mathbf{Z}}, \hat{\mathbf{K}}$ 分别是随机变量、区间变量、模糊变量和P-Box变量. 依据应力-强度干涉理论, 当 $g(\mathbf{X}, \bar{\mathbf{Y}}, \tilde{\mathbf{Z}}, \hat{\mathbf{K}}) < 0$ 时, 结构失效; 当 $g(\mathbf{X}, \bar{\mathbf{Y}}, \tilde{\mathbf{Z}}, \hat{\mathbf{K}}) > 0$ 时, 结构可靠; 当 $g(\mathbf{X}, \bar{\mathbf{Y}}, \tilde{\mathbf{Z}}, \hat{\mathbf{K}}) = 0$ 时, 结构达到极限状态. 则结构可靠度和失效概率计算公式分别为

$$R = \Pr \{g(\mathbf{X}, \bar{\mathbf{Y}}, \tilde{\mathbf{Z}}, \hat{\mathbf{K}}) \geq 0\}, \quad (9)$$

$$F = \Pr \{g(\mathbf{X}, \bar{\mathbf{Y}}, \tilde{\mathbf{Z}}, \hat{\mathbf{K}}) < 0\}. \quad (10)$$

在不精确概率框架下, 该结构的可靠度和失效概率分别为

$$R = E \left(I_{[0, +\infty)} (g(\mathbf{X}, \bar{\mathbf{Y}}, \tilde{\mathbf{Z}}, \hat{\mathbf{K}})) \right), \quad (11)$$

$$F = E \left(I_{(-\infty, 0]} (g(\mathbf{X}, \bar{\mathbf{Y}}, \tilde{\mathbf{Z}}, \hat{\mathbf{K}})) \right), \quad (12)$$

式中, E 是数学期望运算符; $I_{[a_1, a_2]}(x)$ 为指示函数, 满足: 当 $x \in [a_1, a_2]$ 时, $I_{[a_1, a_2]}(x) = 1$; 其他, $I_{[a_1, a_2]}(x) = 0$. 与区间变量、模糊变量、P-Box变量有关的可靠性数据均可表示成上、下期望形式. 依据自然扩张, 则不精确结构可靠性模型为^[20,21]

$$\begin{aligned} \underline{F}(\bar{F}) &= \inf_P \left(\sup_P \right) \int_{(-\infty, 0]} \left(g(\mathbf{X}, \bar{\mathbf{Y}}, \tilde{\mathbf{Z}}, \hat{\mathbf{K}}) \right) \\ &\quad \times \rho(\hat{\mathbf{X}}) \rho(\bar{\mathbf{Y}}) \rho(\tilde{\mathbf{Z}}) \rho(\hat{\mathbf{K}}) d\mathbf{X} d\bar{\mathbf{Y}} d\tilde{\mathbf{Z}} d\hat{\mathbf{K}}, \\ \text{s.t.} \\ Y^L &\leq \bar{Y} \leq Y^U, \alpha \leq \int_{\Omega} I_A(\tilde{Z}_i) \rho(\tilde{Z}_i) d\tilde{Z}_i \leq 1, \\ \underline{\mu}_m &\leq \int_{\Omega} \tilde{K}_m \rho(\tilde{K}_m) d\tilde{K}_m \leq \bar{\mu}_m, \\ \underline{\mu}_m^2 + \underline{\sigma}_m^2 &= \int_{\Omega} \tilde{K}_m^2 \rho(\tilde{K}_m) d\tilde{K}_m \leq \bar{\mu}_m^2 + \bar{\sigma}_m^2, \end{aligned} \quad (13)$$

式中 P 是所有符合约束条件的概率密度函数 $\rho(\mathbf{X}), \rho(\bar{\mathbf{Y}}), \rho(\tilde{\mathbf{Z}}), \rho(\hat{\mathbf{K}})$ 的集合.

对于式(13)的求解, 目前没有效率和精度均非常高的计算方法. 通用生成函数法(Universal Generating Function, UGF)是传统结构可靠性分析中常用的一种方法, 该方法在一定程度上可简化计算. 基于通用生成函数, 混合不确定性下的结构失效概率可写成如下形式^[14,22]:

$$\begin{aligned} F &= E I_{(-\infty, 0]} (g(\mathbf{X}, \bar{\mathbf{Y}}, \tilde{\mathbf{Z}}, \hat{\mathbf{K}})) \\ &= \sum_{j=1}^k p_j \cdot I_{(-\infty, 0]} (g_j(\mathbf{X}, \bar{\mathbf{Y}}, \tilde{\mathbf{Z}}, \hat{\mathbf{K}})), \end{aligned} \quad (14)$$

式中 p_j 为概率质量函数 (Probability Mass Function, PMF).

式(14)在变量较少时计算较为简单, 当变量数目较多时, 计算量巨大, 因此, 本文在借鉴传统结构可靠性分析方法的基础上, 提出基于多变量函数降维和通用生成函数的计算方法^[12,14,22,23]. 该方法主要分四步: 首先, 对多变量功能函数进行降维, 得到功能函数的近似函数; 其次, 确定随机变量、区间变量、模糊变量和P-Box变量的PMF; 再次, 构建基于UGF的优化模型; 最后, 对优化模型进行求解. 具体求解过程如下:

(1) 对多变量功能函数进行降维

令 $\mu_X, \mu_{\bar{Y}}, \mu_{\tilde{Z}}, \mu_{\hat{K}}$ 分别表示随机变量、区间变量、模糊变量、P-Box变量的均值向量, 即 $\mu_X = (\mu_{X_1}, \dots, \mu_{X_n})$,

$\mu_{\bar{Y}} = (\mu_{\bar{Y}_{h+1}}, \dots, \mu_{\bar{Y}_{h+k}})$, $\mu_{\bar{Z}} = (\mu_{\bar{Z}_{h+k+1}}, \dots, \mu_{\bar{Z}_{h+k+m}})$, $\mu_{\bar{K}} = (\mu_{\bar{K}_{h+k+m+1}}, \dots, \mu_{\bar{K}_{h+k+m+n}})$, 依据文献[23], 降维后多变量功能函数近似为

$$\begin{aligned} g(X, \bar{Y}, \bar{Z}, \bar{K}) &\cong \hat{g}(X, \bar{Y}, \bar{Z}, \bar{K}) \\ &= g_1(X) + g_2(\bar{Y}) + g_3(\bar{Z}) + g_4(\bar{K}) \\ &= \sum_{i=1}^h g(X_i) + \sum_{i=h+1}^{h+k} g(\bar{Y}_i) + \sum_{i=h+k+1}^{h+k+m} g(\bar{Z}_i) + \sum_{i=h+k+m+1}^{h+k+m+n} g(\bar{K}_i) \\ &\quad - (h+k+m+n-1)g(\mu_X, \mu_{\bar{Y}}, \mu_{\bar{Z}}, \mu_{\bar{K}}) \\ &= \sum_{i=1}^h g(\mu_{X_1}, \dots, X_i, \dots, \mu_{X_h}, \mu_{\bar{Y}}, \mu_{\bar{Z}}, \mu_{\bar{K}}) \\ &\quad + \sum_{i=h+1}^{h+k} g(\mu_X, \mu_{\bar{Y}_{h+1}}, \dots, \bar{Y}_i, \dots, \mu_{\bar{Y}_{h+k}}, \mu_{\bar{Z}}, \mu_{\bar{K}}) \\ &\quad + \sum_{i=h+k+1}^{h+k+m} g(\mu_X, \mu_{\bar{Y}}, \mu_{\bar{Z}_{h+k+1}}, \dots, \bar{Z}_i, \dots, \mu_{\bar{Z}_{h+k+m}}, \mu_{\bar{K}}) \\ &\quad + \sum_{i=h+k+m+1}^{h+k+m+n} g(\mu_X, \mu_{\bar{Y}}, \mu_{\bar{Z}}, \mu_{\bar{K}_{h+k+m+1}}, \dots, \bar{K}_i, \dots, \mu_{\bar{K}_{h+k+m+n}}) \\ &\quad - (h+k+m+n-1)g(\mu_X, \mu_{\bar{Y}}, \mu_{\bar{Z}}, \mu_{\bar{K}}), \end{aligned} \quad (15)$$

式中

$$g_1(X) = \sum_{i=1}^h g(X_i) - (h+k+m+n-1)g(\mu_X, \mu_{\bar{Y}}, \mu_{\bar{Z}}, \mu_{\bar{K}}).$$

(2) 由于函数 $g_2(\bar{Y})$, $g_3(\bar{Z})$ 只含有区间变量, 则可通过优化模型确定其最小、最大值, 即

$$\begin{aligned} g_{2,3}^L(g_{2,3}^U) &= \min(\max)(g_2(\bar{Y}) + g_3(\bar{Z})), \\ \text{s.t.} \\ (\bar{Y}_{h+1})^l &\leq Y_{h+1} \leq (\bar{Y}_{h+1})^u, \dots, (\bar{Y}_{h+k})^l \leq Y_{h+k} \leq (\bar{Y}_{h+k})^u, \\ (\bar{Z}_{h+k+1})^l &\leq \bar{Z}_{h+k+1} \leq (\bar{Z}_{h+k+1})^u, \dots, \\ (\bar{Z}_{h+k+m})^l &\leq \bar{Z}_{h+k+m} \leq (\bar{Z}_{h+k+m})^u, \end{aligned} \quad (16)$$

依据式(15)和(16), 函数 $\hat{g}(X, \bar{Y}, \bar{Z}, \bar{K})$ 在区间变量上的最小、最大值分别为

$$\hat{g}^l = \hat{g}_{\min} = g_1(X) + g_4(\bar{K}) + g_{2,3}^l, \quad (17)$$

$$\hat{g}^u = \hat{g}_{\max} = g_1(X) + g_4(\bar{K}) + g_{2,3}^u. \quad (18)$$

(3) 确定 $g(X)$ 的概率质量函数

令 $Z=g(X)$, X 为随机变量, 则 Z 也为随机变量, 且 Z 的概率密度函数可由鞍点近似法[24-26]、最大熵法[27,28]

等来确定, 用最大熵法估计 Z 的概率密度函数的模型为

$$\begin{aligned} M_0(z) &= \max \int_{S_z} -p(z) \ln p(z) dz, \\ \text{s.t.} \end{aligned} \quad (19)$$

$$\int_{S_z} p(z) dz = 1, \int_{S_z} z^i p(z) dz = m_i, \quad i = 1, 2, \dots, k_0,$$

式中, $p(z)$ 为变量 Z 的概率密度函数, m_i 为 Z 的第 i 阶矩, S_z 为积分域. 根据拉格朗日(Lagrange)方法[26], $p(z)$ 表示为

$$p(z) = \exp \left(-\lambda_0 - \sum_{i=1}^{k_0} \lambda_i z^i \right), \quad (20)$$

m_i 的值可用仿真方法求解, 其计算模型为

$$m_i = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N [g(X_j)]^i, \quad i = 1, 2, 3, 4, \quad (21)$$

式中, N 为产生的样本量, $X_j = (X_1^j, X_2^j, \dots, X_h^j)$.

将随机变量 Z 的取值范围平均分成 s_i 个小区间, 如图3所示, 每个小区间所对应的均值和概率值分别为

$$\begin{aligned} \mu_{Z_i} &= \left(\frac{a_0 + a_1}{2}, \dots, \frac{a_{s_i-1} + a_{s_i}}{2} \right), \\ p_{Z_i} &= (p_i^1, p_i^2, \dots, p_i^{s_i}), p_i^j = \int_{a_{i-1}}^{a_i} p_i(z_i) dz_i. \end{aligned} \quad (22)$$

(4) 确定P-Box变量的概率质量函数

设P-Box变量 $\bar{K}$ 的概率密度函数为 $f_i(\bar{K}_i)$, 分布区间为 $[a_i, \bar{a}_i]$, 把 $[a_i, \bar{a}_i]$ 平均分成 t_i 个小区间, 表示为

$$[(a_i^1)^l, (a_i^1)^u], [(a_i^2)^l, (a_i^2)^u], \dots, [(a_i^{t_i})^l, (a_i^{t_i})^u]. \quad (23)$$

每个小区间所对应的均值和概率值分别为

$$\begin{aligned} \hat{a}^c &= (\hat{a}_i^{c1}, \dots, \hat{a}_i^{ct_i}), \\ \hat{p}_{\hat{a}} &= (\hat{p}_i^1, \dots, \hat{p}_i^{t_i}), (\hat{p}_i^j)^l \leq \hat{p}_i^j \leq (\hat{p}_i^j)^u, \end{aligned} \quad (24)$$

式中

$$(\hat{p}_i^j)^l = \min \int_{(a_i^j)^l}^{(a_i^j)^u} f_i(\bar{K}_i) d\bar{K}_i,$$

$$(\hat{p}_i^j)^u = \max \int_{(a_i^j)^l}^{(a_i^j)^u} f_i(\bar{K}_i) d\bar{K}_i.$$

综上, 可得系统最大、最小失效概率值的求解模型为

图3 随机变量Z的PDF

Figure 3 The PDF of random variable Z.

$$P_f^l(P_f^u) = \min(\max) \left\{ \sum_{j=1}^{K_m} p_j [(\mathbf{P})_g, (\mathbf{P})_{\bar{g}}] I(\tilde{g}_{\max}^j) \right\}, \quad (25)$$

s.t.

$$\begin{aligned} (\tilde{p}_i^j)^l &\leq \tilde{p}_i^j \leq (\tilde{p}_i^j)^u, \quad \tilde{p}_i^1 + \tilde{p}_i^2 + \cdots + \tilde{p}_i^{l_i} = 1, \\ i &= h+k+m+1, \dots, h+k+m+n, \quad j = 1, \dots, t_i. \end{aligned}$$

3.3 不同变量类型组合下的不精确结构可靠性模型及计算

在不精确结构可靠性建模中, 变量组合类型不同, 计算方法不同, 本节主要介绍以下几种不同变量组合类型的不精确可靠性模型.

(1) 模型I: 随机变量和区间变量两者混合

当结构可靠性模型中同时存在随机变量和区间变量时, 其变量可记为 $H = (X_1, \dots, X_h, \bar{Y}_{k+1}, \dots, \bar{Y}_{h+k})$, 其均值点可记为 $\bar{H} = (\mu_1, \dots, \mu_h, \mu_{\bar{Y}_{h+1}}, \dots, \mu_{\bar{Y}_{h+k}})$, 则结构的功能函数为

$$\begin{aligned} g(\mathbf{X}, \bar{\mathbf{Y}}) &\cong \hat{g}(\mathbf{X}, \bar{\mathbf{Y}}) = g_1(\mathbf{X}) + g_2(\bar{\mathbf{Y}}) \\ &= \left(\sum_{i=1}^h g(X_i) - (h+k-1)g(\mu_X, \mu_{\bar{Y}}) \right) \\ &\quad + \sum_{i=h+1}^{h+k} g(\bar{Y}_i), \end{aligned} \quad (26)$$

把区间变量 $\bar{\mathbf{Y}}$ 平均分成 r_i 个小区间, 表示为

$$[(\bar{Y}_i^1)^l, (\bar{Y}_i^1)^u], [(\bar{Y}_i^2)^l, (\bar{Y}_i^2)^u], \dots, [(\bar{Y}_i^{r_i})^l, (\bar{Y}_i^{r_i})^u], \quad (27)$$

每个小区间对应的均值和概率值分别为

$$\bar{\mathbf{Y}}^c = (\bar{Y}_i^{c1}, \bar{Y}_i^{c2}, \dots, \bar{Y}_i^{cr_i}), \quad \bar{p}_{\bar{\mathbf{Y}}} = (\bar{p}_i^1, \bar{p}_i^2, \dots, \bar{p}_i^{r_i}), \quad (28)$$

则求解结构最小、最大失效概率的计算模型为

$$F(\bar{F}) = \min(\max) \sum_{j=1}^{K_s} p_j [(\mathbf{P})_g, (\mathbf{P})_{\bar{g}}] \cdot I_{(-\infty, 0]}(\hat{g}(\mathbf{X}, \bar{\mathbf{Y}})), \quad (29)$$

s.t.

$$0 \leq \bar{p}_i^1, \bar{p}_i^2, \dots, \bar{p}_i^{r_i} \leq 1, \quad \bar{p}_i^1 + \bar{p}_i^2 + \cdots + \bar{p}_i^{r_i} = 1.$$

(2) 模型II: 随机变量和模糊变量两者混合

当结构可靠性模型中同时存在随机变量和模糊变量时, 其变量可记为 $H = (X_1, \dots, X_h, \tilde{Z}_{h+1}, \dots, \tilde{Z}_{h+m})$, 其均值点可记为 $\bar{H} = (\mu_1, \dots, \mu_h, \mu_{\tilde{Z}_{h+1}}, \dots, \mu_{\tilde{Z}_{h+m}})$, 则结构的功能函数为

$$\begin{aligned} g(\mathbf{X}, \tilde{\mathbf{Z}}) &\cong \hat{g}(\mathbf{X}, \tilde{\mathbf{Z}}) = g_1(\mathbf{X}) + g_3(\tilde{\mathbf{Z}}) \\ &= \left(\sum_{i=1}^h g(X_i) - (h+m-1)g(\mu_X, \mu_{\tilde{\mathbf{Z}}}) \right) \\ &\quad + \sum_{i=h+1}^{h+m} g(\tilde{Z}_i). \end{aligned} \quad (30)$$

计算模糊变量 $\tilde{\mathbf{Z}}$ 的水平截集 $\tilde{\mathbf{Z}}_\alpha$, 并把 $\tilde{\mathbf{Z}}_\alpha$ 平均分成 l_i 个小区间, 表示为

$$[(\tilde{Z}_{ai}^1)^l, (\tilde{Z}_{ai}^1)^u], [(\tilde{Z}_{ai}^2)^l, (\tilde{Z}_{ai}^2)^u], \dots, [(\tilde{Z}_{ai}^{l_i})^l, (\tilde{Z}_{ai}^{l_i})^u], \quad (31)$$

每个小区间所对应的均值和概率值分别为

$$\tilde{\mathbf{Z}}^c = (\tilde{Z}_{ai}^{c1}, \tilde{Z}_{ai}^{c2}, \dots, \tilde{Z}_{ai}^{cl_i}), \quad \tilde{p}_{\tilde{\mathbf{Z}}} = (\tilde{p}_i^1, \tilde{p}_i^2, \dots, \tilde{p}_i^{l_i}), \quad (32)$$

则结构最小、最大失效概率的计算模型为

$$F(\bar{F}) = \min(\max) \sum_{j=1}^{K_s} p_j [(\mathbf{P})_X, (\mathbf{P})_{\tilde{\mathbf{Z}}}] \cdot I_{(-\infty, 0]}(\hat{g}(\mathbf{X}, \tilde{\mathbf{Z}})), \quad (33)$$

s.t.

$$0 \leq \tilde{p}_i^1, \tilde{p}_i^2, \dots, \tilde{p}_i^{l_i} \leq 1, \quad \tilde{p}_i^1 + \tilde{p}_i^2 + \cdots + \tilde{p}_i^{l_i} = 1.$$

(3) 模型III: 随机变量、P-Box变量两者混合

当结构可靠性模型中同时存在随机变量和P-Box变量时, 其变量可记为 $H = (X_1, \dots, X_h, \bar{K}_{h+1}, \dots, \bar{K}_n)$, 其均值点可记为 $\bar{H} = (\mu_1, \dots, \mu_h, \mu_{\bar{K}_{h+1}}, \dots, \mu_{\bar{K}_{h+n}})$, 则结构的功能函数为

$$\begin{aligned} g(\mathbf{X}, \bar{\mathbf{K}}) &\cong \hat{g}(\mathbf{X}, \bar{\mathbf{K}}) = g_1(\mathbf{X}) + g_4(\bar{\mathbf{K}}) \\ &= \left(\sum_{i=1}^h g(X_i) - (h+n-1)g(\mu_X, \mu_{\bar{\mathbf{K}}}) \right) \\ &\quad + \sum_{i=h+1}^{h+n} g(\bar{K}_i). \end{aligned} \quad (34)$$

根据式(23)和(24), 可以确定P-Box变量的PMF, 则

结构最小、最大失效概率的计算模型为

$$P_f^l(P_f^u) = \min(\max) \left\{ \sum_{j=1}^{K_m} p_j [(\mathbf{P})_g, (\bar{\mathbf{P}})_{\bar{k}}] I(\hat{g}(\mathbf{X}, \bar{\mathbf{K}})) \right\},$$

s.t.

$$\left(\hat{p}_i^j \right)^l \leq \hat{p}_i^j \leq \left(\hat{p}_i^j \right)^u, \quad \hat{p}_i^1 + \hat{p}_i^2 + \cdots + \hat{p}_i^{t_i} = 1,$$

$$i = 1, \cdots, n, \quad j = 1, \cdots, t_i.$$
(35)

(4) 模型IV: 随机变量、区间变量、P-Box变量三者混合.

当结构可靠性模型中同时存在随机变量、区间变量和P-Box变量时, 其变量可记为 $H = (X_1, \cdots, X_h, \bar{Y}_{k+1}, \cdots, \bar{Y}_{h+k}, \hat{K}_{h+1}, \cdots, \hat{K}_n)$, 其均值点可记为 $\bar{H} = (\mu_1, \cdots, \mu_h, \mu_{\bar{Y}_{k+1}}, \cdots, \mu_{\bar{Y}_{h+k}}, \mu_{\hat{K}_{h+1}}, \cdots, \mu_{\hat{K}_{h+n}})$, 则该结构的功能函数可近似为

$$g(\mathbf{X}, \bar{\mathbf{Y}}, \hat{\mathbf{K}}) \cong \hat{g}(\mathbf{X}, \bar{\mathbf{Y}}, \hat{\mathbf{K}})$$

$$= \left(\sum_{i=1}^h g(X_i) - (h+n-1)g(\mu_{\bar{X}}, \mu_{\bar{Y}}, \mu_{\hat{K}}) \right)$$

$$+ \sum_{i=h+1}^{h+m} g(\bar{Y}_i) + \sum_{i=h+m+1}^{h+m+n} g(\hat{K}_i).$$
(36)

依据式(23), (24), (27)和(28)可分别计算P-Box变量和区间变量的PMF, 则结构最小、最大失效概率的计算模型为

$$P_f^l(P_f^u) = \min(\max) \left\{ \sum_{j=1}^{K_m} p_j [(\mathbf{P})_g, (\bar{\mathbf{P}})_{\bar{r}}, (\hat{\mathbf{P}})_{\hat{k}}] I(\hat{g}(\mathbf{X}, \bar{\mathbf{Y}}, \hat{\mathbf{K}})) \right\},$$

s.t.

$$0 \leq \bar{p}_i^1, \bar{p}_i^2, \cdots, \bar{p}_i^{r_i} \leq 1,$$

$$\bar{p}_i^1 + \bar{p}_i^2 + \cdots + \bar{p}_i^{r_i} = 1,$$

$$i = 1, \cdots, h, \quad j = 1, \cdots, r_i,$$

$$\left(\hat{p}_i^j \right)^l \leq \hat{p}_i^j \leq \left(\hat{p}_i^j \right)^u,$$

$$\hat{p}_i^1 + \hat{p}_i^2 + \cdots + \hat{p}_i^{t_i} = 1,$$

$$i = 1, \cdots, n, \quad j = 1, \cdots, t_i.$$
(37)

4 重型数控机床铣轴不精确可靠性建模与分析

4.1 铣轴的静强度不精确可靠性建模与分析

本节以某重型数控落地铣镗床铣轴为例, 针对不

精确结构可靠性模型的工程应用展开研究, 该研究可为机床其他零部件的可靠性建模与分析提供方法参考.

某重型数控落地铣镗床铣轴的三维实体模型如图4所示. 机床工作时, 电机通过齿轮传动机构传递力或力矩来驱动铣轴转动, 则铣轴在外齿轮处受到啮合力作用; 同时, 铣轴承受的切削力或力矩由铣刀传递给铣轴. 铣轴最大外径与最小外径相差很少, 因此可将该铣轴简化成空心轴, 其外内径比 $\varepsilon=0.5893$. 在弯扭组合作用下, 铣轴的受力简图如图5所示.

图5中, F_c 为外加载荷(kN); M_1 和 M_2 为危险截面上的弯矩(kN m); F_r 为径向力, F_t 为圆周力; a , b 和 c 分别为铣轴的尺寸(m).

该铣轴的静强度失效计算公式为

$$F_0 = \Pr \left\{ g_0(\sigma_s, M_H, M_V, M_T, W) = \sigma_s \right.$$

$$\left. - \sqrt{\frac{M_H^2 + M_V^2 + 0.75M_T^2}{W}} < 0 \right\},$$
(38)

式中, σ_s 为材料抗拉屈服极限(MPa); M_H 和 M_V 分别为水平面和垂直面上的弯矩(kN m); M_T 为铣轴受到的扭矩(kN m); W 为抗弯截面系数(m³). 以上参数变量的相关信息如表1中所示.

这里采用模型IV的方法来求解, 求解过程如下:

(1) 将区间变量 W 划分成2个小区间, 得到 W 的PMF为

图4 某重型数控落地铣镗床铣轴

Figure 4 The milling spindle of a heavy duty CNC floor-type milling and boring machine.

图5 铣轴受力分析图

Figure 5 The stress diagram of milling spindle.

表1 静强度变量的相关信息^{a)}

Table 1 Information of static strength variables

变量	参数1	参数2	分布类型
σ_s	1080	25	normal
M_T	2.05	0.01	normal
M_H	[0.45, 0.5]	0.01	P-Box
M_V	[0.4, 0.42]	0.01	P-Box
W	0.0021	0.0023	interval

a) 对于随机变量, 参数1为均值, 参数2为方差; 对于P-Box变量, 参数1为均值区间, 参数2为方差区间, 本文仅讨论均值区间; 对于区间变量, 参数1为区间下界, 参数2为区间上界

$$\begin{cases} \overline{W} = (0.00215, 0.00225), \\ p_W = (p_W^1, p_W^2), \quad 0 \leq p_W^1, p_W^2 \leq 1, p_W^1 + p_W^2 = 1. \end{cases} \quad (39)$$

(2) 将P-Box变量 M_H 的分布区间划分成7个小区间, 得到 M_H 的PMF为

$$\begin{cases} \overline{M}_H = (0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8), \\ p_{M_H} = (p_{M_H}^1, p_{M_H}^2, \dots, p_{M_H}^7), \\ p_{M_H}^1 + p_{M_H}^2 + \dots + p_{M_H}^7 = 1, \\ p_{M_H}^j \in \left([0.0060, 0.0214], [0.0606, 0.1359], [0.2417, 0.3413], [0.3413, 0.3829] \right) \\ \left[0.1359, 0.2417 \right], [0.0214, 0.0606], [0.0013, 0.0060] \end{cases} \quad (40)$$

(3) 将P-Box变量 M_V 的分布区间划分成5个小区间, 得到 M_V 的PMF为

$$\begin{cases} \overline{M}_V = (0.162, 0.286, 0.410, 0.534, 0.658), \\ p_{M_V} = (p_{M_V}^1, p_{M_V}^2, \dots, p_{M_V}^5), \\ p_{M_V}^1 + p_{M_V}^2 + \dots + p_{M_V}^5 = 1, \\ p_{M_V}^j \in ([0.0243, 0.0379], [0.2108, 0.2623], [0.4627, 0.4647], [0.2108, 0.2623], [0.0243, 0.0379]). \end{cases} \quad (41)$$

(4) 建立优化模型

$$\begin{aligned} P_f^l(P_f^u) = \min(\max) & \left(p_{\sigma_s}^5 \cdot p_{M_T}^6 \cdot p_W^1 \cdot p_{M_H}^7 \cdot (p_{M_V}^4 + p_{M_V}^5) + p_{\sigma_s}^6 \cdot p_{M_T}^6 \cdot p_W^2 \cdot p_{M_H}^7 \cdot p_{M_V}^5 \right. \\ & \left. + p_{\sigma_s}^5 \cdot p_{M_T}^5 \cdot p_W^1 \cdot p_{M_H}^6 \cdot (p_{M_V}^3 + p_{M_V}^4 + p_{M_V}^5) \right), \\ \text{s.t.} \quad & 0 \leq p_W^1, p_W^2 \leq 1, 0 \leq p_{M_H}^1, p_{M_H}^2, \dots, p_{M_H}^7 \leq 1, 0 \leq p_{M_V}^1, p_{M_V}^2, \dots, p_{M_V}^5 \leq 1, \\ & p_W^1 + p_W^2 = 1, p_{M_H}^1 + p_{M_H}^2 + \dots + p_{M_H}^7 = 1, p_{M_V}^1 + p_{M_V}^2 + \dots + p_{M_V}^5 = 1, \\ & p_{M_H}^j \in \left([0.0060, 0.0214], [0.0606, 0.1359], [0.2417, 0.3413], [0.3413, 0.3829] \right) \\ & [0.1359, 0.2417], [0.0214, 0.0606], [0.0013, 0.0060] \\ & p_{M_V}^j \in ([0.0243, 0.0379], [0.2108, 0.2623], [0.4627, 0.4647], [0.2108, 0.2623], [0.0243, 0.0379]), \end{aligned} \quad (42)$$

求解得: $P_f^l=0.3159 \times 10^{-4}$, $P_f^u=0.0482$.

本文所提方法与蒙特卡罗(Monte Carlo, MC)方法

计算所得的结果如表2所示. 本文所提方法和蒙特卡罗方法对比结果相差不大, 但计算效率远高于MC方

表 2 不同方法计算得到的静强度失效概率**Table 2** Static strength failure probabilities calculated by different methods

参数	本文所提方法	MC方法
P_f^l	0.3159×10^{-4}	0.2307×10^{-4}
P_f^u	0.0482	0.05509
极限方程计算量级	70	10^9

法,且区间变量和P-Box变量区间划分越是精细,计算精度越高.

4.2 铣轴的疲劳强度不精确可靠性建模与分析

根据第三强度理论,铣轴的疲劳强度失效概率计算公式为

$$F_\sigma = \Pr \left\{ \frac{\sigma_{-1}}{K_n} - \frac{[M_H^2 + M_V^2 + (\alpha M_T)^2]^{\frac{1}{2}}}{W} < 0 \right\}, \quad (43)$$

式中, σ_{-1} 为标准光滑试件的疲劳强度, K_n 是综合修正系数,且 K_n 与铣轴的表面质量、尺寸、有效应力有关^[29], α 为根据扭矩所产生的应力性质而定的应力校正系数. 以上参数变量的相关信息如表3所示.

这里仍然是随机变量、区间变量和P-Box变量的混合,同理,可采用模型IV求解. 本文4.1节已经求出参数 M_H , M_V , M_T , W 的概率质量函数,本节不再重复,则疲劳强度失效概率的求解过程如下:

(1) 对 $g_2(\sigma_{-1}, K_n, M_H, M_V, M_T, \alpha, W)$ 降维得

$$g_\sigma = g(\sigma_{-1}, M_T) + g(M_H, M_V) + g(K_n, \alpha, W) - 403.07144 \\ = g(\sigma_{-1}, M_T) + g(M_H, M_V) + g(K_n, \alpha, W). \quad (44)$$

(2) 令 $z = g(\sigma_{-1}, M_T)$, 基于最大熵方法,得到 z 的概率密度函数如图6所示.

根据式(22),得到 z 的PMF为

表 3 疲劳强度变量的相关信息**Table 3** Information of fatigue strength variables

变量	参数1	参数2	分布类型
σ_{-1}	1080	25	normal
M_T	2.05	0.01	normal
M_H	[0.45, 0.5]	0.01	P-Box
M_V	[0.4, 0.42]	0.01	P-Box
W	0.0021	0.0023	interval
α	0.5	0.6	interval
K_n	0.15	0.2	interval

图 6 随机变量 z 的PDF**Figure 6** The PDF of random variable z .

$$\begin{cases} \bar{z} = (859.5, 864.5, 869.5, 874.5, 879.5, 884.5), \\ p_z = (0.0175, 0.1195, 0.3251, 0.3539, \\ \quad 0.1543, 0.0268). \end{cases} \quad (45)$$

(3) 建立优化模型

$$\begin{aligned} P_f^l &= \min \left(0.0175 \cdot p_{M_H}^7 \cdot (p_{M_V}^4 + p_{M_V}^5) + 0.0175 \cdot p_{M_H}^6 \cdot p_{M_V}^5 + 0.1195 \cdot (p_{M_H}^6 + p_{M_H}^7) \cdot p_{M_V}^5 \right), \\ \text{s.t. } & 0 \leq p_{M_H}^1, \dots, p_{M_H}^7 \leq 1, 0 \leq p_{M_V}^1, \dots, p_{M_V}^5 \leq 1, p_{M_H}^1 + \dots + p_{M_H}^7 = 1, p_{M_V}^1 + \dots + p_{M_V}^5 = 1, \\ p_{M_H}^j &\in \left[[0.0060, 0.0214], [0.0606, 0.1359], [0.2417, 0.3413], [0.3413, 0.3829], \right. \\ &\quad \left. [0.1359, 0.2417], [0.0214, 0.0606], [0.0013, 0.0060] \right], \\ p_{M_V}^j &\in ([0.0243, 0.0379], [0.2108, 0.2623], [0.4627, 0.4647], [0.2108, 0.2623], [0.0243, 0.0379]), \end{aligned} \quad (46)$$

$$\begin{aligned}
 P_f^u = \min & \left[\begin{aligned} & 0.0175 \cdot \left(p_{M_H}^5 \cdot p_{M_V}^5 + p_{M_H}^6 \cdot \left(p_{M_V}^4 + p_{M_V}^5 \right) + p_{M_H}^7 \cdot \left(p_{M_V}^2 + p_{M_V}^3 + p_{M_V}^4 + p_{M_V}^5 \right) \right) + \\ & 0.7985 \cdot \left(p_{M_H}^5 \cdot p_{M_V}^5 + p_{M_H}^6 \cdot \left(p_{M_V}^4 + p_{M_V}^5 \right) + p_{M_H}^7 \cdot \left(p_{M_V}^3 + p_{M_V}^4 + p_{M_V}^5 \right) \right) + \\ & 0.1543 \cdot \left(p_{M_H}^6 \cdot p_{M_V}^5 + p_{M_H}^7 \cdot \left(p_{M_V}^4 + p_{M_V}^5 \right) \right) + 0.0268 \cdot \left(p_{M_H}^7 \cdot \left(p_{M_V}^4 + p_{M_V}^5 \right) \right) \end{aligned} \right], \\
 \text{s.t. } & 0 \leq p_{M_H}^1, \dots, p_{M_H}^7 \leq 1, 0 \leq p_{M_V}^1, \dots, p_{M_V}^5 \leq 1, p_{M_H}^1 + \dots + p_{M_H}^7 = 1, p_{M_V}^1 + \dots + p_{M_V}^5 = 1, \\
 p_{M_H}^j & \in \left[\begin{aligned} & [0.0060, 0.0214], [0.0606, 0.1359], [0.2417, 0.3413], [0.3413, 0.3829], \\ & [0.1359, 0.2417], [0.0214, 0.0606], [0.0013, 0.0060] \end{aligned} \right], \\
 p_{M_V}^j & \in ([0.0243, 0.0379], [0.2108, 0.2623], [0.4627, 0.4647], [0.2108, 0.2623], [0.0243, 0.0379]).
 \end{aligned} \tag{47}$$

求解得: $P_f^l=0.80999 \times 10^{-4}$, $P_f^u=0.077$. 本文所提方法与蒙特卡罗方法计算所得的结果如表4所示, 对比结果相差不大, 但计算效率远高于MC方法, 且区间变量和P-Box变量区间划分越是精细, 计算精度越高.

5 结论

本文研究了影响重型数控机床可靠性的混合不确定性因素, 分析了现有不确定性量化方法在解决重型数控机床不确定性问题时的局限性及不精确概率理论的适用性, 进而构建了基于不精确概率理论的混合不确定性统一量化框架; 基于应力-强度干涉理论,

表 4 不同方法计算得到的疲劳强度失效概率

Table 4 The fatigue strength failure probabilities calculated by different methods

参数	本文所提方法	MC方法
P_f^l	0.80999×10^{-4}	1.013597×10^{-4}
P_f^u	0.077	0.1013
极限方程计算量级	280	10^{15}

建立了以不精确概率理论为量化工具的不精确结构可靠性模型; 以铣轴为例, 分别建立了铣轴的静强度和疲劳强度不精确可靠性模型; 通过与MC方法的对比, 验证了本文所提方法的有效性.

致谢 向评审人和北京航空航天大学邱志平和王晓军教授、湖南大学姜潮教授表示谢意.

参考文献

- Huang H Z, Liu Z, Peng W W, et al. Study on reliability evaluation index system of NC machine tools (in Chinese). *Manuf Tech Mach Tool*, 2015, 7: 71–77 [黄洪钟, 刘征, 彭卫文, 等. 数控机床可靠性评价体系探究. *制造技术与机床*, 2015, 7: 71–77]
- Sun Z L, Leng X J, Wei Y G, et al. *Mechanical Design* (in Chinese). Shenyang: Northeastern University Press, 2006 [孙志礼, 冷兴聚, 魏延刚, 等. *机械设计*. 沈阳: 东北大学出版社, 2006]
- Utkin L V, Coolen F P A. Imprecise reliability: An introductory overview. In: *Computational Intelligence in Reliability Engineering*. Berlin: Springer, 2007. 261–306
- Wang C, Qiu Z. Hybrid uncertain analysis for temperature field prediction with random, fuzzy and interval parameters. *Int J Thermal Sci*, 2015, 98: 124–134
- Zhang L. The Study of Heavy CNC Machine Tools Reliability Assessment Method Based on Bayes Theory (in Chinese). Dissertation for Master Degree. Qinhuangdao: Yanshan University, 2013 [张雷. 基于Bayes理论的重型数控机床可靠性评定方法研究. 硕士学位论文. 秦皇岛: 燕山大学, 2013]
- Yu T X, Zhang X S, Zhang Z M. Reliability design computing for the multi-failure mode related shafts (in Chinese). *Mach Des Res*, 2002, 18: 35–38 [喻天翔, 张选生, 张祖明. 轴的多失效模式相关的可靠性研究. *机械设计与制造*, 2002, 18: 35–38]
- Song B C, Bian X W. *Engineering Mechanics* (in Chinese). Beijing: National Defense Industry Press, 2010 [宋本超, 卞西文. *工程力学*. 北京: 国防工业出版社, 2010]

- 8 Li S M. Mechanical Fatigue and Reliability Design (in Chinese). Beijing: Science Press, 2007 [李舜酩. 机械疲劳与可靠性设计. 北京: 科学出版社, 2007]
- 9 Yang Z. Research on Dynamic Analysis of the Ram System of TK6920 CNC Milling and Boring Machine (in Chinese). Dissertation for Master Degree. Wuhan: Hubei University of Technology, 2013 [杨哲. TK6920数控铣镗床滑枕动力学分析研究. 硕士学位论文. 武汉: 湖北工业大学, 2013]
- 10 Shi J Y, Yang Y, Sun Q, et al. Reliability design of vibrating machinery part (in Chinese). J Vib Eng, 1999, 12: 553–558 [史进渊, 杨宇, 孙庆, 等. 机械零件振动的可靠性设计. 振动工程学报, 1999, 12: 553–558]
- 11 Qiao X Z. On Reliability Analysis and Optimization of Uncertain Structures (in Chinese). Dissertation for Doctoral Degree. Xi'an: Xidian University, 2008 [乔心州. 不确定结构可靠性分析与优化设计研究. 博士学位论文. 西安: 西安电子科技大学, 2008]
- 12 Jiang C. Theories and Algorithms of Uncertain Optimization Based on Interval (in Chinese). Dissertation for Doctoral Degree. Changsha: Hunan University, 2008 [姜潮. 基于区间的不确定性优化理论与算法. 博士学位论文. 长沙: 湖南大学, 2008]
- 13 Wei Z P. Research on Mechanical Non-Probabilistic Reliability Analysis and Reliability Optimization Design (in Chinese). Dissertation for Master Degree. Xi'an: Xidian University, 2006 [魏宗平. 机械非概率可靠性分析与可靠性优化设计研究. 硕士学位论文. 西安: 西安电子科技大学, 2006]
- 14 Xiao N C. Structural Reliability Methods Under Aleatory and Epistemic Uncertainties (in Chinese). Dissertation for Doctoral Degree. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2012 [肖宁聪. 随机和认知不确定性下的结构可靠性方法研究. 博士学位论文. 成都: 电子科技大学, 2012]
- 15 Walley P. Statistical Reasoning with Imprecise Probabilities. London: Chapman and Hall, 1991
- 16 Mi J H, Li Y F, Li H Q, et al. Fault tree analysis for CNC hydraulic system based on fuzzy theory (in Chinese). Manuf Tech Mach Tool, 2011, 4: 114–119 [米金华, 李彦锋, 李海庆, 等. 基于模糊理论的数控机床液压系统故障树分析. 制造技术与机床, 2011, 4: 114–119]
- 17 Xu K J, Jiang L P, Sui Y S. Applying fuzzy method to assessment vibration reliability of structural components (in Chinese). J Mech Strength, 2003, 25: 523–526 [徐可君, 江龙平, 隋育松. 应用模糊方法计算构件可靠性. 机械强度, 2003, 25: 523–526]
- 18 Li Y F. New Methods of Dynamic Fault Tree Analysis of Complex System and Its Application (in Chinese). Dissertation for Doctoral Degree. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2013 [李彦锋. 复杂系统动态故障树分析的新方法及其应用研究. 博士学位论文. 成都: 电子科技大学, 2013]
- 19 Zhu S P. Research on Hybrid Probabilistic Physics of Failure Modeling and Fatigue Life Estimation of High-Temperature Structures (in Chinese). Dissertation for Doctoral Degree. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2011 [朱顺鹏. 高温复杂结构的混合概率故障物理建模与疲劳寿命预测. 博士学位论文. 成都: 电子科技大学, 2011]
- 20 Utkin L V, Kozine I O. Stress-strength reliability models under incomplete information. Int J General Syst, 2002, 31: 549–568
- 21 Utkin L V, Kozine I. On new cautious structural reliability models in the framework of imprecise probabilities. Struct Safety, 2010, 32: 411–416
- 22 An Z W. Research on Discrete Stress-Strength Interference Models Based on Universal Generating Function (in Chinese). Dissertation for Doctoral Degree. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2009 [安宗文. 基于通用生成函数的离散化应力-强度干涉模型研究. 博士学位论文. 成都: 电子科技大学, 2009]
- 23 Rahman S, Xu H. A univariate dimension-reduction method for multi-dimensional integration in stochastic mechanics. Probab Eng Mech, 2004, 19: 393–408
- 24 Naess A, Leira B J, Batsevych O. System reliability analysis by enhanced Monte Carlo simulation. Struct Safety, 2009, 31: 349–355
- 25 Vu K A T, Stewart M G. Structural reliability of concrete bridges including improved chloride-induced corrosion models. Struct Safety, 2000, 22: 313–333
- 26 Szerszen M M, Nowak A S, Laman J A. Fatigue reliability of steel bridges. J Constr Steel Res, 1999, 52: 83–92
- 27 Wu X, Perloff J M. GMM estimation of a maximum entropy distribution with interval data. J Econom, 2007, 138: 532–546
- 28 Wu X. Calculation of maximum entropy densities with application to income distribution. J Econom, 2003, 115: 347–354
- 29 Peng W W. Research on Reliability Assessment of High-Speed Five Axis Beam Shifting Gantry Machining Center (in Chinese). Dissertation for Master Degree. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2012 [彭卫文. 高速五坐标横梁移动龙门加工中心可靠性评估技术研究. 硕士学位论文. 成都: 电子科技大学, 2012]

Reliability modeling and analysis of heavy-duty CNC machine tool spindle under hybrid uncertainty

HUANG HongZhong^{1*}, LIU Zheng², MI JinHua¹ & LI YanFeng¹

¹ Center for System Reliability and Safety, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 611731, China;

² School of Mechanical and Electric Engineering, Guangzhou University, Guangzhou 510006, China

Heavy-duty CNC machine tools have been used to process and manufacture the products and the key components with concerns the national economy and defense security, and the quantity of heavy-duty CNC machine tools measures the industrialization level and the comprehensive strength of a country. Compared with the general machine tools, heavy-duty CNC machine tools have a more complex system structure, smaller size sample, less experimental data, incomplete information, more complex failure mechanism and other characteristics. The heavy-duty CNC machine tools as well as its sub-systems are often influenced by hybrid uncertainty and the correlated failures of different components. Therefore, the existing reliability technologies cannot be applied directly, thus new reliability technologies for specific to heavy-duty CNC machine tools are needed. Aiming at the problems analyzed above, this paper focus on the reliability modeling and analysis of heavy-duty CNC machine tool spindle under hybrid uncertainty. Firstly, this paper analyzed various uncertainty factors influencing the reliability of the heavy-duty CNC machine tool spindle and the limitations of the existing uncertainty quantification methods, constructed a unified framework for hybrid uncertainty quantification based on the imprecise probability theory. Secondly, based on the uncertainty quantification framework and stress-strength interference theory, this paper proposed an imprecise structural reliability analysis and modeling method for mechanical components. Finally, the models proposed in this paper were verified through the imprecise structural reliability analysis of a certain type of milling spindle, the imprecise structural reliability models under different failure modes are proposed. And the results are compared with the results calculated by Monte Carlo method. It has shown that the proposed method has a higher computational efficiency.

hybrid uncertainties, heavy-duty CNC machine tool, spindle system, imprecise probability, reliability modelling

PACS: 47.27.-i, 47.27.Eq, 47.27.Nz, 47.40.Ki, 47.85.Gj

doi: [10.1360/SSPMA2016-00522](https://doi.org/10.1360/SSPMA2016-00522)