论 文

基于结构 — 纹理字典学习和全变差投影正则的多区域图像分割方法

李亚峰

宝鸡文理学院计算机学院, 宝鸡 721016

E-mail: liyafeng770729@126.com

收稿日期: 2014-06-16; 接受日期: 2014-10-27; 网络出版日期: 2015-03-11

国家自然科学基金 (批准号: 61379030)、陕西省教育厅专项科研计划项目基金 (批准号: 14JK1048) 和宝鸡文理学院院级科研重点项目 (批准号: ZK12055) 资助

摘要 针对图像结构和纹理成分并存现象, 提出一种基于结构 — 纹理字典学习的多区域图像分割模型. 该模型使用全变差投影正则保持分割区域的边缘几何结构. 根据全变差投影正则参数的几何意义, 给出一种自适应参数选择方法. 提出的方法可以并发完成图像分割、图像分解和图像去噪多项图像处理任务. 实验结果验证了该方法的有效性.

关键词 图像分割 图像分解 图像去噪 字典学习 变分模型 稀疏表示

1 引言

图像分割是图像处理领域的热点问题之一, 是将给定的图像划分成两个或多个各具意义且互不重叠区域的过程, 分割的目标是获取具有一定意义的图像区域及其边缘位置. 近 20 年来, 众多的分割方法中, 基于变分模型的分割方法是较成功的方法之一. 图像分割变分模型可以分为基于边缘的模型和基于区域的模型. 基于边缘的模型是通过演化一条曲线来确定目标的边界, 主要包括蛇模型 (活动轮廓模型) [1]、测地活动轮廓模型 [2] 等, 不足之处是求解过程容易陷入局部极小解, 并且初始化敏感 [3]. 基于区域的模型是将图像区域划分成若干子区域, 每个子区域内部的点具有相似的特征 (如相似的灰度、边界、颜色或纹理等), 主要包括 Mumford-Shah 模型 [4]、区域竞争模型 [3]、局部二值拟合 (local binary fitting, LBF) 模型 [5] 等. 基于区域的方法克服了基于边界方法的缺点, 因此越来越多的研究者关注基于区域或同时考虑区域与边界的分割方法 [6, 7]. 另一方面, 根据分割区域的不同表示形式, 图像分割方法又可分为硬分割和软分割. 硬分割的典型例子是水平集方法 [8, 9] 和正弦势函数法 [10], 硬分割的优点是可以避免不同区域的相互重叠, 缺点是分割算法的迭代次数多、收敛速度慢以及初始化敏感等问题. 软分割也称为模糊分割, 例如: 使用模糊隶属度函数 (可以相互重叠) 来表示分割区域 [3, 11]. 由于模糊隶属度函数的灵活可变性 [12, 13], 软分割比硬分割有更快的处理速度和更好的分割效果 [14, 15]. 近年来, 多区域软分割技术引起了众多学者的关注, 并得到了较快的发展 [16]. 本文将给出一种新的多区域软分割方法.

由于图像的复杂性和多样性, 特别是图像结构成分和纹理成分并存现象, 使图像同质区域的灰度信息不均匀和弱边界问题更加突出, 增加了图像分割的难度. 对于自然图像而言, 通常包含图像的结构

引用格式: 李亚峰. 基于结构 — 纹理字典学习和全变差投影正则的多区域图像分割方法. 中国科学: 信息科学, 2015, 45: 903–917, doi: 10.1360/N112014-00170

成分和纹理成分. 研究者们常采用统计方法或图像特征域刻画方法, 例如小波系数^[17]、曲率^[18]、结构张量^[19]、局部二值模式^[20], 根据统计量或新的描述子融合不同的特征, 通过提取特定的特征量, 然后基于特征量空间 (在很多方法中, 这些特征量仍需要进一步选择, 去除影响分割结果的特征分量), 进行图像分割. 目前大部分方法在分割过程中, 图像的特征提取与图像分割方法是独立的、无关的 (或较少相关的). 本文的思想是将特征提取与图像分割统一起来, 即在提取图像结构特征的同时, 优化分割能量泛函, 使得提取的结构特征更有利于图像分割. 为了保持分割区域的边缘, 提出基于全变差 (total variation, TV) 投影正则化的图像分割方法, 利用 TV 投影的几何意义, 给出一种自适应正则化参数选择方法, 该方法解决了其他正则化方法中正则参数难以选择的问题^[13,14]. 考虑到图像结构和纹理成分并存现象, 本文结合 TV 投影正则化和结构 — 纹理字典学习方法, 在模糊区域竞争框架下给出一种新的多区域图像分割方法.

2 相关工作

2.1 图像分割的模糊区域竞争变分模型和存在的问题

图像分割问题可以描述为 $f(x) : \Omega \rightarrow R^+ \cup \{0\}$, 其中, $\Omega \subset R^2$ 是有界开集, 图像分割的目标是将 Ω 划分成 N 个子区域 $\Omega_{i=1:N}, N \geq 2$ 且各个子区域满足: $\Omega_i \cap \Omega_j = \emptyset, i \neq j$ 及 $\cup_{i=1}^N \Omega_i = \Omega$. Li 等^[3] 提出下面的多区域模糊区域竞争模型

$$\min_{0 \leq I_i \leq 1} \left\{ \sum_{i=1}^N \int_{\Omega} |\nabla I_i(x)| dx + \lambda \sum_{i=1}^N \int_{\Omega} r_i(x) I_i(x) dx + \frac{\eta}{2} \int_{\Omega} \left(\sum_{i=1}^N I_i(x) - 1 \right)^2 dx \right\}, \quad (1)$$

其中, 第一项是 TV 正则项, $I_i: \Omega \rightarrow [0, 1], i = 1: N$ 是模糊隶属度函数, 它指示图像的第 i 个分割子区域 $\Omega_i (i = 1: N)$. 第二项是保真项 (数据竞争项), 误差函数 $r_i(x)$ 的具体形式按模型假设的不同而不同, 有多种形式. 在概率框架下, 图像 $f(x) (x \in \Omega_i)$ 可视为随机变量, 故 $r_i(x) = -\log p(f(x) | \alpha_i)$, 其中 α_i 为随机变量的分布参数, 随机变量的分布可以选择为固定的分布 (例如 Gaussian 分布), 也可以通过核密度估计方法得到^[13,21,22]. 另外, 基于著名的 Mumford-Shah 模型和水平集方法, 许多研究者讨论了误差函数 $r_i(x)$. 假设图像是分片常值, 则 $r_i(x) = (f(x) - \alpha_i)^2$, 这里 α_i 是常数^[23]. 假设图像是分片多项式, 则 $r_i(x) = (f(x) - q_i(x))^2$, 这里 $q_i(x), x \in \Omega_i$ 是多项式^[24]. 假设图像是分片光滑函数, 则 $r_i(x) = (f(x) - f_i(x))^2$, 这里 $f_i(x), x \in \Omega_i$ 是光滑函数^[8]. λ 是平衡数据项与正则项的正则化参数. 第三项是二次惩罚项, 其作用是保证归一化约束 $\sum_{i=1}^N I_i(x) \approx 1$. 模型 (1) 存在 3 个主要问题: (1) TV 正则项作为平衡项, 刻画不连续的边缘, 正则化参数 λ 的选择是个难题^[3,11,12]. (2) 文献 [3] 中使用分片常值形式的误差函数 $r_i(x)$, 然而分片常值的假设 (也包括分片多项式和分片光滑的假设) 并不适合分割一般结构与纹理成分并存的图像. (3) 为保证归一化约束, 参数 η 必须取很大, 这会产生计算稳定性问题.

最近, Jung 等^[25] 研究了误差函数 $r_i(x) = |f(x) - \alpha_i|$, 即保真项用 L1 度量, 实验中针对低对比度和被脉冲噪声污染的图像给出了使用该误差函数的优势. 进一步, Jung 等^[26] 使用 L1 度量的保真项和非凸正则项给出一种图像恢复与分割方法, 实验中验证了非凸正则项的有效性. 然而, 这些工作中正则化参数 λ 的选择不是自适应的, 并且使用的仍然是分片常值的假设, 因此不适合分割一般结构与纹理成分并存的图像.

2.2 结构 — 纹理字典学习的图像分解方法

对自然图像而言, 含有两种基本成分, 结构成分和纹理成分. 图像分解的基本问题是图像的结构 — 纹理分解^[27,28], 可以模型化为 $f = u + v$, 其中, f 是观测图像, u 是 f 的结构部分, 包含了图像主要的几何特征信息, 由分片光滑的区域及清晰的边缘构成, v 是高频的振荡纹理成分. 文献 [29] 给出一个图像分解的结构 — 纹理字典学习模型和算法, 通过该模型学习的两个字典分别刻画图像的结构部分和纹理部分, 不仅可以较好地重构图像的结构部分和纹理部分, 而且能有效地去除图像噪声. 基于字典学习的结构 — 纹理分解模型如下:

$$\begin{aligned} \left\{ \hat{u}, \hat{v}, \hat{D}_1, \hat{D}_2, \hat{\alpha}_i, \hat{\beta}_i \right\} = \underset{u, v, D_1, D_2, \alpha_i, \beta_i}{\operatorname{argmin}} & \left[\begin{aligned} & F(u, v, D_1, D_2, \alpha, \beta) = \\ & \lambda \|f - u - v\|_2^2 + \sum_{i \in P} \left(\|R_i u - D_1 \alpha_i\|_2^2 + \mu_i \|\alpha_i\|_0 \right) \\ & + \sum_{i \in P} \left(\|R_i v - D_2 \beta_i\|_2^2 + \eta_i \|\beta_i\|_0 \right) \end{aligned} \right], \quad (2) \\ \text{s.t. } & D_1 \in \mathfrak{S}_1, D_2 \in \mathfrak{S}_2, \end{aligned}$$

模型 (2) 中, 对结构部分 u , 用结构字典 $D_1 = [d_1, d_2, \dots, d_z]$ 稀疏表示, 对纹理部分 v , 用纹理字典 $D_2 = [s_1, s_2, \dots, s_z]$ 稀疏表示. $\{\alpha_i\}_{i \in P}, \{\beta_i\}_{i \in P}$ 是稀疏表示系数, P 表示图像位置指标集, R_i 为图像第 i 个位置的抽取像素块算子, λ 为平衡参数, μ_i, η_i 须匹配噪声水平. $\mathfrak{S}_1$ 和 $\mathfrak{S}_2$ 是两个不相干字典集合. $\mathfrak{S}_1$ 为结构字典集合, 要求字典原子范数有界, 定义为

$$\mathfrak{S}_1 = \{D_1 \in n \times z, \|d_j\| \leq 1, j = 1, \dots, z\},$$

$\mathfrak{S}_2$ 为纹理字典集合, 仅包含高频信息, 要求字典原子范数有界并且均值为零, 定义为

$$\mathfrak{S}_2 = \left\{ D_2 \in n \times z, \|s_j\| \leq 1, \sum_{i=1}^n s_j[i] = 0, j = 1, \dots, z \right\}.$$

这里对纹理字典使用均值为零的约束将促使纹理字典原子的值具有一定的震荡性, 更能保证对震荡纹理较好的表示. 由于结构部分相对平缓, 使得具有一定震荡性的纹理字典表示结构部分相对无效, 因此这一约束增强了字典之间的不相干性. 文献 [29] 基于模型 (2), 提出一个交替字典学习算法, 实验给出了高质量的图像分解结果.

低秩方法在自然图像分析中取得了成功. 最近, 低秩方法也成功地应用于图像分解. Schaeffer 等^[30] 使用块低秩 (low patch-rank) 来刻画纹理, 并提出基于块低秩的结构 — 纹理分解模型. 然而, 该模型不是局部自适应的, 因此不适合描述图像中的不同纹理模式. 进一步, Ono 等^[31] 基于块低秩, 使用块原子范数 (block nuclear norm) 的概念来解释纹理, 并提出一种局部自适应的结构 — 纹理分解模型. 模型中, 图像的纹理成分使用块低秩矩阵的组合来刻画, 更好地描述了图像中不同的纹理模式. 图像分解方法已在图像处理和模式识别的各个领域得到不断的发展和应用, 包括图像恢复、图像超分辨、图像修补、compressed sensor (CS)、盲源分离、人脸识别等等, 然而图像分解方法在图像分割中的应用仍然没有很好地研究.

3 多区域图像分割模型

为了保持分割区域的边缘, 考虑到图像结构和纹理成分并存现象, 本文基于 TV 投影正则和结构

— 纹理字典学习方法, 提出下面的多区域图像分割模型

$$\begin{aligned}
 & \min_{\{I_i, u, v, m_i, D_1, D_2, \alpha, \beta\}} \left\{ \sum_{i=1}^N \int_{\Omega} (u(x) - m_i)^2 I_i(x) dx + \omega F(u, v, D_1, D_2, \alpha, \beta) \right\}, \\
 \text{s.t. (I)} & \int_{\Omega} |\nabla I_i(x)| dx \leq \tau_i, \\
 \text{(II)} & \sum_{i=1}^N I_i(x) = 1, \\
 \text{(III)} & 0 \leq I_i(x) \leq 1, i = 1, 2, \dots, N, \\
 \text{(IV)} & D_1 \in \mathfrak{S}_1, D_2 \in \mathfrak{S}_2.
 \end{aligned} \tag{3}$$

模型 (3) 中的符号与模型 (1),(2) 一致. 模型 (3) 的 4 个约束条件分别为: (I) TV 投影正则约束, (II) 归一化约束, (III) 隶属度函数值域约束 (模糊度的范围), (IV). 学习字典的不相干集合约束. 模型 (3) 解决了模型 (1) 的 3 个问题. 第一, 模型 (3) 使用 TV 投影正则来保持分割区域的边界. 对于图像的不同分割区域, 其正则性应该是不同的, 因此模型 (3) 中的参数 τ_i 是对应第 i 个分割区域的正则化参数. 然而模型 (1) 中, 对每个分割区域的正则性要求是统一的. 模型 (3) 采用 TV 投影正则的优势是: 模型 (1) 使用 TV 正则作为平衡项, 其正则参数的自适应选取是个难题. 本文模型将 TV 投影正则作为约束条件 (I), TV 投影正则有明显的几何意义, 它表示梯度的模值不超过一个常数, 其半径可以根据梯度模直接计算出来. 本文给出一种自适应参数选择方法, 理论上分析了其合理性, 并用实验验证了该方法的有效性. 因此, 我们使用 TV 投影正则解决了模型 (1) 中正则化参数自适应选取的难题. 第二, 模型 (3) 将图像分解模型引入到图像分割模型中. 与图像分解模型 (2) 不同, 模型 (2) 不考虑分割问题, 然而模型 (3) 在图像分解的同时考虑图像的分割, 它是一个联合优化问题. 模型 (3) 将原始图像分解为分片光滑部分 u 和纹理部分 v , 并且要求分片光滑部分 u 在第 i 个分割区域接近常数 m_i . 这样使得一个结构复杂的图像, 通过求解模型 (3), 可以得到一个结构简单的分片光滑图像 u (这个图像可用分片常数逼近) 和震荡纹理部分 v , 并且得到隶属度函数 I_i 及不同成分的学习字典. 事实上, 由模型 (3) 可以看到, 结构部分 u 是要优化的变量, 由于图像分解和图像分割的耦合, 通过优化得到结构部分 u 更接近分片常数 m_i , 这将有利于隶属度函数 I_i 对分割区域的表示. 由于图像分解项 F 的引入, 模型 (3) 克服了模型 (1) 不适合分割一般图像 (结构与纹理成分并存的图像) 的缺点. 第三, 该模型是一个约束优化问题, 本文使用交替分裂算法 (不是单纯的二次惩罚算法), 避免了惩罚参数选取过大造成数值计算的不稳定. 此外, 该模型可以并发完成图像分割 (通过隶属度函数 I_i 指示不同区域)、图像分解 (结构部分 u 和纹理部分 v) 和图像去噪 (结构字典和纹理字典学习时考虑图像的噪声) 多个图像处理任务.

4 多区域图像分割算法

这一节给出求解模型 (3) 的详细算法. 首先, 引入辅助函数 $h_i(x), i = 1, 2, \dots, N$, 通过添加恒等约束条件 $I_i(x) = h_i(x), i = 1, 2, \dots, N$, 得到模型 (3) 的等价模型

$$\begin{aligned}
& \min_{\{I_i, u, v, m_i, D_1, D_2, \alpha, \beta\}} \left\{ \sum_{i=1}^N \int_{\Omega} (u(x) - m_i)^2 I_i(x) dx + \omega F(u, v, D_1, D_2, \alpha, \beta) \right\}, \\
& \text{s.t. (I)} \int_{\Omega} |\nabla h_i(x)| dx \leq \tau_i, \\
& \text{(II)} \sum_{i=1}^N I_i(x) = 1, \\
& \text{(III)} 0 \leq I_i(x) \leq 1, \\
& \text{(IV)} D_1 \in \mathfrak{S}_1, D_2 \in \mathfrak{S}_2, \\
& \text{(V)} I_i(x) = h_i(x), i = 1 : N.
\end{aligned} \tag{4}$$

在模型 (4) 中, 优化目标泛函的两项分别为数据竞争项和图像分解项, w 控制图像分解在分割中的作用. 在数据竞争项中 (优化目标泛函第一项), 用分片常数 m_i 逼近结构部分 u , $I_i : \Omega \rightarrow [0, 1], i = 1 : N$ 是模糊隶属度函数, 它指示图像的第 i 个分割子区域 $\Omega_i (i = 1 : N)$. 在图像分解项中 (优化目标泛函第二项), u 为结构部分, v 为纹理部分, 它们分别用结构字典 D_1 和纹理字典 D_2 进行稀疏表示, α, β 为稀疏表示系数矩阵. 约束条件 (I) 中, τ_i 表示图像的第 i 个分割子区域 TV 投影球的半径. 为满足约束条件 III, 在迭代算法中使用投影公式 $I_i(x) = \min\{\max\{I_i(x), 0\}, 1\}$, 将隶属度函数投影到区间 $[0, 1]$. 为满足约束条件 II 和 V, 使用交替分裂算法^[32], 引入所谓的“允许”函数 $b(x)$ 和 $d_i(x), i = 1 : N$, 通过增加二次惩罚项来更新迭代过程. 为了书写简单, 下面有些地方省去变量 x , 使用上标 (k) 表示第 k 次更新结果, 令 $Y = \{u, v, D_1, D_2, \alpha, \beta, m_{i=1:N}, I_{i=1:N}, h_{i=1:N}\}$, 基于交替分裂算法, 我们通过下面的迭代系统求解模型 (4).

$$Y^{(k+1)} = \underset{Y}{\operatorname{argmin}} \left\{ \sum_{i=1}^N \int_{\Omega} (u(x) - m_i)^2 I_i(x) dx + \frac{\mu}{2} \sum_{i=1}^N \int_{\Omega} (h_i - I_i - d_i^{(k)})^2 dx + \frac{\eta}{2} \int_{\Omega} \left(1 - \sum_{i=1}^N I_i - b^{(k)} \right)^2 dx + \omega F(u, v, D_1, D_2, \alpha, \beta) \right\}, \tag{5}$$

$$\text{s.t. (I)} \int_{\Omega} |\nabla h_i(x)| dx \leq \tau_i, \text{(IV)} D_1 \in \mathfrak{S}_1, D_2 \in \mathfrak{S}_2,$$

$$d_i^{(k+1)} = d_i^{(k)} + I_i^{(k+1)} - h_i^{(k+1)}, i = 1, 2, \dots, N, \tag{6}$$

$$b^{(k+1)} = b^{(k)} + \sum_{i=1}^N I_i^{(k+1)} - 1, \tag{7}$$

$$I_i^{(k+1)} = \min\{\max\{I_i^{(k+1)}, 0\}, 1\}, \tag{8}$$

$$k = k + 1. \tag{9}$$

给定初始值 $Y^{(0)}, b^{(0)}, d_{i=1:N}^{(0)}$, 在迭代系统中使用第 k 次的结果 $Y^{(k)}, b^{(k)}, d_{i=1:N}^{(k)}$ 更新 $k+1$ 次 $Y^{(k+1)}, b^{(k+1)}, d_{i=1:N}^{(k+1)}$ 的值. 其中式 (5) 中的参数 μ 和 η 为惩罚参数, 通过函数 $b(x)$ 和 $d_i(x)$ 的引入, 避免了惩罚参数选取过大造成数值计算的不稳定^[32]. 由迭代系统 (5)~(9) 容易看到, 若 $b^{(k)}$ 和 $d_i^{(k)}$ 收敛于 0, 则 $\sum_{i=1}^N I_i^{(k)}$ 和 $I_i^{(k)}$ 分别收敛于 1 和 $h_i^{(k)}$, 则迭代系统 (5)~(9) 的收敛解等同于模型 (4) 的解. 下面给出求解模型 (5) 的算法. 模型 (5) 是一个带有约束条件的多变量联合优化问题, 本文采用交替最小化方法求解, 从而模型 (5) 分解为 4 个子问题. 下面分析每一个子问题.

子问题 1 在模型 (5) 中, 固定变量 m_i, I_i, h_i , 令 $X = \{u, v, D_1, D_2, \alpha, \beta\}$, 由模型 (5), 得到下面的子优化问题

$$X^{(k+1)} = \underset{X}{\operatorname{argmin}} \left\{ \sum_{i=1}^N \int_{\Omega} \left(u(x) - m_i^{(k)} \right)^2 I_i^{(k)}(x) dx + \omega F(u, v, D_1, D_2, \alpha, \beta) \right\}, \quad (10)$$

s.t. (IV) $D_1 \in \mathfrak{S}_1, D_2 \in \mathfrak{S}_2$.

优化目标泛函的两项分别为数据竞争项和图像分解项. 注意到, 优化模型 (10) 与图像分解模型 (2) 的不同是优化模型 (10) 中增加的数据竞争项. 由于数据竞争项的作用, 使得优化的结构部分 u 在第 i 个分割区域更接近常数 $m_i^{(k)} (i = 1 : N)$, 这将更有利于图像分割, 子问题 1 保证了图像分解与图像分割的相互作用. 文献 [29] 给出了求解模型 (2) 的结构 — 纹理字典学习算法. 子问题 1 可以通过修订的结构 — 纹理字典学习算法求解. 在求解时, 交替更新稀疏表示系数和字典, 使用正交匹配追踪算法 [33] 进行稀疏编码, 使用 K-SVD (K singular value decomposition) 算法 [34] 进行字典更新. 事实上, 由于增加的数据竞争项, 这个修订的算法与原始结构 — 纹理字典学习算法的差别仅在于重构公式的不同, 更多的细节内容参看文献 [29]. 通过求解子问题 1, 我们得到优化的结构字典 D_1 , 纹理字典 D_2 , 结构成分 u , 纹理成分 v 和稀疏表示系数 $\{\alpha_i, \beta_i\}_{i \in P}$, 因此得到 $X^{(k+1)}$.

子问题 2 在模型 (5) 中, 固定变量 I_i, h_i, X , 由模型 (5), 得到下面的子优化问题

$$m_i^{(k+1)} = \underset{m_i}{\operatorname{argmin}} \left\{ \sum_{i=1}^N \int_{\Omega} \left(u^{(k+1)}(x) - m_i \right)^2 I_i^{(k)}(x) dx \right\}, i = 1, 2, \dots, N. \quad (11)$$

问题 (11) 是一个二次优化问题, 通过求导, 并令导数为零, 由 Euler-Lagrange 方程得到

$$m_i^{(k+1)} = \frac{\int_{\Omega} u^{(k+1)}(x) I_i^{(k)}(x) dx}{\int_{\Omega} I_i^{(k)}(x) dx}, i = 1, 2, \dots, N. \quad (12)$$

子问题 3 在模型 (5) 中, 固定变量 m_i, h_i, X , 由模型 (5), 得到下面的子优化问题

$$I_{i=1:N}^{(k+1)} = \underset{I_{i=1:N}}{\operatorname{argmin}} \left\{ \sum_{i=1}^N \int_{\Omega} \left(u^{(k+1)}(x) - m_i^{(k+1)} \right)^2 I_i(x) dx + \frac{\mu}{2} \sum_{i=1}^N \int_{\Omega} \left(h_i^{(k)} - I_i - d_i^{(k)} \right)^2 dx + \frac{\eta}{2} \int_{\Omega} \left(1 - \sum_{i=1}^N I_i - b^{(k)} \right)^2 dx \right\}, \quad (13)$$

问题 (13) 中的泛函是可微的, 令 $r_i^{(k+1)} = \left(u^{(k+1)}(x) - m_i^{(k+1)} \right)^2$, 通过求导, 并令导数为零, 由 Euler-Lagrange 方程得到模糊隶属度函数的显示表达式

$$I_i^{(k+1)} = \frac{-r_i^{(k+1)} + \mu(h_i^{(k)} - d_i^{(k)}) + \eta(1 - b^{(k)})}{\frac{\eta}{\mu} - \sum_{i=1}^N r_i^{(k+1)} + \mu \sum_{i=1}^N (h_i^{(k)} - d_i^{(k)}) + N\eta(1 - b^{(k)})}. \quad (14)$$

求解模型 (3) 时, 我们引入辅助函数 $h_i(x), i = 1, 2, \dots, N$, 通过添加恒等约束条件 (V). $I_i(x) = h_i(x)$, 得到模型 (4) 和迭代系统 (5)~(9). 本文没有采用添加恒等约束条件 $\nabla I_i(x) = h_i(x)$ 的原因是约束条件 $I_i(x) = h_i(x)$ 可以保证子问题 (3) 的解是显示表达式.

子问题 4 在模型 (5) 中, 固定变量 m_i, I_i, X , 由模型 (5), 得到下面的子优化问题

$$\begin{aligned} h_{i=1:N}^{(k+1)} = \operatorname{argmin}_{h_{i=1:N}} \left\{ \sum_{i=1}^N \int_{\Omega} (h_i - I_i^{(k+1)} - d_i^{(k)})^2 dx \right\}, \\ \text{s.t. (I)} \quad \int_{\Omega} |\nabla h_i(x)| dx \leq \tau_i, \end{aligned} \quad (15)$$

令 $\int_{\Omega} |\nabla h_i(x)| dx = |\nabla h_i|_1$, 问题 (15) 是一个 TV 投影问题, 对于给定的 τ_i , 都可以找到一个 Lagrange 乘子 $\kappa(\tau_i)$, 使得

$$\operatorname{argmin}_{|h_i|_1 \leq \tau_i} \|h_i - I_i^{(k+1)} - d_i^{(k)}\|^2 = \operatorname{argmin}_{h_i} \|h_i - I_i^{(k+1)} - d_i^{(k)}\|^2 + \kappa(\tau_i) |\nabla h_i|_1, i = 1 : N. \quad (16)$$

事实上 τ_i 与 $\kappa(\tau_i)$ 的对应是一个双射^[35, 36]. 注意到, 本文没有采用式 (16) 的形式, 原因是式 (15) 的参数 τ_i 具有一定的几何意义, 它表示 TV 投影球的半径 (梯度的模值不超过一个常数). 在文献 [35] 中, 作者提出了一个对偶投影算法, 其本质是在对偶梯度向量域求解一个一阶非光滑优化问题, 从小波的阈值算法可以直接推广到梯度向量域的阈值算法. 本文直接采用文献 [35] 中的对偶投影算法求解 (15). 在本文的问题中, 我们给出 τ_i 的一种自适应选择方法. 对于问题 (15), 在每次更新时选择

$$\tau_i^{(k)} = \left| |\nabla I_i^{(k+1)}| - |\nabla d_i^{(k)}| \right| - \xi, \quad (17)$$

这里 ξ 是一个较小的正常数. 由 Cauchy-Schwartz 不等式, 有

$$\left| |\nabla I_i^{(k+1)}| - |\nabla d_i^{(k)}| \right| \leq \left| \nabla I_i^{(k+1)} + \nabla d_i^{(k)} \right|. \quad (18)$$

当 $\xi = 0$ 时, 由式 (17), (18) 可以看到, 式 (15) 的解可能是平凡解 $I_i^{(k+1)} + d_i^{(k)}$. 因此, 式 (17) 中的 ξ 是为了避免每次迭代时, 得到式 (15) 的平凡解. 当 $d_i^{(k)}$ 收敛于 0, $I_i^{(k+1)}$ 收敛于 $\hat{I}_i$, $\tau_i^{(k)}$ 收敛于 $|\nabla \hat{I}_i| - \xi$, 由式 (15), (17), 可以看到收敛解 $\hat{I}_i$ 正是式 (15) 的近似平凡解. 在实验中, 我们证明了该选择方法的有效性.

通过求解以上 4 个子问题, 我们得到问题 (5) 的解. 由以上分析和迭代系统 (5)~(9), 求解模型 (4) 的算法综述为算法 1.

算法 1 多区域图像分割算法

输入: 待分割图像 f , 参数 N, μ, η, w , 这里 N 是分割的区域数, μ, η 为二次惩罚参数, w 控制图像分解在分割中的作用.

初始化: $I_{i=1:N}^{(0)}, h_{i=1:N}^{(0)}, b^{(0)}, d_{i=1:N}^{(0)}$, 令 $k = 0$.

迭代

1. 通过修订的结构 — 纹理字典学习算法求解子问题 1, 计算 $X^{(k+1)} = \{u^{(k+1)}, v^{(k+1)}, D_1^{(k+1)}, D_2^{(k+1)}, \alpha^{(k+1)}, \beta^{(k+1)}\}$.

2. 通过式 (12) 求解子问题 2, 计算 $m_i^{(k+1)}, i = 1 : N$.

3. 通过式 (14) 求解子问题 3, 计算 $I_i^{(k+1)}, i = 1 : N$.

4. 计算投影半径 $\tau_i^{(k)} = \left| |\nabla I_i^{(k+1)}| - |\nabla d_i^{(k)}| \right| - \xi$, 使用对偶投影算法求解子问题 4, 计算 $h_i^{(k+1)}, i = 1 : N$.

5. $d_i^{(k+1)} = d_i^{(k)} + I_i^{(k+1)} - h_i^{(k+1)}, i = 1 : N$.

6. $b^{(k+1)} = b^{(k)} + \sum_{i=1}^N I_i^{(k+1)} - 1$.

7. $I_i^{(k+1)} = \min\{\max\{I_i^{(k+1)}, 0\}, 1\}, i = 1 : N$.

8. $k = k + 1$.

直到满足 $\sum_{i=1}^N |d_i^{(k)}|^2 < \varepsilon_1, |b^{(k)}| < \varepsilon_2$ 或达到固定的迭代次数.

输出: $I_i (i = 1 : N), u(x), v(x), D_1, D_2$.

基于交替分裂方法, 使用修订的结构 — 纹理字典学习算法和对偶投影算法, 我们给出了新模型的求解算法. 虽然理论上难以证明该算法的收敛性, 但实验表明算法 1 较快地收敛到稳定点. 由于模型 (5) 中能量泛函的非凸性, 该算法不能保证解的全局最优性. 然而通过该算法得到的局部较优解, 能够满足图像分割的需要. 值得注意的是, 该算法不仅是一个新的图像分割算法, 也是一个新的图像分解算法, 并且能够有效的去除图像噪声. 目前大部分算法缺乏对图像的结构和纹理较好的刻画, 并且图像分割与图像特征提取是独立的 (无关的或较少相关的), 本文算法统一了图像分割与特征提取. 该算法在迭代过程中, 图像分割与图像分解是相互作用的. 该算法不同于分步处理 (预先分解图像, 再对结构部分进行分割), 实验中我们给出了本文算法和分步处理的实验结果对比.

5 数值实验

为验证本文方法的可行性和有效性, 对大量的测试图像进行了仿真实验. 我们使用本文方法、TV 正则方法 (total variation regularization, TVR)^[3]、水平集方法 (level set, LS)^[9] 对给定的测试图像做分割实验. 为了验证图像分解项 F 在分割中的作用, 我们也给出 TV 投影正则 (total variation projection regularization, TVPR) 的实验结果. TV 投影正则分割模型如下:

$$\begin{aligned} \min_{I_i} \sum_{i=1}^N \int_{\Omega} (f(x) - m_i)^2 I_i(x) dx, \\ \text{s.t. (I)} \int_{\Omega} |\nabla I_i(x)| dx \leq \tau_i, \text{ (II)} \sum_{i=1}^N I_i(x) = 1, \text{ (III)} 0 \leq I_i(x) \leq 1, i = 1, 2, \dots, N. \end{aligned} \quad (19)$$

如果在本文模型 (3) 中, 令 $w = 0, u(x) = f(x)$, 模型 (3) 退化为模型 (19), 因此 TV 投影正则分割模型是本文模型的特殊情形. 模型 (19) 的求解算法与本文算法的分析保持一致, 不同之处是在算法 1 中省略迭代过程的第 1 步. 所有实验在 CPU 为 1.9 GHz, 编程环境为 Matlab 7.0 下运行实现.

5.1 参数选择与初始化

实验中, 如果测试图像含有噪声, 正交匹配追踪算法使用逼近误差 $\varepsilon = n(1.15\sigma^2)$ (n 为字典原子的维数, σ 为噪声标准方差), 如果测试图像不含有噪声, 正交匹配追踪算法使用 2 个原子进行稀疏表示. 从图像中有重叠的提取所有子块用于训练结构字典 D_1 和纹理字典 D_2 , 字典原子的维数选取为 8×8 , 大小选取为 64×256 . 所有实验中, 惩罚参数 $\mu = 10, \eta = 10$, 如果没有特别声明, 参数 $w = 1$. 投影半径参数 τ_i 根据式 (17) 自适应选取. 在实际计算中, 子优化问题 1 不必求出确切的最小值点, 当修订的结构 — 纹理字典学习算法的内部迭代次数 $J = 2$ (字典更新 2 次), 外部迭代 $K = 1$ 次, 算法 1 较快的达到稳定. 为了公平比较和简化初始化方法, 所有模糊方法均使用相同的初始化隶属度函数 $I_i^{(0)}$, 并且 $I_i^{(0)}$ 不相互重叠, 满足模型 (3) 中的条件 II 和 III, 初始化

$$h_i^{(0)} = I_i^{(0)}, m_i^{(0)} = \int_{\Omega} f(x) I_i^{(0)}(x) dx / \int_{\Omega} I_i^{(0)}(x) dx, d_i^0 = 0, b^0 = 0, u^{(0)} = f, v^{(0)} = 0.$$

5.2 实验结果与分析

首先, 我们给出 TV 投影正则方法 (本文方法的特殊情形 $w = 0$) 的实验结果. TV 投影正则方法中的参数 τ_i 具有一定的几何意义, 图 1 和 2 的实验验证了本文根据该几何意义给出的自适应参数选择方法的有效性. 图 1 和 2 分别给出了三区域和四区域的图像分割实验结果. 可以看到, 通过 TV 投

图 1 TV 投影正则算法使用自适应参数的分割结果

Figure 1 Segmentation results by TVPR method with adaptive parameters. (a) Original image (152×183); (b)~(d) the three fuzzy member functions

图 2 TV 投影正则算法使用自适应参数的分割结果

Figure 2 Segmentation results by TVPR method with adaptive parameters. (a) Original image (256×256); (b)~(e) the four fuzzy member functions

影正则方法得到的隶属度函数, 很好地提取了不同区域. 在图 1 实验中, 参数 $\tau_1^{(k)}, \tau_2^{(k)}, \tau_3^{(k)}$ 分别收敛到 813.9, 4124.2, 3949.0. 在图 2 的实验中, 参数 $\tau_1^{(k)}, \tau_2^{(k)}, \tau_3^{(k)}, \tau_4^{(k)}$ 分别收敛到 130.38, 514.34, 1527.6, 1142.4. 由此可以看到每个区域的正则性是不同的. 然而 TV 正则方法, 需要手动调整正则化参数 λ , 参数过大或过小都会导致不正确的分割结果^[14].

图 3 给出了自然图像的分割实验. 测试图像既包含纹理成分又包含结构成分. 该测试图像并不符合 TV 正则模型和 TV 投影正则模型的分片常值假设. 从分割结果的细节信息可以看到本文算法的分割结果更准确. 水平集方法容易出现较多的孤立区域. 图 3(c) 和 (d) 是由本文方法得到的结构部分和纹理部分. 结构部分更接近分片常值图像, 因此更有利于图像分割. 图 4 给出带有不同强度高斯白噪声 (高斯白噪声标准方差分别为 $\sigma = 30, \sigma = 100$) 的图像分割实验. 与 TV 正则方法和 TV 投影正则方法对比, 可以清楚的看到本文方法的优势, 即使在强噪声 ($\sigma = 100$) 下, 本文的方法依然能给出较好的分割结果.

本文算法统一了图像分割与特征提取, 该算法不同于分步处理 (预先分解图像, 再对结构部分进行分割). 这个实验将验证本文算法与分步处理的区别. 分步处理方法由以下两步构成: (1) 使用结构—纹理字典学习方法完成图像分解. (2) 使用 TV 投影正则算法对分解的结构图像进行分割. 图 5(c) 和 (d) 为本文方法得到的结构部分和纹理部分. 图 5(f) 和 (g) 为分步方法得到的结构部分和纹理部分. 可以清楚的看到这两种方法的不同. 本文算法在迭代过程中, 图像分割与图像分解是相互作用的. 对比图 5(c) 和 (f), 可以看到本文方法优化的结构部分更接近分片常值函数, 更有利于分割.

图 6 给出本文方法使用不同权重参数 w 的图像分解结果. 由图 6 可以看到, 当权重 $w = 0.3$ 时, 递减了模型 (3) 中图像分解项的作用, 当权重 $w = 2.5$, 分解结果会过于依赖初始化结果, 导致不正确的分解. 在大量的实验中, 我们发现 $w = 1$ (图 5(c) 和 (d)) 是一个较好的选择.

图 7 给出不同方法对纹理图像的分割实验. 由实验结果看以看到本文方法结果更优. TV 投影正则方法, TV 正则化方法和 LS 方法的分割结果仍然存在较多的孤立区域. 图 8 给出不同噪声水平下本

图 3 自然图像的分割实验

Figure 3 Segmentation results of a nature image by different methods. (a) Original image (321×481); (b) the edges with the proposed method; (c) structure part with the proposed method; (d) texture part with the proposed method; (e)~(g) the edges with TVPR, TVR and LS methods

图 4 不同噪声水平下自然图像的分割实验

Figure 4 Segmentation results of a nature image with different noise levels. (a),(e) Noisy images (321×481), $\sigma = 30$, $\sigma = 100$; (b),(f) the proposed method; (c),(g) TVPR method; (d),(h) TVR method

文方法的实验结果. 由于图像分解项的引入, 本文算法在迭代优化过程中将纹理和噪声分离出来, 降低了噪声和纹理成分对分割的影响. 实验结果表明本文方法对强噪声 ($\sigma = 100$) 具有一定的鲁棒性.

目前图像分割的量化评估方法都是基于硬分割的评估标准, 基于软分割方法的评估标准, 并没有很好的研究. 由于本文使用的是软分割方法, 无法使用已有的量化评估标准, 然而我们也尽力给出了一些量化的指标, 例如峰值信噪比 (peak signal noise ratio, PSNR)、实验的运行时间以及迭代次数等. 表 1 列出实验的运行时间和迭代次数比较. 由表 1 可以看到, TV 正则算法用时最少, TV 投影正则算法内部迭代时, 需要排序运算^[35], 速度慢于 TV 正则算法. 对比于 TV 正则算法和 TV 投影正则算法, 水平集算法迭代次数多且收敛速度慢, 用时较多. 本文算法中包含字典学习和稀疏编码, 因此用时最多. 由于本文方法分解出的结构成分, 其结构简单更有利于图像分割, 使得本文算法有较快的收敛速度, 所用迭代次数最少. 表 2 比较了图 3(a)、图 5(a) 和图 7(a) 在不同噪声水平下, 使用本文算法、基于 K-SVD 去噪算法^[34] 和 BM3D(Block-matching and 3D filtering)^[37] 去噪算法的 PSNR. 由表 2 可以看到, 对比基于 K-SVD 去噪算法, 本文算法可以达到与之相当甚至更高的 PSNR. 对比 BM3D 去噪算法, 本文算法也具有一定的竞争力. 这些数据进一步说明了本文算法可以保证图像分割与图像分解的同时, 有效地抑制噪声. 虽然本文方法具有一定的优势, 但是运算时间较长, 时间主要耗费在学习结构字典和纹理字典上. 由于稀疏表示需要大量样本训练结构和纹理字典且特征冗余度较高. 为

图 5 本文方法和分步处理的比较

Figure 5 Comparison of the proposed method with the preprocessed method. (a) Original image (121×117); (b) the proposed method ($w = 1$); (c),(d) structure and texture parts with the proposed method; (e) the preprocessed method; (f),(g) structure and texture parts with the preprocessed method

图 6 本文方法使用不同权重 w 的图像分解结果

Figure 6 Decomposition results by the proposed method with different weight w . (a),(b) Structure and texture parts with the proposed method when $w = 0.3$; (c),(d) structure and texture parts with the proposed method when $w = 2.5$

图 7 纹理图像的分割实验

Figure 7 Segmentation results of a texture image by different methods. (a) Original image (240×238); (b) the proposed method; (c) TVPR method; (d) TVR method; (e) LS method

了提高本文算法的运算速度, 从样本的选择和字典原子的大小方面, 可以进一步改进本文算法. 一方面可以利用合适的相似性度量去除相似样本, 降低样本量. 另一方面结合字典学习与降维方法, 例如 PCA(principal component analysis) 和 LDA(linear discriminant analysis), 降低字典的维数, 以提高正交匹配追踪算法的运算速度.

图 9 给出了本文算法, TV 投影正则算法和 TV 正则算法在 Berkeley 数据集上更多的代表性对比实验. 从实验结果可以看到: 如果图像较为光滑, 例如第 1 个测试图片, 3 个方法均能得到有效的分割结果; 如果图像中存在纹理成分, TV 投影正则算法和 TV 正则算法的分割结果容易出现“过分割”现

图 8 不同噪声水平下纹理图像的分割实验

Figure 8 Segmentation results of a texture image with different noise levels. (a),(e) Noisy images (240×238), $\sigma = 30, \sigma = 100$; (b),(f) the proposed method; (c),(g) structure part with the proposed method; (d),(h) texture part with the proposed method

表 1 迭代次数和 CPU 时间

Table 1 Iterations and CPU time (in seconds) of the different methods

Test image	Our method		TVPR		TVR		LS	
	Iterations	Time (s)	Iterations	Time (s)	Iterations	Time (s)	Iterations	Time (s)
Figure 3(a)(321×481)	4	794.72	10	25.49	10	22.38	20	369.380
Figure 5(a)(121×117)	5	181.89	15	5.15	15	4.30	200	59.234
Figure 7(a)(240×238)	5	557.65	30	27.61	30	18.41	300	325.04

表 2 几种算法的峰值信噪比

Table 2 PSNR results of the different methods

Test image	σ	Noisy image	BM3D [37]	K-SVD [34]	Our method
Figure 3(a)(321×481)	30	18.5740	22.1420	22.6672	22.6600
	50	14.1370	20.2892	20.8410	20.8404
	100	8.1164	19.3213	19.6323	19.6240
Figure 5(a)(121×117)	30	18.5973	22.5436	22.2850	22.3412
	50	14.1603	20.1402	19.7598	20.0426
	100	8.1397	15.5029	15.7794	16.1808
Figure 7(a)(240×238)	30	18.5612	25.7728	25.4649	25.4159
	50	14.1242	23.0359	21.8768	21.8839
	100	8.1036	19.9262	19.3265	19.3255

象 (存在较多的孤立区域). 本文方法中引入了图像分解项, 递减了“纹理噪声”对分割的影响. 实验结果表明本文算法能更有效地分割结构与纹理并存的自然图像.

下面给出使用本文算法的一个应用实例. 图 10 为贺兰山岩画的实拍图像. 贺兰山岩画是几千年

图 9 Berkeley 数据集上的分割实验

Figure 9 Segmentation results of Berkeley images. The first row shows 4 original images, the second row shows the segmentation results by the proposed method, the third row shows the segmentation results by TVPR method and the fourth row shows the segmentation results by TVR method

图 10 本文方法应用于贺兰山岩画的分割

Figure 10 Segmentation results of the rock paintings in Helan Mountain by the proposed method. (a) Original image (478×521); (b) edges with the proposed method; (c) object with the proposed method; (d),(e) structure and texture parts with the proposed method

以来北方游牧民族的一种石刻艺术. 贺兰山岩画是古人创造的宝贵精神文化财富, 也是世界古人类文化的重要组成部分, 具有十分重要的学术研究价值. 贺兰山岩画中的弱边界、岩石的裂缝以及岩石本身的纹理对分割造成较大干扰. TV 投影正则方法、TV 正则方法和水平集方法均失败于这类图像的分割, 主要原因是这些方法并没有考虑图像的纹理信息. 图 10 给出使用本文方法对岩画的分割实验, 可以看到本文方法较好地提取了岩画目标.

6 结论与展望

本文提出了基于结构 — 纹理字典学习和 TV 投影正则的多区域图像分割模型及算法, 该方法可以较好地同时完成图像分割、图像分解和图像去噪多个图像处理任务. 通过大量的实验验证了本文方法的有效性和优势. 下一步的研究工作将挑战更加复杂的图像分割问题, 实际图像的复杂性除了图像中结构和纹理成分并存之外, 图像中的纹理模式可能含有多种, 其概率分布可能不同, 但均值与方差是相同的. 将来的工作将在模糊区域竞争框架下建立不同分割区域的多字典学习模型.

参考文献

- 1 Kass M, Witkin A, Terzopoulos D. Snakes: active contour models. *Int J Comput Vision*, 1988, 1: 321–331
- 2 Caselles V, Kimmel R, Sapiro G. Geodesic active contours. *Int J Comput Vision*, 1997, 22: 61–79
- 3 Li F, Ng M K, Zeng T Y, et al. A multiphase image segmentation method based on fuzzy region competition. *SIAM J Image Sci*, 2010, 3: 277–299
- 4 Mumford D, Shah J. Optimal approximations by piecewise smooth functions and associated variational problems. *Commun Pur Appl Math*, 1989, 42: 577–685
- 5 Li C, Kao C Y, Gore J C, et al. Implicit active contours driven by local binary fitting energy. In: *Proceedings of IEEE Computer Vision and Pattern Recognition*, Minneapolis, 2007. 1–7
- 6 Bresson X, Esedoglu S, Vandergheynst P, et al. Fast global minimization of the active contour/snake model. *J Math Image Vision*, 2007, 28: 151–167
- 7 Zhang K, Zhang L, Song H, et al. Active contours with selective local or global segmentation: a new formulation and level set method. *Image Vision Comput*, 2010, 28: 668–676
- 8 Vese L A, Chan T F. A multiphase level set framework for image segmentation using the Mumford and Shah model. *Int J Comput Vision*, 2002, 50: 271–293
- 9 Li C, Huang R, Ding Z, et al. A level set method for image segmentation in the presence of intensity inhomogeneities with application to MRI. *IEEE Trans Image Process*, 2011, 20: 2007–2016
- 10 Jung Y M, Kang S H, Shen J H. Multiphase image segmentation via Modica-Mortola phase transition. *SIAM J Appl Math*, 2007, 67: 1213–1232
- 11 Mory B, Ardon R. *Scale Space and Variational Methods in Computer Vision*. Berlin: Springer, 2007. 214–226
- 12 Mory B, Ardon R, Thiran J. Variational segmentation using fuzzy region competition and local non-parametric probability density functions. In: *Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision*, Rio de Janeiro, 2007. 1–8
- 13 Li F, Ng M K. Kernel density estimation based multiphase fuzzy region competition method for texture image segmentation. *Commun Comput Phys*, 2010, 8: 623–641
- 14 Han Y, Wang W W, Feng X C. A new fast multiphase image segmentation algorithm based on nonconvex regularizer. *Pattern Recogn*, 2012, 45: 363–372
- 15 Choy S K, Tang M L, Tong C S. Image segmentation using fuzzy region competition and spatial/frequency information. *IEEE Trans Image Process*, 2011, 20: 1473–1484
- 16 Han Y, Wang W W, Feng X C. Variational and PCA based natural image segmentation. *Pattern Recogn*, 2013, 46: 1971–1984
- 17 Lecellier F, Fadili J, Jehan-Besson S, et al. Region-based active contours and sparse representations for texture segmentation. In: *Proceedings of International Conference on Pattern Recognition*, Tampa, 2008. 1–4
- 18 Rousson M, Brox T, Deriche R. Active unsupervised texture segmentation on a diffusion based feature space. In: *Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, Madison, 2003. 699–704
- 19 Zhang S Q, Zhang K L. Texture image segmentation model based on eigenvalues of structure tensor. *Acta Electron Sin*, 2013, 41: 1324–1328 [张善卿, 张坤龙. 基于结构张量特征值的纹理图像分割模型. *电子学报*, 2013, 41: 1324–1328]
- 20 Guo Z, Zhang L, Zhang D. Rotation invariant texture classification using LBP variance (LBPV) with global matching. *Pattern Recogn*, 2010, 43: 706–719
- 21 Ni K, Bresson X, Chan T, et al. Local histogram based segmentation using the Wasserstein distance. *Int J Comput Vision*, 2009, 84: 97–111
- 22 Mory B, Ardon R. Fuzzy region competition: a convex two-phase segmentation framework. In: *Proceedings of International Conference on Scale Space Methods and Variational Methods in Computer Vision*, Ischia, 2007. 214–226
- 23 Chan T F, Vese L A. Active contours without edges. *IEEE Trans Image Process*, 2001, 10: 266–277
- 24 Osher S, Paragios N. *Geometric Level Set Methods in Imaging, Vision, and Graphics*. Heidelberg: Springer, 2003. 175–194
- 25 Jung M, Kang M, Kang M. Variational image segmentation models involving non-smooth data-fidelity terms. *J Sci Comput*, 2014, 59: 277–308
- 26 Jung M, Kang M. Efficient nonsmooth nonconvex optimization for image restoration and segmentation. *J Sci Comput*, 2015, 62: 336–370
- 27 Meyer Y. *Oscillating Patterns in Image Processing and Nonlinear Evolution Equations*. Boston: University Lecture

- Series, American Mathematical Society, 2001
- 28 Starck J L, Elad M, Donoho D L. Image decomposition via the combination of sparse representations and a variational approach. *IEEE Trans Image Process*, 2005, 14: 1570–1582
 - 29 Li Y F, Feng X C. Image decomposition via learning the morphological diversity. *Pattern Recogn Lett*, 2012, 33: 111–120
 - 30 Schaeffer H, Osher S. A low patch-rank interpretation of texture. *SIAM J Imag Sci*, 2013, 6: 226–262
 - 31 Ono S, Miyata T, Yamada I. Cartoon-texture image decomposition using blockwise low-rank texture characterization. *IEEE Trans Image Process*, 2014, 23, 1128–1142
 - 32 Cai J F, Osher S, Shen Z. Split Bregman methods and frame based image restoration. *Multiscale Model Simul*, 2009, 8: 337–369
 - 33 Pati Y C, Rezaiifar R, Krishnaprasad P S. Orthogonal matching pursuit: recursive function approximation with applications to wavelet decomposition. In: *Conference Record of the 27th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, Pacific Grove, 1993. 40–44
 - 34 Aharon M, Elad M, Bruckstein A M. The K-SVD: an algorithm for designing of overcomplete dictionaries for sparse representations. *IEEE Trans Image Process*, 2006, 54: 4311–4322
 - 35 Fadili J M, Peyré G. Total variation projection with first order schemes. *IEEE Trans Image Process*, 2011, 20: 657–669
 - 36 Chambolle A, Vore R D, Lee N Y, et al. Nonlinear wavelet image processing: variational problems, compression, and noise removal through wavelet shrinkage. *IEEE Trans Image Process*, 1998, 7: 319–335
 - 37 Dabov K, Foi A, Katkovnik V, et al. Image denoising by sparse 3D transform-domain collaborative filtering. *IEEE Trans Image Process*, 2007, 16: 2080–2095

A multiphase image segmentation method based on structure-texture dictionary learning and total variation projection regularization

LI YaFeng

School of Computer Science and Technology, Baoji University of Arts and Science, Baoji 721016, China
E-mail: liyafeng770729@126.com

Abstract This paper proposes a novel multiphase variational model for image segmentation based on structure-texture dictionary learning. The proposed model uses total variation projection regularization to preserve the geometric shapes of the segmented regions. According to the geometric significance of the regularization parameters of total variation projection, an adaptive parameter selection method is presented. The proposed method can simultaneously achieve image segmentation, image decomposition, and image denoising. A series of experimental results demonstrate the effectiveness of the proposed method.

Keywords image segmentation, image decomposition, image denoising, dictionary learning, variational model, sparse representation

LI YaFeng was born in 1977. He received his Ph.D. degree at Xidian University, Xi'an, in 2011. Currently, he is an associate professor in the School of Computer Science and Technology at Baoji University of Arts and Science. His research interests include texture analysis and optimization algorithms.