构造带变形能的有限元数学模拟研究

吕古贤 王红才 彭维震 李晓波 郭涛 郭初笋

(地质矿产部地质力学研究所, 北京 100081)

摘要 在同一外力边界和岩石力学性质条件下, 用有限元数学模拟的方法研究不同构造变形带内部变形能的差别和分布问题. 形状改变能(或称歪变能) U_W 比体积改变能(或称体变能) U_T 大将近一个数量级, 它们和构造变形能 U_B 在挤压、剪切和引张变形岩带中总体依次逐步变小. U_W 和 U_B 大致呈较大→小的分布变化, 而 U_T 却呈大→小的趋势性变化. 构造变形能这种规律结合构造附加静水压力研究, 对于探讨构造变形热及其影响流体运移等问题有一定的参考价值.

关键词 构造变形带 弹性变形能 有限元

温度是地质作用中最重要的物理化学变量之一, 构造热及其引起的温度变化是近几十年兴起的研究问题.

用能量机制方法分析物质的塑性和强度^[1]、解释快速滑动^[2]、进行定共轴压缩实验^[3]或剪切实验^[3], 开展构造热的实验动态监测^[4]以及热对岩石力学性质及应力状态影响的数学模拟^[5]等多有报道.

模拟地壳岩石缓慢变形过程一直是实验构造物理学的一大难题, 岩石的不连续性问题更使研究困难增大^[6]. Bonnet^[7]在预测裂面上的动热摩擦实验给人以很大的启发.

本项研究运用有限元数学模拟的方法探讨构造带变形能的差别, 为构造变形引起的附加动力学参量梯度^[8]驱动矿液长距离大规模运移和控制成岩成矿地球化学过程的构造物理化学^[9]机制作一些基础理论问题探讨.

1 有限元模型建立及计算方法

地质学和数学、物理、化学等自然科学相比, 其研究有着基本的特点, 即“任何现代化测试手段也不能代替对客观成矿地质事实的深入观察和比较”, 其发展也应建立在这种基本学科特殊性上, 即用现代化测试手段去观察比较客观的地质事实.

大量的地质研究表明, 不同构造空间的岩矿地球化学分布不同, 其形成时的物理化学环境也不尽相同^[8,9], 这些差别受构造作用力, 特别是局部构造应力场的控制和影响. 基于以上认识和方法, 建立有限元模型, 假设在外力载荷条件和岩石力学性质等相同的情况下, 比较板内处于不同变形性质构造岩带变形能的差别和变化规律. 有限元模型(图1)有以下要点: () 假设地质体为各向同性均质弹性体, 呈长方形板块(50 km × 50 km). 该模型简化为平面应力问题处理, 代表处于中浅层地壳中的受力水平岩板; () 板内发育较易变形的软弱带,

2 Davis M H A. Markov Models and Optimisation, London: Chapman & Hall, 1993

3 侯振挺, 郭青峰. 齐次可列马尔可夫过程. 北京: 科学出版社, 1978

4 侯振挺, 邹捷中, 袁成桂. 输入过程(独立同分布情形). 经济数学, 1996, 13(1): 1~8

5 侯振挺, 刘再明, 周弋. 输入过程(成批到达情形). 经济数学, 1996, 13(2): 1~3

代表构造带或断裂蚀变带. 该带与 x 轴反钟向夹角为 α ; () 围岩(iv单元组) 和变形带(⑤单元组)(图2) 岩石依据岩石力学性质加以区分. 围岩 $E = 5 \times 10^3 \text{ MPa}$, $\nu = 0.25$; 变形带 $E = 1 \times 10^3 \text{ MPa}$, $\nu = 0.30$; () 本研究采用弹性力学规定拉应力为正, 压应力为负; () 约束条件是, 模型左下角点为固定点, 下边(x 轴方向) 各边界点沿 y 方向无位移, 沿 x 方向为自由; 其他边各边界点均为自由.

在外应力场 $\sigma_y = -100 \text{ MPa}$, $\sigma_x = \sigma_z = 0$ 的情况下, 逐步改变 α 角($0 \sim 90^\circ$). 研究计算每一 α (每 10° 计算 1 次) 变化时, 变形岩带中岩石的弹性变形能分布状态. 计算的基础是在有限元离散化模型上求解弹性力学应力、应变、位移之间的物理方程、几何方程及变形协调条件而建立的方程, 求得各点的位移及应力.

图1 有限元模型示意图

iv——较刚性岩石, ⑤——较软弱变形岩带.

α 为变形带与 x 轴方向反钟向夹角

图2 模型示意及有限元网格剖分图

2 不同构造带变形能的分布及差别变化特征

对于受构造力固体而言, 在弹性力学范畴产生的构造变形能 U_B 可以划分为体积改变能 (简称体变能) U_T 和形状改变能 (又称歪变能) U_W [10]. 它们具有以下数学关系:

$$\begin{cases} U_B = U_W + U_T, \\ U_T = (1 + 2\nu)(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2 \cdot \frac{1}{6E}, \\ U_W = (1 - \nu)[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \cdot \frac{1}{6E}. \end{cases}$$

下面将要用到变形带不同力学性质的概念. 根据刘瑞珣教授的建议, 现设定作用于某岩块的外力, 当该作用力在变形(面)带上正压应力分量大于其切应力分量时, 为挤压或剪压变形; 当其切应力分量大于其正压应力分量时为剪切、压剪或张剪变形; 而当其正张应力分量大

图3 不同变形带构造变形能 U_B 分布对比图

于其切应力分量时,则为引张或剪张变形. 变形带的不同力学性质的定量性划分还需要进一步计算和具体研究.

可以发现,由于 $\alpha=0\sim 90^\circ$ 变化,变形带表现出不同变形性质. 相近于挤压或剪压、剪切和张剪及拉张变形带的变化. 变形带内平均变形能的计算结果如表 1.

表 1 断裂带内的平均能量^{a)}

$\alpha/^\circ$	kU_B/J	kU_T/J	kU_W/J
0	2.718 7	0.447 9	2.453 7
10	2.726 0	0.424 0	2.476 0
20	2.794 0	0.373 1	2.573 6
30	2.626 7	0.274 3	2.464 4
40	2.334 3	0.184 7	2.225 0
50	1.885 6	0.112 0	1.819 3
60	1.339 4	0.064 32	1.301 3
70	0.785 5	0.030 08	0.767 6
80	0.371 5	0.015 59	0.362 2
90	0.211 6	0.011 38	0.204 9

a) k 是与外力单位、模型大小的单位和材料杨氏模量的单位有关的无量纲变数

不同构造带变形能的分布及差别变化特征如下:

(1) 挤压带、剪切带到拉张带,随着 α 由 $0\sim 90^\circ$ 的变化 U_W , U_T 和 U_B 大体呈由大 $\rightarrow$ 小的变化;从数量级上看,体变能 U_T 比歪变能 U_W 要小近 1 个数量级.

(2) 歪变能 U_W ,从挤压带到剪切带呈缓变增加的趋势,再向引张带则出现明显减少的变化,大致呈较大 $\rightarrow$ 最大 $\rightarrow$ 小的分布变化.

(3) 体变能 U_T ,有从挤压带、剪切带到引张带逐步持续降低的变化趋势. 比较明显的是在张剪 $\rightarrow$ 剪张带变化期,体变能呈缓变的状态.

(4) 构造变形能 U_B 的分布特征(图 3)总体上和歪变能 U_W 变化趋势相同. 歪变能 U_W 和体变能 U_T 的叠加复合成构造变形能 U_B ,由于歪变能在数量级上大于体变能,因此,在 $\alpha=0\sim 90^\circ$ 范围内, U_B 与 U_W 基本上呈同步变化,即较高 $\rightarrow$ 最高 $\rightarrow$ 低的变化.

3 分析与讨论

在外力作用下,不同构造带变形性质有差别. 通过研究发现,其中构造变形能的分布和大小也不同. 把上述研究用一张图可以概略地表述出来(图 4). 分析研究结果可以发现以下问题:

(1) 歪变能 U_W 影响构造变形能 U_B 的分布,在挤压带中比较高,而压剪带中最高,剪张带很快降低的特点很值得注意. 压剪带是构造变形能最大,因而可能是构造热产生最大的地段.

图 4 同一外力条件下不同性质变形带能量分布图

<https://engine.scichina.com/doi/10.1360/csb1998-43-5-467>

六次循环数域上的 Ankeny_Artin_Chowla 公式

刘 通

(清华大学应用数学系, 北京 100084)

摘要 设 K_6 为实六次循环数域, K_2, K_3 分别为其二次及三次子域, 记 $h(L)$ 为数域 L 的理想类数. 文中得到 $h^- = h(K_6)/h(K_2)h(K_3)$ 的 7 个同余公式. 特别当 K_6 的导子 $f = p$ 为素数, 则 $Ch^- \equiv B_{(p-1)/6} B_{5(p-1)/6} \pmod{p}$, 其中 C 为明显给出的常数, B_n 为 Bernoulli 数, 这些结果相当系统地把 Ankeny_Artin_Chowla, Kiselev, Carlitz, 陆洪文, 张贤科等从 1948 到 1988 年关于二次域及四次循环域的许多结果推广到实六次循环域上去.

关键词 实六次循环数域 类数 相对基本单位

Ankeny-Artin-Chowla 在文献[1]中得到关于实二次域 k 的类数 h 的许多同余式. 这些同余式有些已为 Kiselev 得到(见 Math Reviews 10, 236h), 其中之一是若 k 的导子为素数 $p \equiv 1 \pmod{4}$, 记 $\epsilon_0 = (t + u\sqrt{p})/2$ 为 k 的基本单位, 则

$$h \cdot u/t \equiv B_{(p-1)/2} \pmod{p}, \quad (1)$$

(2) 体变能 U_T 在挤压变形带中最高, 而在引张变形带中最低. 虽然它的数量级不大, 但其物理性质表明, 体变球形正应力变量及体变能量梯度是流体的主要驱动力^[8,9].

致谢 研究工作得到陈庆宣研究员和刘瑞珣教授的热情指导, 特此致谢. 本工作为国家计划委员会科技找矿(JG947110)、国家科学委员会高科技项目(KG94_83)和地质行业科学技术发展基金(9519)项目资助.

参 考 文 献

- 1 Paterson M S. Rook deformation experimentation, The Brittle-Ductile Transition in Rocks (The Heard Volume), In: Duba A G, et al. eds. Geophy Am Geophys Union, 1990, 56: 187~ 194
- 2 及川井洪. 结晶体の高温・一・. 见: 上田诚也编, 固体の流动. 东京: 东海大学出版会, 1974. 263~ 282
- 3 Kidybinski A. Heat resultant of uniaxial stress field in rock. Int J Rock Mech Min Sci Geomech Abstr, 1973, 10: 727~ 748
- 4 Bonnet G, Hinzlin P, Jouanna P. Experiences thermomecaniques a la machine de cisaillement surroches metamorphiques. Rock Mech, 1978, 11: 39~ 67
- 5 崔承禹, 邓明德, 耿乃光. 在不同压力下岩石光谱辐射特征研究. 科学通报, 1993, 38(6): 538~ 541
- 6 王绳组. 实验构造物理学的若干进展. 见: 秦馨菱等主编, 固体地球物理学论评. 北京: 地震出版社, 1992. 62~ 74
- 7 Bonnet G, Jouanna P. Thermomechanical Friction Tests on Artificial Joints. Int J Rock Mech Min Sci & Geomech Abstr, 1980, 17: 209~ 217
- 8 吕古贤. 关于构造作用力影响“静水压力”问题. 科学通报, 1995, 40(3): 286
- 9 吕古贤. 构造物理化学的初步探讨. 中国区域地质, 1991(3): 254~ 261
- 10 孙训方, 方孝淑, 陆耀洪编. 材料力学(上, 下). 北京: 人民教育出版社, 1978. 1~ 30; 1~ 50
- 11 吕古贤, 孔庆存. 胶东玲珑_焦家式金矿地质. 北京: 科学出版社, 1993. 1~ 266
- 12 肖庆辉等著. 当代地质科学前沿. 武汉: 中国地质大学出版社, 1993. 1~ 99

(1997-07-09 收稿, 1998-01-04 收修改稿)