论文

二维湍流Rayleigh-Bénard对流温度边界层脉动影响特性研究

何鹏¹, 黄茂静², 包芸^{1*}

1. 中山大学航空航天学院, 广州 510275;

2. 哈尔滨工业大学机电学院, 深圳 518000

*联系人, E-mail: stsby@mail.sysu.edu.cn

收稿日期: 2018-05-07; 接受日期: 2018-07-26; 网络出版日期: 2018-10-08

国家自然科学基金(编号: 11772362, 11452002)资助项目

摘要 采用并行直接数值模拟(PDM-DNS)计算了系列 Pr 数和 Ra 数二维方腔Rayleigh-Bénard(RB)热对流. 根据Shishkina等人加入脉动的温度边界层理论, 得到由参数 c 控制的温度边界层剖面, 系统地研究了参数 c 与Rayleigh数(Ra)、Prandtl数(Pr)的关系. Pr 数为4.3和50.0的系列 Ra 数温度边界层剖面中, 参数 c 的变化特性表明脉动对温度边界层的不同影响, $Pr=4.3$ 时, c 较小且随 Ra 数变化不大, $Pr=50.0$ 时, c 较大且随 Ra 数的增加呈下降趋势. $Ra=10^{10}$ 时不同 Pr 数的温度边界层剖面, 参数 c 随 Pr 数增加而增大, 当 $Pr \geq 4.3$ 时, 参数 c 与 Pr 数存在 $c \sim Pr^{0.15}$ 标度率关系. 系列 Ra 数不同 Pr 数的温度边界层剖面控制参数 c 随 Pr 数均存在标度率关系, 标度值随 Ra 增高而减小, 参数 c 随 Pr 数的变化特性基本呈扇形分布. 由此表明, 低 Pr 数温度边界层脉动强度较大, Ra 数对边界层脉动影响较小, 高 Pr 数温度边界层脉动强度较小但随 Ra 数增大而增强.

关键词 Rayleigh-Bénard热对流, 温度边界层, 脉动, 湍流**PACS:** 47.27.te, 44.20.+b, 47.20.Bp, 47.11.-j

1 引言

对流现象广泛存在于各种自然现象和工程问题中. Rayleigh-Bénard湍流热对流是从众多自然现象中抽象出来的经典流体力学模型^[1].

在RB湍流热对流系统中上下导板附近存在两种不同类型的边界层^[2]: 温度边界层和速度边界层, 而温度边界层特性是热对流问题的主要研究对象之一.

Zhou和Xia^[3], Sun和Xia^[4]进行了大量的实验, 对热边界层展开了系列的研究. GL理论预测极高 Ra 数的“终极态”会出现温度剖面对数律. van der Poel等人^[5]通过数值计算研究, 发现羽流发射区存在温度剖面对数律. 黄茂静和包芸^[6]在二维直接数值模拟(DNS)研究中发现更大的 Ra 数范围同样存在温度剖面对数律, 温度边界层变化的标度指数与三维基本一致^[7]. 叶孟翔和包芸^[8]讨论了不同 Pr 下的湍流热对流流动特性, 包芸等

引用格式: 何鹏, 黄茂静, 包芸. 二维湍流Rayleigh-Bénard对流温度边界层脉动影响特性研究. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2018, 48: 124702
He P, Huang M J, Bao Y. Fluctuation effects on thermal boundary layer in two-dimensional turbulent Rayleigh-Bénard convection (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2018, 48: 124702, doi: 10.1360/SSPMA2018-00180

人^[9]发现温度边界层厚度随 Pr 数存在标度率变化关系. 而基于涡热扩散系数, Grossmann和Lohse^[10]对“终极态”的平均温度剖面进行了预测.

经典的Prandtl-Blasius (PB)型层流边界层是很好的边界层理论解近似, 也是Grossmann和Lohse^[11]的理论(GL)成立的基础之一^[12], 然而实验^[13]和数值模拟^[14]得到的温度边界层剖面明显偏离PB理论剖面. Shishkina等人^[15]通过研究, 导出了类似于Falkneb和Skan^[16]的边界层方程(FS), 在无穷小 Pr 数时, FS剖面 and PB剖面是一致的. Shraiman和Siggia^[17]考虑热流和剪切率之间的联系, 在无限大 Pr 数时得到的理论剖面 and PB剖面是一致的. 在PB或FS型边界层理论的研究基础上, Shishkina等人^[18]研究涡热扩散系数时加入边界层脉动的影响, 针对大 Pr 数的热对流系统导出一种新的温度边界层方程, 对 $Pr=4.38$ 和 $Pr=2547.9$, 得到的理论剖面分别与数值模拟的结果非常一致. 因此, 这种边界层剖面的更为准确的认知, 对构建湍流热对流模型和传热理论非常重要.

本文依据Shishkina等人^[18]提出的温度边界层剖面理论, 与二维RB热对流DNS的温度剖面数据进行拟合, 并得到对应的理论剖面控制参数, 研究控制参数 c 随着 Ra 数及 Pr 数的变化规律, 直观地反映脉动在温度边界层上的影响以及边界层脉动随 Ra 数和 Pr 数的变化. 同时, 通过对参数 c 的标度律研究, 对预测平均温度边界层剖面工作具有一定的贡献.

2 DNS数值并行计算

在Oberbeck-Boussinesq近似下, 无量纲化的热对流方程为

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \\ \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\nabla p + \frac{1}{\sqrt{Ra/Pr}} \nabla^2 \mathbf{u} + \theta \mathbf{k}, \\ \frac{\partial \theta}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \theta = \frac{1}{\sqrt{Ra/Pr}} \nabla^2 \theta, \end{cases} \quad (1)$$

其中, $\mathbf{u}$ 为无量纲速度矢量, θ 为无量纲温度, $\mathbf{k}$ 为单位垂向矢量, p 为压力, Ra 为瑞利数, Pr 为普朗特数. 固壁面均使用无滑移速度边界条件, 侧壁面使用绝热边界条件, 在上底板和下底板设置恒温边界条件, 分别为 $\theta=-0.5$ 和 $\theta=0.5$.

本文采用并行直接求解方法(PDM-DNS)^[19]进行

二维湍流RB热对流的直接数值模拟. 该方法不仅能高效准确地计算湍流热对流问题, 具有很强的扩展性. 而且基于“天河二号”超级计算机加速比测试结果显示, 随着计算核心数提高, 仍保持较高的并行效率. 通过该方法计算, 获取系列二维热对流的时间平均场数据, 可方便地进行一系列湍流热对流的温度特性, 流动特性及其他物理特性的研究.

3 二维热对流温度边界层特性

本文采用Shishkina等人^[18]新的考虑脉动的温度边界层方程, 对所计算的3组二维湍流热对流的温度边界层剖面进行拟合, 验证计算温度边界层和理论剖面之间的吻合程度, 进一步研究理论参数 c 随 Ra 数和 Pr 数的变化规律.

3.1 加入边界层脉动影响的温度边界层方程

温度边界层特性与湍流热对流的传热特性直接相关, 是热对流研究领域中的一个重要科学问题. 由于热对流边界层脉动的影响, 采用层流PB理论剖面进行温度剖面拟合时, 与DNS和实验中得到的温度剖面存在较大的偏差^[13,14]. 因此虽然整体流动尚未进入完全湍流状态, 温度边界层特性的研究已不可忽略边界层脉动的影响.

Shishkina等人^[18]从二维平板温度方程出发, 考虑边界层脉动影响, 定义涡热扩散系数 κ_t . 通过假设在近底板附近 $\kappa_t \propto a^3 \xi^3 \kappa$, 以及温度边界层嵌入速度边界层内, 水平速度 $\langle u \rangle \propto z$. 其中相似变量 $\xi = z / \delta(x)$, z 表示远离热底板的距离, $\delta(x)$ 表示温度边界层厚度, κ 表示热扩散系数, $\langle \dots \rangle$ 表示时间平均. 得到较大 Pr 数的情况下的温度边界层方程:

$$\theta(\xi) = (\theta_{\text{bot}} - \langle \theta \rangle) / (\Delta/2) = \int_0^\xi (1 + a^3 \eta^3)^{-c} d\eta, \quad (2)$$

式中, θ_{bot} 表示底板温度, $\langle \theta \rangle$ 表示时间平均后的温度, Δ 表示顶板和底板之间的温差. 方程中包含两个参数 a 和 c , 而参数 a 和 c 满足关系 $a = \Gamma(1/3)\Gamma(c-1/3)/3\Gamma(c)$, 当 $c \rightarrow \infty$, 边界层脉动消失, $\theta(\xi)$ 趋于层流PB解形式. 此处 $\theta(\xi)$ 与第2节 θ 有所不同, 为 θ 归一化后的表述形式.

在温度边界层理论剖面推导中, 参数 a 作为假

设 $\kappa_t / \kappa \approx a^3 \xi^3 \kappa$ 中比例系数出现, 表征湍流的边界层脉动强度. 由于给出了参数 a 和 c 之间显式函数关系, 得到 a 随 c 单调减小的规律. 因此当 c 值减小时, a 值增大, 温度边界层中涡热扩散系数 κ_t 增大, 边界层脉动强度增强, 热对流温度边界层从层流状态过渡到湍流状态. 为了研究参数 c 对温度边界层剖面变化的影响, 本文计算了 6 种不同 c 值计算的平均温度边界层方程理论剖面. 根据温度边界层理论剖面曲线随不同 c 值的形态, 讨论参数 c 的变化特性.

图 1 给出了不同控制参数 c 时, 计算出的温度边界层理论剖面曲线. 其中, 黑色点线和黑色实线分别表示 $Pr \rightarrow 0$ 时和 $Pr \rightarrow \infty$ 时的 PB 理论剖面, 为任意 Pr 数下 PB 理论剖面曲线的下界和上界. 如图 1 所示, 根据温度剖面形态随横坐标 ξ 的不同, 可将温度边界层剖面分为 3 个阶段, 分别是直线上升的线性区, 曲线上升的过渡区以及近似平行的主流区. 随着控制参数 c 增大, 理论剖面曲线形状不断提高, 且变化呈现单调趋势, 而当 $c=5$ 和 $c=6$ 时, 新的剖面曲线非常贴合 $Pr \rightarrow \infty$ 的 PB 剖面. 说明参数 c 增大, 同时参数 a 减小, 温度边界层脉动强度减小, 新的理论剖面曲线更加贴近层流 PB 理论解.

3.2 不同 Ra 数温度边界层特性

将二维数值模拟数据的平均场温度分布沿横向进

图 1 (网络版彩图) 不同 c 值对应的温度边界层理论剖面, 黑色点线和黑色实线为 PB 理论解

Figure 1 (Color online) Temperature theory profiles for different c , the black solid line and the black dash dot are Prandtl-Blasius predictions.

行平均, 得到底板温度边界层. 对温度边界层剖面数据进行归一化处理. 根据理论公式, 选取合适的参数 c 计算相应的温度边界层理论剖面, 对 DNS 计算温度边界层剖面和考虑脉动的温度边界层理论剖面进行拟合.

大量已有研究表明, 当 $\xi \leq 0.6$ 时, 温度剖面满足层流 PB 剖面形式^[20]. 当 $0.6 \leq \xi \leq 4$ 时, 温度剖面与层流 PB 剖面存在偏差^[14], 经动态重构法^[21]后, 这种由边界层脉动产生的偏差依旧存在.

图 2 给出 $Pr=4.3$, $10^8 \leq Ra \leq 10^{12}$ 的热对流温度边界层剖面数值解和理论解的拟合情况, 横坐标 ξ 表示归一化后的离底板距离, 纵坐标 $\theta(\xi)$ 表示归一化后的温度剖面, 同时给出了层流 PB 理论解. 在图 2 中研究的 4 个边界层厚度的范围内, Ra 数较低时, 2 个边界层厚度内的计算温度边界层剖面与理论解曲线吻合良好, 当距离超过 2 个边界层厚度, 计算温度边界层剖面与理论解曲线拟合之间出现微小偏差. 较高 Ra 数时, 计算温度边界层剖面与理论解曲线吻合较好, 并一直延续至 4 个边界层厚度. 上述结果表明, 当 Ra 越高流动湍流度越大, 计算温度边界层剖面与新的理论解曲线吻合度越好.

在考虑脉动的温度边界层理论解中, 温度边界层理论曲线是由唯一参数 c 决定的. 讨论参数 c 在不同 Pr 数下随 Ra 数的变化特性, 给出上述拟合中所采用参数 c 值随 Ra 数的变化情况. Wang 等人^[22]通过特殊设计的准二维圆盘实验, 验证了考虑脉动的温度边界层理论解的可靠性, 同时认为该理论解可建立了一个理论框架来描述边界层脉动的影响. 由于理论剖面加入了边界层脉动影响, 相比于层流 PB 剖面, 两者间的偏差可通过参数 c 的大小反映边界层脉动影响强度, c 值较小脉动影响较强.

图 3 给出了两组 Pr 数下理论曲线参数 c 随 Ra 数的变化特性. 从图 3 中可以看到, $Pr=4.3$ 时参数 c 随 Ra 数的变化不大, 基本在 $c \approx 0.8$ 附近, 与 Shishkina 等人^[18]的工作 $Pr \approx 1$ 时参数 $c \approx 1$ 的结果一致. 参数 c 的值变化不大表明温度边界层剖面的形状基本重合. 这与在其他许多数值模拟结果中, 在很宽的 Ra 数范围内得到的不同 Ra 数温度剖面数据基本重合的结论一致^[23]. 也说明在 $Pr=4.3$, $Ra \geq 10^8$ 的热对流温度边界层都具有基本相同湍流特性的剖面形状.

图 3 中 $Pr=50.0$ 时参数 c 随 Ra 数的增加呈曲线下降趋势, 热对流温度边界层剖面形状变化较大. Ra 数较

图 2 (网络版彩图) $Pr=4.3$ 不同 Ra 数平均温度边界层剖面, 红色实心圆点表示模拟温度数据, 黑色实线表示拟合的理论曲线, 黑色虚线为 PB 理论解. (a) $Ra=1 \times 10^8$, $c=0.81$; (b) $Ra=2 \times 10^8$, $c=0.83$; (c) $Ra=1 \times 10^9$, $c=0.76$; (d) $Ra=2 \times 10^9$, $c=0.75$; (e) $Ra=1 \times 10^{10}$, $c=0.79$; (f) $Ra=2 \times 10^{10}$, $c=0.81$; (g) $Ra=1 \times 10^{11}$, $c=0.79$; (h) $Ra=1 \times 10^{12}$, $c=0.81$

Figure 2 (Color online) Mean temperature profiles with different Ra for $Pr=4.3$, the temperature profiles in the DNS (red solid markers), the theory profiles (black lines), the Prandtl-Blasius profiles (black dash lines). (a) $Ra=1 \times 10^8$, $c=0.81$; (b) $Ra=2 \times 10^8$, $c=0.83$; (c) $Ra=1 \times 10^9$, $c=0.76$; (d) $Ra=2 \times 10^9$, $c=0.75$; (e) $Ra=1 \times 10^{10}$, $c=0.79$; (f) $Ra=2 \times 10^{10}$, $c=0.81$; (g) $Ra=1 \times 10^{11}$, $c=0.79$; (h) $Ra=1 \times 10^{12}$, $c=0.81$.

低 $Ra=10^8$ 时拟合控制参数 $c=1.63$, 温度边界层剖面基本接近层流 PB 剖面, 此时的温度边界层是层流的. Ra 数较高 $Ra=10^{11}$ 时参数 c 值下降, $c=1.00$, 温度边界层内部脉动加强, 温度边界层不再保持层流结构. 并且参数 c 的值都大于 $Pr=4.3$ 时的参数 c 值, 与 Shishkina 等人^[18] 的工作在 $Pr \gg 1$ 时参数 $c \sim 2$, 因此高 Pr 数参数 c 的取值较大的结果一致.

对比图 3 中 $Pr=4.3$ 和 $Pr=50.0$ 的参数 c 随 Ra 数分布. $Pr=50.0$ 的参数 c 值大于 $Pr=4.3$ 的参数 c 值, 说明低 Pr 数边界层脉动较强. 低 $Pr=4.3$ 时参数 c 随 Ra 数的变化不大, c 值均在 0.8 上下, 边界层脉动较大但受 Ra 数影响较小. 高 $Pr=50.0$ 时参数 c 随 Ra 数变化明显下降, 表明温度边界层脉动受 Ra 数影响较大, 且温度边界层脉动强度随 Ra 数增大而增强. 这一结果与实验和计算中表明的物理特性变化一致.

图 3 (网络版彩图) $Pr=4.3$ 和 $Pr=50.0$ 时理论剖面参数 c 随 Ra 数的变化

Figure 3 (Color online) The parameters c in the theory profiles with increasing Ra for $Pr=4.3$ and $Pr=50.0$.

3.3 不同 Pr 数场温度边界层特性

Shishkina等人^[24]通过分析 $Pr=0.1$ 的系列 Ra 数三维圆筒数值模拟数据, 认为温度剖面是依赖 Pr 数而很少或根本不依赖 Ra 数. 由此本文进行系列 Pr 数的二维湍流热对流数值模拟, 探讨平均温度边界层剖面随 Pr 数的变化规律.

选取 $Ra=1\times 10^{10}$ 时不同 Pr 数的系列算例, 给出理论解的温度剖面曲线与数值计算温度边界层剖面的拟合情况, 同时给出与层流PB理论剖面解的对比情况.

图4给出 $Ra=1\times 10^{10}$, $1.2\leq Pr\leq 200$ 的结果, 包括计算温度边界层剖面 and 理论温度剖面曲线以及对应的PB理论解. 图中结果显示, 相较层流PB理论剖面, 加入边界层脉动影响的温度边界层理论剖面吻合效果都很好. 随着 Pr 数的增大, 温度边界层剖面与层流PB剖面越来越接近. 当 Pr 数足够大时, 层流PB剖面 and 新的理

论剖面均能拟合计算温度边界层剖面, 此时边界层脉动影响基本消失.

对比图4(a)中 $Pr=1.2$ 和图4(h)中 $Pr=200$ 时的温度剖面形态, 发现边界层脉动对温度剖面形态影响不同. $Pr=1.2$ 时 c 值较小脉动较强时, 温度剖面线性区较短, 不到一个边界层厚度, 过渡区区域较大, 主流区与横坐标轴之间存在倾斜角度. 而当 $Pr=200$ 时, 边界层脉动较小, 线性区在一个边界层厚度左右, 过渡区较短, 两个边界层厚度左右时温度剖面进入主流区, 主流区基本平行于横坐标轴. 通过计算温度剖面3个区域随 Pr 数的差异变化, 反映了湍流脉动对温度边界层剖面的影响.

图5给出 $Ra=1\times 10^{10}$ 理论解参数 c 随 Pr 数的变化. 横坐标表示 Pr 数, 纵坐标表示理论剖面参数 c 值, 横纵坐标均为对数坐标. Emran等人^[25]通过 Ra 数 10^6-10^9 , Pr 数

图4 (网络版彩图) $Ra=1\times 10^{10}$, 不同 Pr 数下二维热对流温度边界层剖面, 红色实心圆点表示计算模拟温度数据, 黑色实线表示拟合的理论曲线, 黑色虚线为PB理论解. (a) $Pr=1.2$, $c=0.74$; (b) $Pr=2.0$, $c=0.75$; (c) $Pr=4.3$, $c=0.79$; (d) $Pr=10$, $c=0.86$; (e) $Pr=20$, $c=0.97$; (f) $Pr=50$, $c=1.10$; (g) $Pr=100$, $c=1.24$; (h) $Pr=200$, $c=1.36$

Figure 4 (Color online) Temperature profiles in two-dimensional RB convection with different Pr for $Ra=1\times 10^{10}$, the temperature profiles in the DNS (red solid markers), the theory profiles (black lines), the Prandtl-Blasius profiles (black dash lines). (a) $Pr=1.2$, $c=0.74$; (b) $Pr=2.0$, $c=0.75$; (c) $Pr=4.3$, $c=0.79$; (d) $Pr=10$, $c=0.86$; (e) $Pr=20$, $c=0.97$; (f) $Pr=50$, $c=1.10$; (g) $Pr=100$, $c=1.24$; (h) $Pr=200$, $c=1.36$.

图 5 (网络版彩图) $Ra=10^{10}$ 时理论剖面参数 c 随 Pr 数分布, 蓝色下三角点表示参数 c 的分布情况, 黑色直线表示拟合线段

Figure 5 (Color online) The parameters c (blue triangle down markers) of the theory profiles with increasing Pr for $Ra=10^{10}$, the fitting line is the black line.

1–200 的三维圆筒 DNS 结果研究得到参数 c 随 Pr 数存在标度率关系, 标度率是 0.1421. 从图 5 中可以看出, 随着 Pr 数的增大参数 c 的值增大, 随 Pr 数的变化表现为明显的两个阶段. 当 $Pr \leq 4.3$ 时, 参数 c 随 Pr 数略有增大; 当 $Pr \geq 4.3$ 时, 参数 c 随 Pr 数存在标度率关系, $c \sim Pr^{0.15}$.

在图 5 中 $Ra=10^{10}$ 时, 参数 c 随 Pr 数的变化规律表现为两个阶段. 给出两个阶段典型 Pr 数的平均温度及流线图, 如图 6 所示, 探讨流动状态对温度边界层特性的

影响. Zhang 等人^[26]通过研究 $Pr=5.3$, Ra 数由 10^6 – 10^{10} 的二维 DNS 结果发现, 脉动的大小与羽流的发射有关, 同时联系着大尺度环流和角涡的竞争机制. 当 $Pr=2$ 时, 大尺度环流近似呈圆形, 存在 4 个尺寸大小基本一致的角涡, 当 $Pr=20$ 时, 角涡的效应增强, 在左上角和右下角区域存在尺寸较大的角涡, 大尺度环流近似呈现椭圆形. 不同的流动状态将改变温度边界层内的脉动特性. 因此, 受到边界层脉动强度以及大尺度环流形态不同的影响, 参数 c 随 Pr 数的变化规律不同.

$Ra=10^{10}$ 在 Pr 数较大时, 参数 c 随 Pr 数变化存在标度率关系. 为了探究这种标度率是否受到 Ra 数影响, 通过计算二维不同 Ra 数的系列 Pr 数算例, 经拟合后得到参数 c 随 Pr 数分布, 如图 7 所示.

从图 7 中可以看到, 不同 Ra 数情况参数 c 随 Pr 数的变化与图 5 结论相似, 随着 Pr 数的增大参数 c 的值增大. 参数 c 随 Pr 数基本呈扇形分布. 不同 Ra 数下, 当 Pr 数大于某个特点值后参数 c 与 Pr 数存在标度率关系, 而且随 Ra 数增高 Pr 数特定值增大, 标度率值变小. 当 Ra 数为 5×10^8 , 2×10^9 , 1×10^{10} 和 1×10^{11} 时特定 Pr 数分别为 1.0, 4.3, 4.3, 20.0, 得到的标度率分别为 0.21, 0.19, 0.15 和 0.10.

Stevens 等人^[27]通过动态重构法^[21]重新整理准二维系统到三维系统的实验结果, 发现得到的温度剖面更接近层流结果, 其中的偏差随着 Pr 数增大而减小. Ching 等人^[28]研究热边界层中脉动对传热的影响, 发现正如预期中脉动能增强传热, 认为当小 Pr 数下脉动

图 6 (网络版彩图) 平均温度场图, 颜色代表温度大小, 箭头表示流动方向. (a) $Pr=2$; (b) $Pr=20$

Figure 6 (Color online) The time-averaged temperature fields for two values of Pr . (a) $Pr=2$; (b) $Pr=20$. The temperature is coded in color, and the arrow indicates the flow direction.

图 7 (网络版彩图) 不同 Ra 数的理论剖面参数 c 随 Pr 数分布. 红色、暗黄色、蓝色和品红色线段分别表示对应的拟合直线

Figure 7 (Color online) The parameters c of the theory profiles with increasing Pr for different Ra (symbols) together with the fitting lines (lines of the corresponding colors).

的影响将会增强. 而在图7中, 当 Ra 数增大时, 参数 c 随 Pr 数标度率减小. 结合图3进一步说明, 当 Pr 数较低时, 边界层脉动强度较大, Ra 数对边界层脉动影响较小, 当 Pr 数较高时, 边界层脉动强度减小, Ra 数对边界层脉动影响增强, 且边界层脉动强度随 Ra 数增大而增强.

4 结论

平均温度边界层特性研究是RB湍流热对流物理特性研究的重要问题之一, 对湍流热对流传热特性的研究非常重要. 由于边界层脉动的影响, 层流边界层理论剖面不能很好地拟合实际的湍流热对流温度边界

层剖面. 本文根据Shishkina等人新的温度边界层理论, 讨论了二维RB湍流热对流DNS的温度边界层剖面与理论剖面曲线的拟合对比情况, 得到以下结论.

(1) 在两个不同 Pr 系列 Ra 数情况下, 低 Pr 数 $Pr=4.3$ 时, DNS计算温度边界层剖面的拟合结果控制参数 c 值较小但随 Ra 数变化不大, 反映了温度边界层具有较强的脉动和相近的剖面形状. $Pr=50.0$ 时, 随 Ra 数的增加参数 c 呈曲线下落趋势, 并且参数 c 的取值都大于 $Pr=4.3$ 时的参数 c 值. $Ra=10^8$ 时参数 $c=1.63$, 温度边界层是层流的, $Ra=10^{11}$ 时参数 $c=1.00$, 温度边界层为边界层, 温度边界层脉动强度随 Ra 数增高而增强. 低 Pr 数和高 Pr 数二维RB湍流热对流中, Ra 数对温度边界层脉动影响差异较大.

(2) $Ra=10^{10}$ 时不同 Pr 数的结果表明, 温度边界层在脉动影响下, 温度剖面相较于层流PB曲线, 线性区缩小, 过渡区扩大, 主流区与横坐标轴产生一定倾斜角度. 理论曲线参数 c 随 Pr 数增大而变大, 表明温度边界层脉动的影响随 Pr 数增大而减小. 参数 c 随 Pr 数分布表现为两个阶段, 当 $Pr < 4.3$ 时, 参数 c 随 Pr 数略有增大, 当 $Pr \geq 4.3$ 时, 参数 c 与 Pr 数存在标度率关系, 标度率关系为 $c \sim Pr^{0.15}$. 参数 c 随 Pr 数的规律不同, 与二维RB湍流热对流平均场大尺度环流形态不同相关联.

(3) 不同 Ra 数的系列 Pr 数计算温度边界层结果表明, 随着 Pr 数的增大所有参数 c 的值增大, 参数 c 随 Pr 数基本呈扇形分布, 且都在 Pr 数大于某值是存在标度率关系, 而且随 Ra 数增高参数 c 与 Pr 数关系的标度率值变小. 这种变化趋势反映了当 Pr 数较低时, 边界层脉动强度较大, Ra 数对边界层脉动影响较小, 当 Pr 数较高时, 边界层脉动强度减小, Ra 数对边界层脉动影响增强, 且边界层脉动强度随 Ra 数增高而增强.

参考文献

- Ahlers G, Grossmann S, Lohse D. Heat transfer and large scale dynamics in turbulent Rayleigh-Bénard convection. *Rev Mod Phys*, 2009, 81: 503–537, arXiv: [0811.0471](#)
- Ahlers G, Bodenschatz E, Funfschilling D, et al. Logarithmic temperature profiles in turbulent Rayleigh-Bénard convection. *Phys Rev Lett*, 2012, 109: 114501, arXiv: [1204.6465](#)
- Zhou Q, Xia K Q. Physical and geometrical properties of thermal plumes in turbulent Rayleigh-Bénard convection. *New J Phys*, 2010, 12: 075006, arXiv: [1002.2275](#)
- Sun C, Xia K Q. Scaling of the Reynolds number in turbulent thermal convection. *Phys Rev E*, 2005, 72: 067302
- van der Poel E P, Stevens R J A M, Lohse D. Comparison between two- and three-dimensional Rayleigh-Bénard convection. *J Fluid Mech*, 2013, 736: 177–194

- 6 Huang M J, Bao Y. Logarithmic mean temperature profiles in turbulent Rayleigh-Bénard convection (in Chinese). *Sci Sin-Phys Mech Astron*, 2017, 47: 74–79 [黄茂静, 包芸. 湍流Rayleigh-Bénard热对流温度剖面对数律研究. *中国科学: 物理学 力学 天文学*, 2017, 47: 74–79]
- 7 Huang M J, Bao Y. Characteristics of flow and thermal boundary layer in turbulent Rayleigh-Bénard convection (in Chinese). *Acta Phys Sin*, 2016, 65: 153–160 [黄茂静, 包芸. 湍流热对流近底板流态与温度边界层特性. *物理学报*, 2016, 65: 153–160]
- 8 Ye M X, Bao Y. Flow characteristics of turbulent convection with different Prandtl numbers (in Chinese). *Chin J Hydrodyn*, 2017, 32: 463–469 [叶孟翔, 包芸. 不同Pr数湍流热对流动特征. *水动力学研究与进展(A辑)*, 2017, 32: 463–469]
- 9 Bao Y, Gao Z Y, Ye M X. Numerical study of Prandtl number effects in turbulent thermal convection (in Chinese). *Acta Phys Sin*, 2018, 67: 182–188 [包芸, 高振源, 叶孟翔. 湍流热对流Prandtl数效应的数值研究. *物理学报*, 2018, 67: 182–188]
- 10 Grossmann S, Lohse D. Logarithmic temperature profiles in the ultimate regime of thermal convection. *Phys Fluids*, 2012, 24: 125103, arXiv: [1208.2597](#)
- 11 Grossmann S, Lohse D. Scaling in thermal convection: A unifying theory. *J Fluid Mech*, 2000, 407: 27–56
- 12 Prandtl L. Über Flüssigkeitsbewegung bei sehr kleiner Reibung. In: Krazer A, ed. *Verhandlungen des III Internationalen Mathematiker-Kongresses* (Heidelberg, 1904). Kraus Reprinted Ltd, 1905. 484–491
- 13 Du Puits R, Resagk C, Tilgner A, et al. Structure of thermal boundary layers in turbulent Rayleigh-Bénard convection. *J Fluid Mech*, 2007, 572: 231–254
- 14 Shishkina O, Thess A. Mean temperature profiles in turbulent Rayleigh-Bénard convection of water. *J Fluid Mech*, 2009, 633: 449–460
- 15 Shishkina O, Horn S, Wagner S. Falkner-Skan boundary layer approximation in Rayleigh-Bénard convection. *J Fluid Mech*, 2013, 730: 442–463
- 16 Falkneb V M, Skan S W. Solutions of the boundary-layer equations. *London Edinburgh Dublin Philos Mag J Sci*, 1931, 12: 865–896
- 17 Shraiman B I, Siggia E D. Heat transport in high-Rayleigh-number convection. *Phys Rev A*, 1990, 42: 3650–3653
- 18 Shishkina O, Horn S, Wagner S, et al. Thermal boundary layer equation for turbulent Rayleigh-Bénard convection. *Phys Rev Lett*, 2015, 114: 114302, arXiv: [1411.5826](#)
- 19 Bao Y, Luo J, Ye M. Parallel direct method of DNS for two-dimensional turbulent Rayleigh-Bénard convection. *J mech*, 2018, 34: 159–166
- 20 Lui S L, Xia K Q. Spatial structure of the thermal boundary layer in turbulent convection. *Phys Rev E*, 1998, 57: 5494–5503
- 21 Zhou Q, Xia K Q. Measured instantaneous viscous boundary layer in turbulent Rayleigh-Bénard convection. *Phys Rev Lett*, 2010, 104: 104301, arXiv: [0909.1629](#)
- 22 Wang Y, He X, Tong P. Boundary layer fluctuations and their effects on mean and variance temperature profiles in turbulent Rayleigh-Bénard convection. *Phys Rev Fluids*, 2016, 1: 082301
- 23 Scheel J D, Kim E, White K R. Thermal and viscous boundary layers in turbulent Rayleigh-Bénard convection. *J Fluid Mech*, 2012, 711: 281–305
- 24 Shishkina O, Horn S, Emran M S, et al. Mean temperature profiles in turbulent thermal convection. *Phys Rev Fluids*, 2017, 2: 113502
- 25 Emran M S, Ching E S C, Zhong J Q, et al. Vertical temperature profiles in Rayleigh-Bénard convection in large-Prandtl-number fluids. In: 16th European Turbulence Conference. Stockholm, 2017
- 26 Zhang Y, Huang Y X, Jiang N, et al. Statistics of velocity and temperature fluctuations in two-dimensional Rayleigh-Bénard convection. *Phys Rev E*, 2017, 96: 023105
- 27 Stevens R J A M, Zhou Q, Grossmann S, et al. Thermal boundary layer profiles in turbulent Rayleigh-Bénard convection in a cylindrical sample. *Phys Rev E*, 2012, 85: 027301, arXiv: [1110.6329](#)
- 28 Ching E S C, Dung O Y, Shishkina O. Fluctuating thermal boundary layers and heat transfer in turbulent Rayleigh-Bénard convection. *J Stat Phys*, 2017, 167: 626–635

Fluctuation effects on thermal boundary layer in two-dimensional turbulent Rayleigh-Bénard convection

HE Peng¹, HUANG MaoJing² & BAO Yun^{1*}

¹*School of Aeronautics and Astronautics, Sun Yat-Sen University, Guangzhou 510275, China;*

²*Power Engineering and Engineering Thermal Physics, Harbin Institute of Technology, Shenzhen 518000, China*

The temperature fields in two-dimensional (2D) Rayleigh-Bénard (RB) convection were simulated by the parallel direct method of DNS (PDM-DNS) with different Rayleigh (Ra) numbers and different Prandtl (Pr) numbers. Mean temperature profiles in terms of one parameter c can be obtained by Shishkina et al. [Phys Rev Lett, 2015, 114: 114302], who developed the temperature boundary layer theory considering fluctuation effect. The relationship of parameter c with Ra and Pr was studied systematically. The characteristics of parameters c report the fluctuation effects on the temperature profiles. For the different Ra with specific Pr , the parameter c are small and little change with Ra at $Pr = 4.3$, and are large and decrease with the increase of Ra at $Pr = 50.0$. For a fixed $Ra = 10^{10}$, the parameter c increases with increasing Pr . This dependence could be described by a power law with an exponent $\alpha=0.15$ when $Pr \geq 4.3$. The dependences of the parameter c with Pr at different fixed Ra by the different power law take shape as a fan, and their exponents decrease with increasing Ra . The results demonstrate that the fluctuation effects on thermal boundary layer are stronger for smaller Pr where Ra numbers has less influence, weaker for larger Pr and will be enhanced with increasing Ra .

Rayleigh-Bénard convection, thermal boundary layer, fluctuation, turbulence

PACS: 47.27.te, 44.20.+b, 47.20.Bp, 47.11.-j

doi: [10.1360/SSPMA2018-00180](https://doi.org/10.1360/SSPMA2018-00180)