静电场调制椭球形细胞膜电位和一侧离子浓度的研究

张辉¹, 王李阳², 张培杰³, 张小娣¹, 马军^{4*}

1. 咸阳师范学院物理与电子工程学院, 咸阳 712000;

2. 陕西师范大学生命科学学院, 西安 710062;

3. 长安大学公路学院, 西安 710064;

4. 兰州理工大学物理系, 兰州 730050

* E-mail: hyperchaos@163.com

收稿日期: 2017-08-10; 接受日期: 2018-01-15; 网络版发表日期: 2018-06-15

国家自然科学基金项目(批准号: 61307002)和陕西省科技厅项目(编号: 2016JM6053)资助

摘要 在对静电场与细胞相互作用建模和跨膜电位计算的基础上, 基于能斯托公式和玻尔兹曼公式, 给出静电场对椭球形细胞离子跨膜迁移量影响的分析方法, 并就静电场对不同类型椭球形细胞离子跨膜迁移量变化的影响进行数值分析. 研究发现: 静电场在细胞表面不同位置引起的跨膜离子迁移量不同; 随外场方向角 α 、椭球半轴比值 ρ 增加, 静电场引起的细胞膜一侧离子浓度相对无外场作用, 其比值的最大值逐渐减少, 最大值对应位置 $\theta_{\max}$ 逐渐增加; 在外场强度、细胞表面积或体积一定条件下, ρ 值越大, 则对应的 $\theta_{\max}$ 值越大; 对于含乘性白噪声的静电场, 场强度越大、信噪比越小, 则离子浓度相对变化量越大. 电场影响椭球形细胞离子的跨膜迁移量引起细胞介质极化.

关键词 静电场, 椭球形细胞, 离子浓度, 膜电位

1 引言

电场能调控细胞的许多功能, 如细胞生长^[1]、附着^[2]、细胞骨架的重组^[3]、增殖^[4]、胞内通道的激活^[5]、蛋白分泌^[6]和基因表达^[7]等. 这些调控效应也在诸如神经细胞^[8]、成骨细胞^[9]、成肌细胞^[10]、纤维细胞^[10,11]、内皮细胞^[11]、肌细胞^[12]和上皮细胞^[13]等不同类型的细胞中被证实.

细胞内包含多种多样的带电离子, 如钠离子、钾离子、钙离子等, 在分子层面上, 这些带电离子激发

电场分布, 同时, 这些带电离子在输运过程中, 如穿越细胞膜离子通道也会进一步产生更复杂的电磁场. 当外电场作用于细胞时, 细胞膜内外带电离子的输运和分布将被外场调制, 使膜两侧离子浓度、跨膜电位发生变化, 即发生细胞电场极化效应.

对于细胞电场效应的机理分析, 有许多学者做了大量工作. 如对神经元细胞, Yi等人^[14-18]研究了直流电场和低频交流电场对神经元膜电位的影响, 解释了电场诱发活动迁移的行为; Wang和Chen^[19]研究了电场作用下神经元群体电活动和网络斑图稳定性; Li等

引用格式: 张辉, 王李阳, 张培杰, 等. 静电场调制椭球形细胞膜电位和一侧离子浓度的研究. 中国科学: 技术科学, 2018, 48: 783-790

Zhang H, Wang L Y, Zhang P J, et al. Modulation of membrane potential and ion concentration of isolate ellipsoidal cell exposed to static electric field (in Chinese). Sci Sin Tech, 2018, 48: 783-790, doi: [10.1360/N092017-00266](https://doi.org/10.1360/N092017-00266)

人^[20]研究了电磁辐射对神经元电活动的抑制作用; Ma等人^[21]根据电磁感应原理和量纲一致原理, 提出采用忆阻器耦合对确定性的神经元模型进行改造, 建立了一类可以描述电磁感应和电磁辐射效应的神经元模型. 对于可兴奋性细胞, 张辉等人^[22-25]也从量子力学角度分析了离子跨膜迁移的几率, 讨论了低频电场对钙振荡同步性的调制. 但如何从外电场分布并考虑一些实际物理因素影响跨膜电位的变化以及由此引起离子跨膜输运值得进一步探索.

关于电磁场作用下细胞跨膜电位计算, 20世纪, Schwan等人^[26,27]用球壳表示细胞膜, 通过求解拉普拉斯方程, 给出了在外加直流电场和时变场作用下, 球形单细胞膜电压的解析表达式. Kotnik等人^[28]扩展了在恒定、变化和脉冲电场作用下的Schwan理论, 另外一些学者^[29-31]也对电场作用下的柱形、椭球形细胞的跨膜电位展开讨论. 虽然现在基于振子振荡的神经元模型可以刻画外场驱动和电刺激下神经元细胞膜电位的变化和模态迁移, 但神经元细胞的几何形状等因素没有考虑; 同时, 在采用反应扩散模型表达时, 也无法刻画细胞形体的影响. 因此, 考虑细胞几何因素以及作用外场可进一步精细刻画电场驱动引起的跨膜电位的变化、离子跨膜输运.

基于此, 本文以椭球形细胞为例, 建立椭球形单细胞的物理模型, 给出静电场作用下细胞膜电位的分布以及细胞膜一侧离子量相对变化公式, 并结合数值计算分析静电场对细胞膜一侧离子浓度变化影响.

2 模型分析

从生物物理学角度看, 细胞外液和细胞均可视为电磁介质. 正常情况下, 细胞膜内外离子浓度稳定并维持一定的静息电位, 从而形成势垒约束带电离子的输运. 当外加电磁场作用于生物体时, 在细胞膜上产生附加电位, 使势垒发生变化, 开启一些离子通道, 变化的势垒将影响离子对膜的通透性, 从而使膜两侧离子的平衡浓度发生漂移, 引起细胞生命状态的变化, 进而产生电磁场生物学效应.

2.1 椭球形单细胞的物理模型

对研究的椭球形细胞, 建立如图1模型. 该模型研究区域由细胞外液(细胞外介质)、细胞膜和细胞质(细

胞内介质)构成. 浸没于细胞外液中的椭球形细胞, 其半轴长度分别为 R_1, R_2, R_3 , 为研究方便, 取 $R_1 > R_2 = R_3$ 为长球体细胞, $R_1 < R_2 = R_3$ 为扁球体细胞. 本文讨论的细胞膜厚度为 d , 相对于细胞几何大小, 认为其很小, 细胞膜的电导率为 σ_m , 细胞膜内外介质的电导率分别为 σ_i 和 σ_e .

图1中, 以椭球形细胞球心为原点, 以细胞长轴为 z 轴建立坐标系, $\mathbf{P}(\mathbf{r}, \theta, \phi)$ 是单细胞膜上任一点. 其中 $\mathbf{r}$ 是 $\mathbf{P}$ 点位置矢量, θ 为 $\mathbf{r}$ 与 z 轴正向(椭球形细胞长轴)间夹角, ϕ 为 $\mathbf{r}$ 在 xoy 平面上投影与 x 轴正向间夹角, $\mathbf{E}_0$ 为细胞外液中外加静电场的电场强度, α 为 $\mathbf{E}_0$ 与 z 轴正向夹角, $\mathbf{E}_0$ 在 xoy 平面上投影与 x 轴夹角为 β .

2.2 跨膜电位差 $\Delta\varphi$

在图1中, 假设研究区域上任一点的电位为 φ , 根据电磁理论, 电位 φ 满足拉普拉斯方程, 即:

$$\nabla^2 \varphi = 0. \quad (1)$$

同时, φ 满足的边界条件和边值关系分别为^[32]: 1) 远离细胞的外液中场均匀; 2) 细胞膜内的场有限; 3) 在细胞膜内外表面上, 电位连续; 4) 在细胞不同部分界面法线方向, 电流密度的法向分量连续.

通过求解满足以上边值关系、边界条件的拉普拉斯方程(1), 外加电场在椭球形细胞膜上引起附加的电位差 $\Delta\varphi$ 为^[29]

图1 椭球形单细胞的物理模型

$$\Delta\varphi = E_0 \frac{1}{\sqrt{\frac{\cos^2\theta}{R_1^2} + \frac{\sin^2\theta}{R_2^2}}} \times \begin{pmatrix} \sin\alpha\cos\beta \\ \sin\alpha\sin\beta \\ \cos\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_1\sin\theta\cos\phi \\ p_2\sin\theta\sin\phi \\ p_3\cos\theta \end{pmatrix}, \quad (2)$$

式中, $\alpha, \beta, \phi, \theta$ 的几何意义见图1, $p_1 = \frac{1}{1-L_x}$,

$p_2 = \frac{1}{1-L_y}$, $p_3 = \frac{1}{1-L_z}$, 其中 L_x, L_y, L_z 分别为 x, y, z 方向的去极化因子。

(1) 对长椭球形细胞($R_1 > R_2 = R_3$)

$$e = \sqrt{1 - (R_2/R_1)^2},$$

$$L_z = \frac{1-e^2}{2e^3} \left[\log \frac{1+e}{1-e} - 2e \right], \quad (3)$$

$$L_x = L_y = \frac{1}{2}(1-L_z).$$

(2) 对扁椭球形细胞($R_1 < R_2 = R_3$)

$$e = \sqrt{1 - (R_1/R_2)^2},$$

$$L_z = \frac{1}{e^3} [e - \sqrt{1-e^2} \arcsine], \quad (4)$$

$$L_x = L_y = \frac{1}{2}(1-L_z),$$

其中, 式(3)和(4)中 e 分别是长椭球形和扁椭球形细胞的偏心率。

2.3 静电场对离子跨膜迁移量的影响

正常情况下, 细胞静息膜电位 V_0 形成势垒. 在外加电场的作用下, 处于外液中的单细胞, 在细胞膜上产生附加电位 $\Delta\varphi$, 则使势垒 V 变为

$$V = V_0 + \Delta\varphi. \quad (5)$$

根据能斯托公式和玻尔兹曼公式, 静息膜电位引起的细胞膜两侧离子浓度 C_1, C_2 (mol/L) 有确定关系为^[33,34]

$$C_1 = C_2 e^{\frac{V_0}{\zeta V_T}}, \quad (6)$$

式中, ζ 为考虑外加电磁场与细胞膜中双脂层内带电粒子相互作用而引入的修正因子, V_T 为以电压形式表述的离子热运动能量。

外加静电场的作用, 使细胞膜一侧的离子浓度变

为 C_{1n} :

$$C_{1n} = C_2 e^{\frac{V}{\zeta V_T}} = C_2 e^{\frac{V_0}{\zeta V_T}} e^{\frac{\Delta\varphi}{\zeta V_T}}. \quad (7)$$

则静电场作用后、作用前椭球形细胞膜一侧离子浓度比值为

$$C_{1n}/C_1 = e^{\frac{\Delta\varphi}{\zeta V_T}}. \quad (8)$$

3 分析与讨论

本部分数值分析电场对细胞膜一侧离子浓度的影响, 即式(8)中 C_{1n}/C_1 值. 在式(8)中, ζV_T 根据墨鱼神经干实测的静态伏安特性拟合曲线^[33,34]取值为 5.2 mV. 假设从真空入射到细胞外液上的电磁场功率流密度为 10 mW/cm², 细胞外液相对介电常数取为 80^[35], 通过计算, 细胞外液电场强度 E_0 约为 55 V/m, 考虑椭球形细胞大小, 在此取椭球形细胞半长轴 $R_2 = 10^{-6}$ m^[35]. 则在以下讨论中, 取 $E_0 R_2 / (\zeta V_T)$ 为 0.1. 同时也为讨论问题方便, 取 $\beta = 0$, 即研究细胞与 xoz 面相交截面上, 静电场作用前、后细胞膜一侧离子浓度的相对变化值 C_{1n}/C_1 .

3.1 椭球半轴 R_2 一定时, 不同半轴比率对离子跨膜迁移量的影响

定义: 椭球半轴比率 ρ

$$\rho = R_2 / R_1. \quad (9)$$

为了研究在外场取不同方向时, 不同椭球半轴比率(ρ 不同细胞形状不同)的细胞膜一侧离子浓度随细胞外表面位置变化情况, 图2(a)~(c)分别给出了在椭球半轴 R_2 ($R_2 = R_3$) 一定情况下, 在 ρ 分别取 0.2, 0.5 和 1.2, 细胞外电场方向与 z 轴夹角 α 分别为 0, $\pi/6$, $\pi/3$ 和 $\pi/2$ 时, C_{1n}/C_1 随极角 θ (定义 $\mathbf{P}$ 点位矢 $\mathbf{r}$ 与 z 轴正向间夹角, 表示细胞膜表面位置)变化曲线. 同时, C_{1n}/C_1 为 1 (data5 表示曲线), 即细胞一侧离子浓度不发生变化的曲线也标示在图2中. ρ 取不同值时的 C_{1n}/C_1 最大值 $(C_{1n}/C_1)_{\max}$ 及相应的极角位置 $\theta_{\max}$ 也在表1中给出. 图2和表1显示: 在 ρ 一定情况下, α 越大, $\theta_{\max}$ 对应的极角越大, $\theta_{\max}$ 对应的 $(C_{1n}/C_1)_{\max}$ 越小; 在 α 一定时, ρ 越大, $\theta_{\max}$ 对应的 $(C_{1n}/C_1)_{\max}$ 越大. 这说明在一定外场作用下, 对于不同细胞, 细胞膜表面不同位置, 离子跨膜迁移的量不同. 这可解释外场作用下细胞电穿孔现象。

图 2 细胞膜一侧离子浓度相对变化随极角变化曲线

表 1 C_{in}/C_1 最大值和相应角分布

ρ	$\alpha=0$		$\alpha=\pi/6$		$\alpha=\pi/3$		$\alpha=\pi/2$	
	$(C_{in}/C_1)_{\max}$	$\theta_{\max}(\pi)$	$(C_{in}/C_1)_{\max}$	$\theta_{\max}(\pi)$	$(C_{in}/C_1)_{\max}$	$\theta_{\max}(\pi)$	$(C_{in}/C_1)_{\max}$	$\theta_{\max}(\pi)$
0.2	1.1172	0.0000	1.0982	0.0134	1.0643	0.0395	1.0386	0.5000
0.5	1.1287	0.0000	1.1198	0.0640	1.1001	0.1744	1.0890	0.5000
1.2	1.1759	0.0000	1.1650	0.1950	1.1413	0.2613	1.1281	0.5000

3.2 椭球形细胞体积、表面积一定情况下, 不同半轴比率对离子跨膜迁移量的影响

椭球形细胞体积^[32]:

$$V = \frac{4}{3}\pi R_1 R_2^2. \quad (10)$$

椭球形细胞表面积^[32]:

$$S = \begin{cases} 2\pi R_2 \left(R_2 + \frac{R_1^2}{\sqrt{R_1^2 - R_2^2}} \arcsin \frac{\sqrt{R_1^2 - R_2^2}}{R_1} \right), & R_1 > R_2, \\ 4\pi R_1 R_2, & R_1 = R_2, \\ 2\pi R_2 \left(R_2 + \frac{R_1^2}{\sqrt{R_2^2 - R_1^2}} \operatorname{arcsinh} \frac{\sqrt{R_2^2 - R_1^2}}{R_1} \right), & R_1 < R_2. \end{cases} \quad (11)$$

为研究在细胞膜表面积、体积一定情况下, 外加电场在不同形状的椭球细胞膜表面引起的离子跨膜迁移量的变化, 图3(a)给出了在细胞膜表面积一定情况下, 静电场相对于 z 向的方向角 α 为 $\pi/6$, ρ 分别取0.1, 0.2和0.5时, 长球形($R_1 > R_2$)细胞膜一侧离子浓度比值 C_{in}/C_1 随极角 θ 变化曲线. 图线显示, 随着 ρ 值增加, C_{in}/C_1 最大值也增加, 同时相应的最大值的位置也向 θ 角增大方向移动. 如 ρ 取0.1和0.5时, 对应的 C_{in}/C_1 值最大值和对应的 θ 角分别为1.0482和1.1192, 0.0041 π 和0.0640 π .

图3(b)也给出了在细胞体积一定情况下, 长球形细胞($R_1 > R_2$, 即 $\rho < 1$)和扁球形细胞($R_1 < R_2$, 即 $\rho > 1$) C_{in}/C_1 随 θ 变化曲线. 图3(b)显示, 在体积相同的情况下, 一定方向角入射的静电场, 扁球型细胞 C_{in}/C_1 极大值大于长

图 3 细胞膜一侧离子浓度相对变化随极角变化曲线. (a) 细胞膜表面面积相同; (b) 细胞体积相等

球型细胞; 相同体积的长球型细胞的 ρ 值越大, C_{1n}/C_1 极大值也越大.

3.3 含噪声静电场对离子跨膜迁移量的影响

定义: 信噪比(SNR)

$$\text{SNR} = 10\log_{10} \left[\frac{P_s}{P_n} \right] = 20\log_{10} \left[\frac{V_s}{V_n} \right], \quad (12)$$

式中, P_s 和 P_n 分别为信号功率、噪声功率, V_s 和 V_n 分别为计算得到的外加在细胞上的跨膜电压和用电位表示的噪声电压.

假设加在细胞跨膜电位上的噪声为乘性白噪声, 若含噪声静电场引起的细胞膜一侧离子浓度为 C_{1ns} , 则可用细胞膜一侧离子浓度相对变化值 $(C_{1ns}-C_{1n})/C_1$ 来反映含噪声静电场相对于无噪声静电场在细胞膜一侧引起的离子浓度相对变化. 图4给出 ρ 为0.5的长球型细胞, 在 $\alpha=\pi/3$, SNR分别为30和26 dB, 电场强度分别为 $E_0(=55 \text{ V/m})$ 和 $5E_0$ 静电场作用下, 细胞膜一侧 $(C_{1ns}-C_{1n})/C_1$ 随极角 θ 变化关系图. 考虑噪声的随机效应, 在图4曲线中, 每一极角处 $(C_{1ns}-C_{1n})/C_1$ 都是细胞在该处取500个 $(C_{1ns}-C_{1n})/C_1$ 值的平均值. 由图可以看出, 外场强度一定, 信噪比越大, 细胞膜一侧离子浓度相对变化率越小; 信噪比一定, 外加电场越大, 则 $(C_{1ns}-C_{1n})/C_1$ 越大. 与图2(b)比较, 可以看出, 对于 $\rho=0.5$, $\alpha=\pi/3$ 的长球形细胞, 含噪声场引起的 $(C_{1ns}-C_{1n})/C_1$ 最小值与不含噪声场 C_{1n}/C_1 的最小值几乎在细胞的同一位置.

正常细胞, 膜外的二价钙离子浓度约为 $1000 \mu\text{mol/L}$, 胞内钙离子(二价)浓度约为 $0.1 \mu\text{mol/L}$, 二者的固有比值为 10^4 量级. 一般细胞静息膜电位在 $-10 \sim 100 \text{ mV}$ 之间, 假设讨论的细胞静息膜电位为 -50 mV , 取 ζV_T 为 5.2 mV , 则静息细胞膜表面固有电

图 4 (网络版彩图)噪声、外加场强度对离子跨膜迁移量影响

荷密度 σ_{s0} 为 $2.21 \times 10^{-4} \text{ C/m}^2$, 在无外电磁场作用下, 细胞膜内、外离子浓度比值约为 1.499×10^4 , 比值也在 10^4 量级上. 若取细胞膜去极化时所需的最小电位变化值为 $1 \text{ mV}^{[33]}$, 则去极化时对应的面电荷密度的变化值 $\Delta\sigma_{s0}$ 约为 $4.42 \times 10^{-6} \text{ C/m}^2$. 这说明, 这说明, 细胞膜一侧电荷的相对变化量为2%就可引起细胞膜的去极化, 使细胞膜电位的反转, 引起动作电位而使可兴奋细胞兴奋. 从图2和3的 C_{1n}/C_1 随极角 θ 变化曲线上看, 在细胞膜表面的一定范围内, 如图2(a)对应于 ρ 为0.2, 在静电场与长球型细胞 z 轴夹角 α (方向角)分别为 $0, \pi/6, \pi/3$ 和 $\pi/2$ 时, C_{1n}/C_1 大于1.02的极角范围分别为: $-0.2575\pi \sim 0.2578\pi$, $-0.1346\pi \sim 0.4850\pi$, $-0.0519\pi \sim 0.7756\pi$ 和 $0.0391\pi \sim 0.9612\pi$, 这说明, 该场作用, 在这些细胞膜表面一定范围内可引起细胞的去极化. 从图4也显示, $\rho=0.5$ 的长球形细胞, 在SNR为26 dB含噪声场, $\alpha=\pi/3$ 、外静电场强度为 $5E_0$ 的场作用下, 也可能引起细胞膜一侧一定范围内离子浓度有百分之一相对变化, 这也说明强度较大的场作用, 噪声也可能改变细胞的状态.

趋化(趋药)性试验证明, 额外有 10^3 数量级的分子数通过细胞膜, 就可使细胞的生活状态发生变化^[33,34]. 前述讨论, 对于不同形状的椭球形细胞, 在静电场作用下, 将引起膜两侧离子浓度和跨膜离子数的变化, 进而产生生物学效应.

4 结论

膜电位是反映细胞活力和功能特征的一个指标, 膜电位的涨落变化, 刻画了信号编码过程, 也是神经元之间信号传递的必要条件. 膜电位的变化取决于细胞

内外离子浓度分布, 反过来膜电位也可以对细胞膜内外离子浓度进行调制, 使得细胞对外界刺激做出恰当的响应. 细胞膜是电磁场作用的靶部位. 本文以细胞一侧离子浓度变化作为研究对象, 分析了静电场对椭球形细胞离子跨膜迁移量的影响. 结果显示: 一定强度、方向的静电场、含噪声静电场可对不同形状椭球形细胞表面的离子分布产生影响, 进而产生生物学效应. 这些结果可以解释诸如电穿孔等电磁场在细胞上产生的现象. 同时, 本文静电场对椭球型细胞离子跨膜迁移量影响的分析方法, 以及所做的数值分析, 也可作为电磁场生物学效应机理研究的基础理论.

参考文献

- 1 Radisic M, Park H, Shing H, et al. Functional assembly of engineered myocardium by electrical stimulation of cardiac myocytes cultured on scaffolds. *Proc Natl Acad Sci USA*, 2004, 101: 18129–18134
- 2 Titushkin I, Cho M. Regulation of cell cytoskeleton and membrane mechanics by electric field: Role of linker proteins. *Biophys J*, 2009, 96: 717–728
- 3 Sheikh A Q, Taghian T, Hemingway B, et al. Regulation of endothelial MAPK/ERK signalling and capillary morphogenesis by low-amplitude electric field. *J R Soc Interface*, 2013, 10: 20120548
- 4 Zhang J, Ren R, Luo X, et al. A small physiological electric field mediated responses of extravillous trophoblasts derived from HTR8/SVneo cells: Involvement of activation of focal adhesion kinase signaling. *PLoS ONE*, 2014, 9: e92252
- 5 Rackauskas G, Saygili E, Rana O R, et al. Subthreshold high-frequency electrical field stimulation induces VEGF expression in cardiomyocytes. *Cell Transplant*, 2015, 24: 1653–1659
- 6 Hernández-Bule M L, Paino C L, Trillo M Á, et al. Electric stimulation at 448 kHz promotes proliferation of human mesenchymal stem cells. *Cell Physiol Biochem*, 2014, 34: 1741–1755
- 7 Lluçà-Valldeperas A, Sanchez B, Soler-Botija C, et al. Physiological conditioning by electric field stimulation promotes cardiomyogenic gene expression in human cardiomyocyte progenitor cells. *Stem Cell Res Ther*, 2014, 5: 93
- 8 Kobelt L J, Wilkinson A E, McCormick A M, et al. Short duration electrical stimulation to enhance neurite outgrowth and maturation of adult neural stem progenitor cells. *Ann Biomed Eng*, 2014, 42: 2164–2176
- 9 Meng S, Rouabhi M, Zhang Z. Electrical stimulation modulates osteoblast proliferation and bone protein production through heparin-bioactivated conductive scaffolds. *Bioelectromagnetics*, 2013, 34: 189–199
- 10 Khodabukus A, Baar K. Defined electrical stimulation emphasizing excitability for the development and testing of engineered skeletal muscle. *Tissue Eng Part C-Methods*, 2011, 18: 349–357
- 11 Chiu L L Y, Iyer R K, King J P, et al. Biphasic electrical field stimulation aids in tissue engineering of multicell-type cardiac organoids. *Tissue Eng Part A*, 2011, 17: 1465–1477
- 12 Ahadian S, Ostrovidov S, Hosseini V, et al. Electrical stimulation as a biomimicry tool for regulating muscle cell behavior. *Organogenesis*, 2013, 9: 87–92
- 13 Cohen D J, Nelson W J, Mahabiz M M. Galvanotactic control of collective cell migration in epithelial monolayers. *Nat Mater*, 2014, 13: 409–417
- 14 Yi G S, Wang J, Han C X, et al. Spiking patterns of a minimal neuron to ELF sinusoidal electric field. *Appl Math Model*, 2012, 36: 3673–3684
- 15 Che Y Q, Wang J, Si W J, et al. Phase-locking and chaos in a silent Hodgkin-Huxley neuron exposed to sinusoidal electric field. *Chaos Solitons Fractals*, 2009, 39: 454–462
- 16 Che Y, Wang J, Deng B, et al. Bifurcations in the Hodgkin-Huxley model exposed to DC electric fields. *Neurocomputing*, 2012, 81: 41–48

- 17 Yi G, Wang J, Wei X, et al. Dynamic analysis of Hodgkin's three classes of neurons exposed to extremely low-frequency sinusoidal induced electric field. *Appl Math Comput*, 2014, 231: 100–110
- 18 伊国胜, 王江, 魏熙乐, 等. 无创式脑调制的神经效应研究进展. *科学通报*, 2016, 61: 819–834
- 19 Wang H, Chen Y. Spatiotemporal activities of neural network exposed to external electric fields. *Nonlinear Dyn*, 2016, 85: 881–891
- 20 Li J, Liu S, Liu W, et al. Suppression of firing activities in neuron and neurons of network induced by electromagnetic radiation. *Nonlinear Dyn*, 2016, 83: 801–810
- 21 Ma J, Tang J. A review for dynamics of collective behaviors of network of neurons. *Sci China Tech Sci*, 2015, 58: 2038–2045
- 22 张辉, 许家栋, 牛中奇. 离子跨膜迁移的几率波理论. *生物医学工程学杂志*, 2007, 24: 257–261
- 23 张辉, 许家栋, 牛中奇, 等. 离子跨膜迁移几率对电磁波的响应. *中国医学物理学杂志*, 2004, 21: 179–181
- 24 张辉, 许家栋, 牛中奇, 等. 极低频磁场对胞内钙振荡影响的机理分析. *中国医学物理学杂志*, 2007, 24: 189–192
- 25 张辉, 张小娣, 张淑荣, 等. 电磁场生物学效应的分子机制分析. *中国组织工程研究与临床康复*, 2008, 12: 643–646
- 26 Schwan H P. Electrical properties of tissue and cell suspensions. *Adv Biol Med Phys*, 1957, 5: 147–209
- 27 Grosse C, Schwan H P. Cellular membrane potentials induced by alternating fields. *Biophys J*, 1992, 63: 1632–1642
- 28 Kotnik T, Bobanović F, Miklavčič D. Sensitivity of transmembrane voltage induced by applied electric fields—A theoretical analysis. *Bioelectrochem Bioenergetics*, 1997, 43: 285–291
- 29 Valic B, Golzio M, Pavlin M, et al. Effect of electric field induced transmembrane potential on spheroidal cells: Theory and experiment. *Eur Biophys J*, 2003, 32: 519–528
- 30 Gimsa J, Wachner D. Analytical description of the transmembrane voltage induced on arbitrarily oriented ellipsoidal and cylindrical cells. *Biophys J*, 2001, 81: 1888–1896
- 31 Pavlin M, Miklavčič D. Effective conductivity of a suspension of permeabilized cells: A theoretical analysis. *Biophys J*, 2003, 85: 719–729
- 32 Kotnik T, Miklavčič D. Analytical description of transmembrane voltage induced by electric fields on spheroidal cells. *Biophys J*, 2000, 79: 670–679
- 33 牛中奇, 王海彬, 侯建强, 等. 电磁波对细胞内外离子浓度影响的基本理论. *中国生物医学工程学报*, 2002, 21: 552–556
- 34 李辑熙, 牛中奇. *生物电磁剂量学概论*. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1990
- 35 覃玉荣. 外电场作用下悬液中细胞电压变化建模研究. 博士学位论文. 广州: 华南理工大学, 2005

Modulation of membrane potential and ion concentration of isolate ellipsoidal cell exposed to static electric field

ZHANG Hui¹, WANG LiYang², ZHANG PeiJie³, ZHANG XiaoDi¹ & MA Jun⁴

¹ College of Physics & Electronic Engineering, Xianyang Normal University, Xianyang 712000, China;

² College of Life Science, Shaanxi Normal University, Xi'an 710062, China;

³ School of Highway, Chang'an University, Xi'an 710064, China;

⁴ Department of Physics, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China

Based on the model setting is carried out to describe the interaction between static electric field and cell and the calculation of the transmembrane potential, and the Nernst formula and the Boltzmann formula, the method which to analyze the influence of the static field on the quantity across ellipsoid-cell membrane is investigated by using the theorem of electromagnetic induction. Furthermore, numerical studies were used to detect and verify the transition of ion exchange across the membrane. Some interesting results are approached as follows. The exchange of ions across the membrane and fluctuation of membrane potential are dependent on the position, orientation of electric field applied on the membrane of cell and the cell-shape. With the increasing of the field angle (between the direction of applied field and the direction of ellipsoid semi-major axis) and the semi-axis ratio ρ , it is found that the maximal ratio of ion concentration on the side of the ellipsoid-cell will reduce when external field is applied on the cell membrane, and its positions $\theta_{\max}$ will increase. Under a certain cell superficial area or volume, $\theta_{\max}$ is increased as ρ goes up. The larger field intensity for the electrostatic field with the noise, the smaller signal to noise ratio, as a result, the rate of relative change of the ion concentration will increase. The mechanism for transition in transmembrane ions could be that media or cell can be polarized when appropriate electric field is applied on ellipsoid cell even noise is considered.

electrostatic field, ellipsoid-cell, ion concentration, membrane potential

doi: [10.1360/N092017-00266](https://doi.org/10.1360/N092017-00266)