论文

激励-传播-感知全路径楼盖人致振动舒适度评估

朱前坤^{1,2*}, 蒲兴龙¹, 惠晓丽¹, 张琮¹, 杜永峰¹

1. 兰州理工大学防震减灾研究所, 兰州 730050;

2. 埃克塞特大学工程、数学与物理科学学院, 埃克塞特 EX4 4QF, 英国

* E-mail: zhuqk@lut.cn

收稿日期: 2018-11-05; 接受日期: 2019-04-04; 网络版发表日期: 2019-05-14

国家自然科学基金(批准号: 51668042, 51868046和51508257)和国家留学基金(编号: 201808620022)资助项目

摘要 结构响应的加速度峰值是评价振动舒适度的常用指标, 事实上人作为评判是否舒适的唯一感知体, 而以结构的响应来评判人的舒适性则不够全面. 为了全面评估楼盖的振动舒适度, 提出基于激励-传播-感知全路径的人致振动舒适度评估框架, 建立激励-传播-感知耦合振动控制方程, 控制方程是与时间相关含Dirac函数的偏微分方程, 用微分求积-积分求积(DQ-IQ)混合法进行处理, 进而用Newmark法即可得到楼盖和感知者的加速度响应, 并以概率的方式对结构的振动舒适度进行评估. 以CFS(冷弯薄壁型钢)组合楼盖为例进行分析, 分别用振型叠加法和DQ-IQ混合法计算当行人以不同步频通过楼盖时楼盖与感知者的加速度响应, 对比两种方法的计算结果, 验证DQ-IQ法的准确性. 当行人以慢速、中速和快速步频通过楼盖时, 可得到相应步频下楼盖和感知者特定的加速度峰值对应的概率值以及小于或等于某个特定加速度峰值累计概率值. 假定感知者和结构具有相同的舒适度限值, 以加速度峰值在小于等于 0.05 m/s^2 的累计概率值作为参考, 将同等累计概率值所对应的感知者的加速度峰值与楼盖加速度峰值进行对比. 结果表明, 增加楼盖阻尼比可提高舒适度概率; 在同等条件下, 感知者的加速度峰值大于楼板的加速度峰值, 舒适度概率前者小于后者, 故在评估振动舒适度时, 很有必要将感知者的加速度峰值也作为舒适度评价的参考依据.

关键词 楼盖, DQ-IQ混合法, 全路径, 感知者, 加速度峰值, 累计概率, 振动舒适度

1 引言

近年来, 随着建筑材料的发展, 越来越多的建筑为达到美观的要求, 高强、轻质材料受到了设计师的青睐. 而轻质材料的使用, 使结构的振动频率降低, 进而使得结构的固有频率处于人行走频率范围之内. 当结构自振频率较低时, 对人行荷载更加敏感, 易与行人

步频接近而发生共振, 更易遭受人致振动舒适度问题^[1,2]. 因此, 对于楼盖的设计, 在满足强度和变形要求的同时, 还应充分考虑振动舒适度问题.

已有很多学者对结构振动舒适度进行了研究. An等人^[3]研究了楼盖的人致振动问题, 并利用调谐质量阻尼器(TMD)对过量振动进行了控制. 陈波等人^[4]利用有限元计算和动力测试结合方法研究了斜拉人行桥

引用格式: 朱前坤, 蒲兴龙, 惠晓丽, 等. 激励-传播-感知全路径楼盖人致振动舒适度评估. 中国科学: 技术科学, 2019, 49: 1089–1099

Zhu Q K, Pu X L, Hui X L, et al. Human-induced vibration serviceability assessment of the floor based on the full path of the source-path-receiver (in Chinese). Sci Sin Tech, 2019, 49: 1089–1099, doi: 10.1360/N092018-00369

人致振动舒适度, 依据英国规范BS 5400^[5]评价了该桥的振动舒适度状况。操礼林等人^[6]基于单人脚步荷载模型对大跨度组合楼盖的人致振动进行了试验研究, 为满足舒适度要求并对该楼盖进行了控制。葛万光等人^[7]和袁爱民等人^[8]运用传统人行桥的振动舒适度评价标准与心理物理学理论中的烦恼率模型相结合的方法, 利用烦恼率的标准评价指标对得到的舒适度量化指标进行评价, 进而分析了人行桥的舒适度。朱前坤等人^[9]考虑行人-结构相互作用, 以甘肃科技馆某两层悬挑的钢筋桁架楼承板为工程背景, 采用ANSYS有限元软件仿真对结构振动舒适度进行了研究。规范中以大量测试为基础, 通过询问大量行人的感知, 以结构加速度响应峰值为指标, 反映行人的感知。以上研究, 在人致振动舒适度研究方面做了大量的贡献, 主要考虑将激励-传播下结构的峰值加速度作为评价振动舒适度的标准, 在实际工程应用中, 该方法较为方便和直接。但不足的是, 以上研究以激励-传播下结构的动力响应代替了激励-传播-感知全路径下真正的舒适度感知者(人)的动力响应, 这样是将作用在结构上的感知者假想为刚体而并非一个动力系统。例如, 在办公环境中, 坐立的人作为感知者, 可看作是有刚度、阻尼和质量的动力系统。本文建立了激励-传播-感知的耦合振动控制方程, 既能得到结构的响应, 又能得到人的响应。由于人是舒适度的唯一感知体, 故在评价人的振动舒适度时, 在将结构的响应作为评判指标的同时, 将作用在结构上的感知者的加速度峰值也可作为对舒适度评价的有益补充。

加速度峰值作为评价舒适度的重要依据, 在计算中常采用有限元法、振型叠加法和试验法。文献^[4]利用有限元方法计算分析了结构在人行荷载下的响应。Živanović和Pavić^[10]利用振型叠加法, 并基于概率的方法量化评估了单人通过轻柔人行桥的振动舒适度。朱前坤等人^[11]在Živanović研究的基础上评估了单人不同行走步速下通过轻柔人行桥的振动舒适度。何卫和谢伟平^[12]基于舒适度评价, 采用有限元和现场实测的方法对大跨度车站结构精细化模型进行了研究。以上研究均采用振型叠加法计算结构的动力响应, 且大多数只考虑一阶振型, 由于振型叠加法在叠加过程中通常只考虑有限低阶振型的贡献, 对于模态分离较好的梁式结构, 该方法具有较高的精确性, 而对于模态分布密集的大跨楼盖, 往往存在多个模态能够被人行荷载

激发产生振动, 振型分解法对板的响应求解精度不高。

微分求积(DQ)法是由Bellman等人^[13]提出, 由于形式简单、精度高、易于实现, 已广泛应用于许多领域。在工程技术领域, DQ法多用于解决与时间无关的问题, 如结构静力、模态以及稳定性分析等问题的求解^[14,15]。对于含有Dirac函数且与时间相关的问题, Eftekhari^[16]提出了综合利用微分求积-积分求积(DQ-IQ)混合的方法, 研究了梁和矩形板在集中荷载作用下的受迫振动问题, 该方法用IQ法离散Dirac函数, 利用DQ离散化偏微分方程, 数值计算结果显示该方法具有较高的精度与效率。

对于舒适度的评估, 文献^[3~9]所得舒适度评估结果都是单一值。Živanović等人^[10,17]基于所建立的随机性时域模型, 提出了概率方法评估单人通过人行桥的振动舒适度, 且评价指标为概率值而非单一值。文献^[11]为评估人行桥在不同行走步速下的振动舒适度, 建立了考虑步行参数个体变异性和动载因子群体变异性不同步速的时域随机行人荷载, 并以概率的形式给出了不同步速行走时结构的振动舒适度程度。

为了更全面地评估楼盖的振动舒适度, 本文在以上研究的基础上, 采用基于激励-传播-感知全路径的人致振动舒适度评估框架, 建立激励-传播-感知的耦合振动控制方程并用DQ-IQ混合法进行处理, 进而用Newmark法得到楼盖和感知者的加速度响应, 并以概率的方式对结构的振动舒适度进行评估。选取CFS组合楼盖进行分析, 分别用振型叠加法和DQ-IQ混合法计算当行人以不同步频通过楼盖时楼盖与感知者的加速度响应, 对比两种计算方法的计算结果, 进而验证DQ-IQ法的准确性。当行人以慢速、中速和快速步频通过楼盖时, 可得到相应步频下楼盖和感知者特定的加速度峰值对应的概率值以及小于或等于某个特定加速度峰值累计概率值。以结构的加速度峰值在小于等于 0.05 m/s^2 的累计概率值作为参考, 将同等累计概率值所对应的感知者的加速度峰值与楼盖加速度峰值进行对比, 得到了相应的结果。

2 激励-传播-感知耦合振动控制方程

在办公环境中, 人的行为方式主要有行走和坐立两种, 行走的人作为激励, 楼盖作为传播介质, 坐立的人作为感知者, 这样就形成了激励-传播-感知的全路

径. 由于行走的人会引起楼盖的振动, 当振动过大时会使得坐立的人感到不舒适.

2.1 控制方程的建立

本文主要以办公环境作为研究对象, 为考虑行人与结构的相互作用, 将行走的人等效具有 m_h - c_h - k_h 单自由度生物力学模型, m_h 表示模型中等效的集中于人体重心的质量, c_h 表示行人的阻尼, k_h 表示行人的刚度. 坐立的人用质量 m_{hp} 、阻尼 c_{hp} 和刚度 k_{hp} 组成的单自由度动力系统表示. 图1为激励-传播-感知耦合振动示意图. $F(t)$ 为行人荷载, i, j 分别为楼盖的划分网格点. 根据整体的动力平衡可建立激励-传播-感知全路径的耦合振动控制方程.

激励-传播-感知全路径的耦合振动控制方程可以表示为

$$\begin{aligned} & \alpha \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} + \beta \frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial^4 W}{\partial X^4} + 2\lambda^2 \frac{H}{D_x} \frac{\partial^4 W}{\partial X^2 \partial Y^2} + \lambda^4 \frac{D_y}{D_x} \frac{\partial^4 W}{\partial Y^4} \\ & = \gamma \lambda \delta(X - X_F(t)) \delta(Y - Y_F(t)) \\ & + \chi \lambda \delta(X - X_F(t)) \delta(Y - Y_F(t)) \\ & \times \left[k_h W_h - k_h W - c_h \frac{\partial W}{\partial t} + c_h \frac{\partial W_h}{\partial t} \right] \\ & + \left\{ k_{hp} \left[z(t) - W(X_{hp}, Y_{hp}, t) \right] \right. \\ & \left. + c_{hp} \left[\dot{z}(t) - \dot{W}(X_{hp}, Y_{hp}, t) \right] \right\} \\ & \times \chi \lambda \delta(X - \xi) \delta(Y - \tau). \end{aligned} \quad (1)$$

行人动力平衡方程可写为

$$\begin{aligned} & m_h \frac{\partial^2 W_h(t)}{\partial t^2} + k_h W_h(t) + c_h \frac{\partial W_h(t)}{\partial t} \\ & - k_h W(X, Y, t) - c_h \frac{\partial W(X, Y, t)}{\partial t} = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

感知者动力平衡方程为

$$\begin{aligned} & m_{hp} \ddot{z}(t) + c_{hp} \dot{z}(t) + k_{hp} z(t) \\ & = c_{hp} \dot{W}(\xi, \tau, t) + k_{hp} W(\xi, \tau, t), \end{aligned} \quad (3)$$

式中 W 为板的位移函数, W_h 为行人的位移函数, $z(t)$ 表示感知者的位移函数, (ξ, τ) 表示感知者在板上面的位置坐标, m_{hp} , c_{hp} 和 k_{hp} 分别表示感知者的质量、阻尼和刚度, m_h , c_h 和 k_h 分别表示行人的质量、阻尼和刚度.

为了利用DQ法计算方便引入如下无量纲: $\alpha = \frac{\rho h a^4}{D_x}$,

图1 (网络版彩图)激励-传播-感知耦合振动示意图

$\beta = \frac{c a^4}{D_x}$, $\gamma = \frac{a^2}{D_x} (m_h g + F(t))$, $\chi = \frac{a^2}{D_x}$, $X = \frac{x}{a}$, $Y = \frac{y}{b}$, $X_F(t) = \frac{v_x t}{a}$, $Y_F(t) = \frac{v_y t}{b}$, 其中, a 和 b 是板边缘的长度, v_x , v_y 分别为行人在 x 和 y 方向上的速度, $\lambda = a/b$ 是纵横比, c 为板的黏滞阻尼系数. 此外, D_x 为薄板绕 y 轴的抗弯刚度, D_y 为薄板绕 x 轴的抗弯刚度, H 为有效抗扭刚度或称为折算刚度. $\delta(X - X_F(t))$, $\delta(Y - Y_F(t))$ 为 Dirac 函数.

式(2)中, 由 Silva 和 Pimentel 提出的 SDOF 人体模型质量、阻尼和刚度的三个经验方程^[18]. 具体如下:

$$m_h = 97.082 + 0.275 G / g - 37.518 f_p, \quad (4a)$$

$$c_h = 29.041 m_h^{0.883}, \quad (4b)$$

$$k_h = 30351.744 - 50.261 c_h + 0.035 c_h^2, \quad (4c)$$

式中 f_p 为行走步频, G 为行人体重, 一般取 750 N.

二维 Dirac 函数具有以下性质:

$$\delta(x - x_0) \delta(y - y_0) = 0, \quad x \neq x_0, y \neq y_0, \quad (5a)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x - x_0) \delta(y - y_0) dx dy = 1, \quad (5b)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \delta(x - x_0) \delta(y - y_0) dx dy = f(x_0, y_0). \quad (5c)$$

式(1)中 $F(t)$ 为行人荷载, 可以展开成傅里叶级数的形式^[19]:

$$F(t) = G + G \sum_i \alpha_i \sin(2\pi i f_p t - \theta_i), \quad (6)$$

式中 α_i 为动载因子, θ_i 为相位角, 一般取 0, i 为计算采用的谐波项数. 动载因子一般取前三阶, 如下式所示:

$$\alpha_1 = -0.27f_p^3 + 1.32f_p^2 - 1.76f_p + 0.76, \quad (7a)$$

$$\alpha_2 = 0.07, \quad (7b)$$

$$\alpha_3 = 0.06. \quad (7c)$$

文献[20]针对中国人行走特点进行试验研究, 结果显示慢速、中速和快速行走时步频的均值为1.86、2.10和2.35 Hz, 标准差为0.14、0.15和0.23 Hz; 可以得到99.9%的慢速、中速和快速时步频分别落在1.39~2.32 Hz, 1.60~2.60 Hz和1.59~3.10 Hz.

2.2 边界条件

式(1)是关于 X 和 Y 的四阶偏微分方程, 对于该问题的求解, 四个边缘均需分别给出两个边界条件, 在本文中, 考虑楼盖为四边铰接的情况, 边界条件如下:

在 $X=0$ 和 $X=1$ 处, 位移和弯矩为零, 即

$$W=0, \quad \frac{\partial^2 W}{\partial X^2}=0. \quad (8a)$$

在 $Y=0$ 和 $Y=1$ 处, 位移和弯矩为零, 即

$$W=0, \quad \frac{\partial^2 W}{\partial Y^2}=0. \quad (8b)$$

3 控制方程的离散化与求解

3.1 微分求积法

微分求积法是将函数对某方向的自变量的偏导数近似表达为其各离散点处相应函数值的加权和, 其加权系数取决于节点分布并与具体问题无关. 根据微分求积法, 函数 $W(X_i, Y_j)$ 在 X_i, Y_j 点的 r 阶导数可近似为

$$W_X^{(r)}(X_i, Y_j) = \sum_{k=1}^n A_{i,k}^{(r)} W(X_k, Y_j), \quad (9)$$

$$W_Y^{(r)}(X_i, Y_j) = \sum_{k=1}^m \bar{A}_{j,k}^{(r)} W(X_i, Y_k), \quad (10)$$

式中 $W(X_k, Y_j)$ 为在节点 (X_k, Y_j) 处的函数值, $W_X^{(r)}(X_i, Y_j)$, $W_Y^{(r)}(X_i, Y_j)$ 分别为 $W(X, Y)$ 在节点 X_i 和 Y_j 处的 r 阶导数值, n 为 X 方向的节点数, m 为 Y 方向的节点数, $A_{i,k}^{(r)}$, $\bar{A}_{j,k}^{(r)}$ 分别为 $W_X^{(r)}(X_i, Y_j)$ 与 $W_Y^{(r)}(X_i, Y_j)$ 的 r 阶导数的权系数, 一阶权系数可由下式计算^[21]:

$$A_{i,k}^{(1)} = \begin{cases} \frac{M^{(1)}(X_i)}{(X_i - X_k) M^{(1)}(X_k)}, & i \neq k, i, k = 1, 2, \dots, n, \\ -\sum_{p=1, p \neq i}^n A_{i,p}^{(1)}, & i = k, i = 1, 2, \dots, n, \end{cases} \quad (11)$$

式中 $M^{(1)}(X)$ 如下所示:

$$M^{(1)}(X_i) = \prod_{p=1, p \neq i}^n (X_i - X_p). \quad (12)$$

而高阶权系数则由递推公式计算:

$$A_{i,k}^{(r)} = \begin{cases} r \left[A_{i,i}^{(r-1)} A_{i,k}^{(1)} - \frac{A_{i,k}^{(r-1)}}{X_i - X_k} \right], & i \neq k, i, k = 1, 2, \dots, n, \\ -\sum_{p=1, p \neq i}^n A_{i,p}^{(r)}, & i = k, i = 1, 2, \dots, n. \end{cases} \quad (13)$$

节点的选取对微分求积法计算精度和收敛速度有关键影响, 计算表明非均匀节点具有较快的收敛速度和较高的求解精度. 本文 X 方向节点的选取采用如下形式^[21]:

$$\begin{cases} X_1 = 0, & X_2 = \Delta, \\ X_{n-1} = 1 - \Delta, & X_n = 1, \\ X_i = \frac{1}{2} \left[1 - \cos \left(\frac{(i-2)\pi}{n-3} \right) \right], \\ i = 3, 4, \dots, n-2, & 0 \leq X \leq 1, \end{cases} \quad (14)$$

式中 Δ 为相邻两边节点的距离, 采用这种节点选取方法是为了便于节点替换法处理边界条件, 即将一个边界点用相隔 Δ 的两个点来替代, 然后将每端点的两个边界条件分别施加在这两个点上, Δ 可在 10^{-2} 和 10^{-4} 之间取值. Y 方向的权系数和节点的选取与 X 方向类同.

3.2 积分求积法

积分求积的基本思想就是用被积函数在积分区间上的某些节点处的函数值的线性组合作为积分的近似值. 对于函数 $u(X)$, 可写成如下形式:

$$\int_0^1 u(X) dX = \sum_{j=1}^n R_j u(X_j), \quad 0 \leq X \leq 1, \quad (15)$$

式中 n 为 X 方向的节点数, R_j 为权系数, $u(X_j)$ 为在节点 X_j 处的函数值, X_j 取如式(14)所示的节点分布. 把积分区间分成若干小区间, 在每个小区间上以梯形近似

曲边梯形面积, 即用梯形公式求小区间上积分的近似值, 式(15)可写成以下形式:

$$\int_0^1 u(X) dX = \int_{X_1}^{X_2} u(X) dX + \int_{X_2}^{X_3} u(X) dX + \dots + \int_{X_{n-1}}^{X_n} u(X) dX = \sum_{j=1}^n R_j u_j, \quad (16)$$

$$\int_0^1 u(X) dX = \frac{1}{2} \Delta X_1 (u_1 + u_2) + \frac{1}{2} \Delta X_2 (u_2 + u_3) + \dots + \frac{1}{2} \Delta X_{n-1} (u_{n-1} + u_n) = \sum_{j=1}^n R_j u_j, \quad (17)$$

式(17)中 $\Delta X_i = X_{i+1} - X_i$, 从式(17)中可以得到积分求积的权系数为

$$\begin{cases} R_1 = \frac{1}{2} \Delta X_1, & R_n = \frac{1}{2} \Delta X_{n-1}, \\ R_i = \frac{1}{2} (\Delta X_{i-1} + \Delta X_i), & i = 2, 3, \dots, n-1. \end{cases} \quad (18)$$

Y 方向求解积分求积的权系数 $\bar{R}_j (j = 2, 3, \dots, m-1)$ 在形式上与 X 方向类同.

3.3 基本方程的离散化及求解

利用Dirac函数的性质, 综合利用DQ法和IQ法, 对控制方程式(1)进行离散化. 可得

$$\begin{aligned} & \alpha \frac{\partial^2 W(X_i, Y_j)}{\partial t^2} + \beta \frac{\partial W(X_i, Y_j)}{\partial t} + \sum_{i=1}^n A_{ij}^{(4)} W(X_i, Y_j) \\ & + 2\lambda^2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m A_{ij}^{(2)} \bar{A}_{ij}^{(2)} W(X_i, Y_j) + \lambda^4 \sum_{j=1}^m \bar{A}_{ij}^{(4)} W(X_i, Y_j) \\ & = \begin{cases} 0, & j \neq q, \\ \frac{1}{R_p \bar{R}_q} \begin{bmatrix} \lambda \gamma + \chi \lambda \left[k_h W_h + c_h \frac{\partial W_h}{\partial t} \right] \\ -\chi \lambda \left[k_h W(X_q, Y) + c_h \frac{\partial W(X_q, Y)}{\partial t} \right] \\ +\chi \lambda \begin{bmatrix} k_{hp} [z(t) - W(\xi, \tau, t)] \\ +c_{hp} [\dot{z}(t) - \dot{W}(\xi, \tau, t)] \end{bmatrix} \end{bmatrix} \end{cases}, j = q, \end{aligned} \quad (19)$$

$$j = 1, 2, \dots, m,$$

式中 $A_{ij}^{(r)}$ 为 X 方向微分求积系数矩阵, $\bar{A}_{ij}^{(r)}$ 为 Y 方向微分求积系数, R_p 为 X 方向权系数, $\bar{R}_q$ 为 Y 方向权系数.

将离散化边界条件代入控制方程得

$$\begin{aligned} & \alpha \frac{\partial^2 W(X_i, Y_j)}{\partial t^2} + \beta \frac{\partial W(X_i, Y_j)}{\partial t} + \sum_{i=1}^n C_1 \cdot W(X_i, Y_j) \\ & + 2\lambda^2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m C_2 \cdot W(X_i, Y_j) + \lambda^4 \sum_{j=1}^m C_3 \cdot W(X_i, Y_j) \\ & = \begin{cases} 0, & j \neq q, \\ \frac{1}{R_p \bar{R}_q} \begin{bmatrix} \lambda \gamma + \chi \lambda \left[k_h W_h + c_h \frac{\partial W_h}{\partial t} \right] \\ -\chi \lambda \left[k_h W(X_q, Y) + c_h \frac{\partial W(X_q, Y)}{\partial t} \right] \\ +\chi \lambda \begin{bmatrix} k_{hp} [z(t) - W(\xi, \tau, t)] \\ +c_{hp} [\dot{z}(t) - \dot{W}(\xi, \tau, t)] \end{bmatrix} \end{bmatrix} \end{cases}, j = q, \end{aligned} \quad (20)$$

$$j = 1, 2, \dots, m,$$

式中 $C_1 \sim C_3$ 为边界条件权系数.

式(20)可合并成如下矩阵形式:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(\mathbf{t}) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}(\mathbf{t}) + \mathbf{K}\mathbf{u}(\mathbf{t}) = \mathbf{F}, \quad (21)$$

式中 $\mathbf{M}$, $\mathbf{C}$ 和 $\mathbf{K}$ 分别为人与板耦合后的质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵, $\mathbf{F}$ 是荷载向量. $\ddot{\mathbf{u}}(\mathbf{t})$, $\dot{\mathbf{u}}(\mathbf{t})$ 和 $\mathbf{u}(\mathbf{t})$ 分别为加速度、速度和位移向量. $\mathbf{F}$ 和 $\mathbf{u}$ 分别为

$$\mathbf{F} = [\mathbf{f}_p \quad 0]^T, i = 1, 2, \dots, n, \quad (22)$$

其中

$$f_i(t) = \begin{cases} 0, & i \neq q, \\ 1 / R_q F^x, & i = q, \end{cases} \quad (23)$$

$$i = 1, 2, \dots, m; \quad 1 \leq q \leq m,$$

$$F_i^x = \begin{cases} 0, & i \neq p, \\ \gamma \lambda / R_p, & i = p, \end{cases} \quad (24)$$

$$i = 1, 2, \dots, n; \quad 1 \leq p \leq n,$$

R_p 为 X 方向权系数.

$$\mathbf{u} = [W_{3,3}, \dots, W_{3,m-2}, W_{4,3}, \dots, W_{4,m-2}, \dots, W_{n-2,3}, \dots, W_{n-2,m-2}, z, W_h]^T. \quad (25)$$

由于人行荷载的施加位置随着时间是逐渐变化的, 所以荷载向量是与时间相关的. 单纯地用式(23)来表达荷载向量不够精确. 为了得到更为精确的荷载模型, 借助荷载施加在网格点上静力平衡模型, 对人行荷载向量进一步精细化. 网格点上静力平衡模型如图2所示. 这样, 式(1)的右半部分表示荷载的项可以表示为

图2 (网络版彩色)网格点上静力平衡模型

$$\begin{aligned}
 & \gamma\lambda\delta(X-X_0)\delta(Y-Y_0) \\
 &= \gamma\lambda\frac{X_R Y_R}{(X_R+X_L)(Y_R+Y_L)}\delta(X-X_{p-1})\delta(Y-Y_{p-1}) \\
 &+ \gamma\lambda\frac{X_L Y_R}{(X_R+X_L)(Y_R+Y_L)}\delta(X-X_p)\delta(Y-Y_{p-1}) \\
 &+ \gamma\lambda\frac{X_R Y_L}{(X_R+X_L)(Y_R+Y_L)}\delta(X-X_{p-1})\delta(Y-Y_p) \\
 &+ \gamma\lambda\frac{X_L Y_L}{(X_R+X_L)(Y_R+Y_L)}\delta(X-X_p)\delta(Y-Y_p), \quad (26)
 \end{aligned}$$

其中,

$$\begin{aligned}
 X_R &= X_p - X_0, X_L = X_0 - X_{p-1}, \\
 Y_R &= Y_q - Y_0, Y_L = Y_0 - Y_{q-1}. \quad (27)
 \end{aligned}$$

由式(26)和(27), 式(23)可表示为

$$\begin{aligned}
 F_{i,j}(t) &= \frac{\gamma\lambda}{(X_R+X_L)(Y_R+Y_L)} \\
 &\times \begin{cases} X_R Y_R / (R_{p-1} \bar{R}_{q-1}), & i = p-1, j = q-1, \\ X_L Y_R / (R_p \bar{R}_{q-1}), & i = p, j = q-1, \\ X_R Y_L / (R_{p-1} \bar{R}_q), & i = p-1, j = q, \\ X_L Y_L / (R_p \bar{R}_q), & i = p, j = q, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases} \\
 i &= 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m. \quad (28)
 \end{aligned}$$

由式(21)退化可得到矩形板的频率特征方程

$$\mathbf{S}\mathbf{W} = \Omega^2 \mathbf{W}, \quad (29)$$

式中 $\Omega = \omega a^2 \sqrt{\rho h / D_x}$ 是无量纲频率, ω 是结构的圆频率,

$$\mathbf{S} = \mathbf{A}_1 + 2\lambda^2 \frac{H}{D_x} \mathbf{A}_2 + \lambda^4 \frac{D_y}{D_x} \mathbf{A}_3, \quad (30)$$

式中, $\mathbf{A}_1 \sim \mathbf{A}_3$ 为权系数, 不同阶次的微分求积权系数计算可参见文献[21].

$$\mathbf{W} = \{W_{3,3}, \dots, W_{3,m-2}, W_{4,3}, \dots, W_{4,m-2}, \dots, W_{n-2,3}, \dots, W_{n-2,m-2}\}^T. \quad (31)$$

4 算例分析

本文选用四边简支轻质CFS组合楼盖, 其跨度 $a=7.2$ m, 宽度 $b=4.88$ m, 板厚 $h=0.1778$ m, 楼盖总质量 $m=3099.0$ kg, $H=0$, $D_x=7.17 \times 10^6$ N m, $D_y=1.85 \times 10^5$ N m, 其具体参数的计算过程见文献[22], 由文献[23]中选取结构阻尼比为0.02~0.4进行计算, 行人荷载采用式(6)给出的模型, 慢速、中速和快速步频采用文献[20]给出的参数, 文献[24]给出了坐立人的动力参数, 本文所选用的坐立人位于楼盖跨中位置, 其质量为56.8 kg, 刚度为75.5 kN/m, 阻尼为3.84 kN s/m.

4.1 人行荷载下楼盖的动力响应

由于CFS组合楼盖为轻质楼盖, 密度仅为普通混凝土楼盖的1/2~1/3, 行人行走作用下易产生过量振动. 通过式(29)计算得到CFS组合楼盖前三阶自振频率分别为9.1410, 14.7469和28.2446 Hz, 文献[22]只给出了一阶频率的计算结果, 与本文计算出的一阶频率一致. 采用上述的人行荷载模型, 分别利用DQ-IQ混合法和振型分解法计算楼盖跨中处的加速度响应. 其中振型叠加法只考虑一阶振型的贡献.

由于篇幅限制, 图3~7给出了阻尼比为0.02时的动力响应与累计概率图. 图3为在不考虑行人-楼盖相互作用下, 行人以1/3基频3.0470 Hz(共振频率)通过CFS组合楼盖时, 楼盖跨中处加速度响应和加速度傅里叶谱对比图. 从图3(a)可以看出DQ-IQ混合法计算结果与振型分解法相比具有较好的一致性, 可以说明DQ-IQ混合法具有较好的准确性.

利用DQ-IQ混合法和振型分解法计算得加速度峰值分别为1.0448和1.1170 m/s². 结合图3(b)可以看出有三个较大的峰值点, 3.174和6.348 Hz分别在一倍和二倍步频附近, 9.033 Hz在楼盖一阶频率附近, 另有一个小的峰值点, 为28.08 Hz在楼盖的三阶频率附近. 由于DQ-IQ混合法和振型分解法计算CFS组合楼盖响应时,

振型分解法需要假定振型函数, 通过叠加每一阶振型得到计算结果, 且只能考虑有限的模态振型, 而DQ-IQ混合法则是通过节点数选取的不同, 一次性计算结果包含了较多的模态振型, 计算更为快捷. 从图3(b)中可以看出, 振型分解法计算得到的傅里叶谱值曲线几乎趋于水平, 而DQ-IQ混合法不仅在步频附近处出现峰值而且在楼盖的高阶频率处也出现峰值. 由此可以看出, DQ-IQ混合法在计算过程中包含了更多的振型. 对于材料轻质、模态较为密集楼盖, DQ-IQ混合法可以考虑足够多振型的贡献, 该方法也具有很好的计算精度和可靠性, 且计算效率较高.

图4为行人步频在3.0470 Hz时, 利用DQ-IQ混合法计算是否考虑行人-楼盖相互作用楼盖跨中处加速度响应和加速度傅里叶谱对比. 从图4(a)中可以看出, 在考虑相互作用时加速度峰值 0.5364 m/s^2 较不考虑相互作用加速度峰值 1.0448 m/s^2 减小了48.66%. 从图4(b)中也可看出, 在步频倍数和结构竖向自振频率附近同样出现了峰值, 傅里叶谱值减小了47.99%. 可见, 人-结

构之间的相互作用对结构的影响较大, 故在计算人致激励下轻质楼盖的动力响应和对其进行舒适度评价时, 应考虑人-结构的相互作用.

4.2 人行荷载下感知者的动力响应

上文说明了计算人致激励下轻质楼盖的动力响应和对其进行舒适度评价时, 应考虑人-结构的相互作用, 下面的计算均考虑人-结构之间的相互作用. 图5为利用DQ-IQ混合法计算在步频为共振频率时, CFS组合楼盖跨中位置和感知者的加速度响应以及加速度傅里叶谱图. 在步频为共振频率时, CFS组合楼盖跨中处加速度峰值为 0.5364 m/s^2 , 感知者的加速度响应为 0.5188 m/s^2 ; 其感知者的傅里叶谱值要小于结构的谱值. 在考虑激励-传播下的结构舒适度, 主要将感知者视为刚体, 以结构的加速度峰值 0.05 m/s^2 作为舒适度评价依据, 而将感知者用动力系统表示时, 由于行人运动的复杂性, 在已有规范和文献中以行人的加速度峰值作为舒适度评价的很少, 所以本文假定行人和结

图3 (网络版彩图)四边简支CFS组合楼盖动力响应. (a) 加速度响应; (b) 加速度傅里叶谱

图4 (网络版彩图)考虑人-结构相互作用楼盖动力响应. (a) 加速度响应; (b) 加速度傅里叶谱

构具有相同的加速度限值。

4.3 楼盖与感知者的概率分布

本文以文献[20]统计的行人步频为参数, 分别计算了行人以慢速、中速和快速通过CFS组合楼盖时楼

盖跨中和感知者的加速度峰值的概率分布。概率计算方法见文献[11]。

图6和7分别为慢速步频时CFS组合楼盖跨中处和感知者的加速度峰值概率分布。从图6(a)和7(a)中可以看出, 在同样的加速度峰值下, 感知者的概率总是小于

图 5 (网络版彩图)楼盖-感知者动力响应对比。(a) 加速度响应; (b) 加速度傅里叶谱

图 6 (网络版彩图)慢速步频时CFS组合楼盖加速度峰值概率分布及相应累计概率分布。(a) 加速度峰值概率分布; (b) 加速度峰值累计概率分布

图 7 (网络版彩图)慢速步频时感知者加速度峰值概率分布及相应累计概率分布。(a) 加速度峰值概率分布; (b) 加速度峰值累计概率分布

楼盖跨中的概率. 将感知者视为刚体, 以结构的加速度峰值 0.05 m/s^2 作为舒适度评价依据, 而将感知者用动力系统表示时, 从图6(b)和7(b)可以看出, 慢速步频时, CFS组合楼盖跨中的加速度峰值小于 0.05 m/s^2 的累计概率为20.6%, 而此时感知者的累计概率为10.6%, 楼盖加速度峰值小于 0.05 m/s^2 的累计概率对应于感知者的加速度峰值为 0.0517 m/s^2 , 超过了 0.05 m/s^2 , 此时感知者的累计概率为16.7%. 由于人体的复杂性, 现有规范对楼盖舒适度的限值是通过统计的方法, 以楼盖的加速度响应反应其舒适性, 没有直接以感知者的加速度响应作为舒适度的限值, 而对比计算结果可知, 假定行人和结构具有相同的舒适度限值, 感知者的加速度响应满足舒适度限值的累计概率小于楼盖跨中的加速度响应满足舒适度限值的累计概率. 当取加速度峰值 0.15 m/s^2 作为舒适度限值时, 在慢速步频下, 其楼盖与感知者两者加速度峰值小于 0.15 m/s^2 的累计概率均为100%.

当以中速和快速步频行走时, CFS组合楼盖的加速度峰值小于 0.05 m/s^2 的累计概率分别为0.86%和0.38%, 其感知者的累计概率分别为0.25%和0.15%. 远远不满足舒适度要求, 此时在中速和快速步频下, CFS组合楼盖加速度峰值小于 0.05 m/s^2 的累计概率对应感知者的加速度峰值为 0.0517 m/s^2 , 感知者累计概率分别为0.58%和0.28%. 当取加速度峰值 0.15 m/s^2 作为舒适度限值时, 在中速和快速步频下, 其楼盖加速度峰值小于 0.15 m/s^2 的累计概率分别为97.9%和59.4%, 感知者的累计概率分别为97.1%和56%. 在相同的加速度峰值下, 感知者的累计概率均小于楼盖的累计概率, 取相同的累计概率, 感知者的加速度峰值也均大于楼盖的加速度峰值. 可以看出, 行人以不同步频分别通过

楼盖时, 感知者的舒适度概率均小于楼盖的舒适度概率. 因此当楼盖满足舒适度要求时, 感知者未必能满足限值要求.

从以上分析可以看出, 同等条件下感知者的加速度峰值满足限值的累计概率均小于结构的加速度峰值满足限值的累计概率, 因此若以结构的响应判断舒适度时, 即便结构满足要求时, 感知者未必能满足要求. 因此仅将结构的响应作为评判指标不够全面, 所以在评估振动舒适度时, 很有必要将感知者的加速度峰值也作为舒适度评价的参考依据, 即激励-传播-感知全路径楼盖人致振动舒适度评估方法.

图8分别为在不同阻尼比下慢速行走时, 楼盖跨中和感知者加速度峰值小于 0.05 m/s^2 的累计概率. 可以看出, 在相同阻尼比下, 楼盖的累计概率要大于感知者的累计概率. 从中也可以看出, 随着结构阻尼比的增大, 楼盖的舒适度概率由20.6%提高到57.1%, 感知者的舒适度概率由10.6%提高到34.7%. 故在对人致振动舒适度评估时, 可通过增大楼盖的阻尼比来满足舒适度要求. 由于结构在主动控制下, 阻尼比可达到0.4^[23], 作为CFS轻质组合楼盖, 采用主动控制在经济性上较不合理, 故此楼盖作为大跨度楼盖会使得舒适度较低, 但可在跨度不大的办公环境中使用.

5 结论

为了评估楼盖的振动舒适度, 本文在已有研究的基础上, 采用基于激励-传播-感知全路径的人致振动舒适度评估框架, 建立激励-传播-感知的耦合振动控制方程. 选取CFS组合楼盖进行分析, 得到的主要结论如下.

(1) 在考虑人致振动时, 有必要考虑增加以感知者

图 8 (网络版彩图) 不同阻尼比下CFS组合楼盖加速度峰值(a)和感知者加速度峰值(b)累计概率分布

的加速度峰值作为舒适度评价参考依据, 针对现有的舒适度评估可以做有益的补充, 即激励-传播-感知全路径楼盖人致振动舒适度评估方法。从加速度峰值和达到舒适度的累计概率可以看出, 在同一舒适度限值下, 感知者更容易产生舒适度问题。楼盖满足舒适度限值的累计概率为20.6%, 而感知者仅为10.6%, 在同等累计概率下感知者的加速度峰值要大于结构的加速度峰值。

(2) 在办公环境中采用CFS组合楼盖时, 由于其密

度仅为普通混凝土楼盖的1/2~1/3, 行人行走作用下易产生振动舒适度问题。建议行人在办公环境下应以慢速通过, 否则步速增大会引起感知者的舒适感降低。当楼盖出现舒适度问题时, 可通过增加结构阻尼比的方式提高楼盖的舒适度。

(3) 由于人体感知的复杂性, 现有规范中没有直接给出感知者的舒适度限值, 故本文假定行人和结构具有相同的舒适度限值, 在接下来的研究中, 将对建立人体振动舒适度指标进行深入的研究。

参考文献

- 1 许立言, 陶慕轩, 樊健生, 等. 大跨度钢-混凝土组合人行天桥舒适度分析. 建筑结构学报, 2016, 37: 138-145
- 2 朱前坤, 陈凯, 张举涛, 等. 某梁式钢楼梯在人致激励下的振动舒适度分析. 建筑结构, 2015, 19: 53-57
- 3 An Q, Chen Z, Ren Q, et al. Control of human-induced vibration of an innovative CSBS-CSCFS. *J Constr Steel Res*, 2015, 115: 359-371
- 4 陈波, 王鑫, 刘浩, 等. 基于实测响应的斜拉人行桥人致振动舒适度研究. 武汉理工大学学报, 2013, 35: 99-103
- 5 Steel B S I. Concrete and Composite Bridges: Specification for Loads. London: British Standard Institution, 1978
- 6 操礼林, 李爱群, 张志强, 等. 大跨度组合楼盖人致振动分析与实测研究. 西南交通大学学报, 2012, 47: 922-928
- 7 葛万光, 马莹. 基于烦恼率模型的连续梁拱组合体系人行桥舒适度评价. 科学技术创新, 2017, 25: 154-156
- 8 袁爱民, 吴闻秀, 徐敏, 等. 基于烦恼率的人行桥振动舒适度评价研究. 水利与建筑工程学报, 2013, 11: 135-140
- 9 朱前坤, 刘路路, 杜永峰, 等. 考虑行人-结构相互作用的悬挑钢筋桁架楼盖板振动控制研究. 建筑结构学报, 2018, 39: 99-108
- 10 Živanović S, Pavić A. Quantification of dynamic excitation potential of pedestrian population crossing footbridges. *Shock Vib*, 2011, 18: 563-577
- 11 朱前坤, 李宏男, 杜永峰, 等. 不同行走步速下人行桥振动舒适度量化评估. 工程力学, 2016, 33: 97-104
- 12 何卫, 谢伟平. 基于舒适度评价的大跨度车站结构精细化模型研究. 土木工程学报, 2014, 47: 13-23
- 13 Bellman R, Kashef B G, Casti J. Differential quadrature: A technique for the rapid solution of nonlinear partial differential equations. *J Comput Phys*, 1972, 10: 40-52
- 14 Bert C W, Malik M. Differential quadrature method in computational mechanics: A review. *Appl Mech Rev*, 1996, 49: 1-28
- 15 张琼, 杜永峰, 朱前坤. 基于微分求积法的Euler-Bernoulli梁的大变形力学行为研究. 工程力学, 2014, S1: 1-4, 10
- 16 Eftekhari S A. A note on mathematical treatment of the Dirac-delta function in the differential quadrature bending and forced vibration analysis of beams and rectangular plates subjected to concentrated loads. *Appl Math Model*, 2015, 39: 6223-6242
- 17 Živanović S, Pavić A, Reynolds P. Probability-based prediction of multi-mode vibration response to walking excitation. *Eng Struct*, 2007, 29: 942-954
- 18 da Silva F T, Brito H M B F, Pimentel R L. Modeling of crowd load in vertical direction using biodynamic model for pedestrians crossing footbridges. *Can J Civ Eng*, 2013, 40: 1196-1204
- 19 Kerr S C, Bishop N W M. Human induced loading on flexible staircases. *Eng Struct*, 2001, 23: 37-45
- 20 陈隽, 彭怡欣, 王玲. 基于步态分析技术的三向单足落步荷载曲线试验建模. 土木工程学报, 2014, 47: 79-87
- 21 Shu C. Differential Quadrature and Its Application in Engineering. London: Springer, 2000
- 22 Zhang S. Vibration serviceability of cold-formed steel floor systems. Dissertation for Doctoral Degree. Canada: University of Waterloo, 2017
- 23 Hanagan L M, Murray T M. Active control approach for reducing floor vibrations. *J Struct Eng*, 1997, 123: 1497-1505
- 24 Liang C C, Chiang C F. A study on biodynamic models of seated human subjects exposed to vertical vibration. *Int J Ind Ergonom*, 2006, 36: 869-890

Human-induced vibration serviceability assessment of the floor based on the full path of the source-path-receiver

ZHU QianKun^{1,2}, PU XingLong¹, HUI XiaoLi¹, ZHANG Qiong¹ & DU YongFeng¹

¹ Institute of Earthquake Protection and Disaster Mitigation, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China;

² College of Engineering, Mathematics and Physical Sciences, University of Exeter, Exeter EX4 4QF, UK

The acceleration peak of the structure response is a common method to evaluate the vibration serviceability, while the perception (human) is the only perceptual body to judge whether it is comfortable or not, and the response of the structure to judge the comfort of the human is not comprehensive enough. In order to comprehensively evaluate the vibration serviceability of the floor, the framework of human-induced vibration serviceability assessment of the floor based on full path of the source-path-receiver is proposed. And the coupled vibration governing equation of source-path-receiver is established and dealt with differential quadrature-integral quadrature method (DQ-IQ) mixing method, and the acceleration response of the floor and the perceptron can be obtained by the Newmark method, and the vibration serviceability of the structure is evaluated by the probabilistic method. The CFS composite floor is selected as an example to calculate the acceleration responses of floor and perception under different frequencies respectively by mode decomposition method and DQ-IQ method. Comparing the calculation results of the two methods, the accuracy of the DQ-IQ method is verified. When pedestrians pass through the floor at slow, medium speed and fast pace of step frequency, the probability value corresponding to the specific acceleration peak and the cumulative probability value less than or equal to a specific acceleration peak are obtained of floor and perception. The peak acceleration of the perception is compared with the peak acceleration of the floor at the same cumulative probability value, which is based on the cumulative probability value of the peak acceleration less than or equal to 0.05 m/s^2 by assuming that the perception and structure have the same serviceability limits. The results show that increasing the damping ratio of the floor can increase the serviceability probability, and the peak acceleration of the perception is greater than the acceleration peak of the floor under the same conditions, so it is necessary to consider increasing the peak acceleration of the perception as a reference for evaluation of vibration serviceability.

floor, DQ-IQ method, full path, receiver, peak acceleration, cumulative probability, vibration serviceability

doi: [10.1360/N092018-00369](https://doi.org/10.1360/N092018-00369)