下视雷达对海杂波中船目标监测的散射回波数值模拟

金亚秋 李中新

(复旦大学波散射与遥感中心, 信息科学与工程学院, 上海 200433. E-mail: yqjin@fudan.ac.cn)

摘要 用广义前后向迭代方法(generalized forward backward method, GFBM)与谱加速算法(spectrum acceleration algorithm, SAA)结合的快速迭代数值方法求解导体粗糙表面散射的磁场积分方程(MFIE). 对于用 Monte Carlo 法产生的一维 Pierson-Moskowitz 谱粗糙导体海面与船体目标, 数值模拟了下视雷达对海杂波环境中船目标监测时双站与后向散射回波, 给出随雷达下视入射角观测条件变化时的海杂波与目标回波、及其与环境 and 目标各特征参数关系的模拟, 提出下视雷达回波接收功率对应目标与海面各区域后向散射系数的雷达方程计算, 为海杂波环境中船目标的监测与截获、主动与半主动导引提供一种数值仿真的方法.

关键词 快速计算 海面杂波 目标散射 雷达观测

在空中对海观测与海面雷达监视、海面目标识别、导弹截获目标与制导跟踪、贴海面通信、低飞与海面航行系统运行等技术中, 风驱粗糙海面散射杂波环境中海面目标雷达回波的研究是一个十分重要的问题. 计算粗糙面散射的解析理论总基于一定的近似条件(比如基尔霍夫大尺度近似、微扰近似、双尺度法等^[1]), 未能考虑海面目标的存在以及实际海况监测等种种复杂条件. 近年来, 计算电磁学对粗糙面散射的数值模拟计算已有了不少研究^[2-6], 如矩量法(MoM)、有限元方法等. 由于粗糙面散射的数值方法要求在剖分表面时取相当长的表面(尤其是在低掠角入射时), 产生极多的未知量, 其计算量为 $O(N^3)$ 量级 (N 为未知量个数).

以 MoM 为基础并设法减少计算量的数值方法得到了进一步的研究, 比如近来的前后向迭代法(forward backward method, FBM)^[4,5]. 将粗糙表面每个离散单元的感应电流对散射场的贡献分为前向与后向 2 个部分: 由入射电磁波在该接收场单元前面的源单元感应电流产生的前向贡献, 以及在该接收场单元后面的源单元感应电流产生的后向贡献. 首先通过粗糙面散射数值计算得到前向贡献, 然后用来确定后向贡献, 通过多次迭代直到收敛为止. 这种方法具有很快的计算速度, 其计算量为 $O(N^2)$ 量级. 但是, 对于粗糙海面上有涌浪或舰船等目标的复合型粗糙面散射, FBM 往往不能很好地收敛. FBM 又进一步发展为广义前后向迭代法(GFBM)^[6], 将非均匀部分如涌浪、船目标分开采用 MoM 求解, 总计算量可以和常规 FBM 相比拟. GFBM 已用来计算海面目标

后向散射的个例研究.

为进一步研究海面散射杂波与船目标回波共存时各种海面状态下的雷达监测与双站散射回波的变化, GFBM 必须进一步加快计算速度. 我们用 GFBM 与场积分方程中 Green 函数谱积分方法(spectral acceleration algorithm, SAA)结合^[7,8], 进一步加快计算速度, 计算量与内存需求进一步减小到 $O(N)$ 量级. 由于磁场积分方程(MFIE)数值求解在收敛速度上要优于电场积分方程(EFIE)^[9], 所以我们用 GFBM/SAA 求解粗糙导体界面散射的 MFIE 方程.

本文用 GFBM/SAA 实现多种复杂海况与下视雷达监测条件变化时风驱粗糙海面杂波与船目标回波共存时双站散射的数值模拟, 及其与环境 and 目标各特征参数的关系, 从中找出海杂波环境中目标监测与制导的规律性认识, 为海杂波环境中船目标的监测与截获、主动与半主动导引提供一种数值仿真的方法.

1 GFBM/SAA 方法

考虑沿水平 x 轴展开的一维随机粗糙导体界面, 随机粗糙面高度为随机函数 $z=f(x)$, 且有 $\langle f(x) \rangle = 0$. 水平极化 TE 波入射在粗糙面 S' 上, 磁场积分方程(MFIE)为^[10,11]

$$\frac{\partial E_y^{\text{inc}}(r)}{\partial n} = \frac{1}{2} \frac{\partial E_y(r)}{\partial n} + \int_{S'} \frac{\partial G(r, r')}{\partial n} \frac{\partial E_y(r')}{\partial n'} dS', \quad (1)$$

式中 E^{inc} 为入射锥形波, 从而保证入射波照射粗糙面 S' 为有限区域, $G(r, r')$ 和 $\partial G(r, r')/\partial n'$ 分别为第 1 类 0 阶 Hankel 函数及其法向导数.

将粗糙面沿 x 方向均匀离散, 应用点匹配

MoM^[12], MFIE 方程可写成矩阵形式方程

$$\overline{\overline{Z}} \cdot \overline{I} = \overline{V}, \tag{2}$$

其中 $\overline{\overline{Z}}$ 为阻抗矩阵, $\overline{V}$ 为入射波, $\overline{I}$ 为粗糙面感应电流.

在 FBM 与 GFBM 方法中, 对 $\overline{I}$ 进行如下分解^[4, 5]:

$$\overline{I} = \overline{I}_f + \overline{I}_b, \tag{3}$$

其中 $\overline{I}_f$ 是对电磁波向前(f)传播有贡献的粗糙面上的部分感应电流, $\overline{I}_b$ 是电磁波后向(b)传播的进行修正的粗糙面上的部分感应电流.

在远离船的区域, GFBM 的 $\overline{\overline{Z}}$ 的分解与 FBM 相同, 即^[4, 5]

$$\overline{\overline{Z}} = \overline{\overline{Z}}_f + \overline{\overline{Z}}_s + \overline{\overline{Z}}_b, \tag{4}$$

其中 $\overline{\overline{Z}}_f$, $\overline{\overline{Z}}_s$ 和 $\overline{\overline{Z}}_b$ 分别是矩阵 $\overline{\overline{Z}}$ 的下三角矩阵、对角矩阵和上三角矩阵. 它们的具体形式可参见文献[4~6]. 这样得到的矩阵方程可由迭代求解得到

$(\overline{I}_f^{(i)}, \overline{I}_b^{(i)})$:

$$(\overline{\overline{Z}}_s + \overline{\overline{Z}}_f) \cdot \overline{I}_f^{(i)} = \overline{V} - \overline{\overline{Z}}_f \cdot \overline{I}_b^{(i-1)}, \tag{5a}$$

$$(\overline{\overline{Z}}_s + \overline{\overline{Z}}_b) \cdot \overline{I}_b^{(i)} = -\overline{\overline{Z}}_b \cdot \overline{I}_f^{(i)}, \tag{5b}$$

迭代从 $\overline{I}_b^{(0)} = 0$ 开始.

而在船及其临近小区域, GFBM 的 $\overline{\overline{Z}}$ 分解为^[6]

$$\overline{\overline{Z}} = \overline{\overline{Z}}_{fg} + \overline{\overline{Z}}_{sg} + \overline{\overline{Z}}_{bg}, \tag{6}$$

其中 $\overline{\overline{Z}}_{sg}$ 是矩阵 $\overline{\overline{Z}}$ 的对角部分加上相应于船及其两边附近区域的小矩阵, $\overline{\overline{Z}}_{fg}$ 和 $\overline{\overline{Z}}_{bg}$ 分别是矩阵 $\overline{\overline{Z}}$ 的下三角矩阵和上三角矩阵, 但都排除了矩阵 $\overline{\overline{Z}}_{sg}$. 这样分解后的 $\overline{\overline{Z}}_{sg}$ 是自阻抗, 即整个船及其两边附近区域的相互作用部分. 这样得到的矩阵方程可由迭代求解得到 $(\overline{I}_f^{(i)}, \overline{I}_b^{(i)})$:

$$(\overline{\overline{Z}}_{sg} + \overline{\overline{Z}}_{fg}) \cdot \overline{I}_f^{(i)} = \overline{V} - \overline{\overline{Z}}_{fg} \cdot \overline{I}_b^{(i-1)}, \tag{7a}$$

$$(\overline{\overline{Z}}_{sg} + \overline{\overline{Z}}_{bg}) \cdot \overline{I}_b^{(i)} = -\overline{\overline{Z}}_{bg} \cdot \overline{I}_f^{(i)}. \tag{7b}$$

迭代从 $\overline{I}_b^{(0)} = 0$ 开始. $\overline{\overline{Z}}$ 的各组成部分解析表达可参见文献[4~6].

由于 $\overline{\overline{Z}}_{sg} + \overline{\overline{Z}}_{fg}$ 和 $\overline{\overline{Z}}_{sg} + \overline{\overline{Z}}_{bg}$ 都不是三角矩阵, 需要通过常规 FBM 联合 MoM 进行求解. 具体求解方法可参考文献[6]. 在船目标及其两边附近小区域直接应用 MoM 计算, 在其余场域用常规 FBM 方式计算. GFBM 的计算量为 $O(N^2)$, 内存需 $O(N)$, 并加上 M

$\times M$ 方阵(M 是包含船及其两边附近区域的离散单元数, 一般来讲, $M \ll N$).

应当注意, 由于存储量 $O(N)$ 是假设满阵阻抗矩阵 $\overline{\overline{Z}}$ 没有存储, 因此, 每次迭代均需重复计算该阻抗矩阵的单元, 增加了计算时间.

由于 $G(r, r')$ 和 $\partial G(r, r')/\partial n'$ 的计算要耗费大量的时间, 在 FBM 中, 需要重复计算前向和后向场贡献

$$V_f(r_n) = \sum_{m=1}^{n-1} Z_{nm} I_m, \tag{8a}$$

$$V_b(r_n) = \sum_{m=n+1}^N Z_{nm} I_m. \tag{8b}$$

无论是前向或后向迭代计算中, 散射场总可以划分为远场和近场, 从而相应的源点单元 r_m 对场点单元 r_n 的贡献作用可以分为强作用贡献 V_s 和弱作用贡献 V_w , 写为

$$V_f(r_n) = V_s + V_w = \sum_{m=1}^{n-N_s-1} Z_{nm} I_m + \sum_{m=n-N_s}^{n-1} Z_{nm} I_m. \tag{9}$$

对 r_n 处的强贡献 V_s , 是由在 r_n 处接收场单元附近距离 L_s 以内的 N_s 个源单元所共同产生的贡献, 本文仍采用精确的 MoM 法计算.

对于源点单元远场的弱贡献 V_w , 是由在 r_n 处接收场单元距离 L_s 以外的 $n - N_s - 1$ 个源单元所共同产生的贡献, 可以通过 SAA 加快计算速度. 距离 L_s 通常是整个计算场域的很小一部分, 一般由粗糙面的粗糙度来确定^[13, 14].

利用文献[10]的 Green 函数的谱积分形式, 可以得到对于 TE 锥形波入射, 有

$$V_w(r_n) = \sum_{m=1}^{n-N_s-1} Z_{nm} I_m = \frac{i\Delta x}{4\pi} \int_{C_\theta} F_n(\theta) e^{ikz_n \sin\theta} d\theta, \tag{10}$$

其中

$$F_n(\theta) = F_{n-1}(\theta) e^{ik\Delta x \cos\theta} + I_{n-N_s-1} ik(-\sin\theta + f_{x_n} \cos\theta) \times \frac{\sqrt{1+f_{x_m}^2}}{\sqrt{1+f_{x_n}^2}} e^{ik(N_s+1)\Delta x \cos\theta} e^{-ikz_{n-N_s-1} \sin\theta}, \tag{11}$$

对 TM 锥形波入射也可作同样讨论.

上面 $F_n(\theta)$ 计算式表明远场单元组的弱贡献可以通过递推方式进行计算, 并将谱积分路线改选在 $F_n(\theta)$ 有缓慢变化模式的路径上^[13, 14].

以上前向传播的弱贡献的 SAA 算法, 对后向传播的弱贡献也适用.

2 锥形波入射的散射系数的计算

TE 波入射到粗糙导体界面上的归一化双站散射系数写为^[13,14]

$$\sigma_{TE}(\theta_{in}, \theta_s) = \frac{1}{8\pi k} \left| \int_{S'} \frac{\partial E}{\partial n'} e^{-ik(x'\sin\theta_s + z'\cos\theta_s)} dS' \right|^2 \frac{1}{L_{eff} \cos\theta_{in}}, \quad (12)$$

其中 $L_{eff} = \sqrt{\pi/2} g [1 - (1 + 2 \tan^2 \theta_{in}) / (2(kg \cos \theta_{in})^2)]$, g 为锥形波宽度因子.

当 $\theta_s = -\theta_{in}$ 时, $\sigma_{TE}^0(\theta_{in}) = \sigma_{TE}(\theta_{in}, -\theta_{in})$, $\sigma_{TM}^0(\theta_{in}) = \sigma_{TM}(\theta_{in}, -\theta_{in})$ 为后向散射系数(用上标 0 表示).

对于 TE 波入射, 介质海面或完全导体海面散射无很大区别. 而对 TM 波, 介质海面有 Brewster 角, 与完全导体海面特别在低掠角入射时有明显不同^[7, 8]. 本文现计算 TE 波入射完全导体海面与船体目标的情形.

描述海面的一维 Pierson-Moskowitz(P-M) 谱为^[15,16]

$$W(K) = \frac{w}{4|K|^3} e^{-\frac{Bg^2}{K^2U^4}}, \quad (13)$$

其中 K 是空间波数(可以为正数或负数), 海面风速 U 定义在海面上高度 19.5 m 的风速(m/s), $g=9.81 \text{ m/s}^2$ 是重力加速度, 其他常数是 $w=8.10 \times 10^{-3}$ 及 $B=0.74$. P-M 谱选取截断空间波数为 K_c , 即当 $|K| \geq K_c$ 时, 令 $W(K)=0$. 在本文的数值模拟中, 取截断波数为入射波长的 6 倍, 以保证各种潜在的 Bragg 散射现象.

根据上述的 P-M 谱, 通过 FFT 产生随机粗糙海面. 在下例计算中, 本文用 Monte Carlo 方法随机产生 30 条粗糙海面, 进行海面与船目标散射的计算, 然后再取平均.

本文计算中采用入射波波长为 $\lambda=0.3 \text{ m}$ (L 波段). 船目标的几何大小设为 $a=116.667 \lambda$, $b=61.377 \lambda$, $c=30 \lambda$, $d=66.667 \lambda$. 船体外倾 $\theta_1=100^\circ$, 船台内倾 $\theta_2=80^\circ$. 这样, 船体约宽 $l=a+2b=71.8 \text{ m}$, 高 29 m.

如图 1, 位于高度 H (5000 $\lambda=1500 \text{ m}$) 的雷达对准船目标时, 假定此时视角为 $\theta_0=40^\circ$, 船目标处于锥形波(本文中设 $\alpha=10^\circ$)照明海面的中部. 当雷达改变下视方向, 以 θ 角照射海面时, 目标则偏离中心至 L_0 处. 当 $\theta > \theta_0$ 时, 船目标在照明域的前部, $\theta < \theta_0$ 时, 船目标在照明域的后部. 有关系式

图 1 下视雷达监测海杂波中船目标示意图

$$L_1 = H[\tan\theta - \tan(\theta - \alpha)], \quad (14a)$$

$$L_2 = H[\tan(\theta + \alpha) - \tan\theta], \quad (14b)$$

$$L_0 = H[\tan\theta_0 - \tan\theta], \quad (14c)$$

图 2(a)给出 $\theta=40^\circ$ 入射时, 海面上有船有风(粗实线, $U=7 \text{ m/s}$)、海面上有船无风(点线, $U=0$, 海面为光滑平面)、以及海面上无船有风(细实线)时的双站散射. 可以看出, 在镜向方向上主要是粗糙海面的散射, 船目标的存在明显增强在整个向后方向($-90^\circ < \theta_s < 0^\circ$)上的散射, 并且由于船目标构造, 产生大小不同尺度的峰值起伏, 即目标产生的角闪烁. 当海面杂波与船目标回波共存时, 特征性的角闪烁峰值十分明显, 它与船目标本身构造及其双站 RCS(雷达散射截面)有关. 在整个向后方向上, $\sigma_{TE}(\theta, \theta_s)$ 增强约 2 个量级. 图 2(b)给出极坐标下的双站散射.

图 3 给出入射角分别为对准与偏离目标的 $\theta=40^\circ, 35^\circ, 42^\circ$, 风速 $U=7 \text{ m/s}$ 时双站散射 $\sigma_{TE}(\theta, \theta_s)$ 与散射角 θ_s 的关系. 可以看到在镜向方向($\theta_s=\theta$)均有很强的反射, 而在其他方向上则有大小尺度不同的特征性的起伏. 这里说特征性, 是指它直接与船目标有关, 与图 2 中给出的无船有风时明显不同. 在整个向后的方向($-90^\circ < \theta_s < 0^\circ$)上, 船目标的存在增强了散射. 一般讲, 对准船目标($\theta=40^\circ$)时双站散射要强一些, 而后向散射方向($\theta_s=-\theta$)并不是回波最强的方向. 双站散射计算可应用于导弹截获目标的半主动导引.

图 4 给出几种不同情况下从 $35^\circ \sim 45^\circ$ 不同入射角下后向散射 $\sigma_{TE}^0(\theta_{in})$ 的变化. 可以看出在目前规定的 40° 左右的入射条件下, 圆点线表示的无船目标的粗糙海面后向散射角度性变化不大, 这是粗糙面散射的所谓平直区. 而空心星点线表示无风光滑海面

图 2
(a) $\theta_0 = 40^\circ$ 入射海面时几种情况下的双站散射; (b) 极坐标下的双站散射

上船目标的后向散射, 其与船目标本身的几何构造有关, 并在主动导引雷达对准目标的 $\theta_0 = 40^\circ$ 前后有很强的后向散射. 并且由于船目标本身的 RCS, 而产生明显的角度性迅速起伏-角闪烁. 而一旦离开 θ_0 几度之远, 即船目标偏离雷达波照明区域中部, 则后向散射迅速下降.

实心方块线是有船有风时的后向散射, 它并不是前两种情况的简单叠加. 当高度在 H 的雷达以视角 θ 对准宽度为 l 的船目标时, 船目标对雷达的张角为

$$2\delta = \tan^{-1} \left[\frac{l}{2H} \frac{1}{1 + \tan^2 \theta - (l/2H) \tan \theta} \right], \quad (15)$$

在本算例中, $\theta = 40^\circ$ 时船体的张角约为 2° , 是相当

小的. 图 4 中当雷达下视角在 40° 左右摇摆搜寻目标时, 对准目标时的后向散射振荡峰值区域(T)也大约是 $2^\circ \sim 3^\circ$, 为船体张角所决定. 区域(C)是船目标散射与海面散射相关的区域, 偏离区域 T 前后约有 $2^\circ \sim 3^\circ$. 此时相当于海面 100 m. 若再往外偏离, 则主要是海面杂波区域(N), 与船目标基本无关. 因此, 关键性的目标截获与瞄准区域大约也只是几度的范围, 在 T, C 区域中调整, 主要表现为散射的增强与振荡. 随着雷达高度 H 的减小, 则(15)式的张角 2δ 会增加, 区域 T 与 C 增宽, 角闪烁的范围亦增大.

图 4 中空心方块点线是将船形改为船体内倾 $\theta_1 = 80^\circ$, 可以看到后向散射的数值会有相应变化,

图 3 入射角 $\theta = 40^\circ, 35^\circ, 42^\circ$ 时的双站散射

图 4 几种不同海况条件下从 $35^\circ \sim 45^\circ$ 入射的后向散射变化

但基本规律是一样的。

当雷达下降到 $H = 1000\text{ m}$, 图 4 中的实心点线给出增强的后向散射, 区域 C 的范围会增宽。

本文计算一维粗糙海面与目标, 二维海面与目标有待于计算机计算能力的进一步提高。但是, 以上得出的物理结论是普遍成立的。

由雷达方程, 二维海面 S 上雷达接收天线平均接收功率写为

$$P_{av} = \frac{\lambda^2}{(4\pi)^3} \int_S \frac{P_t G_t G_r}{R^4} \sigma_{TE}^0(\theta) dS, \quad (16)$$

其中 P_t 为发射功率, G_t , G_r 分别为发射与接收天线增益, R 为天线至目标或海面距离. 根据本文结果的推论, 由发射与接收天线辐射方向图对应图4的 T, C, N 区域, 可确定在(16)式海面 S 积分中纳入船目标、船目标与海面, 以及海面的后向散射系数 $\sigma_{TE}^0(\theta)$ 的计算. 这样, 可获得下视雷达监测目标时回波接收功率 P_{av} 随运动雷达高度与监测视角的变化.

3 结论

本文用 GFBM/SAA 的快速迭代数值方法计算粗糙导体界面散射的 MFIE. 对于用 Monte Carlo 法产生的一维 Pierson-Moskowitz 谱风驱粗糙海面与船体目标, 数值模拟了下视雷达监测海杂波环境中船目标时双站与后向散射回波, 指出在镜向方向上主要是粗糙海面的散射, 船目标的存在明显增强在整个向后方向上的散射. 并且由于船目标构造不同, 产生大小不同尺度的峰值起伏, 特征性峰值与船目标本身构造及其双站 RCS 有关. 对准船目标时双站散射要强一些, 而后向散射方向并不是回波最强的方向. 双站散射给出了雷达对导弹的引导波束的计算.

在雷达对准目标时有很强的后向散射, 并且由于船目标本身的 RCS, 而产生明显的角度性迅速起伏-角闪烁. 而一旦离开 θ_0 几度之远, 即船目标偏离雷达波照明区域中部, 则后向散射迅速下降. 当雷达下视角摇摆搜寻目标时, 后向散射的振荡峰值区域(T)为船体张角所决定. 在区域 T 外围, 船目标与海面散射相关的区域(C)约是区域 T 的 1 倍. 若再往外偏离, 则主要是海面杂波区域(N), 与船目标基本无关. 因此, 关键性的截获与瞄准区域大约也只是几度的范围, 主要表现为散射的增强与振荡.

在雷达方程计算以及 Doppler 频移计算中, 根据发射与接收天线辐射方向图对应的 T, C, N 区域来确定计算纳入船目标、船目标与海面, 以及海面的后向散射系数的计算方法.

随雷达下视入射角等观测条件变化时海杂波与目标回波的变化数值模拟, 为海杂波环境中船目标的监测与主动、半主动导引提供了一种仿真方法.

致谢 本工作为国家重点基础研究规划(批准号:

2001CB309405)、国家自然科学基金(批准号: 49831060, 6012009)、国防科技预研基金(批准号: J3.3.1JW0702)和航天支撑技术基金资助项目.

参 考 文 献

- 1 Jin Y Q. Electromagnetic Scattering Modeling for Quantitative Remote Sensing. Singapore: World Scientific, 1994
- 2 Jin Y Q, Li G. Detection of a scatter target over randomly rough surface by using angular correlation function in finite element approach. Waves in Random Media, 2000, 10(2): 273~280
- 3 Axline R M, Fung A K. Numerical computation of scattering from a perfectly conducting random surface. IEEE Transactions on Antennas Propagation, 1978, 26(3): 482~487
- 4 Holliday D, DeRaad L L, St-Cyr G J. Forward-Backward: A new method for computing low-grazing angle scattering. IEEE Transactions on Antennas Propagation, 1996, 44(3): 722~729
- 5 Holliday D, DeRaad L L, St-Cyr G J. Forward-Backward method for scattering from imperfect conductors. IEEE Transactions on Antennas Propagation, 1998, 46(1): 101~107
- 6 Pino M R, Landesa L, Rodriguez J L, et al. The generalized Forward-Backward method for analyzing the scattering from targets on ocean-like rough surfaces. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1999, 47(6): 961~968
- 7 Jin Y Q, Li Z. Simulation of scattering from complex rough surface at low grazing angle using the GFBM/SAA method. IEEE Transactions of Fundamentals and Materials Society (A), 2001, 121(10): 917~921
- 8 Jin Y Q, Li Z. Bistatic scattering and transmitting through a fractal rough surface with high permittivity using the PBTG-FBM/SAA Method. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2002
- 9 Li Z, Jin Y Q. Bistatic scattering from a fractal dynamic rough sea surface with a ship presence at low grazing angle incidence using the FBM/SAA method. Microwave and Optical Technology Letters, 2001, 31(2): 146~151
- 10 Kong J A. Electromagnetic Wave Theory. 2nd ed. New York: John Wiley, 1990
- 11 West J C, Sturm M J M. Low-grazing scattering from breaking water waves using an impedance boundary MM/GTD approach. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1998, 46(1): 93~98
- 12 Harington R F. Field Computation by Moment Method. New York: IEEE Press, 1993
- 13 Chen H T, Johnson J T. A novel acceleration algorithm for the computation of scattering from rough surface with the Forward-Backward Method. Radio Science, 1998, 33(5): 1277~1287
- 14 Chan H T, Johnson J T. Formulation of Forward-Backward method using novel spectral acceleration for the modeling of scattering from impedance rough surfaces. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2000, 38(1): 605~607
- 15 Ishimaru A. Wave propagation and scattering in random media. New York: Academic Press, 1990
- 16 Thorsos E. Acoustic scattering from 'Pierson-Moskowitz' sea surface. Journal of the Acoustic Society of the America, 1990, 88(1): 335~342

<https://engine.scichina.com/doi/10.1360/csb2002-47-16-1211>

(2002-04-03 收稿, 2002-06-06 收修改稿)