论文

超爱丁顿吸积盘的临界光度

林一清*

厦门理工学院, 福建省光电技术与器件重点实验室, 厦门 361024

*联系人, E-mail: yqlin@xmut.edu.cn

收稿日期: 2016-04-14; 接受日期: 2016-06-13; 网络出版日期: 2016-7-15

国家自然科学基金资助项目(编号: U1231101)

摘要 Slim盘是一类光学厚、几何厚度可以和半径相当的径移主导吸积盘, 广泛应用于解释超爱丁顿吸积的观测现象. 超爱丁顿吸积流的数字模拟显示外流的存在, 意味着盘上只有一小部分的气体被黑洞吞入. 本文在研究Slim盘的时候, 垂向采用准确的引力作用, 计算结果显示吸积盘的垂向存在引力的上限, 吸积盘的外部区域存在吸积率上限, 该上限值随半径的变化而变化. 该结果表明, 在超爱丁顿吸积的情况下, 只有盘的内部区域可能以Slim盘的形式存在, 而外部区域需要通过某种机制损失物质, 这种机制很可能就是外流, 这个结果与数值模拟的结果相符. 最后, 本文拟合了盘光度 $L_{\text{disk}}/L_{\text{Edd}}$ 随无量纲化吸积率 $\dot{m}$ 的变化曲线, 得到盘光度与吸积率关系的解析表达式.

关键词 吸积, 吸积盘, 黑洞, 流体动力学**PACS:** 97.10.GZ, 97.60.Lf, 67.25.dg

1 引言

物质通过吸积释放引力能是致密天体研究中一个重要的能量来源. 随着吸积盘理论研究的发展, 先后提出4种比较著名的吸积盘模型, 其中Slim盘是一类光学厚、几何厚的径移主导吸积盘^[1,2]. 这种模型所要求的吸积率 $\dot{M}$ 相当高, 一般适用于接近或者超爱丁顿吸积情形(爱丁顿吸积率 $\dot{M}_{\text{Edd}} = 64\pi GM/c\kappa_{\text{es}}$, 常用作吸积率无量纲化的单位, 其中 M 为中心黑洞的质量, c 为光速, $\kappa_{\text{es}} = 0.34\text{ cm}^2\text{ g}^{-1}$ 为电子散射不透明度). Slim盘目前已经被广泛应用于解释各种超爱丁顿吸积的观测现象, 如窄线Seyfert I星系^[3,4]、星系黑洞候选者^[5]、超

亮X射线双星^[6-8], 甚至被建议用来作为距离探针研究宇宙学^[9].

自提出以来, Slim盘的研究无论在解析还是数值模拟方面都有了极大的发展^[10-13]. 超爱丁顿吸积流的数值模型呈现盘和外流并存的结构, 盘表现为光学厚、几何厚, 辐射压主导; 而外流则是由辐射压推动并且从盘上以风的形式发射出去, 这意味着盘中只有一小部分的气体最终被黑洞吞没^[12,13].

2007年Gu等人^[10]研究了Slim盘的垂向结构, 发现在垂向采用准确的引力作用后, Slim只存在于几十个引力半径 R_g 以内, 对于更大的半径则存在着与半径 R 相关的最大吸积率. 即: Slim盘存在吸积率的上限,

引用格式: 林一清. 超爱丁顿吸积盘的临界光度. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2016, 46: 089512

Lin Y Q. Critical luminosity of Super-Eddington accretion disks (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2016, 46: 089512, doi: 10.1360/SSPMA2016-00201

$\dot{M}_{\max}$, 该上限随半径的变化而变化, 这个结果已被考虑准确垂向引力的黑洞吸积流微分方程的整体解所证实^[11,14]. 这就意味着, 当盘边界处的物质供给高于这个上限时, 盘在垂向上的引力已经不足以平衡其压力, 因此盘上的某些物质会脱离盘的束缚作用, 以外流的形式逃逸出去, 并且带走能量使盘重新达到稳定. 还有其他一些关于Slim盘垂向结构的研究也表明, 如果盘的光度达到爱丁顿值, 那么盘的表面就会有外流存在^[15-17]. 事实上, 在许多明亮的类星体观测中也发现外流的存在^[18-26]. 2015年Cao等人^[27]用牛顿势 $\Psi = -GM/\sqrt{R^2+z^2}$ 研究了辐射压驱动外流的超临界吸积盘的结构. 但是, 在黑洞吸积的研究中, 应该考虑到广义相对论产生的效应. 本文中, 用更严格的伪牛顿势 $\Psi = -GM/(\sqrt{R^2+z^2} - R_g)$ 模拟广义相对论效应^[28](伪牛顿势在半径超过 $2R_g$ 时都是对相对论引力的很好的近似, 因此在当前的问题上可以把它当作是精确的引力势), 再次研究了超临界吸积盘的结构, 并且拟合盘光度 $L_{\text{disk}}/L_{\text{Edd}}$ 与无量纲化吸积率 $\dot{m}(\dot{m} = \dot{M}/\dot{M}_{\text{Edd}})$ 的关系曲线, 得到它们间的解析表达式.

2 物理模型分析

Slim盘垂向上仍然假设满足流体静力学平衡方程

$$\frac{\partial p}{\partial z} + \rho \frac{\partial \Psi}{\partial z} = 0, \quad (1)$$

其中 p 是压强, ρ 是密度. 对于辐射压主导的吸积盘, $p = \varepsilon_r/3$, 其中 ε_r 是辐射压能量密度. 考虑盘在垂向上辐射和引力的平衡可以得到

$$q(z) \cdot \frac{\kappa_{\text{es}}}{c} = \frac{d\Psi}{dz}, \quad (2)$$

其中 $q(z)$ 是 z 方向辐射能量流. 当辐射能量足够大时, 这个平衡就会被打破. 意味着对于辐射压主导的吸积盘, 如果盘的辐射能量大于一个临界值时, 可能有一部分物质脱离盘的束缚形成外流并带走足够的热量. 这个临界值对应于垂向引力的最大值为

$$q(z)^{\max} = \left(\frac{d\Psi}{dz} \right)^{\max} \frac{c}{\kappa_{\text{es}}}. \quad (3)$$

同时, 吸积率为 $\dot{M}$ 的吸积盘的黏滞耗散产热为

$$q(z) = \frac{\dot{M} \Omega_K^2}{4\pi} \left(1 - \frac{j}{\Omega_K R^2} \right) \left(-\frac{d \ln \Omega_K}{d \ln R} \right), \quad (4)$$

其中 $\Omega_K^2 = \frac{GM}{R(R-R_g)^2}$ 为开普勒角速度, 积分常数 j 是被黑洞吸积的流体的比角动量.

计算中, 取 $M=10M_{\odot}$, $j=1.83cR_g$ (一个合理的值, 仅比内部稳定半径时的开普勒角速度小一些, $\Omega_K R^2|_{3R_g} = 1.837cR_g$).

最后, 具有外流的吸积盘光度可以用如下公式计算:

$$L_{\text{disk}}/L_{\text{Edd}} = \frac{1}{L_{\text{Edd}}} \int_{R_{\text{in}}}^{\infty} 4\pi R q(z) dR, \quad (5)$$

其中 $L_{\text{Edd}} = 4\pi GMc/\kappa_{\text{es}}$ 为爱丁顿光度, 常用作光度无量纲化的单位, R_{in} 为盘的内半径, 对一个非旋转的黑洞, $R_{\text{in}}=6GM/c^2=3R_g$.

3 结论

采用更准确的伪牛顿势, 发现在每个半径 R 处, 垂向引力 $\partial\Psi/\partial z$ 都有一个最大值. 图1给出当垂向引力 $\partial\Psi/\partial z$ 达到最大值时的位置 z/R 随半径 R 的变化. 发现当 $R/R_g \rightarrow \infty$ 时, $z/R \rightarrow 1/\sqrt{2}$, 这个结果跟2015年Cao等人^[27]用牛顿势计算得到的结果是一致的.

图1 垂向引力 $\partial\Psi/\partial z$ 达到最大值时的位置 z/R 随半径 R 的变化

Figure 1 z/R as a function of radius R where the vertical gravitational force $\partial\Psi/\partial z$ reaches the maximum.

根据方程(3)吸积盘垂向上黑洞引力的最大值, 可以获得辐射能量 $q(z)$ 的最大值, $q(z)_{\max}$. 将 $q(z)_{\max}$ 带入方程(4), 可以得到每个半径 R 所对应的吸积率, 这个吸积率即为该半径处的最大吸积率 $\dot{M}_{\max}$. 图2显示了每个半径 R 处的最大无量纲化吸积率 $\dot{m}_{\max}$ ($\dot{m}_{\max} = \dot{M}_{\max} / \dot{M}_{\text{Edd}}$). 从图中可以看到 $\dot{m}_{\max}$ 在大约 $10R_g$ 处有一个最小值, 约为1.0, 这个值可看成临界无量纲化吸积率 $\dot{m}_{\text{crit}}$, 即: $\dot{m}_{\text{crit}} \approx 1.0$. 当给定吸积率低于这个吸积率时, 辐射压就不会驱动外流, 而这个位置称为临界半径 R_{crit} .

对于光度 $L_{\text{disk}} / L_{\text{Edd}}$ 的计算有点复杂. 就像上面讨论的一样, 当吸积率大于临界吸积率时存在外流, 而外流存在于盘上临界半径与无穷远之间. 当 $\dot{m} < \dot{m}_{\text{crit}}$ 时, 无外流存在, 吸积率为常数, $\dot{m}_{\text{in}} = \dot{m}_{\text{out}} = \dot{m}$; 但是当 $\dot{m} > \dot{m}_{\text{crit}}$ 时, 盘的内部区域吸积率保持常数, $\dot{m}_{\text{in}} = \dot{m}_{\text{crit}} \approx 1.0$, 而在盘的外部, 吸积率取最大可能吸积率与给定吸积率的小量, 即: $\dot{m}_{\text{out}} = \min(\dot{m}, \dot{m}_{\max})$, 把 $\dot{m}_{\text{in}}$ 和 $\dot{m}_{\text{out}}$ 带入方程(4), 可得到一个与吸积率有关的黏滞耗散产热, 而吸积率是半径的函数. 再代入方程(5)计算有外流($\dot{m} > \dot{m}_{\text{crit}}$)和无外流($\dot{m} < \dot{m}_{\text{crit}}$)情况下盘的光度 $L_{\text{disk}} / L_{\text{Edd}}$, 并且把盘光度 $L_{\text{disk}} / L_{\text{Edd}}$ 随无量纲化吸积率 $\dot{m}$ 变化的关系图画在图3.

最后, 拟合盘光度 $L_{\text{disk}} / L_{\text{Edd}}$ 与无量纲化吸积率 $\dot{m}$ 的关系曲线, 得到它们之间的解析式

$$\frac{L_{\text{disk}}}{L_{\text{Edd}}} = \begin{cases} \dot{m}, & \dot{m} \leq 1, \\ 1 + 0.45 \times \ln \dot{m}, & \dot{m} > 1. \end{cases} \quad (6)$$

从图3中可以看到, 拟合的理论线和数值计算结果的曲线符合得很好. 这样, 方程(6)将可用于该领域进一步的研究.

4 结果与讨论

本文计算了伪牛顿势下垂向引力的最大值和相应的每个半径处吸积率的最大值. 主要结论如下: (1) 黑洞吸积盘的垂向引力有一个最大值. 如果盘的辐射大于垂向引力所对应的临界值, 这个盘就可能产生外流. (2) 光学厚吸积流的外部区域存在一个与半径有关的吸积率的最大值, 因此只有内部区域可能以Slim盘的形式存在. 而外部区域需要通过某种机制损失物质, 这种机制很可能就是外流. 即: 以恒定吸积率进行吸积的Slim盘存在吸积率上限. 当外边界处的物质供给超过这个上限时, 如果在吸积的过程中, 盘以外流

图2 每个半径 R 处的最大无量纲化吸积率 $\dot{m}_{\max}$
Figure 2 The possible maximum of the dimensionless mass accretion rate $\dot{m}_{\max}$ at each radius R .

图3 盘光度 $L_{\text{disk}} / L_{\text{Edd}}$ 随无量纲化吸积率 $\dot{m}$ 变化的曲线. 实线表示方程(5)的数值计算结果, 虚线为解析式(6)的结果
Figure 3 The disk luminosity $L_{\text{disk}} / L_{\text{Edd}}$ as a function of the dimensionless mass accretion rate $\dot{m}$. The solid line represents the results of with eq. (5), the dashed line is the analytic results with empirical formula (6).

的形式损失足够多的物质, 就可以把物质的量控制在垂向引力能够束缚住的程度, 从而得以形成稳定的Slim盘结构. (3) 拟合了盘光度与吸积率的关系, 得到它们之间关系的解析式. 这个解析结果看起来与经典Slim盘的结果相似^[5]. 但是它们之间的物理图像是完全不一样的. 在经典Slim盘的研究工作中, 没有考虑外流, 因此Slim盘的吸积率在各个半径处始终保持常数. 本文中, 对于给定的无量纲化吸积率 $\dot{m}$, 只有

当 $\dot{m} < \dot{m}_{\text{crit}}$ 时, 吸积率才为常数; 如果 $\dot{m} > \dot{m}_{\text{crit}}$, 盘的内部区域 $\dot{m}_{\text{in}} = \dot{m}_{\text{crit}} \approx 1.0$, 外部区域 $\dot{m}_{\text{out}} = \min(\dot{m}, \dot{m}_{\text{max}})$. 由于外流的存在, 盘上大部分的气体被带走, 盘的光度因此受到外流的限制.

需要指出的是, 本文的结果相对于文献[27]的主要区别在靠近黑洞的吸积盘内区, 而在计算总光度时采用了盘内区吸积率等于临界吸积率的假定, 因此计算总光度时与文献[27]的结果差别并不显著. 另一方面, 外流除了会降低吸积率, 还会对辐射产生影响. 首先, 吸积盘的辐射在通过外流或风的过程中可能会被严重吸收; 其次, 囚禁在外流中的光子可能会随着外流过程被释放出来. 因此, 外流对吸积盘光度的影响有待进一步的研究.

从方程(6)可以看出, 给定黑洞质量, 当吸积率大于某个值时, 光子被囚禁影响了总的辐射, 形成一个与吸积率成比例的饱和光度(对数关系, 而不是线性关系). 这样, 给定黑洞质量, 超爱丁顿吸积率的辐射光

度几乎是常数, 这个也许可以用来推导宇宙学距离^[9]. 超爱丁顿吸积盘作为一种新的宇宙学距离指标类型有两个好处: (1) 饱和光度从物理上很好理解, 并且不存在宇宙学演化; (2) 可以探测到比较大范围的红移. 需要指出, 若考虑磁流体情况的浮子效应^[12], 囚禁机制也许并不是很有效, 从而图3和公式(6)的结果将面临大的修改, 很可能饱和光度并不存在或者该饱和光度有量级的提升. 关于浮子效应, 近年来数值模拟取得了一系列的研究进展. 然而, 不同研究组之间还存在模拟结果上的显著差异, 该差异的根源尚不清楚. 但是, 这些数值模拟方面的进展将对吸积理论的发展提供指引方向.

本文的计算主要根据两个方程: 辐射压和盘垂向引力的平衡方程和黏滞产热的方程. 当然, 我们的计算中没有考虑到沿着径向移到中心黑洞的能量. 如果这部分能量也考虑到的话, 临界吸积率也可能升高, 这将是我们的下一步的工作.

参考文献

- 1 Abramowicz M A, Czerny B, Lasota J P, et al. Slim accretion disks. *Astrophys J*, 1988, 332: 646–658
- 2 Kato S, Fukue J, Mineshige S. Black-Hole Accretion Disks. Kyoto: Kyoto University Press, 1998
- 3 Wang J M, Netzer H. Extreme slim accretion disks and narrow line Seyfert 1 galaxies: The nature of the soft X-ray hump. *Astron Astrophys*, 2003, 398: 927–936
- 4 Chen L H, Wang J M. Slim disks with transition regions and applications to microquasars and narrow-line Seyfert 1 galaxies. *Astrophys J*, 2004, 614: 101–114
- 5 Watarai K, Fukue J, Takeuchi M, et al. Galactic black-hole candidates shining at the eddington luminosity. *Publ Astron Soc Jpn*, 2000, 52: 133–141
- 6 Watarai K, Mizuno T, Mineshige S. Slim-disk model for ultraluminous X-Ray sources. *Astrophys J*, 2001, 549: L77–L80
- 7 Vierdayanti K, Mineshige S, Ebisawa K, et al. Do ultraluminous X-Ray sources really contain intermediate-mass black holes? *Publ Astron Soc Jpn*, 2006, 58: 915–923
- 8 Gu W M, Sun M Y, Lu Y J, et al. Thick accretion disk model for ultraluminous supersoft sources. *Astrophys J*, 2016, 818: L4. arXiv: 1601.04750
- 9 Wang J M, Du P, Valls-Gabaud D, et al. Super-eddington accreting massive black holes as long-lived cosmological standards. *Phys Rev Lett*, 2013, 110: 081301. arXiv: 1301.4225
- 10 Gu W M, Lu J F. A note on the slim accretion disk model. *Astrophys J*, 2007, 660: 541–545
- 11 Lin Y Q, Jiao C L. Maximal possible accretion rates for slim disks. *Sci China Ser G-Phys Mech Astron*, 2009, 52: 2054–2058
- 12 Jiang Y F, Stone J M, Davis S W. A global three-dimensional radiation magneto-hydrodynamic simulation of super-eddington accretion disks. *Astrophys J*, 2014, 796: 106. arXiv: 1410.0678
- 13 Ohsuga K, Mori M, Nakamoto T, et al. Supercritical accretion flows around black holes: Two-dimensional, radiation pressure-dominated disks with photon trapping. *Astrophys J*, 2005, 628: 368–381
- 14 Jiao C L, Xue L, Gu W M, et al. Global slim accretion disk solutions revisited. *Astrophys J*, 2009, 693: 670–676. arXiv: 0811.2451
- 15 Gu W M, Xue L, Liu T, et al. Advection-dominated accretion disks: Geometrically slim or thick? *Publ Astron Soc Jpn*, 2009, 61: 1313–1318. arXiv: 0909.4838
- 16 Gu W M. Radiation pressure-supported accretion disks: Vertical structure, energy advection, and convective stability. *Astrophys J*, 2012, 753: 118. arXiv: 1205.1387
- 17 Gu W M. Mechanism of outflows in accretion system: Advective cooling cannot balance viscous heating? *Astrophys J*, 2015, 799: 71. arXiv:

1411.3965

- 18 Pounds K A, King A R, Page K L, et al. Evidence of a high-velocity ionized outflow in a second narrow-line quasar PG 0844+349. *Mon Not R Astron Soc*, 2003, 346: 1025–1030
- 19 Wang J X, Wang T G, Tozzi P, et al. Relativistic outflow in CXOCDFS J033260.0-274748. *Astrophys J*, 2005, 631: L33–L36
- 20 Zhou H, Wang T, Wang H, et al. Polar outflows in six broad absorption line quasars. *Astrophys J*, 2006, 639: 716–723
- 21 Ganguly R, Brotherton M S. On the fraction of quasars with outflows. *Astrophys J*, 2008, 672: 102–107. arXiv: 0710.0588
- 22 Wang J, Jiang P, Zhou H, et al. *XMM-Newton* observations of broad absorption line quasars with polar outflows. *Astrophys J*, 2008, 676: L97–L100. arXiv: 0802.0253
- 23 Wang T, Zhou H, Yuan W, et al. Metal-enriched outflows in the ultraluminous infrared quasar Q1321+058. *Astrophys J*, 2009, 702: 851–861. arXiv: 0907.1566
- 24 Tombesi F, Cappi M, Reeves J N, et al. Evidence for ultra-fast outflows in radio-quiet active galactic nuclei. II. Detailed photoionization modeling of Fe K-shell absorption lines. *Astrophys J*, 2011, 742: 44. arXiv: 1109.2882
- 25 Tombesi F, Sambruna R M, Reeves J N, et al. Discovery of ultra-fast outflows in a sample of broad-line radio galaxies observed with *suzaku*. *Astrophys J*, 2010, 719: 700–715. arXiv: 1006.3536
- 26 Tombesi F, Cappi M, Reeves J N, et al. Evidence for ultrafast outflows in radio-quiet AGNs-III. Location and energetics. *Mon Not R Astron Soc Lett*, 2012, 422: L1–L5. arXiv: 1201.1897
- 27 Cao X, Gu W M. Limits on luminosity and mass accretion rate of a radiation-pressure-dominated accretion disc. *Mon Not R Astron Soc*, 2015, 448: 3514–3521. arXiv: 1502.02892
- 28 Paczynski B, Wiita P J. Thick accretion disks and supercritical luminosities. *Astron Astrophys*, 1980, 88: 23–31

Critical luminosity of Super-Eddington accretion disks

LIN YiQing^{*}*Fujian Provincial Key Laboratory of Optoelectronic Technology, Xiamen University of Technology, Xiamen 361024, China*

Slim disk is a kind of optically thick, advection dominated accretion flow, in which the disk height can be comparable with the disk radius. The Slim disk has been widely used to explain the observation phenomena of various Super Eddington accretion disks. Outflows are always present in the numerical simulations of Super Eddington accretion disks, which implies that only a small fraction of gas in the disk is finally swallowed by the black hole. In the study of the Slim disk, we adopt an explicit vertical gravitational force in the thermal equilibrium solutions. The results of our calculation show that there is a maximum for the gravitational force of a black hole in the vertical direction of the accretion disk, and there exists a maximally possible accretion rate for each radius in the outer region of the slim disk. The existence of a maximally possible accretion rate in the case of Super-Eddington accretion implies that only the inner region of these flows can possibly take the form of Slim disk, and strong outflows from the outer region are required to reduce the accretion rate in order for Slim disks to be realized. This result is in agreement with the numerical simulation result. Finally, we fit the curve of the disk luminosity $L_{\text{disk}}/L_{\text{Edd}}$ with the dimensionless accretion rate $\dot{m}$, and derive an analytic relation between the total luminosity and the mass accretion rate.

accretion, accretion disks, black hole, hydrodynamics

PACS: 97.10.GZ, 97.60.Lf, 67.25.dg

doi: 10.1360/SSPMA2016-00201