全金属支杆阵列多稳态被动转换及滞后阻尼特性

季树彬, 王树青, 方辉*

中国海洋大学山东省海洋工程重点实验室, 青岛 266100

* E-mail: fanghui@ouc.edu.cn

收稿日期: 2017-09-16; 接受日期: 2018-04-27; 网络版发表日期: 2018-12-11

国家自然科学基金(批准号: 51625902, 11572300)、山东省泰山学者计划(编号: TS201511016)、山东省科技重点研发计划(编号: 2017GHY15120)和工信部《第七代超深水钻井平台(船)》创新专项资助项目

摘要 海洋结构趋向于更大型化, 需以高刚度承担更大负荷, 结构就不能很好地适应动态负载, 动载低衰减传播将导致设备损坏和人员不适, 但传统黏性阻尼减振结构的刚度较低, 可能降低静态负载. 为使减振结构同时具有高承载和高阻尼性能, 本文基于稳定理论设计了多稳态被动转换支杆阵列, 位移加载下压杆出现直杆-局部弯曲-整体弯曲3个稳定支撑状态, 由此产生负刚度使激励-响应曲线形成滞后回环; 进一步提出了线性弹簧-多稳态压杆并联结构, 位移或力动态加载下该类结构都可发生多稳态转换, 实现静态高刚度和动态高耗散, 并以有限元模拟讨论了耗散特性的几何参数相关性.

关键词 多稳态, 高刚度, 阻尼, 减振

1 引言

浮式平台等海洋结构趋向于更大型化^[1], 将承担更大负荷及设备, 必须以高刚度保证静态承载, 但是海洋环境及设备运行中包含大量动态载荷, 在高刚度结构中更易于低衰减且快速地传播, 不仅导致结构/设备损坏, 还使人员产生不适或受伤^[2,3]. 因此, 高刚度结构减振已成为海洋工程及技术发展的重要问题.

为减小振动幅值、加速振动衰减, 一类方法在结构局部采用黏性阻尼材料(橡胶等)减振, 但是其弹性模量相对金属较低, 可能降低结构局部乃至整体的刚度和承载能力^[4]; 一类方法将MISES桁架^[5]或水滴形

弹簧^[6]等非线性弹性单元引入结构, 静载时保持高刚度, 一定动载条件下等效“动刚度”近似为“零”, 这使减振能力大大提升; 为提高耗散, 可将黏性阻尼引入上述非线性弹性单元^[7]; 但是, 非线性单元对激励(均值、幅值等)敏感, 条件改变可能使刚度显著变化. 从耗散角度, 结构激励-响应出现相位差, 形成滞后回环, 将产生阻尼效应, 稳定平衡的高刚度结构难以出现该类响应. 不过, 失稳结构的构型变化使部分单元转向或失效, 切线刚度表现为负数, 激励-响应间形成滞后^[8]. 弯曲钢条具有上弯或下弯两个稳定平衡状态, 动载作用下结构屈曲, 双稳态间发生“跳跃”, 相对于单稳态振动能量转换效率大大提高^[9]. MISES桁架与线性弹簧

引用格式: 季树彬, 王树青, 方辉. 全金属支杆阵列多稳态被动转换及滞后阻尼特性. 中国科学: 技术科学, 2019, 49: 97–108

Ji S B, Wang S Q, Fang H. High stiffness and high hysteresis damping of metal column array in multi-stable potentials (in Chinese). Sci Sin Tech, 2019, 49: 97–108, doi: 10.1360/N092017-00322

串联也可构成双稳态结构, 动载下稳态跳跃产生大量耗散^[10]. 金属压杆(轴心对称)压缩试验中, 压杆屈曲后由直杆平衡转换为弯曲平衡, 弯杆刚度下降使激励-响应曲线形成滞后回环^[11], 不过需要位移加载以提供边界约束, 压杆屈曲后才能以弯曲构型稳定承载, 研究者也指出力加载下结构屈曲后易失稳. 聚合物制均匀直杆压缩试验中, 压杆屈曲使激励-响应曲线形成滞后回环, 耗散效率明显高于聚合物黏性^[12]. 由此可见, 结构屈曲后稳定平衡状态(表现为承载构型)发生变化, 刚度随之改变, 激励-响应曲线在加/卸载过程中不断转向, 从而形成滞后回环, 结构具有了能量耗散能力. 压杆相对于MISES桁架、异性弹簧等非线性弹性单元简单, 不过已有研究主要采用试验方法对压杆弹性屈曲临界载荷及系统耗散能力进行探索, 集中讨论了杆件长细比等基础参数对承载特性的影响. 为实现工程应用, 必须对临界载荷、弯曲构型及耗散能力等特性进行控制性设计, 尽力避免初始缺陷(例如几何误差等)对结构稳态的影响, 同时引入适当扰动以引发并控制压杆多稳态的转换, 并实现力加载结构屈曲后稳定, 这就必须对整个承载过程实施理论计算, 对参数相关性进行分析, 并引入非位移条件对后屈曲结构实现有益约束.

本文以全金属压杆为研究对象, 将边界作为稳态转换的控制因素, 理论分析了单一压杆稳定平衡的控制方程, 计算了结构承载过程中依次出现的3个稳定状态的阈值, 得到了加/卸载全过程的激励-响应滞后回线, 实现了静态高刚度和动态高耗散; 设置周期边界条件建立多压杆并联结构的有限元模型讨论了承载及耗散的几何参数相关性; 进而提出了线性弹簧-多稳态压杆并联结构, 位移或力动态加载下该类结构都可发生多稳态转换.

2 压杆的多稳态转换及滞回曲线

杆件稳定受压过程中, 如受到微小扰动并达到临界载荷, 可发生弹性屈曲, 而屈曲模态与扰动及边界条件密切相关(图1). 由材料力学可知, 直杆刚度大于局部弯曲杆, 局部弯曲时则大于整体弯曲杆, 如各屈曲模态在承载过程中依次出现, 结构刚度将随载荷变化. 为实现多稳态转换, 需引入并控制扰动, 这里杆端设计为偏心结构(图2和3), 载荷增大使杆端弯矩增大,

图1 不同边界条件压杆的屈曲模态. (a) 两端固支; (b) 两端铰支; (c) 上端铰支下端固支; (d) 上端自由下端固支

图2 (网络版彩图)偏心压杆示意图

图3 压杆几何模型示意图. (a) 侧视图; (b) 俯视图

压杆弹性屈曲. 理论分析发现, 加/卸载过程可分为5个阶段(图4): (1) 直杆(屈曲前, 图4中点1~2); (2) 一次屈曲(图4中点2); (3) 二次屈曲(边界变化, 图4中点3); (4) 整体弯曲(图4中点4~6); (5) 压杆回跃(图4中点6~7), 具体计算过程如下.

图 4 偏心压杆理论计算结果

2.1 直杆

这一阶段(图4中1-2段)圆柱保持直杆构型, 轴线平直, 支反力 P_1 的理论值为

$$P_1 = \frac{EAd}{L_t}, \quad (1)$$

式中, E 为材料的弹性模量; $A = \pi R^2$ 为圆柱压杆的横截面积; d 为轴向位移.

2.2 一次屈曲

这一阶段(图4中2-3段)开始时, 圆柱处于微弯曲状态, 初始屈曲发生时(图4中的点2)的支反力设为 P_{cr1} . 设曲线BC为圆柱的中轴线, 由于圆柱发生微弯曲导致支反力向圆柱的一侧偏移一定距离 b , 作用于A点. 建立平面直角坐标系, 坐标原点在圆柱中点如图5所示.

细长杆截面的弯矩:

$$EIv''(z) = M(z), \quad (2)$$

式中, I 为材料的截面惯性矩, $v(z)$ 是圆柱在 z 处的弯曲挠度, $M(z)$ 是圆柱在竖坐标 z 处的横截面弯矩, 由图5(b)可知弯矩 $M(z)$ 还可表示为

$$M(z) = P_{cr1}[\delta - v(z) - b], \quad (3)$$

式中, $\delta = v(L)$ 是圆柱中心线端点 b 到 Z 轴的距离, $L = L_t/2$. 将式(3)代入式(2)得

$$EI \frac{d^4 v}{dz^4} + P_{cr1} \frac{d^2 v}{dz^2} = 0. \quad (4)$$

当 $z=0$ 时, 圆柱的位移和转角边界条件为

图 5 一次屈曲圆柱弯曲几何模型. (a) 圆柱一端的近似模型; (b) 圆柱微弯曲示意图

$$v(0) = v'(0) = 0. \quad (5)$$

当 $z=L$ 时, 圆柱的横截面剪力和弯矩可分别表示为

$$\begin{aligned} EIv''(L) &= -P_{cr1}v'(L), \\ EIv''(L) &= -P_{cr1}b = -P_{cr1}Rv'(L). \end{aligned} \quad (6)$$

此时圆柱处于微弯曲状态, 由傅里叶级数可得圆柱挠度与转角的关系为 $v' = \tan\theta \approx \theta$, 圆柱的变形较小可假设 $b = R\theta = Rv'(L)$. 则:

$$\frac{d^4 v}{d\mu^4} + k^2 \frac{d^2 v}{d\mu^2} = 0, \quad (7)$$

式中, $\mu = z/L$, $k^2 = PL^2/EI$. 此时边界条件可表示为

$$\begin{aligned} v(0) &= v'(0) = 0, \\ v''(L) &= -k^2 v'(L), \\ \varepsilon v''(L) &= -k^2 v'(L), \end{aligned} \quad (8)$$

式中, $\varepsilon = L/R$, 设方程(7)的通解为

$$v(\mu) = C_1 \sin(k\mu) + C_2 \cos(k\mu) + C_3 \mu + C_4. \quad (9)$$

将式(8)代入式(9)得

$$\begin{aligned} C_1 &= C_3 = 0, \quad C_2 = -C_4, \\ C_2 k^2 (k \sin k + \mu \cos k) &= 0. \end{aligned} \quad (10)$$

方程(10)有非零解的充要条件是

$$k \sin k + \varepsilon \cos k = 0. \quad (11)$$

一次屈曲时, 端面为平面, 即 $R \rightarrow \infty$, 所以 $\varepsilon = L/R \rightarrow 0$, 由于 $k = \sqrt{PL^2/EI} \neq 0$, 所以

$$\sin k = 0 \Rightarrow k^2 = \frac{PL^2}{EI} = \pi^2 \Rightarrow P_{\text{cr1}} = \frac{\pi^2 EI}{L^2}. \quad (12)$$

式(9)和(10)可进一步表示为

$$v(\mu) = C_4[(1 - \cos(\pi\mu))] = f[(1 - \cos(\pi\mu))]. \quad (13)$$

2.3 二次屈曲

这一阶段(图4中3-4段)圆柱端面与压板的接触面发生分离, 此时(图4中的点3)只有圆柱端面的边缘与压板接触, 支反力设为 P_{cr2} , 由大变形与弯矩的关系得

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\frac{d^2 v}{dz^2}}{\sqrt{1 - \left(\frac{dv}{dz}\right)^2}} = \frac{M}{EI}. \quad (14)$$

当变形较小时上式即简化为式(2), 变形增大后则采用下式:

$$\left[1 - \left(\frac{dv}{dz}\right)^2\right]^{-2} = 1 + \frac{1}{2}\left(\frac{dv}{dz}\right)^2 + \frac{3}{8}\left(\frac{dv}{dz}\right)^4 + \dots \quad (15)$$

将式(3)和(15)代入式(14)得

$$\frac{d^2 v}{dz^2} \left[1 + \frac{1}{2}\left(\frac{dv}{dz}\right)^2 + \frac{3}{8}\left(\frac{dv}{dz}\right)^4 + \dots\right] + \frac{Pv}{EI} + \frac{P(b-\delta)}{EI} = 0. \quad (16)$$

按照伽辽金法, 将式(13)代入式(16)并要求得到的等式与 $\cos(\pi\mu) = \cos\left(\frac{\pi z}{L}\right)$ 正交, 即:

$$\int_0^L \left\{ \frac{d^2 v}{dz^2} \left[1 + \frac{1}{2}\left(\frac{dv}{dz}\right)^2 + \frac{3}{8}\left(\frac{dv}{dz}\right)^4 + \dots\right] + \frac{Pv}{EI} + \frac{P(b-\delta)}{EI} \right\} \times \cos\left(\frac{\pi z}{L}\right) dz = 0. \quad (17)$$

式(17)经化简可得

$$\frac{P}{P_{\text{cr1}}} = 1 + \frac{1}{8} \frac{\pi^2 f^2}{L^2} + \frac{3}{64} \frac{\pi^4 f^4}{L^4} + \dots, \quad (18)$$

式中, P_{cr1} 可由2.2节式(12)求得, 圆柱由第一次屈曲到第二次屈曲时端面不再是完全的平面所以 $\varepsilon=L/R$ 并不是0. Kalathur实验^[12]得到当圆柱发生二次屈曲时, 圆柱受到的压力作用于圆柱端面的边缘, 即此时 $b=R$, 假定 ε 很小, 设

$$k = k_0 + k_1 \varepsilon. \quad (19)$$

将式(19)代入式(11)得

$$k_0 \sin(k_0) + [\cos(k_0) + k_1 \sin(k_0) + k_0 k_1 \cos(k_0)] \varepsilon = 0. \quad (20)$$

使式(20)成立的解为

$$k_0 = \pi, \quad k_1 = -\frac{1}{\pi}. \quad (21)$$

设

$$f = f_0 + f_1 \varepsilon, \quad (22)$$

$$P = P_0 + P_1 \varepsilon. \quad (23)$$

将式(19)和(22)代入式(13)得

$$v(\mu) = f_0 [1 - \cos(k_0 \mu)] + [f_1 - f_1 \cos(k_0 \mu) + f_0 k_1 \mu \sin(k_0 \mu)] \varepsilon. \quad (24)$$

将式(24)代入式(17)得

$$\int_0^L \left\{ \frac{d^2 v}{dz^2} \left[1 + \frac{1}{2}\left(\frac{dv}{dz}\right)^2 + \frac{3}{8}\left(\frac{dv}{dz}\right)^4 + \dots\right] + \frac{Pv}{EI} + \frac{P(b-\delta)}{EI} \right\} \times \cos\left[\left(k_0 + k_1 \varepsilon\right) \frac{z}{L}\right] dz = 0. \quad (25)$$

式(25)经简化后得

$$\frac{P_0}{P_{\text{cr1}}} = 1 + \frac{1}{8} \frac{\pi^2 f_0^2}{L^2}. \quad (26)$$

由 $b=R\theta=Rv'(L)$ 得

$$b = \frac{R}{L} v'(L) = \frac{1}{\varepsilon} v'(L) = f_0 k_0 k_1 \cos(k_0) = f_0. \quad (27)$$

当 $b=R$ 时,

$$v_{\text{max}} = \delta = v(L) = 2f_0 + 2f_1 \varepsilon \approx 2f_0 = 2R. \quad (28)$$

于是解得圆柱二次屈曲时的力可表示为

$$\frac{P_{\text{cr2}}}{P_{\text{cr1}}} \approx \frac{P_0}{P_{\text{cr1}}} = 1 + \frac{\pi^2}{8} \left(\frac{d}{2L}\right)^2, \quad (29)$$

$$P_{\text{cr2}} = P_{\text{cr1}} \left(1 + \frac{\pi^2 \left(\frac{R}{2}\right)^2}{8L^2}\right). \quad (30)$$

2.4 整体弯曲

这一阶段(图4中4-5-6段), 杆端与压板之间是完全的边缘接触并处于持续加载(卸载)状态, 如图6所示, 此时杆端与压板间支反力已不再是由直杆轴向刚度提

图 6 二次屈曲后圆柱整体弯曲

供, 而主要取决于直杆的抗弯刚度.

设圆柱的挠曲线方程为

$$v(z) = \sum_{i=1}^2 a_i h_i, \quad (31)$$

式中,

$$h_1 = 1 - \cos\left(\frac{\pi z}{4L}\right), \quad (32)$$

$$h_2 = 1 - \cos\left(\frac{\pi z}{2L}\right). \quad (33)$$

h_1 和 h_2 同时满足圆柱的边界条件:

$$h_i(0) = 0, \quad \frac{dh_i}{dz}(0) = 0. \quad (34)$$

系数 a_1 和 a_2 可由圆柱的势能方程求得:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial a_i} = 0, \quad (i = 1, 2). \quad (35)$$

圆柱的势能 Π 表达式为

$$\begin{aligned} \Pi = & \int_0^L \frac{1}{2} EI \left(\frac{d^2 v}{dz^2} \right)^2 dz + P_s \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{dv}{dz} \right)^2 \right] dz \\ & - P_s \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{dv}{dz} \right) \Big|_{z=L} \right] \frac{dv}{dz} \Big|_{z=L}. \end{aligned} \quad (36)$$

将式(36)代入式(35)可解得 $a_1 = g(P_s)$, $a_2 = g(P_s)$ 进而可将圆柱挠曲线表达式设为

$$v = t(P_s). \quad (37)$$

由圆柱在这一阶段的变形可得

$$-P_s R = EI \frac{d^2 v}{dz^2} \Big|_{z=0}. \quad (38)$$

由式(38)可解得此时圆柱的与压板的支反力.

2.5 压杆回跃

这一阶段(图4中6-7段)当卸载位移略小于圆柱发生初始屈曲的加载位移时, 圆柱由微弯曲状态重新恢复到直线平衡状态, 此时圆柱的轴向力变化与图4中的3-4段相反.

基于上述理论模型, 对压杆在正弦载荷(频率为0.5 Hz, 幅值为0.6 mm, 初始位移为0)下承载变形全过程进行计算, 几何参数为表1中模型1, 材料参数钢为60Si2MnA, 密度为7740 kg/m³, 杨氏模量为206000 MPa, 泊松比为0.29, 屈服应力为1372 MPa, 结果见图4.

2.6 有限元建模与验证

这里进一步以有限元方法对前述过程进行模拟, 将理论计算与数值模拟结果相互验证. 按照表1所列几何尺寸, 采用Abaqus软件建立三维压杆有限元模型, 偏心圆柱采用六面体网格, 单元尺寸为0.5 mm, 单元采用C3D8R, 应用扫掠技术对偏心杆进行网格划分, 材料为钢. 前述设计及理论分析中, 材料应力未超过弹性极限, 采用动态隐式算法, 模型中压杆两端与钢板接触, 法向为硬接触, 切向为摩擦接触, 摩擦系数取决于接触面性质, 这里设定摩擦系数为0.3(库仑摩擦). 下板固定, 上板位移加载(正弦, 频率为0.5 Hz, 幅值为0.6 mm, 初始位移为0, 图7(a)).

图7为压杆的位移、支反力(压杆上端)和位移-支反力曲线, 图8为压杆变形(放大10倍)及MISES应力云图. 加载初始阶段(点1~2, 图7(c)), 支反力随着位移单调增大, 此时结构构型为直杆(图8(a)), 其MISES应力

表 1 模型几何尺寸

模型	L_t (m)	L_c (m)	R (m)	b_{cp} (m)	T_{cp} (m)	e_o (m)
模型1	0.15	0.13	0.002	0.009	0.01	0.0025
模型2	0.20	0.18	0.002	0.009	0.01	0.0025
模型3	0.25	0.23	0.002	0.009	0.01	0.0025
模型4	0.30	0.28	0.002	0.009	0.01	0.0025

图 7 (网络版彩图)偏心压杆有限元计算结果(表1模型2). (a) 位移随加载时间的变化; (b) 支反力随加载时间的变化; (c) 位移-支反力曲线

图 8 (网络版彩图)圆柱压杆加载过程变形及MISES应力云图(表1模型2). (a) 直杆; (b) 一次屈曲; (c) 二次屈曲; (d) 整体弯曲

未超过弹性极限; 位移增大到点2时, 压杆屈曲, 直杆变为局部弯曲, 此时杆端压头全部与压板接触, MISES应力未超过弹性极限(图8(b)), 位移-支反力曲线(图7(c)点2~3)中初始阶段斜率未出现明显变化, 随着弯曲加剧, 曲线斜率改变明显; 随后, 压杆二次屈曲, 整体弯曲进入平衡状态, 杆端局部逐渐与板分离, MISES应力始终未超过弹性极限(图8(c)), 但是负刚度出现使整体刚度快速降低, 位移-支反力曲线转向(图7(c)中点3~4); 卸载过程中, 低刚度平衡状态得到保持, 载荷低于临界屈曲载荷后压杆回弹(图7(c)点6~7), 位移-支反力曲线形成滞后回环, 整个加/卸载过程中材料始终处于线弹性状态。

采用前述理论和有限元方法, 对表1所列4组压杆承载变形过程进行计算, 位移-支反力曲线与理论分析基本一致, 如图9所示, 两者所得支反力相差未超过5%。由前述理论和有限元计算结果可见, 偏心杆件承压过程中出现3个稳定平衡状态(直杆、局部弯曲、整体弯曲)且随载荷被动转换, 直杆稳定承载时具有较高刚度, 而动态激励-响应曲线形成滞后回环, 且结构参数变化时存在差异, 可见, 通过结构设计可实现不同的静态刚度及动态阻尼要求。

3 多稳态支撑承载特性的几何参数相关性

由前述理论分析和有限元模拟结果可见, 压杆几何参数可影响并控制压杆稳态转换和耗散特性。实际工程中, 需将多杆并联以满足静载要求并实现减振(图10(a)), 这里以施加周期性边界条件的单杆作为代表模型进行计算(图10(b))。

3.1 压杆几何参数对支反力峰值的影响

压杆在发生弹性失稳过程中的最大轴向支反力 $P_{\max}$ (图7(c), 点2~3之间, 称为支反力峰值)是承载能力指标之一。前述理论分析和模拟中, 压杆长细比($L_t/2R$)、总长度(L_t)、初始缺陷(e_0/L_t)对其存在影响, 而静载作用下结构必然存在一定预应变(γ)。因此, 这里以参数(L_c 初始值为0.14 m; L_t 初始值为0.15 m; e_0 初始值为0.001 m; γ 初始值为0.01 mm)为变量, 分别讨论以上各参数对压杆支反力峰值的影响。图11(a)中, 长细比($L_t/2R$)增大, 支反力峰值单调下降, 这一规律符合细长杆临界屈曲载荷与长细比的关系, 该峰值与二次屈曲(整体弯曲)的临界载荷接近; 图11(b)中, 压杆的总长(L_t)增大, 支反力峰值单调下降, 这与前述长细比影响

图9 (网络版彩图)理论与有限元计算结果. (a) 模型1; (b) 模型2; (c) 模型3; (d) 模型4

图 10 (网络版彩图)多杆并联结构示意图与代表模型. (a) 多杆并联示意图; (b) 代表模型(周期边界条件)

规律一致. 图11(c)中, 初始缺陷(e_0/L_0)增大, 支反力峰值稍有下降且趋势平缓, 初始缺陷增大使载荷弯矩增大, 同时使杆端接触面积增大, 约束增大使得杆件两反弯点间距减小, 即局部弯曲构型承载增加, 两者共同影响下峰值变化不明显. 压杆一次屈曲前变形-承载为线弹性关系, 可推算预应变对峰值轴向力基本没有影响, 图11(d)验证了这一规律, 一次屈曲的临界值之前该类结构具有稳定的静载承受能力.

3.2 压杆几何参数对能量耗散的影响

压杆在加/卸载循环中滞后回环面积代表了耗散能量^[2], 以3.1节相同工况对能量耗散进行计算. 图12(a)中, 长细比($L_0/2R$)增大, 回环面积单调下降, 这一规律也符合细长杆临界屈曲载荷与长细比的关系, 压杆在较小的载荷下即发生两次屈曲, 即压杆储存应变能较小, 能量转换随之减小; 图12(b)中, 压杆的总长(L_0)增大, 回环面积也快速下降, 这与前述长细比影响规律一致. 图12(c)中, 初始缺陷(e_0/L_0)增大, 回环面积总体稳定, 这也是载荷弯矩与约束共同作用、相互竞争的结果. 由3.1节分析, 可推算预应变对滞后回环绝对面积基本没有影响, 图12(d)验证了这一规律, 但是预应变使压杆一次屈曲提前, 即位移-支反力曲线中弹性阶段缩短, 因此耗散相对于势能的比例将是上升的, 预应变对于提高能量耗散率可能是有益的.

3.3 压杆几何参数对支反力下限的影响

压杆二次屈曲后的刚度减小使支反力快速降低, 结构动态承载时支反力将与惯性力相平衡, 因此支反力下限也是有意义的设计指标. 图13(a)中, 长细比

图 11 (网络版彩图)压杆几何参数对峰值轴向力的影响. (a) 长细比($L_0/2R$); (b) 压杆总长度(L_0); (c) 初始缺陷(e_0/L_0); (d) 预应变 γ

图 12 (网络版彩图)压杆几何参数对能量耗散的影响. (a) 长细比($L_t/2R$); (b) 压杆总长度(L_t); (c) 初始缺陷(e_0/L_t); (d) 预应变 γ

图 13 (网络版彩图)几何参数对失稳后的压杆承载力的影响. (a) 长细比($L_t/2R$); (b) 压杆总长度(L_t); (c) 初始缺陷(e_0/L_t); (d) 预应变 γ

($L_i/2R$)增大, 支反力下限单调下降, 支反力下限取决于二次屈曲后整体弯曲构型的刚度, 因此细长杆支反力下限降低; 图13(b)中, 压杆的总长(L_i)增大, 支反力下限也单调下降, 这与前述长细比影响规律一致. 图13(c)中, 初始缺陷(e_0/L_i)对支反力下限影响十分有限, 压杆二次屈曲后, 其端部为边缘支撑, 杆端构型影响急剧降低. 压杆一次屈曲前变形-承载为线弹性关系, 可推算预应变对支反力下限基本没有影响, 图13(d)验证了这一规律.

4 弹性约束下压杆多稳态转换

前述研究中以位移控制加载, 边界约束使直杆屈曲后以弯曲构型稳定承载; 以力控制加载, 压杆屈曲后如无法及时卸载, 外力将持续对系统做正功, 刚度极大减小的弯曲杆件难以将外力功转换为弹性势能, 结构失稳^[13]. Dong和Lakes^[11]实验即采用位移加载保证了细长压杆多稳态的稳定承载.

实际工程中, 力加载难以回避. 力加载时, 结构屈曲后有效卸载才能使其保持稳定平衡; 将多稳态压杆与线弹簧并联(图14(a)), 并联系统承载依单元刚度比例分配, 压杆屈曲后进入弯曲平衡状态, 线弹簧将自

图14 (网络版彩图)弹簧-压杆并联模型. (a) 示意模型; (b) 计算模型

动承担压杆的卸载, 即施加了弹性约束. 以有限元方法对该并联系统承载过程进行模拟(图14(b)), 采用力加载(正弦), 压杆模型采用表1中模型1, 线弹簧刚度选择压杆线弹性段的轴压刚度. 图15为激振力幅值、上压板位移、压杆支反力和位移-支反力曲线时域变

图15 (网络版彩图)弹簧-压杆并联模型计算结果. (a) 激振力幅值; (b) 上压板位移; (c) 支反力; (d) 位移-支反力

图 16 (网络版彩图)几何参数对弹性约束下系统承载能力的影响. (a) 长细比对支反力峰值的影响; (b) 长细比对能量耗散的影响; (c) 长细比对支反力下限的影响

化, 当力加载超过压杆失稳临界力后, 压杆承载骤降、位移突增(图15(b)), 弹簧自动承担了压杆卸载, 系统各单元保持稳定, 整体仍表现出高刚度和大阻尼。

由上节对支杆承载特性的几何参数相关性的研究结果可以看出, 压杆的长细比($L/2R$)对峰值轴向力、能量耗散和支反力下限影响明显, 本节以模型(L_c 初始值0.14 m; L_t 初始值0.15 m; e_c 初始值0.001 m; γ 初始值0.01 mm)为基础, 研究长细比对支杆承载特性的影响。图16为数值计算结果, 峰值轴向力、能量耗散和支反力下限变化规律与压杆(上节)相似, 可见并联弹簧未影响压杆稳态转换及承载特性, 但是大大提高了整体承载稳定性和适应性, 具有很好工程实用性。

5 小结

本文基于结构稳定理论, 理论分析并设计了多稳态金属压杆及弹簧-压杆并联承载系统, 在正弦位移或力加载下, 两类系统中压杆局部和整体弯曲依次出现, 压杆刚度随之变化使位移-支反力曲线转向, 形成滞后回环, 全过程中金属材料始终未发生塑性变形; 有限元建模并计算了不同几何参数压杆的承载(支撑与耗散)特性, 同时说明这一简单结构具有静态高刚度和动态高耗散, 这对于大型海洋结构减振设计具有直接意义。但是, 本研究仍处于理论和数值分析阶段, 试验及动力学研究将是今后工作的重点。

参考文献

- 1 海洋工程装备制造业中长期发展规划. 工信部联规[2011]597号
- 2 Gardonio P, Elliott S J, Pinnington R J. Active isolation of structural vibration on a multiple-degree-of-freedom system, part I: The dynamics of the system. *J Sound Vib*, 1997, 207: 61–93
- 3 Suh C H, Smith C G. Dynamic simulation of engine-mount systems. In: Proceedings of the 1997 Noise and Vibration Conference. 1997
- 4 Lakes R S. Viscoelastic Materials. Cambridge: Cambridge University Press, 2009

- 5 Carrella A, Brennan M J, Waters T P. Static analysis of a passive vibration isolator with quasi-zero-stiffness characteristic. *J Sound Vib*, 2007, 301: 678–689
- 6 Virgin L N, Santillan S T, Plaut R H. Vibration isolation using extreme geometric nonlinearity. *J Sound Vib*, 2008, 315: 721–731
- 7 Le T D, Ahn K K. A vibration isolation system in low frequency excitation region using negative stiffness structure for vehicle seat. *J Sound Vib*, 2011, 330: 6311–6335
- 8 Hu N, Burgueño R. Buckling-induced smart applications: Recent advances and trends. *Smart Mater Struct*, 2015, 24: 063001
- 9 Masana R, Daqaq M F. Relative performance of a vibratory energy harvester in mono- and bi-stable potentials. *J Sound Vib*, 2011, 330: 6036–6052
- 10 Kidambi N, Hame R L, Wang K W. Adaptation of energy dissipation in a mechanical metastable module excited near resonance. *J Vib Acoust*, 2016, 138: 011001
- 11 Dong L, Lakes R. Advanced damper with high stiffness and high hysteresis damping based on negative structural stiffness. *Int J Solids Struct*, 2013, 50: 2416–2423
- 12 Kalathur H, Hoang T M, Lakes R S, et al. Buckling mode jump at very close load values in unattached flat-end columns: Theory and experiment. *J Appl Mech*, 2014, 81: 041010
- 13 Zhou X H. Stability Theory of Structure. Beijing: China Higher Education Press, 2010

High stiffness and high hysteresis damping of metal column array in mutli-stable potentials

Ji ShuBin, WANG ShuQing & FANG Hui

Shandong Provincial Key Laboratory of Ocean Engineering, Ocean University of China, Qingdao 266100, China

Larger marine structures are being developed for deep-sea engineering. The structure with high stiffness is necessary in the designing, in which the dynamic responds propagate with low dissipation then bring detrimental effects on the equipment and staffs. However, most damping materials occupy the low stiffness and disadvantageous to load bearing. An eccentric column array with mutli-stable potentials is presented as an economical passive alternative for obtaining flag-shaped hysteretic damping combined with high stiffness. Negative incremental structural stiffness occurs when columns with capped ends are subjected to elastic buckling mode jump. Moreover, a system integration of mutli-stable and linear (positive stiffness) springs exhibits same properties compared to an individual mutli-stable element when force is controlled and loaded on the system. Then, stable axial dampers with initial modulus similar to that of the parent material and with enhanced damping were designed built and tested theoretically and numerically.

multi-stable, high stiffness, damping, vibration isolation

doi: [10.1360/N092017-00322](https://doi.org/10.1360/N092017-00322)