双孔隙结构膨胀性非饱和土功的表达式及其本构模型的理论框架

李舰, 赵成刚*, 蔡国庆, ASREAZAD Saman, 徐曦, 黄启迪

北京交通大学土木建筑工程学院岩土工程系, 北京 100044

* 联系人, E-mail: cgzhao@bjtu.edu.cn

2012-11-23 收稿, 2013-03-22 接受

国家重点基础研究发展计划(2010CB732100)、国家自然科学基金(51278047)和北京市自然科学基金(8112024)资助

摘要 针对膨胀性非饱和土的特性, 区分了土中毛细液相和吸附液相性质的不同以及宏观结构和微观结构变化机理的不同, 基于多相孔隙介质理论提出了土体总应力和外力输入功的表达式, 并且依此选取了功共轭变量. 基于土体外力输入功的表达式以及开放的多相热力学系统中能量-功-耗散之间的关系, 建立了适用于双孔隙结构膨胀性非饱和土本构模型的理论框架.

关键词

双孔隙结构
膨胀性非饱和土
外力输入功
功共轭变量
本构模型

许多岩土材料, 例如裂隙岩石^[1]、原状黏土^[2]、较低含水量的压实黏土^[3]及膨润土粒状体-粉末混合物^[4]等均具有明显的双孔隙结构. 1960 年, Barenblatt 等人^[1]较早地采用了双孔隙结构的概念描述裂隙孔隙介质. 之后研究者沿用双孔隙结构的概念描述孔隙介质的孔隙大小分布曲线具有 2 个明显不同峰值的情况. 在上述双孔隙结构介质中, 宏观结构指集聚体间的排列及其宏观孔隙(即集聚体间的孔隙), 微观结构是指集聚体内的黏土颗粒及其微观孔隙(即集聚体内的孔隙).

Delage 和 Lefebvre^[5]及 Juang 和 Holtz^[6]等通过固结试验发现具有双孔隙结构的土体在外荷载作用下, 其微观结构和宏观结构具有不同的力学特性, 并指出宏观孔隙易被压缩. 另外, Hoffmann^[4]和 Romero 等人^[7]通过控制吸力试验发现在浸润-干燥循环应力路径下, 集聚体本身具有湿胀、干缩的特性, 其变形可恢复; 而宏观结构的变形与土体密实程度、外荷载大小及基质吸力变化范围等相关, 并且大部分变形不可恢复. 上述试验结果表明, 在外荷载和浸润-干

燥应力路径下, 双孔隙结构土体的微观和宏观结构具有不同的变化特性, 因此导致其复杂的行为.

1992 年, Gens 和 Alonso^[8]建立了双尺度的本构模型, 其中考虑了土体微观结构的变形对宏观结构行为的影响. 该模型能够描述膨胀土的力学特性和含水量变化导致的体变行为. 1999 年, Alonso 等人^[9]在此基础上建立了完整的应力-应变增量方程, 即巴塞罗纳膨胀土模型. 之后, 其他学者^[10,11,12]对上述模型进行了改进. 在上述双尺度模型中认为土体的弹性变形是宏观和微观结构弹性变形之和; 而塑性变形也包含两部分: (1) 基质吸力或外荷载变化引起的宏观结构的重排列; (2) 微观结构的变形引起的宏观结构的塑性变化. 这类模型能够描述膨胀性非饱和土的复杂行为, 并且可用于分析双孔隙结构土体的渗流-变形耦合问题^[4].

近 20 多年来, 越来越多的学者基于热力学原理建立一般材料和岩土材料的本构模型. 1987 年, Ziegler 和 Wehrli^[13]提出了利用热力学理论即用能量势函数和耗散势函数建立材料本构方程的方法. Col-

引用格式: 李舰, 赵成刚, 蔡国庆, 等. 双孔隙结构膨胀性非饱和土功的表达式及其本构模型的理论框架. 科学通报, 2013, 58: 1255–1263

英文版见: Li J, Zhao C G, Cai G Q, et al. The input work expression and the thermodynamics-based modelling framework for unsaturated expansive soils with double porosity. Chin Sci Bull, 2013, 58, doi: 10.1007/s11434-013-5828-9

lins 和 Houlsby^[14]与 Puzrin 和 Houlsby^[15]将其推广并用于岩土或摩擦性材料中. Li^[16,17]基于热力学理论推导出非饱和土的功和能量平衡方程的表达式,并依此建立了非饱和土弹塑性本构模型. 赵成刚和刘艳^[18]与刘艳等人^[19]则进一步考虑了气相硬化对非饱和土行为的影响.

目前建立膨胀性非饱和土本构模型时多采用经典塑性力学的方法,并且所选用的应力变量也与湿陷性非饱和土本构模型中的变量一致. 本文针对双孔隙结构膨胀性非饱和土的特性,基于多相孔隙介质理论提出土体总应力和外力输入功的表达式,并且依此选取功共轭变量. 其次基于土体外力输入功的表达式以及开放的多相热力学系统中能量-功-耗散之间的关系,建立了适用于双孔隙结构膨胀性非饱和土本构模型的理论框架.

1 膨胀性非饱和土中的液相

20 世纪 50 年代,研究者们就已经认识到,基质吸力是影响非饱和土行为的重要和关键因素,只有适当地考虑基质吸力的作用才能够真正理解非饱和土的性质和行为. 非饱和土力学也是随着对基质吸力研究的不断深入而得到发展. Derjaguin 等人^[20]和 Tuller 等人^[21]强调基质吸力由两部分组成,它们分别是毛细部分和黏吸(或吸附)部分,下文将前者称为毛细吸力. 其中,毛细吸力与非饱和土中毛细作用相关,它包括气-液交界面上的表面张力和液相的负孔隙水压力(孔隙水张力),通常表示为 $s_c = p_a - p_w$ (s_c , p_a 和 p_w 分别为毛细吸力、孔隙气压力和孔隙水压力). 在毛细作用下形成的毛细液相主要是由自由水组成. 另外基质吸力中的吸附部分与土体固相基质及其附近液相间的相互作用(即物理-化学作用)有关,它能否用 $p_a - p_w$ 恰当地表示,还是一个值得研究的问题. 在物理-化学作用下即形成了吸附液相,它主要由结合水组成. Gens^[22]将基质吸力定义为一个描述液相吸附到固相程度的量. 当基质吸力很大时,只表明液相吸附到固相的程度很大,但绝不能认为是传统意义上的负孔隙压力很大. 然而,在以往的研究中,通常忽略基质吸力中的黏吸部分的作用,认为基质吸力仅由毛细作用产生,致使基质吸力很大时,认为负孔隙水压力亦很大. 实际上,在低含水量时毛细模型已经失效,此时土中物理-化学的作用显著. 就本文研究对象,即膨胀性非饱和土而言,既使在高含水量时,

基质吸力中的黏吸部分也占有重要比例,不容忽视. 因此,目前基于毛细吸力而建立的土体本构模型在饱和度和从 0 至 1 的整个范围内的适用性是值得探讨的.

Derjaguin 等人^[20]指出,土体固相基质与其附近液相间的物理-化学作用是与两种作用力相关: (1) 长程静电力(如双电层力)、短程范德华力和水化力; (2) 两个黏土颗粒表面双电层场相互作用所形成的长程力. Lu 和 Likos^[23]指出上述物理-化学作用力对土颗粒表面附近的水分子(吸附液相)作用较为显著,它所引起的液相势能值的降低远大于远离土颗粒表面的液相(毛细液相)势能值的降低. 然而,根据宏观的局部热力学平衡要求,对于平衡状态下的封闭系统,其势能在某一相内的任一点或不同相之间是处处相等的. 因此,在土体与外界不存在任何质量和能量交换时,孔隙中各点处液相的势能均相同. 为了补偿和平衡这两种作用力引起的吸附液相中势能值的降低,吸附液相的压力值必然要大于距离较远的毛细液相的压力值.

通过上述分析可知,土中毛细液相和吸附液相具有不同的性质,并且当土中吸附液相含量占优时,需要考虑土中物理-化学作用(即基质吸力中黏附部分)对土体行为的影响. 然而非饱和土本构模型中常用的应力变量,如 Bishop 应力、双应力变量或平均土骨架应力并不能考虑这一作用,因此这些应力变量仅适用于土中毛细作用占优的情况.

Lu 和 Likos^[24]基于土体颗粒间力学平衡关系给出了一维情况下的非饱和土粒间力 σ_c 的表达式:

$$\sigma_c = \sigma - p_a + \sigma_{pc} + \sigma_{cap} + (p_a - p_w) \left[1 - (A_a/A) \right], \quad (1)$$

其中, σ 为总应力; p_a 和 p_w 分别为孔隙气压力和孔隙水压力; σ_{pc} 为物理-化学作用应力; σ_{cap} 为气-液界面处液相的表面张力引起的弯液面应力; A_a 和 A 分别为土体单元中颗粒间横截面上气相所占面积和总面积. 该粒间力考虑了土中物理-化学作用力的影响,但难以直接用于双孔隙结构介质.

Borja 和 Koliji^[25]针对双孔隙介质的结构特征,基于连续介质力学理论定义了与固相变形率张量 d 功共轭的非饱和双孔隙介质有效应力 σ'' , 其表达式为:

$$\sigma'' = \sigma + B \bar{p} I, \quad (2)$$

其中, σ 为总 Cauchy 应力; $B = 1 - \bar{K}/K_s$, $\bar{K}$ 和 K_s 分别为固相基质弹性模量和固相实际模量; $\bar{p}$ 为平均

孔隙压力, $\bar{p} = \psi^m \bar{p}_m + \psi^M \bar{p}_M$; 上下标 m 和 M 分别代表微观和宏观孔隙; ψ^α ($\alpha = m, M$) 为微观或宏观孔隙体积分数, $\psi^m + \psi^M = 1$; $\bar{p}_\alpha$ 为微观或宏观平均孔隙压力, $\bar{p}_\alpha = S^{\alpha w} p_{\alpha w} + (1 - S^{\alpha w}) p_{\alpha a}$; $S^{\alpha w}$ 为微观或宏观饱和度; $p_{\alpha w}$ 和 $p_{\alpha a}$ 分别为微观或宏观孔隙中液相和气相实际压力; I 为单位二阶张量. 虽然式(2)的有效应力 σ'' 中包含了宏观和微观孔隙中液相和气相的压力, 但是与其功共轭的应变变量为固相变形率张量 d , 它反映土体整体的变形量. 因此当选取 $\langle \sigma'', d \rangle$ 作为变量建立土体本构关系时, 仅能描述土体整体的行为, 而不能区分双孔隙结构土体中宏观和微观结构变化机理的不同. 其次, Borja 和 Koliji^[25]没有区分土中吸附液相和毛细液相间性质的不同, 因此所推导的功共轭变量难以描述具有显著物理-化学作用的膨胀性非饱和土的行为.

本文采用 Baker 和 Frydman^[26]的方法, 在宏观尺度中, 将膨胀性非饱和土看作由集聚体(aggregates)、毛细液相(capillary water)、吸附液相(adsorbed water)和气相(gas)组成(下文中分别用 ag, c, ad, g 代表各相). 其中集聚体间的排列组成土骨架结构, 集聚体间孔隙的内表面被吸附液相覆盖, 毛细液相集中在集聚体间接触位置附近, 并且气相占据孔隙的中间部分. 在微观尺度中, 将集聚体看作由黏土片层和吸附液相组成, 其中忽略气相的存在, 即假定集聚体内的孔隙是饱和的. 根据多相孔隙介质理论, 土体整体总应力为各相应力之和^[25,27,28]. 为了考虑集聚体间的物理-化学作用力, 本文提出将宏观孔隙中吸附液相单独看作一相, 则宏观尺度中膨胀性非饱和土的总应力 σ_{ij} 可表示为

$$\sigma_{ij} = \sum_{\gamma=c,g} (n_M S_\gamma u^\gamma \delta_{ij}) + n_M S_{ad} p_{ij}^{ad} + (1 - n_M) s_{ij}, \quad (3)$$

其中, u^c 和 u^g 分别为宏观孔隙中毛细液相和气相的压力, 此处认为两者均为各向同性^[25], 因此需要乘以单位张量 δ_{ij} ; p_{ij}^{ad} 为吸附液相应力, 根据吸附液相形成的机理^[20,30]可知其能够承受剪力, 因此吸附液相应力 p_{ij}^a 用二阶张量表示; s_{ij} 为集聚体内平均应力张量; n_M 为宏观孔隙率; S_β ($\beta = c, g, ad$) 为 β 相宏观饱和度, 并且 $\sum S_\beta = 1$; 下文中 $\beta = c, g, ad$, $\gamma = c, g$. 土中吸附液相和毛细液相在概念上的区分是明显的, 然而宏观孔隙中吸附液相的含量与应力大小均难以通过试验直接定量地确定. 但是这样的划分明确了吸附液相与毛细液相对非饱和土行为作用的机理和差异,

并且为下文的推导和进一步的应用奠定了理论基础.

2 膨胀性非饱和土的外力输入功表达式和本构变量的选取

建立非饱和土的各种控制方程时, 首先需要选取描述该系统的本构变量. 本构变量既包括应力和应变变量, 也包括热力学变量等. 通常选取的本构变量越多, 所建立的本构关系越复杂, 参数也会越多, 描述的现象越丰富. 然而, 本构变量的选取需要具有理论和科学依据, 例如, 基于土体外力输入功的表达式选取共轭变量^[25,27,28]作为本构变量, 其理论基础是具有普适性的热力学理论. 本节基于上节提出的膨胀性非饱和土的总应力表达式和多相孔隙介质理论, 建立土体外力输入功的表达式, 并依此选取功共轭本构变量.

根据上节所述, 在宏观尺度中将双孔隙结构膨胀性非饱和土看作由集聚体、毛细液相、吸附液相和气相组成, 因此土体总密度 ρ 可表示为

$$\rho = \sum_\beta (n_M S_\beta \rho^\beta) + (1 - n_M) \rho^{ag}, \quad (4)$$

其中, ρ^{ag} 为集聚体的平均密度; ρ^β 为 β 相的密度, 由于吸附液相和毛细液相密度差异较小^[30], 因此简化为 $\rho^c = \rho^{ad} = \rho^w$.

土体单元中的外力(包括重力)输入功为面力功与体力功之和, 若土体单元的体积和表面积大小分别为 V 和 A , 则其输入功可表示为

$$\begin{aligned} & \int_V w dV \\ &= - \int_A [n_M \sum_\gamma (S_\gamma u^\gamma f_i^\gamma \delta_{ij}) + n_M S_{ad} p_{ij}^{ad} f_i^{ad} + (1 - n_M) s_{ij} v_i] n_j dA \\ &+ \int_V [n_M \sum_\beta (S_\beta \rho^\beta f_i^\beta) + (1 - n_M) \rho^{ag} v_i] g_i dV, \end{aligned} \quad (5)$$

其中, 面积积分前的负号是由以压力为正引起的; n_j 为土体单元表面外法线向量; g_i 为重力加速度向量; v_i 为集聚体平均速度; f_i^β 为 β 相的平均速度; 并且定义 β 相渗流速率为 $w_i^\beta = n_M S_\beta (f_i^\beta - v_i)$. 将其与式(3), (4)代入式(5), 并利用高斯定理, 整理有

$$\begin{aligned} \int_V w dV &= \int_V -[\sum_\gamma (u^\gamma w_j^\gamma) + p_{ij}^{ad} w_i^{ad} + \sigma_{ij} v_i]_{,j} \\ &+ [\sum_\beta (\rho^\beta w_i^\beta) + \rho v_i] g_i dV, \end{aligned} \quad (6)$$

其中, 下标中的逗号表示对空间坐标的求导. 由于体积 V 是任意的, 因此式(6)等号两侧的被积量相等, 整

理有:

$$W = -\sum_{\gamma} (u_{ij}^{\gamma} w_{ij}^{\gamma} + u_{ij}^{\gamma} w_{ij}^{\gamma}) - p_{ij,j}^{\text{rad}} w_{ij}^{\text{ad}} - p_{ij}^{\text{ad}} w_{ij,j}^{\text{ad}} - \sigma_{ij} v_{ij}, \quad (7)$$

其中, u_{ij}^{γ} 和 $p_{ij,j}^{\text{ad}}$ 分别为 γ 相和吸附液相的超孔隙压力梯度, $u_{ij}^{\gamma} = u_{ij}^{\gamma} - \rho^{\gamma} g_i$, $p_{ij,j}^{\text{ad}} = p_{ij,j}^{\text{ad}} - \rho^w g_i$. 上式整理过程中利用了总应力平衡方程 $-\sigma_{ij,j} + \rho g_i = 0$, 其中忽略了与加速度相关的惯性项, 并且重复的标记满足求和约定.

宏观尺度中集聚体、毛细液相、吸附液相和气相的质量守恒方程为

$$\begin{cases} \partial[(1-n_M)\rho^{\text{ag}}]/\partial t + \text{div}[(1-n_M)\rho^{\text{ag}}v_i] = c^{\text{ag}}, \\ \partial(n_M S_c \rho^c)/\partial t + \text{div}(n_M S_c \rho^c f_i^c) = c^c, \\ \partial(n_M S_{\text{ad}} \rho^{\text{ad}})/\partial t + \text{div}(n_M S_{\text{ad}} \rho^{\text{ad}} f_i^{\text{ad}}) = c^{\text{ad}}, \\ \partial(n_M S_g \rho^g)/\partial t + \text{div}(n_M S_g \rho^g f_i^g) = 0. \end{cases} \quad (8)$$

其中, 考虑了毛细液相与吸附液相间, 及吸附液相与集聚体间的质量交换^[4]. 上式中 c^{ag} , c^c 和 c^{ad} 分别为土体单元中集聚体、毛细液相、吸附液相与其他相的质量交换率; 其中 $c^{\text{ad}} = c^{\text{aa}} + c^{\text{ac}}$, c^{aa} 和 c^{ac} 分别是吸附液相与集聚体及毛细液相的质量交换率, 并且满足关系式: $c^{\text{ag}} + c^{\text{aa}} = 0$ 和 $c^c + c^{\text{ac}} = 0$. 式(8)进一步整理有:

$$\begin{cases} v_{i,i} = \dot{n}_M / (1-n_M) - \dot{\rho}^{\text{ag}} / \rho^{\text{ag}} + c^{\text{ag}} / [(1-n_M)\rho^{\text{ag}}], \\ f_{i,i}^c = -\dot{n}_M / n_M - \dot{S}_c / S_c + c^c / (n_M S_c \rho^w), \\ f_{i,i}^{\text{ad}} = -\dot{n}_M / n_M - \dot{S}_{\text{ad}} / S_{\text{ad}} + c^{\text{ad}} / (n_M S_{\text{ad}} \rho^w), \\ f_{i,i}^g = -\dot{n}_M / n_M - \dot{S}_g / S_g - \dot{\rho}^g / \rho^g. \end{cases} \quad (9)$$

式(9)推导过程中假设液相密度为常数, 并且 n_M 和 S_g 不随空间变化, 仅随时间变化. 将上式代入渗流速率表达式, 并且 $v_{i,i} = -\dot{\epsilon}_{ii}$, 整理有:

$$\begin{cases} w_{i,i}^c = S_c \dot{\epsilon}_{ii} - n_M \dot{S}_c - S_c (1-n_M) \dot{\rho}^{\text{ag}} / \rho^{\text{ag}} \\ \quad + S_c c^{\text{ag}} / \rho^{\text{ag}} + c^c / \rho^w, \\ w_{i,i}^{\text{ad}} = S_{\text{ad}} \dot{\epsilon}_{ii} - n_M \dot{S}_{\text{ad}} - S_{\text{ad}} (1-n_M) \dot{\rho}^{\text{ag}} / \rho^{\text{ag}} \\ \quad + S_{\text{ad}} c^{\text{ag}} / \rho^{\text{ag}} + c^{\text{ad}} / \rho^w, \\ w_{i,i}^g = S_g \dot{\epsilon}_{ii} - n_M \dot{S}_g - S_g (1-n_M) \dot{\rho}^{\text{ag}} / \rho^{\text{ag}} \\ \quad + S_g c^{\text{ag}} / \rho^{\text{ag}} - n_M S_g \dot{\rho}^g / \rho^g. \end{cases} \quad (10)$$

在宏观尺度中, 土体单元中集聚体的质量变化可通过质量交换项 c^{ag} 反映, 因此集聚体密度的变化率可表示为

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho^{\text{ag}}}{\partial t} &= \frac{1}{V^{\text{ag}}} \frac{\partial m^{\text{ag}}}{\partial t} - \frac{\rho^{\text{ag}}}{V^{\text{ag}}} \frac{\partial V^{\text{ag}}}{\partial t} = \frac{V c^{\text{ag}}}{V^{\text{ag}}} + \rho^{\text{ag}} \dot{\epsilon}_{ii}^{\text{mm}} \\ &= (c^{\text{ag}} + \rho^{\text{ag}} \dot{\epsilon}_{ii}^{\text{m}}) / (1-n_M), \end{aligned} \quad (11)$$

其中, $\dot{\epsilon}_{ii}^{\text{mm}}$ 为微观尺度中微观体变增量, $\dot{\epsilon}_{ii}^{\text{m}}$ 为宏观尺度中微观体变增量, 并且 $(1-n_M)\dot{\epsilon}_{ii}^{\text{mm}} = \dot{\epsilon}_{ii}^{\text{m}}$ ^[4]; m^{ag} 和 V^{ag} 分别为土体单元中集聚体的质量和体积. 土体总应变增量可分解为宏观应变增量和微观应变增量之和, 即 $\epsilon_{ij} = \epsilon_{ij}^{\text{M}} + \epsilon_{kk}^{\text{m}} \delta_{ij}$ ^[9]. 将其与式(10), (11)代入式(7), 并且 $-\sigma_{ij} v_{ij} = \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}$, 则双孔隙结构膨胀性非饱和土外力输入功的表达为可整理为

$$\begin{aligned} W &= -u_{ij}^c w_{ij}^c - u_{ij}^g w_{ij}^g - p_{ij,j}^{\text{ad}} w_{ij}^{\text{ad}} \\ &\quad + (\sigma_{ij} - S_g u^g \delta_{ij} - S_c u^c \delta_{ij} - S_{\text{ad}} p_{ij}^{\text{ad}}) \dot{\epsilon}_{ij}^{\text{M}} - n_M (u^g - u^c) \dot{S}_c \\ &\quad - n_M (u^g - p_{ij}^{\text{ad}} \delta_{ij}) \dot{S}_{\text{ad}} - (u^c - p_{ij}^{\text{ad}} \delta_{ij}) c^c / \rho^w \\ &\quad - p_{ij}^{\text{ad}} \delta_{ij} c^{\text{aa}} / \rho^w + \sigma_{ij} \delta_{ij} \dot{\epsilon}_{kk}^{\text{m}} + u^g n_M S_g \dot{\rho}^g / \rho^g, \end{aligned} \quad (12)$$

式(12)等号右端前3项代表毛细液相、气相和吸附液相渗流所对应的功; 第4项代表宏观变形所对应的功; 第5项和第6项分别代表毛细液相和吸附液相体含水量变化所对应的功; 第7项代表宏观孔隙中毛细液相与吸附液相间质量交换所对应的功; 第8项带代表吸附液相与集聚体间质量交换所对应的功; 第9项代表宏观尺度中微观体变所对应的功; 第10项代表气相被压缩所对应的功. Houlsby^[27], Zhao 等人^[28]及 Borja 和 Koliji^[25]曾分别给出饱和土、非饱和土及非饱和和双孔隙介质的输入功表达式. 本文针对双孔隙结构膨胀性非饱和土推导而得的外力输入功表达式(12)与他们给出的结果不同. 下面分别对式(12)中的关键项做进一步整理和解释.

(i) 式(12)中的第4项可整理为

$$[(\sigma_{ij} - u^g \delta_{ij}) + S_M s_c \delta_{ij} - S_{\text{ad}} (p_{ij}^{\text{ad}} - u^c \delta_{ij})] \dot{\epsilon}_{ij}^{\text{M}} = \bar{\sigma}_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^{\text{M}}, \quad (13)$$

其中, $\bar{\sigma}_{ij}$ 定义为粒间力, $\bar{\sigma}_{ij} = (\sigma_{ij} - u^g \delta_{ij}) + S_M s_c \delta_{ij} - S_{\text{ad}} (p_{ij}^{\text{ad}} - u^c \delta_{ij})$; s_c 为毛细吸力, $s_c = u^g - u^c$; S_M 为宏观饱和度, $S_M = S_c + S_{\text{ad}}$. 与 $\bar{\sigma}_{ij}$ 功共轭的为宏观应变 ϵ_{ij}^{M} , 它反映了宏观孔隙大小及结构的变化. 应力变量 $\bar{\sigma}_{ij}$ 中包含净应力、毛细吸力和吸附液相应力(物理-化学作用力)的信息, 与 Lu 和 Likos^[24]定义的粒间力一致. 应力变量 $\bar{\sigma}_{ij}$ 的表达式较为复杂, 但可依据土中含水量的情况进行简化, 使其便于应用. 例如高含水量(即宏观孔隙中毛细液相含量占优)时, 非饱和土中集聚体间的距离增加, 因此可忽略宏观孔隙中的吸附液相及其引起的物理-化学作用力. 另外, 低含水量(即宏观孔隙中吸附液相含量占优)时, 可忽略

宏观孔隙中毛细液相的作用, 此时土中宏观结构的行为主要受微观结构变化的影响.

(ii) 式(12)中第 5 至 7 项均与含水量变化相关, 可整理为

$$-\tilde{s}_c \dot{S}_M - (u^c - p_{ij}^{ad} \delta_{ij}) (n_M \dot{S}_{ad} - c^{ac} / \rho^w), \quad (14)$$

其中, $\tilde{s}_c = n_M (u^s - u^c)$ 为修正毛细吸力, 与 Wheeler 等人^[31]和刘艳等人^[19]建立非饱和土本构方程时选取的修正吸力一致. 上式中的第一项表明与 $\tilde{s}_c$ 功共轭的是宏观饱和度增量 $\dot{S}_M$. 上式第二项中的应力变量为 $u^c - p_{ij}^{ad} \delta_{ij}$, 其亦出现在应力变量 $\hat{\sigma}_{ij}$ 中, 并且与 Derjaguin 等人^[20]定义的分离压力(disjoining pressure)类似. 与 $u^c - p_{ij}^{ad} \delta_{ij}$ 功共轭的应变变量为 $n_M \dot{S}_{ad} - c^{ac} / \rho^w$, 两者均反映宏观孔隙中吸附液相的体积变化, 其中后者反映宏观孔隙中两种液相间的质量交换引起的吸附液相体积变化部分.

(iii) 式(12)中第 8 项和第 9 项均与微观体变相关. 由于土体宏观孔隙中吸附液相与集聚体内吸附液相间的质量交换引起集聚体的体变, 因此宏观尺度中的微观体变可表示为

$$\dot{\epsilon}_{kk}^m = -\dot{V}^{ag} / V = -(c^{aa} / \rho^w) V / V = c^{aa} / \rho^w. \quad (15)$$

将上式代入式(12)中第 8 项和第 9 项, 可整理为

$$(\sigma_{ij} - p_{ij}^{ad}) \delta_{ij} \dot{\epsilon}_{kk}^m = \hat{\sigma}_{ii} \dot{\epsilon}_{kk}^m, \quad (16)$$

其中 $\hat{\sigma}_{ii}$ 定义为微观应力, $\hat{\sigma}_{ii} = (\sigma_{ij} - p_{ij}^{ad}) \delta_{ij}$. 其中吸附液相的应力值难以直接获得, 根据前面分析可知其大小与颗粒间距及含水量相关.

3 双孔隙结构膨胀性非饱和土本构模型的理论框架

本节基于上节推导的土体外力输入功的表达式以及开放的多相热力学系统中能量-功-耗散之间的关系建立双孔隙结构膨胀性非饱和土本构模型的理论框架. 首先对土体外力输入功的表达式进行如下简化: (1) 仿照非饱和土力学中常用的做法^[16]忽略与渗流相关的功, 因此式(12)中等号右端前 3 项均为 0; (2) 忽略宏观孔隙中吸附液相体积变化的影响, 因此式(14)中第 2 项为 0. 基于上述简化, 式(12)可整理为

$$W = \hat{\sigma} : \dot{\epsilon}^M - \tilde{s}_c \dot{S}_M + u^s n_M S_g (\dot{\rho}^s / \rho^s) + \hat{\sigma} \dot{\epsilon}^m. \quad (17)$$

根据 Clausius-Duhem 不等式, 局部耗散函数 D 为

$$D = W - d\psi \geq 0, \quad (18)$$

其中, ψ 为 Helmholtz 自由能. 根据 Rice^[32]的做法, $D = \zeta_i \delta \xi_i$, ξ_i 代表一组内变量, ζ_i 代表与之对偶的一组热力学力. 将功的表达式(17)代入式(18), 整理有:

$$d\psi = \hat{\sigma} : \dot{\epsilon}^M - \tilde{s}_c \dot{S}_M + u^s n_M S_g (\dot{\rho}^s / \rho^s) + \hat{\sigma} \dot{\epsilon}^m - \zeta_i \delta \xi_i. \quad (19)$$

假定非饱和土的耗散是由内部结构的变化造成的, 并且内部结构的变化 H 可象征性的表示为^[32]

$$H = H(H_M, H_f). \quad (20)$$

式(20)表明非饱和土中内部结构的变化可分解为 H_M 和 H_f , 前者代表颗粒重排, 与固相耗散相关, 后者与孔隙中气相和液相的耗散相关. 一方面, 本文考虑了粒间力和饱和度的变化对土中颗粒(即集聚体)重排的影响, 及修正毛细吸力和土体变形对宏观饱和度变化的作用^[16,18]. 另一方面, 就双孔隙结构土体而言, 土体微观结构的变化对宏观结构的行为也产生影响. Alonso 等人^[9]给出的土体微观-宏观结构间相互作用的机理为: 在浸润路径下, 微观和宏观结构通常产生膨胀变形, 然而当限制应力较大时, 微观结构的膨胀会填充宏观孔隙, 致使宏观孔隙率减小; 在干燥路径下, 微观和宏观结构通常产生收缩变形, 但是当土体较为密实时, 微观结构的收缩会导致宏观结构产生新的裂隙, 致使宏观孔隙率增加. 因此, 当考虑上述影响时, H_M 和 H_f 可表示为

$$\begin{cases} H_M = H_M(H'_M, H''_M, H'''_M), \\ H_f = H_f(H'_f, H''_f), \end{cases} \quad (21)$$

其中, H'_M , H''_M 和 H'''_M 分别代表粒间力、饱和度塑性增量和微观结构变化所引起的集聚体间的重排; H'_f 和 H''_f 分别代表修正毛细吸力和土体的塑性变形引起的孔隙中气相和液相分布的变化. 它们均与相应的增量相关, 即

$$\begin{cases} \delta H'_M \propto \langle L_M \rangle \\ \delta H''_M \propto \delta S_M^p, \\ \delta H'''_M \propto d\epsilon^m \end{cases}, \quad \begin{cases} \delta H'_f \propto \langle L_f \rangle \\ \delta H''_f \propto \delta \epsilon^{Mp} \end{cases}, \quad (22)$$

其中, L_α 为加载影响算子; $\langle \rangle$ 是 McCauley 括号; $\delta \epsilon^{Mp}$ 为宏观塑性应变增量; δS_M^p 为宏观饱和度塑性增量. Wheeler 等人^[31]指出当外界有水流进/流出非饱和土内的孔隙时, 土体饱和度将会发生不可恢复的塑性变化. 而水气界面在土体内部孔隙通道内的运动, 即

水气交界面曲率的变化则可看作是含水量的弹性变化过程. 此处采用 Wheeler 等人^[31]和刘艳等人^[19]的方法, 考虑饱和度的塑性变化对土中集聚体间重排的影响.

当忽略各相间熵的交换项时, 非饱和土中的耗散可分解为

$$\zeta_i \delta \xi_i = \zeta_i^M \delta \xi_i^M + \zeta_i^f \delta \xi_i^f. \quad (23)$$

由于 $\delta \xi_i^a$ 反映内变量演化情况, 因此 $\delta \xi_i^a$ 与 $\delta H'_a$ 相关, 可表示为

$$\begin{cases} \delta \xi_i^M \propto \delta H'_M, \\ \delta \xi_i^f \propto \delta H'_f. \end{cases} \quad (24)$$

当忽略各相间内能和熵的交换项时, 非饱和土中的 Helmholtz 自由能增量可分解为

$$d\psi = d\psi_M + d\psi_f + d\psi_g + d\psi_m, \quad (25)$$

其中,

$$\begin{cases} d\psi_M(\boldsymbol{\varepsilon}^M, H_M) = \boldsymbol{\sigma} : d\boldsymbol{\varepsilon}^M - \zeta_i^M \delta \xi_i^M, \\ d\psi_f(S_M, H_f) = -\tilde{s}_c dS_M - \zeta_i^f \delta \xi_i^f, \\ d\psi_g(\rho_g) = n_m(1 - S_M) p_g d(\ln \rho_g), \\ d\psi_m(\varepsilon^m) = \hat{\sigma} d\varepsilon^m. \end{cases} \quad (26)$$

假定气相密度的变化和微观体变是可恢复的, 因此 $d\psi_g$ 和 $d\psi_m$ 中没有耗散部分. 对 ψ_M , ψ_f 和 ψ_m 进行 Legendre 变换, 可以得到对应的 Gibbs 自由能函数为

$$\begin{cases} \phi_M(\boldsymbol{\sigma}, H_M) = \boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{\varepsilon}^M - \psi_M, \\ \phi_f(\tilde{s}_c, H_f) = -\tilde{s}_c S_M - \psi_f, \\ \phi_m(\hat{\sigma}) = \hat{\sigma} \varepsilon^m - \psi_m. \end{cases} \quad (27)$$

其增量形式为

$$\begin{cases} d\phi_M(\boldsymbol{\sigma}, H_M) = \boldsymbol{\varepsilon}^M : d\boldsymbol{\sigma} + \zeta_i^M \delta \xi_i^M \\ \quad = (\partial \phi_M / \partial \boldsymbol{\sigma}) : d\boldsymbol{\sigma} + \zeta_i^M (\boldsymbol{\sigma}, H_M) \delta \xi_i^M, \\ d\phi_f(\tilde{s}_c, H_f) = -S_M d\tilde{s}_c + \zeta_i^f \delta \xi_i^f \\ \quad = (\partial \phi_f / \partial \tilde{s}_c) d\tilde{s}_c + \zeta_i^f (\tilde{s}_c, H_f) \delta \xi_i^f, \\ d\phi_m(\hat{\sigma}) = \varepsilon^m d\hat{\sigma}. \end{cases} \quad (28)$$

因此, 广义应变可表示为

$$\begin{cases} \boldsymbol{\varepsilon}^M = \partial \phi_M(\boldsymbol{\sigma}, H_M) / \partial \boldsymbol{\sigma}, \\ -S_M = \partial \phi_f(\tilde{s}_c, H_f) / \partial \tilde{s}_c, \\ \varepsilon^m = \partial \phi_m(\hat{\sigma}) / \partial \hat{\sigma}. \end{cases} \quad (29)$$

式(29)的增量可表示为

$$\begin{cases} d\boldsymbol{\varepsilon}^M = [\partial^2 \phi_M(\boldsymbol{\sigma}, H_M) / \partial \boldsymbol{\sigma} \otimes \partial \boldsymbol{\sigma}] : d\boldsymbol{\sigma} \\ \quad + \boldsymbol{\varepsilon}^M(\boldsymbol{\sigma}, H_M + \delta H_M) - \boldsymbol{\varepsilon}^M(\boldsymbol{\sigma}, H_M), \\ -dS_M = [\partial^2 \phi_f(\tilde{s}_c, H_f) / \partial \tilde{s}_c^2] d\tilde{s}_c \\ \quad - S_M(\tilde{s}_c, H_f + \delta H_f) + S_M(\tilde{s}_c, H_f), \\ d\varepsilon^m = [\partial^2 \phi_m(\hat{\sigma}) / \partial \hat{\sigma}^2] d\hat{\sigma}. \end{cases} \quad (30)$$

其中, 广义应变的塑性增量进一步整理后有:

$$\begin{cases} \delta \boldsymbol{\varepsilon}^{Mp} = \boldsymbol{\varepsilon}^M(\boldsymbol{\sigma}, H_M + \delta H_M) - \boldsymbol{\varepsilon}^M(\boldsymbol{\sigma}, H_M) \\ \quad = \partial \phi_M(\boldsymbol{\sigma}, H_M + \delta H_M) / \partial \boldsymbol{\sigma} - \partial \phi_M(\boldsymbol{\sigma}, H_M) / \partial \boldsymbol{\sigma} \\ \quad = \partial (\zeta_i^M \delta \xi_i^M) / \partial \boldsymbol{\sigma}, \\ -\delta S_M^p = -S_M(\tilde{s}_c, H_f + \delta H_f) + S_M(\tilde{s}_c, H_f) \\ \quad = \partial \phi_f(\tilde{s}_c, H_f + \delta H_f) / \partial \tilde{s}_c - \partial \phi_f(\tilde{s}_c, H_f) / \partial \tilde{s}_c \\ \quad = \partial (\zeta_i^f \delta \xi_i^f) / \partial \tilde{s}_c. \end{cases} \quad (31)$$

广义应变的弹性增量可表示为

$$\begin{cases} \delta \boldsymbol{\varepsilon}^{Me} = \delta \boldsymbol{\varepsilon}^M - \delta \boldsymbol{\varepsilon}^{Mp} = [\partial^2 \phi_M(\boldsymbol{\sigma}, H_s) / \partial \boldsymbol{\sigma} \otimes \partial \boldsymbol{\sigma}] : d\boldsymbol{\sigma} \\ \quad = \boldsymbol{M}_M : d\boldsymbol{\sigma}, \\ -\delta S_M^e = -dS_M + \delta S_M^p = [\partial^2 \phi_f(\tilde{s}_c, H_f) / \partial \tilde{s}_c^2] d\tilde{s}_c \\ \quad = M_f d\tilde{s}_c, \\ d\varepsilon^m = \partial^2 \phi_m(\hat{\sigma}) / \partial \hat{\sigma}^2 d\hat{\sigma} \\ \quad = M_m d\hat{\sigma}. \end{cases} \quad (32)$$

将式(32)代入 Helmholtz 自由能增量表达式(26), 并且将其中的塑性功分为两部分, 一部分耗散, 另一部分贮存^[14], 则整理为

$$\begin{cases} d\psi_M = \boldsymbol{\sigma} : \delta \boldsymbol{\varepsilon}^{Me} + \boldsymbol{\alpha} : \delta \boldsymbol{\varepsilon}^{Mp} + \hat{\sigma}_D : \delta \boldsymbol{\varepsilon}^{Mp} - \zeta_i^M \delta \xi_i^M, \\ d\psi_f = -\tilde{s}_c \delta S_M^e - \beta \delta S_M^p - \tilde{s}_{cd} \delta S_M^p - \zeta_i^f \delta \xi_i^f, \\ d\psi_m = \hat{\sigma} d\varepsilon^m, \end{cases} \quad (33)$$

其中, $\boldsymbol{\alpha}$ 和 β 为反应力, $\hat{\sigma}_D$ 和 $\tilde{s}_{cd}$ 为耗散应力, 并且 $\hat{\sigma}_D + \boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{\sigma}$, $\tilde{s}_{cd} + \beta = \tilde{s}_c$. 假定耗散的塑性功全部用于土的内部结构的重排列, 即

$$\begin{cases} \hat{\sigma}_D : \delta \boldsymbol{\varepsilon}^{Mp} - \zeta_i^M \delta \xi_i^M = 0, \\ -\tilde{s}_{cd} \delta S_M^p - \zeta_i^f \delta \xi_i^f = 0. \end{cases} \quad (34)$$

式(24)和(31)表明内变量增量和广义应变的塑性增量均与内部结构重新排列相关, 因此可线性化表示为

$$\begin{cases} \delta \xi_i^M = r_i^M \langle L_M \rangle, & \delta \boldsymbol{\varepsilon}^{Mp} = \boldsymbol{m} \langle L_M \rangle, \\ \delta \xi_i^f = r_i^f \langle L_f \rangle, & -\delta S_M^p = -\text{sgn}(\delta S_M^p) \langle L_f \rangle, \end{cases} \quad (35)$$

其中, r_i^a 为线性化系数; $\boldsymbol{m}$ 为二阶张量, 包含塑性应变增量方向的信息; $\text{sgn}(\cdot)$ 为阶梯函数, 当 $\cdot > 0$, $= 0$, < 0 时, $\text{sgn}(\cdot) = 1, 0, -1$. 将式(35)代入(34)中, 则在耗散应

力空间中的屈服面表示为

$$\begin{cases} f_M(\bar{\sigma}_D, \bar{\sigma}, H_M) = \mathbf{m} : \bar{\sigma}_D - r_i^M \zeta_i^M = 0, \\ f_f(\tilde{s}_{cD}, \tilde{s}, H_f) = -\tilde{s}_{cD} \operatorname{sgn}(\delta S_M^p) - r_i^f \zeta_i^f = 0. \end{cases} \quad (36)$$

根据真实应力与耗散应力之间的关系,在真实应力空间中的屈服面表示为

$$\begin{cases} f_M(\bar{\sigma}, H_M) = f_M[\bar{\sigma} - \alpha(\bar{\sigma}, H_M), \bar{\sigma}, H_M] = 0, \\ f_f(\tilde{s}_c, H_f) = f_f[\tilde{s}_c - \beta(\tilde{s}_c, H_f), \tilde{s}_c, H_f] = 0. \end{cases} \quad (37)$$

根据一致性条件,两个应力空间中的屈服面增量可表示为

$$\begin{cases} df_M = \frac{\partial f_M}{\partial \bar{\sigma}} : d\bar{\sigma} + f_M(\bar{\sigma}, H_M + \delta H_M) - f_M(\bar{\sigma}, H_M) \\ = df_M = \frac{\partial f_M}{\partial(\bar{\sigma} - \alpha)} : d\bar{\sigma} - \frac{\partial f_M}{\partial(\bar{\sigma} - \alpha)} : \frac{\partial \alpha}{\partial \bar{\sigma}} : d\bar{\sigma} \\ + \frac{\partial f_M}{\partial \bar{\sigma}} : d\bar{\sigma} - \frac{\partial f_M}{\partial(\bar{\sigma} - \alpha)} : \delta \alpha^p + \delta f_M^p \\ = [\mathbf{m} - \mathbf{m} : (\partial \alpha / \partial \bar{\sigma}) + \partial f_M / \partial \bar{\sigma}] : d\bar{\sigma} \\ + (\delta f_M^p - \mathbf{m} : \delta \alpha^p) = 0, \\ df_f = \frac{\partial f_f}{\partial \tilde{s}_c} d\tilde{s}_c + f_f(\tilde{s}_c, H_f + \delta H_f) - f_f(\tilde{s}_c, H_f) \\ = df_f = \frac{\partial f_f}{\partial(\tilde{s}_c - \beta)} d\tilde{s}_c - \frac{\partial f_f}{\partial(\tilde{s}_c - \beta)} \frac{\partial \beta}{\partial \tilde{s}_c} d\tilde{s}_c \\ + \frac{\partial f_f}{\partial \tilde{s}_c} d\tilde{s}_c - \frac{\partial f_f}{\partial(\tilde{s}_c - \beta)} \delta \beta^p + \delta f_f^p \\ = [-\operatorname{sgn}(\delta S_M^p) + \operatorname{sgn}(\delta S_M^p)(\partial \beta / \partial \tilde{s}_c) + \partial f_f / \partial \tilde{s}_c] d\tilde{s}_c \\ + [\delta f_f^p + \operatorname{sgn}(\delta S_f^p) \delta \beta^p] = 0. \end{cases} \quad (38)$$

其中,

$$\begin{cases} \delta \alpha^p = \alpha(\bar{\sigma}, H_M + \delta H_M) - \alpha(\bar{\sigma}, H_M), \\ \delta \beta^p = \beta(\tilde{s}_c, H_f + \delta H_f) - \beta(\tilde{s}_c, H_f), \\ \delta f_M^p = f_M^p(\bar{\sigma}_D, \bar{\sigma}, H_M + \delta H_M) - f_M^p(\bar{\sigma}_D, \bar{\sigma}, H_M), \\ \delta f_f^p = f_f^p(\tilde{s}_{cD}, \tilde{s}_c, H_f + \delta H_f) - f_f^p(\tilde{s}_{cD}, \tilde{s}_c, H_f). \end{cases} \quad (39)$$

将式(22)和(35)代入(39)式,并引入线性增量关系,则 δH_u 引起的反应力增量和耗散应力空间中屈服面增量表示为

$$\begin{cases} \delta \alpha^p = \mathbf{n}_M \langle L_M \rangle + \mathbf{n}_f \delta S_M^p + \mathbf{n}_m d\epsilon^m, \\ \delta \beta^p = b_f \langle L_f \rangle + \mathbf{b}_M : \delta \epsilon^{Mp}, \\ \delta f_M^p = z_M \langle L_M \rangle + z_f \delta S_M^p + z_m d\epsilon^m, \\ \delta f_f^p = g_f \langle L_f \rangle + \mathbf{g}_M : \delta \epsilon^{Mp}, \end{cases} \quad (40)$$

其中, $\mathbf{n}_M$, $\mathbf{n}_f$, $\mathbf{n}_m$, z_M , z_f 和 z_m 通常为 $\bar{\sigma}$ 和 H_M 的函数; b_f ,

$\mathbf{b}_M$, g_f 和 $\mathbf{g}_M$ 通常为 $\tilde{s}_c$ 和 H_f 的函数. 将式(40)代入真实应力空间中的屈服面增量表达式(38),整理有:

$$\begin{cases} df_{SM} = \mu : d\bar{\sigma} - K_p' \langle L_M \rangle - K_p'' \delta S_M^p - K_p''' d\epsilon^m = 0, \\ df_f = d\tilde{s}_c - H_p' \langle L_f \rangle - \mathbf{H}_p'' : \delta \epsilon^{Mp} = 0. \end{cases} \quad (41)$$

其中,

$$\begin{cases} \mu = \partial f_M / \partial \bar{\sigma}, \\ K_p' = \mathbf{m} : \mathbf{n}_M - z_M, \\ K_p'' = \mathbf{m} : \mathbf{n}_f - z_f, \\ K_p''' = \mathbf{m} : \mathbf{n}_m - z_m, \\ H_p' = -[\operatorname{sgn}(\delta S_M^p) b_f + g_f] / \left(\frac{\partial f_f}{\partial \tilde{s}_c} \right), \\ \mathbf{H}_p'' = -[\operatorname{sgn}(\delta S_M^p) \mathbf{b}_M + \mathbf{g}_M] / \left(\frac{\partial f_f}{\partial \tilde{s}_c} \right). \end{cases} \quad (42)$$

根据式(41),加载影响算子可表示为

$$\begin{cases} L_M = (\mu / K_p') : d\bar{\sigma} - (K_p'' / K_p') \delta S_M^p - (K_p''' / K_p') d\epsilon^m, \\ L_f = (1 / H_p') d\tilde{s}_c - (\mathbf{H}_p'' / H_p') : \delta \epsilon^{Mp}. \end{cases} \quad (43)$$

将上式代入式(35),则广义应变的塑性增量可表示为

$$\begin{cases} \delta \epsilon^{Mp} = h(L_M) \{ [\mathbf{m} \otimes \mu / K_p'] : d\bar{\sigma} - \mathbf{m} (K_p'' / K_p') \delta S_M^p \\ - \mathbf{m} (K_p''' / K_p') d\epsilon^m \}, \\ -\delta S_M^p = -h(L_f) \operatorname{sgn}(\delta S_M^p) \\ \times [(1 / H_p') d\tilde{s}_c - (\mathbf{H}_p'' / H_p') : \delta \epsilon^{Mp}], \end{cases} \quad (44)$$

其中, $h(\cdot)$ 为 Heaviside 阶梯函数,当 $\cdot > 0$ 时 $h(\cdot) = 1$,否则 $h(\cdot) = 0$. 因此,根据上式和式(32),广义应变的增量可表示为

$$\begin{cases} d\epsilon^M = [\mathbf{M}_M + h(L_M) (\mathbf{m} \otimes \mu / K_p')] : d\bar{\sigma} - h(L_M) \\ \times \mathbf{m} (K_p'' / K_p') \delta S_M^p - h(L_M) \mathbf{m} (K_p''' / K_p') d\epsilon^m, \\ -dS_M = [M_f - h(L_f) \operatorname{sgn}(\delta S_M^p) (1 / H_p')] d\tilde{s}_c \\ + h(L_f) \operatorname{sgn}(\delta S_M^p) (\mathbf{H}_p'' / H_p') : \delta \epsilon^{Mp}, \\ d\epsilon^m = M_m d\bar{\sigma}. \end{cases} \quad (45)$$

式(45)即为本文针对双孔隙结构膨胀性非饱和土建立的广义应力-应变关系. 从该式可看出,该模型框架考虑了土中各相间相互作用,尤其是微观结构的变化对土体宏观结构的影响. 本文推导的双孔隙结构膨胀性非饱和土本构模型的理论框架虽然复杂,但其能够反映在外荷载或含水量变化时土体行为的实际情况. 根据这一模型框架,结合实际情况做出假

设,便可建立相应的本构方程. 本文作者曾以这一模型框架为基础,建立了各向同性应力条件下的膨胀性非饱和土的双尺度毛细-弹塑性变形耦合本构模型^[33]. 该模型中既考虑了微观结构的变形对宏观结构行为的影响;又能描述毛细滞回特性与力学行为之间的耦合作用. 并且通过已有的试验数据验证了该模型适用性,这也间接地证实了本文所提出的双孔隙结构膨胀性非饱和土本构模型的理论框架的正确性.

4 结语

较低含水量的压实膨胀土、原状膨胀土和膨润土颗粒体-粉末混合物等均具有多孔隙结构,并且土中固相基质与其附近液相间的相互作用显著,致使土中液相的性质随其所处孔隙中位置的不同而变化.

本文针对双孔隙结构膨胀性非饱和土的特性,基于多相孔隙介质理论提出了土体总应力和输入功的表达式,并且依此选取了功共轭变量. 其中较为重要的 3 组分别为: $\langle \hat{\sigma}, \dot{\varepsilon}^M \rangle$, $\langle \tilde{s}_c, \dot{S}_M \rangle$ 和 $\langle \hat{\sigma}, \dot{\varepsilon}^m \rangle$. 本文推导过程中区分了土中毛细液相和吸附液相性质的不同以及宏观结构和微观结构变化机理的不同. 利用上述 3 组功共轭变量可建立土体宏观和微观结构的本构关系,以此能够描述膨胀性非饱和土复杂的行为. 文中亦基于土体输入功的表达式以及开放的多相热力学系统中能量-功-耗散之间的关系,建立了适用于双孔隙结构膨胀性非饱和土本构模型的理论框架. 该理论框架考虑了双孔隙结构膨胀性非饱和土中微观结构的变形对宏观结构行为的影响,以及毛细行为与力学行为之间的耦合作用,能够反映在外荷载或含水量变化时土体行为的实际情况.

参考文献

- 1 Barenblatt G I, Zheltov I P, Kochina I N. Basic concepts in the theory of seepage of homogeneous liquids in fissured rocks. *J Appl Math Mech*, 1960, 24: 1286–1303
- 2 Delage P, Tessier D, Marcel-Audiguier M. Use of the cryoscan apparatus for observation of freeze-fractured planes of a sensitive Quebec clay in scanning electron microscopy. *Can Geotech J*, 1982, 19: 111–114
- 3 Sridharan A, Altschaeffl A G, Diamond S. Pore size distribution studies. *J Soil Mech Found Div*, 1971, 97: 771–787
- 4 Hoffmann C. Hydromechanics characterization of bentonite pellets mixtures: The study of experimental and constitutive (in Spanish). Dissertation for the Doctoral Degree. Barcelona: Polytechnic University of Catalonia, 2005
- 5 Delage P, Lefebvre G. Study of the structure of a sensitive Champlain clay and of its evolution during consolidation. *Can Geotech J*, 1984, 21: 21–35
- 6 Juang C H, Holtz R D. Fabric, pore size distribution, and permeability of sandy soils. *J Geotech Engrg*, 1986, 112: 855–868
- 7 Romero E, Della Vecchia G, Jommi C. An insight into the water retention properties of compacted clayey soils. *Géotechnique*, 2011, 61: 313–328
- 8 Gens A, Alonso E E. A framework for the behaviour of unsaturated expansive clays. *Can Geotech J*, 1992, 29: 1013–1032
- 9 Alonso E E, Vaunat J, Gens A. Modelling the mechanical behaviour of expansive clays. *Engng Geol*, 1999, 54: 173–183
- 10 卢再华, 王权民, 陈正汉. 非饱和膨胀土本构模型的试验研究及分析. *地下空间*, 2001, 21: 379–385
- 11 曹雪山. 非饱和膨胀土的弹塑性本构模型研究. *岩土工程学报*, 2005, 27: 832–836
- 12 Sánchez M, Gens A, Guimarães L Do N, et al. A double structure generalized plasticity model for expansive materials. *Int J Numer Anal Meth Geomech*, 2005, 29: 751–787
- 13 Ziegler H, Wehrli C. The derivation of constitutive relations from the free energy and the dissipation function. *Adv Appl Mech*, 1987, 25: 183–238
- 14 Collins I F, Houlsby G T. Application of thermomechanical principles to the modelling of geotechnical materials. *Proc R Soc Lond A*, 1997, 453: 1975–2001
- 15 Puzrin A M, Houlsby G T. A thermomechanical framework for rate-independent dissipative materials with internal functions. *Int J Plasticity*, 2001, 17: 1147–1165
- 16 Li X S. Thermodynamics-based constitutive framework for unsaturated soils. 1: Theory. *Géotechnique*, 2007, 57: 411–422
- 17 Li X S. Thermodynamics-based constitutive framework for unsaturated soils. 2: A basic triaxial model. *Géotechnique*, 2007, 57: 423–435
- 18 赵成刚, 刘艳. 连续孔隙介质土力学及其在非饱和土本构关系中的应用. *岩土工程学报*, 2009, 31: 1324–1335
- 19 刘艳, 赵成刚, 蔡国庆, 等. 考虑气相硬化影响的非饱和土本构模型. *科学通报*, 2010, 55: 2635–2642

- 20 Derjaguin B V, Churaev N V, Muller V M. Surface Forces. New York: Plenum Press, 1987
- 21 Tuller M, Or D, Dudley L M. Adsorption and capillary condensation in porous media: Liquid retention and interfacial configurations in angular pores. *Water Resour Res*, 1999, 35: 1949–1964
- 22 Gens A. Soil-environment interactions in geotechnical engineering. *Géotechnique*, 2010, 60: 3–74
- 23 Lu N, Likos W J. Unsaturated Soil Mechanics. New York: John Wiley, 2004
- 24 Lu N, Likos W J. Suction stress characteristic curve for unsaturated soils. *J Geotech Geoenviron Eng*, 2006, 132: 131–142
- 25 Borja R I, Koliji A. On the effective stress in unsaturated porous continua with double porosity. *J Mech Phys Solids*, 2009, 57: 1182–1193
- 26 Baker R, Frydman S. Unsaturated soil mechanics: Critical review of physical foundations. *Engng Geol*, 2009, 106: 26–39
- 27 Houlsby G T. The work input to an unsaturated granular material. *Géotechnique*, 1997, 47: 193–196
- 28 Zhao C G, Liu Y, Gao F P. Work and energy equations and the principle of generalized effective stress for unsaturated soils. *Int J Numer Anal Meth Geomech*, 2010, 34: 920–936
- 29 Cai G Q, Zhao C G, Liu Y, et al. A nonlinear multi-field coupled model for soils. *Sci China E: Tech Sci*, 2011, 54: 1300–1314
- 30 Mitchell J K, Soga K. Fundamentals of Soil Behavior. 3rd ed. New York: John Wiley, 2005
- 31 Wheeler S J, Sharma R S, Buisson M S R. Coupling of hydraulic hysteresis and stress-strain behaviour in unsaturated soils. *Géotechnique*, 2003, 53: 41–54
- 32 Rice J R. Inelastic constitutive relations for solids: An internal-variable theory and its application to metal plasticity. *J Mech Phys Solids*, 1971, 19: 433–455
- 33 李舰, 赵成刚, 黄启迪. 膨胀性非饱和土的双尺度毛细-弹塑性变形耦合模型. *岩土工程学报*, 2012, 34: 2127–2133