Does the standard model of particle physics rest on solid mathematical foundations?

粒子物理标准模型是否建立在坚固的数学基础上?

陈斌

北京大学物理学院, 北京大学高能物理中心, 量子物质协同创新中心, 北京 100871

E-mail: bchen01@pku.edu.cn

2016-01-06 收稿, 2016-01-08 修回, 2016-01-11 接受, 2016-02-03 网络版发表

国家杰出青年科学基金(11325522)和国家自然科学基金(11275010)资助

摘要 随着欧洲核子中心发现希格斯粒子, 粒子物理标准模型的最后一块拼图得到确实. 粒子物理标准模型是建立在Yang-Mills理论的基础之上, 它把粒子的行为和几何结构优美地连接起来. 然而, 没有人证明量子规范理论是建立在牢固的数学基础之上. 本文介绍了建立量子规范理论数学基础面临的困难和挑战.

关键词 粒子物理, 标准模型, 量子规范理论

2013年诺贝尔物理学奖授予了比利时物理学家弗朗索瓦·恩格勒特和英国物理学家彼得·希格斯. 这两位科学家在20世纪60年代提出了自发对称破缺机制, 即现在所谓的希格斯机制, 为粒子物理标准模型建立提供了重要的一环. 随着欧洲核子中心大型强子对撞机在实验上确认了上帝粒子——希格斯玻色子, 粒子物理标准模型中的所有粒子都获得了实验验证.

恩格勒特和希格斯工作的重要性在于为人们指明了基本粒子物理中规范对称性的重要意义, 以及提供了一种破坏对称性的机制. 在二十世纪五、六十年代, 随着大量基本粒子的发现, 人们对其中的物理规律进行了多方面的研究. 特别是对亚原子领域中基本相互作用的研究, 人们提出了规范相互作用的概念. 然而, 如果只有规范场, 由于规范对称性, 这些场的质量为零, 应该传递长程相互作用, 这与实验上观测到的核内短程相互作用不一致. 希格斯机制提供了一种自发对称破缺机制, 使规范场获得质量, 其传播的相互作用力程为有限的.

利用希格斯机制, 人们成功地建立了基于规范对称性的粒子物理标准模型. 自然界的四种相互作用中,

电弱相互作用是统一在 $SU(2) \times U(1)$ 规范理论中, 而强相互作用是通过 $SU(3)$ 规范理论来描述. 电弱理论通过希格斯机制破缺到 $U(1)$ 理论, 因此传递弱作用的中间玻色子获得质量, 而传递电磁相互作用的光子仍然是无质量的. 对于弱电理论, 人们通过微扰理论可以很精确地计算各种物理过程, 与实验结果高度一致. 而对于强相互作用, 由于这个理论是渐近自由的, 即在高能下理论几乎是一个自由理论, 相互作用很弱, 而在低能标下理论是一个强耦合理论, 也就是说在低能下各种非微扰效应将非常重要. 如何很好地研究这些非微扰效应是量子场论的一个重要课题. 这与量子场论, 特别是规范理论的数学基础密切相关. 在美国克雷数学研究所提出的7个千年问题中, 其中一个就是: 如何证明在量子Yang-Mills理论中存在着质量能隙^[1]? 质量能隙的存在对于强相互作用是必需的, 否则强相互作用在低能标下不可能是一种短程力.

经典上, 规范理论(也称为Yang-Mills理论)具有非常优美的数学结构, 可以通过纤维丛理论来描述. 确实, 很多规范场论中的半经典解如磁单极子、瞬子等都可以用漂亮的数学语言来描述. 然而, 如果考虑

引用格式: 陈斌. 粒子物理标准模型是否建立在坚固的数学基础上?. 科学通报, 2016, 61: 1069–1071

Chen B. Does the standard model of particle physics rest on solid mathematical foundations? (in Chinese). Chin Sci Bull, 2016, 61: 1069–1071, doi: 10.1360/N972016-00012

量子化的规范理论,问题就复杂了。

由于量子场论描述无穷多自由度系统,它的数学结构非常复杂。如我们所知,描述单粒子或者有限多自由度系统量子行为的量子力学其数学框架是泛函分析中的算子代数和希尔伯特空间理论。描述粒子的波函数是希尔伯特空间中的态矢量,而物理观测量是厄米算子。长时间以来,人们试图把量子场论建立在一个坚固的数学基础上。一种方法是强调量子场论的局域性,把场论建立在观测量代数上,而非态的希尔伯特空间上。这是由于纠缠的存在,量子物理中的态是非局域的。由此建立的量子场论的代数构造是基于数学中的算子代数理论^[2,3]。不幸的是,这种构造对于自由场论是可行的,而对于粒子物理中包含相互作用的理论只能有形式化的微扰论,对于重要的非微扰效应就完全无能为力了。

我们也可以从另一个角度来看量子场论的数学基础。量子力学中,如果不借助于算子和态,可以通过费曼的路径积分来给出等效的描述。把路径积分推广到场位形空间就得到了量子场论的路径积分描述。在很多情形,利用路径积分都可以方便讨论问题。比如说,在研究量子反常时,费米子测度的变换行为可

以很方便地帮助我们理解量子反常。在讨论量子场论中的各种非微扰效应时,不同的半经典场位形对路径积分的贡献可以很容易地帮助我们判断非微扰效应的贡献。然而,场的路径积分在数学上并没有准确的定义。如何建立场位形的测度理论,以及如何对微扰序列求和等都是棘手的问题。最近的研究显示,量子场论的微扰效应也许与其非微扰效应密切相关。在有的模型中微扰效应可以帮助我们确定非微扰的效应,然而此时的路径积分也许需要复杂化。这暗示着场论的路径积分中存在着尚未理解的数学结构^[4]。

此外,在过去十几年来随着对规范理论中散射振幅的研究,人们发现散射振幅中存在着一些微妙的数学结构。这些结构利用通常的费曼规则是无法发现的,也可以说通常量子场论的微扰计算并非总是一种好的框架。这暗示着量子场论,尤其是规范理论需要一种新的框架或者数学语言来描述^[5,6]。

粒子物理的标准模型在描述自然界的相互作用上取得了极大的成功,但这并不意味着我们彻底理解了它的基石——量子规范理论。如何把该理论建立在一个牢固的数学基础上不止具有重要的理论意义,也具有重要的物理意义。

参考文献

- 1 Jaffe A, Witten E. Quantum Yang-Mills Theory in the Millennium Prize Problems. In: Carlson J, Jaffe A, Wiles A, eds. Cambridge: American Mathematical Society, 2006
- 2 Araki H. Mathematical Theory of Quantum Fields. Oxford: Oxford University Press, 1999
- 3 Haag R. Local Quantum Physics. 2nd ed. Berlin: Springer, 1996
- 4 Dorigoni D. An introduction to resurgence, trans-series and alien calculus. 2014, arXiv:1411.3585
- 5 Feng B, Luo M. An introduction to on-shell recursion relations. Front Phys, 2012, 7: 533–575
- 6 Alday L, Roiban R. Scattering amplitudes, Wilson loops and the string/gauge theory correspondence. Phys Rep, 2008, 468: 153–211

Does the standard model of particle physics rest on solid mathematical foundations?

CHEN Bin

Collaborative Innovation Center of Quantum Matter, Center for High Energy Physics, Department of Physics, Peking University, Beijing 100871, China

After the discovery of the Higgs particle at LHC, the final ingredient in the particle physics standard model has been confirmed. The standard model has been established in the framework of Yang-Mills theory, which links elegantly the behavior of particles to geometry. However, no one has proved the mathematical soundness of quantum Yang-Mills theory. In this article, we introduce briefly the background of Yang-Mills theory, the difficulties and challenges in building the mathematical foundation of quantum Yang-Mills.

particle physics, standard model, quantum gauge theory

doi: 10.1360/N972016-00012

陈斌

博士，北京大学物理学院教授，理论物理专业博士生导师，入选教育部新世纪人才计划，国家杰出青年科学基金获得者。主要研究方向是弦理论、量子场论、黑洞物理和极早期宇宙学。近年来研究工作的重点集中在引力/规范对应关系的研究，在引力/规范对应关系的可积性、非局域算子的全息描述、全息纠缠熵和黑洞的全息描述等问题上开展了多方面的工作。已发表科研论文100余篇。