利用近距离牛顿反平方定律实验探索洛伦兹不变性破缺效应

邵成刚*, 陈亚芬, 谈玉杰

华中科技大学物理学院, 基本物理量测量教育部重点实验室, 武汉 430074

* 联系人, E-mail: cgshao@hust.edu.cn

2015-08-13 收稿, 2015-08-28 接受, 2015-11-06 网络版发表

国家自然科学基金(11275075)资助

摘要 回顾了利用近距离引力实验探索洛伦兹不变性破缺效应的现状, 并展望了其发展趋势. 引力与物质的耦合极其微弱, 近距离下牛顿反平方定律的实验检验是探索引力现象对广义相对论偏离的常用方法之一, 其实验检验的基本原理是通过测量密度较大的2块薄金属片之间的引力相互作用随间距的变化, 判断其是否满足牛顿反平方定律. 在探索洛伦兹不变性破缺方面, 通过测量2块薄金属片之间的非牛顿力的恒星时变化, 可以检验标准模型拓展(SME)中包含黎曼曲率2次耦合的洛伦兹对称性破缺参数. 分析表明近距离引力实验中, 由于洛伦兹不变性破缺, 2块有限平板间的非牛顿引力由边缘效应主导, 尽管如此, 现有的近距离引力实验对洛伦兹不变性破缺系数的限制仍能达到 10^{-8} m^2 的水平.

关键词

引力实验
牛顿反平方定律
标准模型拓展(SME)
洛伦兹不变性破缺

自然界存在着4种基本相互作用力, 其中强、弱和电磁3种相互作用力由粒子物理的标准模型描述, 引力相互作用由广义相对论描述, 但引力比其他3种基本相互作用力要弱得多. 人们对引力的认识从牛顿开始, 至今已过去了约350年, 现在对引力本质的认识非常有限. 在太阳系统的尺度上, 我们确信牛顿定律描述了物理的主要过程, 爱因斯坦的广义相对论提供了更精确的相对论修正. 然而, 在大的尺度上, 仍面临着暗能量问题的挑战, 在低于毫米的尺度上, 引力是否还遵循牛顿理论仍是未知的, 在可能的范围内引力也许比普通的牛顿反平方力要大得多.

广义相对论的基石是爱因斯坦等效原理, 它的核心由2部分组成: (1) 是弱等效原理, 即引力场中自由下落的物体的加速度与物质的化学组分无关; (2) 是局域洛伦兹不变性, 即物理定律具有转动

(rotation)与推动(boost)的对称性. 我们对引力在不同尺度上的更深层理解, 取决于实验对这些基本原理的强大支持. 目前, 弱等效原理在实验上已经被广泛地验证, 局部洛伦兹不变性在纯物质部分、物质-引力耦合上也已经被极大地限制^[1,2]. 这里, 我们主要讨论在纯引力部分下, 目前的近距离牛顿反平方定律实验在探索洛伦兹不变性破缺方面的应用^[3].

洛伦兹不变性是广义相对论的重要基础. 广义相对论作为1个经典理论, 它与量子力学虽然并没完全融合, 但人们相信存在1个更基本的量子引力理论, 用它可以统一地描述引力与量子物理. 在此理论下洛伦兹不变性是否还能被保持? 虽然没有明确的结论, 但人们构建的许多量子引力理论的框架都暗示了洛伦兹不变性破缺的可能性. 即使局域洛伦兹不变性在量子引力层次上是严格的, 自发对称性破缺的发生也会导致微弱的可观测效应^[4,5]. 从实验上讲,

引用格式: 邵成刚, 陈亚芬, 谈玉杰. 利用近距离牛顿反平方定律实验探索洛伦兹不变性破缺效应. 科学通报, 2015, 60: 3278–3286

Shao C G, Chen Y F, Tan Y J. Search for Lorentz invariance violation by tests of the gravitational inverse square law at short ranges (in Chinese). Chin Sci Bull, 2015, 60: 3278–3286, doi: 10.1360/N972015-00929

<https://engine.scichina.com/doi/10.1360/N972015-00929>

洛伦兹不变性作为理论的假设和实验的总结,需要不断地被检验. 尽管现在有许多实验从不同方面对洛伦兹不变性破缺作了一定的限制,但是洛伦兹不变性破缺也可能很大然而仍难以被实验探测,如文献[6]中描述的洛伦兹不变性破缺的反荫蔽现象(countershaded). 一般来说,在引力的时空理论中研究局域洛伦兹不变性破缺也是检验广义相对论基础的有效方法.

目前,对于可到达的低能级上的物理研究,有效场理论是有效且唯一的工具,非常适合于局域洛伦兹不变性破缺的研究. 采用有效场理论描述引力部分的局域洛伦兹不变性破缺,其基本的出发点是含有洛伦兹不变性破缺项的拉氏量密度,一般采用背景张量场 $\bar{k}_{\alpha\beta}$... 与引力耦合. 非零背景张量场的存在意味着引力局域洛伦兹不变性的破缺,因此这个背景 $\bar{k}_{\alpha\beta}$... 被叫做洛伦兹不变性破缺系数^[7,8]. 在典型的后牛顿应用中,系数 $\bar{k}_{\alpha\beta}$... 在相关的物理尺度上很小,而且在接近平坦的坐标系中是个常数. 分析与系数 $\bar{k}_{\alpha\beta}$... 相关的引力现象,开展相应的实验研究,包括近距离牛顿反平方定律的实验检验,是探索洛伦兹不变性破缺的1个主要方法.

1 标准模型拓展中纯引力部分的洛伦兹不变性破缺

局域洛伦兹不变性是微观物理标准模型和广义相对论(GR)的基础,洛伦兹对称性破缺的实验研究也相应地分为物质(平直时空中粒子物理的标准模型)与引力(弯曲时空中的广义相对论)2类. 这里着重讨论后者中的洛伦兹对称性破缺,包含引力与物质相互作用的拉氏量密度 $L_{LV}^{(d)}$ 按质量量纲 $d=4, 5, 6 \cdots$ 展开为^[3]

$$L = \frac{\sqrt{-g}}{16\pi G_N} (R + L_M + L_{LV}^{(4)} + L_{LV}^{(5)} + L_{LV}^{(6)} \cdots), \quad (1)$$

第1项为Einstein-Hilbert项,这里忽略了宇宙学常数,第2项描述物质,后面各项为洛伦兹不变性破缺项,其基本构建过程是用带洛伦兹指标的系数张量场与引力场缩并构成标量,此系数场也是1个时空背景张量场. 洛伦兹不变性破缺的最小耦合项 $d=4$ 可写为^[9]

$$L_{LV}^{(4)} = (k^{(4)})_{\alpha\beta\gamma\sigma} R^{\alpha\beta\gamma\sigma}, \quad (2)$$

若非零的背景张量场 $(k^{(4)})_{\alpha\beta\gamma\sigma}$ 具有可观测(或可测量)效应,则意味着洛伦兹不变性的破缺. 因为洛伦兹不变性要求由洛伦兹变换 Λ_μ^α 相联系的参考系S与参考系S'相互等价,如果在参考系S中测量的背景张量场分量为 $(k^{(4)})_{\alpha\beta\gamma\sigma}$,则在参考系S'中,测量的背景张量场分量为 $(k'^{(4)})_{\mu\nu\sigma\rho}$,两者由洛伦兹变换联系 $(k'^{(4)})_{\mu\nu\sigma\rho} = \Lambda_\mu^\alpha \Lambda_\nu^\beta \Lambda_\sigma^\gamma \Lambda_\rho^\delta (k^{(4)})_{\alpha\beta\gamma\delta}$,对于非零的背景张量场,其分量显然有 $(k'^{(4)})_{\mu\nu\sigma\rho} \neq (k^{(4)})_{\mu\nu\sigma\rho}$,即参考系S与参考系S'的测量结果不同,这违背了洛伦兹不变性所要求的S与S'的相互等价性.

背景张量场 $(k^{(4)})_{\alpha\beta\gamma\sigma}$ 为无量纲量,具有与黎曼曲率张量相同的对称性,可分解为无迹部分 $t_{\alpha\beta\gamma\sigma}$,迹 $s_{\alpha\beta}$ 与双迹系数 u . u 可归并到牛顿引力常数 G_N 中,系数 $t_{\alpha\beta\gamma\sigma}$ 对后牛顿展开的主要项没有贡献,只有对称无迹的 $s_{\alpha\beta}$ 可通过引力实验或天文观察测量. 目前人们已通过多种实验手段将其量级限制在 10^{-10} 水平,如月球激光测距^[10]、原子干涉仪^[11,12]、卫星测距^[13]、轨道陀螺仪的进动^[14]、以及脉冲星计时法^[15]. 对于 $d=5$ 项,一般采用曲率的协变导数表示

$$L_{LV}^{(5)} = (k^{(5)})_{\alpha\beta\gamma\sigma\kappa} \nabla^\kappa R^{\alpha\beta\gamma\sigma}, \quad (3)$$

在线性近似下, $L_{LV}^{(5)}$ 无非相对论引力效应.

本文着重讨论 $d=6$ 时的洛伦兹不变性破缺项,其一般形式为^[3]

$$L_{LV}^{(6)} = \frac{1}{2} (k_1^{(6)})_{\alpha\beta\gamma\sigma\kappa\lambda} \{\nabla^\kappa, \nabla^\lambda\} R^{\alpha\beta\gamma\sigma} + (k_2^{(6)})_{\alpha\beta\gamma\sigma\kappa\lambda\mu\nu} R^{\kappa\lambda\mu\nu} R^{\alpha\beta\gamma\sigma}, \quad (4)$$

张量场 $(k_1^{(6)})_{\alpha\beta\gamma\sigma\kappa\lambda}$ 与 $(k_2^{(6)})_{\alpha\beta\gamma\sigma\kappa\lambda\mu\nu}$ 具有长度平方的量纲,由于黎曼张量的对称性,其独立分量分别为126个与210个.

对拉氏量(1)进行变分可导出修正的爱因斯坦场方程,进一步考虑线性近似下后牛顿引力的非相对论效应,可得修正后的牛顿泊松方程. 对于 $d=6$ 项,其修正的泊松方程为

$$\nabla^2 U + 4\pi\rho(\bar{r}) + (\bar{k}_{eff})_{jklm} \partial_j \partial_k \partial_l \partial_m U = 0, \quad (5)$$

其中, $\rho(\bar{r})$ 为质量源的密度分布, $U(\bar{r})$ 为修正的牛顿引力势. $(\bar{k}_{eff})_{jklm}$ 为洛伦兹不变性破缺的等效系数,由于指标的全对称性,洛伦兹不变性破缺在非相对论极限下有15个独立的可观测量,它们均是系数 $(k_1^{(6)})_{\alpha\beta\gamma\sigma\kappa\lambda}$ 与 $(k_2^{(6)})_{\alpha\beta\gamma\sigma\kappa\lambda\mu\nu}$ 的线性组合,其具体表达式较为繁琐,在后面的讨论中并不重要,这里我们略去

其表达式, 只分析近距离引力实验对 $(\bar{k}_{eff})_{jklm}$ 的限制.

方程(5)可采用微扰法求解, 考虑2点质量 m_1 和 m_2 之间引力势, 将其分解为牛顿引力势项与洛伦兹不变性破缺引起的微扰修正项, 后者可表示为^[3,16,17]

$$V_{LV}(\mathbf{x}) = -G \frac{m_1 m_2}{|\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2|^3} \left[\frac{3}{2} (\bar{k}_{eff})_{ijij} - 9 (\bar{k}_{eff})_{ijkk} \hat{x}^i \hat{x}^j + \frac{15}{2} (\bar{k}_{eff})_{ijkl} \hat{x}^i \hat{x}^j \hat{x}^k \hat{x}^l \right] \equiv -G \frac{m_1 m_2}{|\bar{\mathbf{x}}|^3} \bar{k}(\hat{\mathbf{x}}, T), \quad (6)$$

其中 $\mathbf{x} = \mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2$ 是 m_1 和 m_2 的相对位置矢量, $\hat{x}^j$ 是沿 $\mathbf{x}$ 方向的单位矢量在 j 方向上的投影. 引力势的修正项与距离的立方成反比, 因而近距离下的引力实验在检验这一类洛伦兹不变性破缺方面具有明显的优势. $(\bar{k}_{eff})_{jklm}$ 依赖坐标系, 在实验室坐标系中, 由于地球的转动, 这里定义

$$\bar{k}(\hat{\mathbf{x}}, T) \equiv \frac{3}{2} (\bar{k}_{eff})_{ijij} - 9 (\bar{k}_{eff})_{ijkk} \hat{x}^i \hat{x}^j + \frac{15}{2} (\bar{k}_{eff})_{ijkl} \hat{x}^i \hat{x}^j \hat{x}^k \hat{x}^l, \quad (7)$$

表明引力势的修正项是随方向和时间变化的.

在一般的引力实验分析中, 常采用基于地球的实验室坐标系与基于太阳的日心参考系^[18-20]. 由于地球的自转与公转, 实验室坐标系是非惯性系. 约定实验室坐标系 (x, y, z) 的 z 轴竖直向上, x 轴和当地的南方(沿经线方向)夹角为 θ . 日心参考系可近似为惯性系, Z 轴沿着地球的转动方向, X 轴指向平春分点, Y 轴垂直于 X 轴与 Z 轴. 时间零点取2000年的春分点时刻(世界时: 3月20日早7:35分). 在分析洛伦兹不变性破缺效应时, 我们可忽略地球的公转, 大约是 10^{-4} , 则从日心参考系 (X, Y, Z) 到实验室坐标系 (x, y, z) 的坐标变换用时间依赖的转动矩阵 R^{ij} 表示($j = x, y, z$ 与 $J = X, Y, Z$):

$$R^{ij} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos \chi \cos \omega_\oplus T & \cos \chi \sin \omega_\oplus T & -\sin \chi \\ -\sin \omega_\oplus T & \cos \omega_\oplus T & 0 \\ \sin \chi \cos \omega_\oplus T & \sin \chi \sin \omega_\oplus T & \cos \chi \end{bmatrix}, \quad (8)$$

χ 是实验室的余纬度, 地球自转的恒星日频率 $\omega_\oplus = 2\pi / (23 \text{ h } 56 \text{ min})$. 角度 θ 取常数, 在实验中依赖于实验仪器的取向(对于我们的扭秤实验, 这里取 $\theta = \pi/2$). 可以认为, 在太阳系尺度下, 日心参考系中

$(\bar{k}_{eff})_{JKLM}$ 的81个系数是常数, 由于在空间3个方向上完全对称所以描述洛伦兹不变性破缺的独立系数是15个. 在实验室坐标系中 $(\bar{k}_{eff})_{jklm}$ 是依赖恒星时 T 的函数, $(\bar{k}_{eff})_{jklm}$ 与常数系数 $(\bar{k}_{eff})_{JKLM}$ 的变换关系是

$$(\bar{k}_{eff})_{jklm} = R^{ij} R^{kk} R^{ll} R^{mm} (\bar{k}_{eff})_{JKLM}. \quad (9)$$

这样, (6)式中描述洛伦兹不变性破缺的立方反比引力势将随着时间 T 进行周期性振荡, 最高可包括 $\omega_\oplus$ 的4次谐波, 这一时变效应可用近距离引力实验来探测. 一般而言, 在实验室坐标系中, 2个平行平板之间由洛伦兹不变性破缺产生的扰动引力可用点质量公式的积分表示, 也含有 $\omega_\oplus$ 的各次谐波, 最高可包括 $\omega_\oplus$ 的4次谐波.

2 洛伦兹不变性破缺在两块平行平板间的引力

公式(6)表明洛伦兹不变性破缺的引力与距离的4次方成反比, 因而近距离下的引力实验在检验洛伦兹不变性破缺方面具有明显的优势. 然而其对方向依赖的复杂性使得两平板间的非牛顿引力由边缘效应主导. 在近距离下检验牛顿反平方定律的引力实验一般采用平行的平板几何作为检验质量与吸引质量. 1个无限大平板与1个有限平板间的牛顿引力是常数, 不随间距变化, 因此采用大面积的平板几何能有效地抑制牛顿引力信号. 但采用平板几何的设计也同样抑制了洛伦兹不变性破缺产生的扰动引力, 可以证明1个无限大平板与1个有限平板间的扰动力为零, 证明过程如下:

图1 无限大平板外部洛伦兹不变性破缺产生的加速度场 $a_{LV}^y(s)$. 无限大平板的密度为 ρ_a , 厚度为 t_a . 场点到平板表面的距离为 s . 场点到平板内任意一点 $(r \cos \varphi, -y_0, r \sin \varphi)$ 的距离为 $\sqrt{r^2 + (s + y_0)^2}$

Figure 1 Lorentz invariance violation acceleration $a_{LV}^y(s)$ on a point at distance s from an infinite plate with density ρ_a , and thickness t_a . The distance between this point and any point in the infinite plate is $\sqrt{r^2 + (s + y_0)^2}$

虽然2个点质量间洛伦兹不变性破缺的扰动力依赖于2个点质量的方向与距离,但计算2平行平板间的扰动力一般需要完成6重积分,为了简化计算,我们先考虑1个无限大平板外部扰动势产生的扰动加速度场.如图1所示,设吸引质量为一无限大平板,密度为 ρ_a ,厚度为 t_a ,场点到平板表面的距离为 s .取平板的法向为 y 轴方向,对平板中的 x - z 平面换为极坐标,场点到平板内任意一点的单位方向矢量 $\hat{x}$ 采用极坐标 (θ, φ) 表示,即将(7)式中的方向依赖性 $\bar{k}(\hat{x})$ 重新记为 $\bar{k}(\theta, \varphi)$,由对称性知场点的扰动加速度只有沿法向 y 轴的分量

$$a_{LV}^y(s) = G\rho_a \int_0^{2\pi} d\varphi \left[\int_0^\infty r dr \frac{\bar{k}(\tan^{-1} \frac{s}{r}, \varphi)}{\sqrt{r^2 + s^2}^3} - \int_0^\infty r dr \frac{\bar{k}(\tan^{-1} \frac{s+t_a}{r}, \varphi)}{\sqrt{r^2 + (s+t_a)^2}^3} \right], \quad (10)$$

作变量替换,令 $\frac{s+t_a}{r} = \frac{s}{\tilde{r}}$,则上式重写为

$$a_{LV}^y(s) = G\rho_a \left[1 - \frac{s}{s+t_a} \right] \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\infty r dr \frac{\bar{k}(\tan^{-1} \frac{s}{r}, \varphi)}{\sqrt{r^2 + s^2}^3}. \quad (11)$$

将(7)式中的 $\bar{k}(\hat{x})$ 代入(11)式并完成对无限大平板的积分,这里我们直接写出1个无限大平板与1个有限平板间洛伦兹破缺的扰动力,如图2所示,设有限大平板面积为 A_p ,密度为 ρ_p ,厚度为 t_p ,与无限大平板的间距为 d ,则扰动力

$$F_{LV}^y(d)|_{\text{infinite}} = C \left[\frac{3}{2} (\bar{k}_{\text{eff}})_{jkjk} - 9 (\bar{k}_{\text{eff}})_{jkl} \frac{\delta_{jk}}{3} + \frac{15}{2} (\bar{k}_{\text{eff}})_{jklm} \frac{\delta_{jk} \delta_{lm}}{5} \right] = 0, \quad (12)$$

其中, $C = 2\pi G\rho_p\rho_a A_p \ln \frac{(d+t_p)(d+t_a)}{(d+t_p+t_a)d}$. 因此,1个无限大平板与1个有限平板间洛伦兹不变性破缺的扰动力为零,这与(7)式中3个系数的和为零相关. 实验中一般采用的是有限面积的平板,扰动力的计算只能由数值积分完成,这样,2个有限平板间洛伦兹不变性破缺的扰动力将由其形状与边缘效应主导.

引力实验中的测量信号一般是力的变化量,当2平板的间隙从 $d_{\min}$ 变到 $d_{\max}$ 时,洛伦兹不变性破缺信号的变化可近似为

$$\Delta F_{LV}^y = F_{LV}^y(d_{\min}) - F_{LV}^y(d_{\max}) \sim \varepsilon \Delta C (\bar{k}_{\text{eff}})_{jklm}. \quad (13)$$

其中,

$$\Delta C \equiv 2\pi G\rho_p\rho_a A_p \left[\ln \frac{(d_{\min}+t_p)(d_{\min}+t_a)}{(d_{\min}+t_p+t_a)d_{\min}} - \ln \frac{(d_{\max}+t_p)(d_{\max}+t_a)}{(d_{\max}+t_p+t_a)d_{\max}} \right], \quad (14)$$

无量纲参数 ε 表示边缘效应,在一般的反平方实验中, ε 的典型量级是 10^{-2} 或 $d/\sqrt{A}$.

3 近距离下牛顿反平方定律实验中的洛伦兹不变性破缺效应

近距离下的引力实验是探索超越广义相对论的新物理的有效方法,许多用于解释引力与另外3种力差异的模型均预言牛顿引力反平方定律在近距离下将发生偏离^[21]. 在近距离,特别是毫米尺度下的引力实验均比较困难. 主要原因是当2个物体靠得比较近时,物体间的静电作用力的影响也比较大,不便于提取微弱的非牛顿引力信号. 在实验室中通常采用精密扭秤技术检验近距离下的牛顿反平方定律. 其基本原理是通过扭秤测量密度较大的两块薄金属片之间的引力相互作用随间距的变化,判断其是否满足牛顿反平方定律. 为了提高实验的灵敏度,一般采用“零”实验设计方案,即通过对称设计,使得扭秤仅对待测的非牛顿引力信号敏感,而对牛顿引力变化不敏感.

牛顿反平方定律实验一般采用如Yukawa形式的修正来表示2个点质量 m_1 和 m_2 之间的引力对牛顿反平方定律的偏离:

图2 1个无限大平板与1个有限平板间的非牛顿引力. 洛伦兹不变性破缺的扰动力为零,这意味着两块有限面积平板间扰动力由其边缘效应主导. 而2块有限面积平板间的Yukawa形式扰动力与面积成正比,边缘效应可以忽略

Figure 2 The non-Newtonian force between an infinite plate and a finite plate is zero, which means the Lorentz invariance violation force between two finite flat plates is dominated by the edge effects. However, the Yukawa-violation force is proportional to area, and the edge effects can be neglected

$$V_{\text{Yukawa}}(r) = -\alpha G \frac{m_1 m_2}{r} e^{-r/\lambda}, \quad (15)$$

r 是它们的间距, 系数 α 表示偏离反平方定律的非牛顿引力的强度, λ 为作用程. 如图 2 所示, 对于相互平行的一无限大平板与一有限面积平板之间的 Yukawa 形式的修正引力为^[21]

$$F_{\text{Yukawa}}^y(d)|_{\text{infinite}} = 2\pi\alpha G\rho_a\rho_p\lambda^2 A_p \times (1 - e^{-t_a/\lambda})(1 - e^{-t_p/\lambda})e^{-d/\lambda}. \quad (16)$$

对于实验中的 2 块有限面积的平板, 当 2 平板的尺寸远大于其间距时, Yukawa 形式的修正引力与面积成正比, 其边缘效应可以忽略, 而洛伦兹不变性破缺的修正引力由边缘效应主导.

这里主要介绍 HUST-2011 的牛顿反平方定律的实验及其对洛伦兹不变性破缺参数的限制. 实验的设计与操作见文献[22]. 我们这里简要总结一些实验的基本特征. 如图 3 所示, 实验采取的是对称设计的方案, 实验的主体部件是扭秤与吸引质量平台, 两者均采用工字型的结构, 它们各部件的尺寸也大致相近. 扭秤由 3 个玻璃块和 2 个钨片组成, 中间的玻璃横杆尺寸约为 68 mm×16 mm×8 mm, 玻璃杆两端是 2 块尺寸为 16 mm×16 mm×27 mm 的玻璃基底, 玻璃基底表面粘贴着 16 mm×16 mm×1.8 mm 的金属钨片, 一端为检验钨片(W₁), 另一端为质量配平钨片(W₂). 吸引质量平台除了工字型的 5 个方块体外, 还包括下方安装在驱动装置上的连接块. 吸引钨片的尺寸为 21 mm×21 mm×1.8 mm(W₃), 吸引质量另一端的引力配平质量是 16 mm×16 mm×7.6 mm 的钨块, 沿 y 轴方向后退大约 4 mm, 主要用来抵消吸引钨片对扭秤的牛顿引力, 使扭秤在探测灵敏度之内感受不到牛顿引

力的变化, 从而使得实验成为 1 个“零”实验. 实验时利用驱动装置周期性地改变检验钨片与吸引钨片的间距, 进而测量检验钨片与吸引钨片之间的非牛顿引力. 取面积 $A_p=16 \text{ mm} \times 16 \text{ mm}$, 厚度 $t_p=t_a=1.8 \text{ mm}$, 臂长 $l=42 \text{ mm}$, 间距变化从 $d_{\min}=0.4 \text{ mm}$ 到 $d_{\max}=1.0 \text{ mm}$, 代入公式 (14) 求得 $\Delta C_{\text{HUST}}l=9.42 \times 10^{-7} \text{ Nm/m}^2$. 利用数值积分求出的检验质量和吸引质量之间洛伦兹不变性破缺的扭转力矩为

$$\Delta\tau_{LV}^z \approx [-0.06(\bar{k}_{\text{eff}})_{xxxx} + 0.16(\bar{k}_{\text{eff}})_{xyxy} + \dots] \times 10^{-7} \text{ Nm/m}^2 \ll \Delta C_{\text{HUST}}l\bar{k}_{\text{eff}}, \quad (17)$$

即边缘效应给出的抑制因子量级为 $\epsilon \sim 0.01$. 若实验的扭转力矩灵敏度为 $0.8 \times 10^{-16} \text{ Nm}$, 则洛伦兹不变性破缺系数 $(\bar{k}_{\text{eff}})$ 的限制可粗略估计为 $0.5 \times 10^{-8} \text{ m}^2$ 的水平. 详细地分析扭转力矩随恒星时变化可进一步求得洛伦兹不变性破缺系数 $(\bar{k}_{\text{eff}})_{JKLM}$ 在日心参考系中的实验限制.

在 HUST-2011 的实验中, 扭摆的运动由比例积分微分(PID)反馈系统控制, 控制电压可以反映扭秤所受的外部力矩. 检验质量钨片和吸引质量钨片之间间距的变化通过驱动电机传动平台来调制, 驱动信号的频率为 $f_s=2\pi/500 \text{ s}$. 扭秤能探测到的最小力矩除了受热噪声的限制外, 还可能受到其他因素的影响, 如地面振动, 环境电磁场的干扰等, 扭摆的实际灵敏度一般需要通过一已知的力矩信号来标定. 实验中采用外部引力源提供一个对扭秤引力作用大小已知的力矩来标定非牛顿引力矩的大小, 标定信号的频率为 $f_c=2\pi/400 \text{ s}$. 实验记录的数据共有 12 组, 时间从 2011 年的 8 月到 10 月. 每一组数据的持续时间约

图 3 (网络版彩色)采用扭秤检验近距离下牛顿反平方定律的装置示意图

Figure 3 (Color online) Schematic drawing of testing the gravitational inverse square law at short ranges with a pendulum

为一天. 在数据处理中, 为了得到理想的非牛顿引力信号, 对每一组数据分段处理, 每段数据的时间长度为 $\Delta T = 2000$ s, 是待测的信号周期与标定信号周期的最小公倍数, 这样可降低标定信号的干扰. 每段数据给出的非牛顿引力矩信号按下式拟合求得,

$$\tau_{\text{measured}}^z(T) = \tau_{LV}(T) \cos(2\pi f_s T + \varphi), \quad (18)$$

这里关注的是洛伦兹不变性破缺的非牛顿引力矩, 初始相位 φ 由实验操作的流程确定. 在每一时间段 $\Delta T = 2000$ s 内, $\omega_{\oplus} \Delta T \ll 1$, 可以忽略 $\tau_{LV}(T)$ 的变化, 即在每个时间小段内我们取 $\tau_{LV}(T)$ 近似为常数. 图4给出了洛伦兹不变性破缺的非牛顿引力矩 $\tau_{LV}(T)$ 随着时间 T 的变化曲线, 曲线的时间轴折叠到了一个周期中, 每一个点代表 2000 s 内测量的平均值. 图4没有画出误差棒, 误差主要由统计不确定度确定. 在日心参考系中, 可将时间的零点 $t=0$ 重新设置为 2011 年的平春分点(对应的世界时为 3 月 20 日 23 时 21 分). 在实验室参考系中, 当 Y 轴沿东方向时定义时间 $T=0$. 这 2 个时间之间的相对差可由相位 $\omega_{\oplus}(T-t) \approx -1.35$ 描述. (实验室的位置: 东经 114.4° , 余纬度 $\chi = 59.5^\circ$)

将(8)式代入(9)式, 在恒星时间 T 中, $\tau_{LV}(T)$ 可以进一步表示成傅里叶级数,

$$\tau_{LV}(T) = c_0 + \sum_{m=1}^4 [c_m \cos(m\omega_{\oplus} T) + s_m \sin(m\omega_{\oplus} T)] \times \frac{\sin(m\omega_{\oplus} \Delta T / 2)}{m\omega_{\oplus} \Delta T / 2}. \quad (19)$$

图4 (网络版彩色) $\tau_{LV}(T)$ 随时间的变化曲线. 这里将随时间的变化折叠到了一个恒星日周期中, 即取 $T \rightarrow \text{mod}(T, \frac{2\pi}{\omega_{\oplus}})$

Figure 4 (Color online) Dependence of $\tau_{LV}(T)$ on time, where it has been folded into a sidereal day period, that is $T \rightarrow \text{mod}(T, \frac{2\pi}{\omega_{\oplus}})$

最后一项为 ΔT 时间内的数据平均对傅里叶振幅的修正. 对于角频率为 $m\omega_{\oplus}$ 的正弦信号, ΔT 时间内的数据平均使傅里叶振幅略微降低约

$$1 - \frac{\sin(m\omega_{\oplus} \Delta T / 2)}{m\omega_{\oplus} \Delta T / 2} \approx 0. \quad \text{傅里叶振幅系数是 } (\bar{k}_{\text{eff}})_{JKLM}$$

的函数, 依赖于检验质量与吸引质量的几何构形, 相对位置及实验室余纬度, 其理论结果只能由数值积分给出, 例如, 与 $(\bar{k}_{\text{eff}})_{JKLM}$ 有关的系数 c_0 和 c_1 通过数值积分求得,

$$\begin{aligned} c_0 &= [-0.012(\bar{k}_{\text{eff}})_{XXXX} - 0.012(\bar{k}_{\text{eff}})_{YYYY} \\ &\quad + 0.025(\bar{k}_{\text{eff}})_{ZZZZ} - 0.024(\bar{k}_{\text{eff}})_{XXYY} \\ &\quad + 0.011(\bar{k}_{\text{eff}})_{XXZZ} + (\bar{k}_{\text{eff}})_{YYZZ}] \times 10^{-7} \text{ Nm/m}^2, \\ c_1 &= [-0.085(\bar{k}_{\text{eff}})_{XXXZ} - 0.002(\bar{k}_{\text{eff}})_{YYYZ} \\ &\quad - 0.006(\bar{k}_{\text{eff}})_{ZZZX} - 0.032(\bar{k}_{\text{eff}})_{ZZZY} \\ &\quad - 0.002(\bar{k}_{\text{eff}})_{XXYZ} - 0.085(\bar{k}_{\text{eff}})_{YYXZ}] \times 10^{-7} \text{ Nm/m}^2. \quad (20) \end{aligned}$$

$\tau_{LV}(T)$ 的系统误差约为 0.9×10^{-6} Nm, 来源于检验质量和吸引质量的定位与尺寸误差, 也包括力矩的标定误差. 系统误差的最大部分源于牛顿力矩的不确定度. 然而, 牛顿力矩并不随恒星时 T 变化, 它只影响常数项 c_0 . 因此, c_0 的不确定度主要由系统误差确定, 而时变部分的傅里叶系数 c_i 和 s_i ($i=1, 2, 3, 4$) 的不确定度主要由统计误差确定. 对于 HUST-2011 实验, 洛伦兹不变性破缺力矩(19)式中的 9 个傅里叶分量 c_i 和 s_i 可从实验数据中提取出来, 见表 1. 像公式(20)那样, 每一个模式都是洛伦兹不变性破缺系数 $(\bar{k}_{\text{eff}})_{JKLM}$ 的函数.

4 近距离反平方实验对洛伦兹不变性破缺参数的限制

表 1 中的 9 个傅里叶分量均是洛伦兹不变性破缺系数 $(\bar{k}_{\text{eff}})_{JKLM}$ 的函数, 然而, 由实验数据提取的 9 个测量信号分量不能够独立地限制 $(\bar{k}_{\text{eff}})_{JKLM}$ 中的 15 个自由度. 这里采用文献[1, 16]中的方法, 通过假定其他 14 个自由度的系数为零, 每次只考虑一个 $(\bar{k}_{\text{eff}})_{JKLM}$ 自由度的系数, 利用表 1 按最小二乘原理依次对每个 $(\bar{k}_{\text{eff}})_{JKLM}$ 分量给出其量级估计. 表 2 第 3 列为 HUST-2011 实验对 $(\bar{k}_{\text{eff}})_{JKLM}$ 在 2σ 误差水平的上限估计, 与由(17)式求得的粗略估计 $0.5 \times 10^{-8} \text{ m}^2$ 水平相符合.

表 1 HUST-2011 实验中洛伦兹不变性破缺力矩的傅里叶振幅^[17](10⁻¹⁶ Nm)Table 1 Fourier amplitudes of Lorentz invariance violation force in HUST-2011 experiment^[17](10⁻¹⁶ Nm)

模式	测量值
c_0	-0.22±0.95
c_1	0.13±0.22
s_1	-0.40±0.23
c_2	-0.04±0.22
s_2	0.20±0.22
c_3	-0.30±0.22
s_3	0.25±0.23
c_4	-0.06±0.23
s_4	0.05±0.23

目前,利用近距离反平方实验确定洛伦兹不变性破缺参数上限的研究仍处于起步阶段,现有的实验结果除了HUST-2011的扭秤实验外,还有印第安纳大学的IU-2012/2002钨振荡器的实验结果^[19,23,24].印第安纳大学反平方定律实验检验的基本装置是测量2个厚度为250 μm的平行钨片间的非牛顿引力,钨片之间的平均间距为80 μm.其中1个钨片是扭转结构的微型振子,作为弱力探测器的检验质量,其共振频率接近1 kHz.另1个钨片为吸引质量,在PZT的推动下以探测器的共振频率上下运动.检验质量和吸引质量重叠部分的面积是 $A_p=5.7\text{ mm}\times5.08\text{ mm}$.当间距从最小60 μm到最大100 μm变化时,由公式(14)求得 $\Delta C_{\text{Indiana}}=15.1\times10^{-7}\text{ N/m}^2$.洛伦兹不变性破缺的非牛顿引力由数值积分给出

$$\Delta F_{LV} \approx \left[0.1(\bar{k}_{eff})_{xxxx} + 0.5(\bar{k}_{eff})_{xyxy} + \dots \right] \times 10^{-7}\text{ N/m}^2 \ll \Delta C_{\text{Indiana}} \bar{k}_{eff}. \quad (21)$$

表 2 反平方实验对洛伦兹不变性破缺系数的限制^[16,17]Table 2 Constraints of the Lorentz invariance violation coefficients in inverse square experiment^[16,17]

洛伦兹不变性 破缺系数	IU-2012/2002 实验结果(10 ⁻⁷ m ²)	HUST-2011 实验 结果(10 ⁻⁸ m ²)
$(k_{eff})_{xxxx}$	1.1±3.1	-0.2±2.8
$(k_{eff})_{yyyy}$	0.4±3.1	0.4±2.8
$(k_{eff})_{zzzz}$	0.6±2.5	-0.9±7.7
$(k_{eff})_{xxxxy}$	-3.4±15.8	0.4±1.3
$(k_{eff})_{xxxzx}$	-8.1±10.7	0.1±0.5
$(k_{eff})_{yyyx}$	-4.4±15.8	0.6±1.3
$(k_{eff})_{yyyz}$	4.6±9.6	-0.4±0.5
$(k_{eff})_{zzzx}$	-5.4±16.6	1.3±1.4
$(k_{eff})_{zzzy}$	3.4±17.8	0.2±1.3
$(k_{eff})_{xxyy}$	0.4±1.5	-0.1±1.7
$(k_{eff})_{xxzz}$	0.2±1.6	-0.2±1.0
$(k_{eff})_{yyzz}$	0.5±1.6	0.2±1.0
$(k_{eff})_{xxyz}$	-2.7±5.5	-0.5±0.5
$(k_{eff})_{yyxz}$	5.0±6.6	0.2±0.5
$(k_{eff})_{zzxy}$	-0.7±1.9	-0.2±0.5

其边缘效应的抑制因子约为 $\varepsilon\sim0.03$.因此,实验对系数 $(\bar{k}_{eff})_{JKLM}$ 的探测灵敏度可以由热噪声($\sim10\text{ fN}$)与(21)式的标度因子($\sim0.05\text{ }\mu\text{N/m}^2$)之比,粗略地估计为 $2\times10^{-7}\text{ m}^2$ 的水平.详细的分析见文献[19],表2第2列为Indiana-2012/2002实验对 $(\bar{k}_{eff})_{JKLM}$ 在 2σ 误差水平的上限估计,比HUST-2011的实验结果低约1个量级.

5 总结与展望

洛伦兹对称性是时空的基本对称性,在闵氏时空中这种对称性是整体的,在弯曲时空中,洛伦兹对称性成为局域的.人们目前构建的一些量子引力理论的框架中都暗示了洛伦兹不变性在普朗克能标下破缺的可能性,探测洛伦兹破缺将为我们打开窥探新物理学的窗口.从实验上讲,洛伦兹不变性作为理论的假设和实验的总结,需要不断地被检验.洛伦兹不变性的破缺可以产生大量的可观测效应,目前洛伦兹不变性在纯物质部分、物质-引力耦合上也已经被极大地限制^[1,2],在纯引力部分下,含黎曼曲率张量2次耦合的洛伦兹破缺项产生的引力与距离的4次方成反比,这样近距离牛顿反平方定律实验在探索这类洛伦兹不变性破缺方面具有明显的优势^[3,16,17].对于某些含曲率平方项的修正引力理论,如 R^2 , $R^{\alpha\beta}R_{\alpha\beta}$, $R^{\alpha\beta\gamma\delta}R_{\alpha\beta\gamma\delta}$ 项及更一般的 $f(R)$ 理论,它们主要用于暗能量问题的研究,天文观察对这些理论已经给出了较强的限制^[25],其在实验室尺度近距离下的引力规律较为复杂,如 $f(R)$ 理论中的变色龙机制,局部的引力强烈地依赖于周围物体的密度与形状,

目前这类理论还没有出现4次方反比的引力修正。

目前所有近距离牛顿反平方定律的实验均采用平板几何构型,用于测量Yukawa形式的非牛顿引力,一无限大平板与一个有限平板间的Yukawa形式的非牛顿引力与面积成正比,当两平板的尺寸远大于其间距时,其边缘效应可以忽略。然而对于洛伦兹不变性破缺产生的修正引力,由于其对方向依赖的复杂性,使得一个无限大平板与一个有限平板间的修正引力为零,这意味着2个有限平板间洛伦兹不变性破缺的修正引力由边缘效应主导,因此采用大面积平板几何设计的引力实验对于探测洛伦兹不变性破缺而言,并非最好的设计方案,也许采用条状分布或皱

纹结构的平板具有更强的边缘效应。尽管如此,现有的近距离引力实验对洛伦兹不变性破缺系数的限制仍可达到 10^{-8} m^2 的水平。

近距离反平方实验测量的洛伦兹不变性破缺力矩一般随恒星时 T 变化,最高可包含 $\omega_{\oplus}$ 的4次谐波,由傅里叶分析可提取9个测量信号,而洛伦兹破缺系数 $(\bar{k}_{\text{eff}})_{JKLM}$ 有15个独立自由度,9个测量不可能独立地限制15个系数 $(\bar{k}_{\text{eff}})_{JKLM}$ 。若将多个实验小组,具有不同设计方案的近距离反平方实验联合起来,对实验数据联合分析,有望独立地限制15个系数 $(\bar{k}_{\text{eff}})_{JKLM}$,此方面的国际合作正在进行中。

参考文献

- 1 Kostecký V A, Russell N. Data tables for Lorentz and CPT violation. *Rev Mod Phys*, 2011, 83: 11
- 2 Will C M. The confrontation between general relativity and experiment. *Living Rev Relativ*, 2014, 17: 4
- 3 Bailey Q G, Kostecký V A, Xu R. Short-range gravity and Lorentz violation. *Phys Rev D*, 2015, 91: 022006
- 4 Kostecký V A, Samuel S. Spontaneous breaking of Lorentz symmetry in string theory. *Phys Rev D*, 1989, 39: 683
- 5 Kostecký V A, Potting R. CPT and strings. *Nucl Phys B*, 1991, 359: 545; CPT, strings, and meson factories. *Phys Rev D*, 1995, 51: 3923
- 6 Kostecký V A, Tasson J D. Prospects for large relativity violations in matter-gravity couplings. *Phys Rev Lett*, 2009, 102: 010402
- 7 Colladay D, Kostecký V A. CPT violation and the standard model. *Phys Rev D*, 1997, 55: 6760
- 8 Colladay D, Kostecký V A. Lorentz-violating extension of the standard model. *Phys Rev D*, 1998, 58: 116002
- 9 Kostecký V A. Gravity, lorentz violation, and the standard model. *Phys Rev D*, 2004, 69: 105009
- 10 Battat J B R, Chandler J F, Stubbs C W. Testing for lorentz violation: Constraints on standard-model-extension parameters via lunar laser ranging. *Phys Rev Lett*, 2007, 99: 241103
- 11 Muller H, Chiow S W, Herrmann S, et al. Atom-interferometry tests of the isotropy of post-newtonian gravity. *Phys Rev Lett*, 2008, 100: 031101
- 12 Chung K Y, Chiow S W, Herrmann S, et al. Atom interferometry tests of local Lorentz invariance in gravity and electrodynamics. *Phys Rev D*, 2009, 80: 016002
- 13 Iorio L. Orbital effects of Lorentz-violating standard model extension gravitomagnetism around a static body: A sensitivity analysis. *Class Quant Grav*, 2012, 29: 175007
- 14 Bailey Q G, Everett R D, Overduin J M. Limits on violations of Lorentz symmetry from Gravity Probe B. *Phys Rev D*, 2013, 88: 102001
- 15 Shao L. Tests of Local lorentz invariance violation of gravity in the standard model extension with pulsars. *Phys Rev Lett*, 2014, 112: 111103
- 16 Long J C, Kostecký V A. Search for Lorentz violation in short-range gravity. *Phys Rev D*, 2015, 91: 092003
- 17 Shao C G, Tan Y J, Tan W H, et al. Search for Lorentz invariance violation through tests of the gravitational inverse square law at short ranges. *Phys Rev D*, 2015, 91: 102007
- 18 Bluhm R, Kostecký V A, Lane C D, et al. Probing Lorentz and CPT violation with space-based experiments. *Phys Rev D*, 2003, 68: 125008
- 19 Bluhm R, Kostecký V A, Lane C D, et al. Clock-comparison tests of lorentz and CPT symmetry in space. *Phys Rev Lett*, 2002, 88: 090801
- 20 Kostecký V A, Mewes M. Signals for Lorentz violation in electrodynamics. *Phys Rev D*, 2002, 66: 056005
- 21 Adelberger E G, Gundlach J H, Heckel B R, et al. Torsion balance experiments: A low-energy frontier of particle physics. *Prog Part Nucl Phys*, 2009, 62: 102-134
- 22 Yang S Q, Zhan B F, Wang Q L, et al. Test of the gravitational inverse square law at millimeter ranges. *Phys Rev Lett*, 2012, 108: 081101

- 23 Long J C, Chan H W, Churnside A B, et al. Upper limits to submillimetre-range forces from extra space-time dimensions. *Nature*, 2003, 421: 922
 - 24 Yan H, Housworth E A, Meyer H O, et al. Absolute measurement of thermal noise in a resonant short-range force experiment. *Class Quant Grav*, 2014, 31: 205007
 - 25 Boubekeur L, Giusarma E, Mena O, et al. Current status of modified gravity. *Phys Rev D*, 2014, 90: 103512
-

Search for Lorentz invariance violation by tests of the gravitational inverse square law at short ranges

SHAO ChengGang, CHEN YaFen & TAN YuJie

Ministry of Education Key Laboratory of Fundamental Physical Quantities Measurement, School of Physics, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China

We review the recent development on search for Lorentz invariance violation by tests of the gravitational inverse square law at short ranges. Inverse-square law tests usually use planar geometry to search for the non-Newtonian gravity, which are also well suited for exploration of local Lorentz invariance for spacetime-based gravitation. Recent studies of Lorentz invariance violation in pure gravity sector show that the general quadratic curvature coupling will lead to interesting new effects in short range experiments, resulting in the sidereal variations in the non-Newtonian force between two metal plates at short ranges. We show that the Lorentz invariance violation force between two finite flat plates is dominated by the edge effects, which adds an extra suppression factor. Nevertheless, the best current constraints of the Lorentz invariance violating coefficients are determined at a level of 10^{-8} m^2 .

gravitational experiments, Newtonian inverse-square law, standard model extension, Lorentz invariance violation

doi: 10.1360/N972015-00929