基于麦克斯韦张量法的交流磁轴承径向悬浮力建模

张维煜, 朱焜秋*

江苏大学电气信息工程学院, 镇江 212013

* 联系人, E-mail: zwy_729@163.com

2011-10-16 收稿, 2012-01-13 接受

国家自然科学基金(50575099, 60974053)、江苏省“六大人才高峰”(2011-ZBZZ026)、江苏省研究生科研创新计划(CXZZ11_0570)、江苏高校优势学科建设工程(苏政办发[2011]6号)和国家高技术研究发展计划(2007AA042213)资助

摘要 交流磁轴承具有无摩擦、无磨损、无需润滑、密封且成本低、损耗少、寿命长等优点, 在高速运动场合、低速洁净工况场合都有潜在的应用前景. 力求解决目前交流磁轴承径向悬浮力建模存在的不够精确、不够直接、不具有通用性等不足, 提出了一种基于麦克斯韦张量法的交流磁轴承径向悬浮力建模方法, 这种方法使得交流磁轴承建模准确、直接且具有通用性. 采用基于麦克斯韦张量法的交流磁轴承径向悬浮力建模方法, 建立了交流二自由度混合磁轴承的悬浮力数学模型, 其表达式被证明与采用等效磁路法建立的悬浮力表达式形式一致(仅相差系数关系), 表明所建模型的正确性及所提出方法的可行性. 并在此基础上, 针对建模过程中的关键环节, 对该建模方法进行直接性与通用性分析. 最后给出了基于交流二自由度混合磁轴承模型的实验系统控制框图, 并设计了相关实验, 对基于麦克斯韦张量法所建立的交流二自由度混合磁轴承悬浮力模型的正确性进行了实验验证, 实验结果表明提出的建模方法较等效磁路法更具有精确性.

关键词

交流磁轴承
悬浮力
数学模型
麦克斯韦张量法
建模

磁轴承可利用磁场力将转子悬浮于空间, 使其与定子没有机械接触的一种新型支承轴承. 若按线圈中控制电流的性质区分, 磁轴承可分为交流磁轴承与直流磁轴承. 长期以来国内外主要致力于研究直流磁轴承^[1,2], 而针对交流磁轴承的研究则在近几年才展开, 并且引起国内外专家的广泛关注^[3-6]. 交流磁轴承可在高速飞轮储能、高速电主轴、无轴承电机、混合动力汽车、垂直轴风力发电系统等高速运动场合具有广阔的应用前景, 也可在组装流水线、传送带以及化工机械、食品机械、造纸机械、纺织印染机械等需耐蚀场合、低速洁净无法加油的工况场合发挥其优势.

相比于直流磁轴承, 交流磁轴承在节约成本、降低损耗方面具有明显的优势. 在硬件方面: 区别于直流磁轴承采用双极性或单极性功放给控制线圈提供控制电流, 交流磁轴承则采用交流三相功率逆变器

给控制线圈提供控制电流, 并且只需一个三相功率逆变器就可完全控制径向二自由度磁轴承, 且三相逆变器应用技术成熟, 体积小, 功率损耗小, 成本低. 在软件方面: 交流磁轴承采用广泛应用于电机控制中的矢量控制策略, 由于其技术成熟, 易于控制系统软件的编程与移植, 从而也减小了磁轴承控制系统软件开发成本.

为了使交流磁轴承实现更精确的控制, 建立其准确的径向悬浮力数学模型尤为重要. 文献[7]的建模对象为一款三极结构的交流主动磁轴承. 在理想条件假设下, 在计算转子表面受到的麦克斯韦张力时, 没有针对于转子表面进行完整的积分, 而是针对磁极的等效面积并采用麦克斯韦力的简化公式求解径向悬浮力表达式, 使得分解到 x, y 两坐标轴的径向悬浮力不够精确. 文献[8]中的建模对象为一款交流驱动的三极结构磁轴承, 文中没有直接推导其径

英文引用格式: Zhang W Y, Zhu H Q. A novel modeling method for radial suspension forces of AC magnetic bearings (in Chinese). Chin Sci Bull (Chin Ver), 2012, 57: 976-986, doi: 10.1360/972011-868

向悬浮力的表达式,而是采用等效磁路法,经过细致的等效磁路分析后画出等效磁路图,再进行公式推导,使得建立径向悬浮力数学模型的过程不具有直接性,增加了计算量与复杂性.文献[9]中除建立了一款三极结构的交流磁轴承的径向悬浮力数学模型之外,还涉及了两种对称结构的交流磁轴承(6极、12极),由于其等效磁路明显不同于具有交叉耦合效应的三极结构交流磁轴承.所以,文献[9]中针对三极结构的磁轴承建模推导过程不适用于具有对称结构的磁轴承,需要重新进行细致的磁路推导,因此该方法不具有通用性.以上3个文献中所介绍方法的弊端代表了目前交流磁轴承径向悬浮力建模中存在的主要问题,即径向悬浮力建模不够精确,计算不够直接,不具有通用性.

交流磁轴承的工作原理是基于无轴承电机的悬浮原理^[10,11]:转矩绕组极对数 P_M 为0,径向悬浮力绕组极对数 P_B 为1,满足径向悬浮力产生的条件 $P_B=P_M\pm1$,且采用三相功率逆变器给径向悬浮力绕组提供控制电流^[8],因而具有这种特殊结构的交流磁轴承实际上可以看作是一种特殊的无轴承电机,即只产生径向悬浮力而不提供转矩的无轴承电机.本文基于交流磁轴承的结构和工作原理与无轴承电机悬浮子系统的相似性,参考无轴承电机径向悬浮力数学模型的建立方法,力求建立精确、直接、通用的交流磁轴承径向悬浮力数学模型,提出了一种基于麦克斯韦张量法的交流磁轴承径向悬浮力建模方法.此方法在交流磁轴承径向悬浮力数学建模过程中有以下优点:(i)避免了使用麦克斯韦力简化公式参与计算所导致计算结果不够精确的弊端,且针对转子表面所受的麦克斯韦力进行完整的积分运算;(ii)避免了在建模过程中需要依据建模对象进行细致的等效磁路分析后再进行公式推导所导致计算过程不具有直接性的弊端,只需直接根据建模对象的结构及磁路特征、磁轴承类型修改麦克斯韦张力的表达式;(iii)避免了建模过程中需要依据不同类型及结构的建模对象进行具体的磁路分析后建模所导致不具有通用性的弊端,只需参考本文介绍的交流磁轴承径向悬浮力模型实例的流程,修改建模过程中的关键表达式即可完成悬浮力建模.因此,该方法使得建模过程精确、直接,还可作为交流磁轴承径向悬浮力数学模型建模的通用方法.

本文运用交流磁轴承的悬浮原理,提出基于麦

克斯韦张量法的交流磁轴承径向悬浮力建模方法,建立交流二自由度混合磁轴承的径向悬浮力数学模型.并且与采用等效磁路法建立的交流二自由度混合磁轴承径向悬浮力模型作比较,结果表明两种方法建立的悬浮力表达式形式一致(仅相差系数关系),体现该模型及方法的正确、可行性.还针对建模过程中的关键环节,给出其他类型交流磁轴承的建模实例,体现所提出方法的直接、通用性.最后依据建立交流二自由度混合磁轴承径向悬浮力数学模型,给出了实验系统控制框图,并设计实验,对基于麦克斯韦张量法所建立的交流混合磁轴承径向悬浮力模型进行了实验验证,实验结果表明本文提出的方法较等效磁路法更具有精确性.

1 交流二自由度混合磁轴承结构及悬浮原理

本文在建立交流二自由度混合磁轴承的径向悬浮力数学模型之前,首先针对其基本结构及径向悬浮力产生原理进行阐述.

1.1 基本结构

交流二自由度混合磁轴承的基本结构如图1所示,定子为双片式六极(2×3极)布置的结构.永磁体被叠压在两个定子之间,并且用隔磁铝环进行固定.在每个单片磁轴承的三个磁极上分别绕有三相控制线圈,通入三相交流电后产生控制磁通,从而调节气隙磁通的分布,确保转子处于平衡位置.

1.2 磁路示意图

图2为交流二自由度混合磁轴承的磁路示意图.图中带箭头的实线表示永磁体产生的静态偏磁磁通,

图1 交流二自由度混合磁轴承三维结构图

图 2 交流二自由度混合磁轴承磁路示意图

1, 永磁体; 2, 控制线圈; 3, 定子; 4, 转子; 5, 偏置磁通;
6, 控制磁通

它从永磁体的 N 极出发, 经过工作气隙、转子、工作气隙、另一侧的定子磁极, 最后回到永磁体的 S 极; 带箭头的虚线表示控制磁通, 由于永磁体的相对磁导率较小, 控制磁通只在各侧定子的内部以及转子和气隙中形成回路, 与偏磁磁通互不干扰, 不存在磁路耦合^[12]。

1.3 交流二自由度混合磁轴承径向悬浮力产生的基本原理

交流磁轴承中的径向悬浮力主要为麦克斯韦力, 在具有不同磁导率(如空气和铁心)的磁性物质边界上所产生的磁张应力称为麦克斯韦力^[13], 其大小与转子表面磁通密度的平方成正比, 方向为垂直介质表面向外^[14]。对于交流二自由度混合磁轴承而言, 其麦克斯韦力由两部分组成^[15]: 一部分是在不施加控制电流的情况下, 转子在永磁体产生的偏磁磁场中发生偏心所产生的麦克斯韦力; 另一部分是转子在永磁体产生的偏磁磁场中处于平衡位置, 施加控制电流所产生的麦克斯韦力。

2 交流二自由度混合磁轴承悬浮力数学模型

本文鉴于无轴承电机径向悬浮力数学模型的建立方法, 采用麦克斯韦张量法对交流二自由度混合磁轴承的径向悬浮力进行建模。

2.1 基于麦克斯韦张量法建立交流二自由度混合磁轴承悬浮力数学模型

为便于对交流二自由度混合磁轴承径向悬浮力进行分析, 作如下假设^[16]: (1) 三相控制线圈在空间对称分布, 电流产生的磁势在气隙中正弦分布, 忽略其高次谐波分量; (2) 忽略定子磁极间的漏感、绕组端部漏感和磁饱和效应; (3) 忽略铁磁材料非线性磁饱和、涡流及铁心损耗; (4) 为了计算简便且使此类

磁轴承结构逼近无轴承电机定子的结构, 本文所罗列的计算过程首先围绕单片二自由度交流磁轴承展开, 即实际转子受到的麦克斯韦力为单片磁轴承控制情况下的 2 倍。

(i) 转子受力分析. 根据麦克斯韦张量法^[15], 转子表面沿空间角度 θ 处单位面积 dS 上受到的麦克斯韦力可表示为

$$dF(\theta) = \frac{B^2(\theta, t) \cdot dS}{2\mu_0} = \frac{B^2(\theta, t)}{2\mu_0} \cdot (lrd\theta), \quad (1)$$

式中, l 为转子等效长度, r 为转子半径, μ_0 为真空磁导率。

当转子受到外扰力 f 作用发生偏心时, 转子表面沿空间角度 θ 处单位面积 dS 上所受的合力 F_j 为

$$\begin{aligned} dF_j(\theta) &= d\left(\frac{B^2(\theta, t)}{2\mu_0} \cdot S + f\right) = \frac{B^2(\theta, t) \cdot dS}{2\mu_0} + f_0 \cdot dS \\ &= \frac{B^2(\theta, t)}{2\mu_0} \cdot (lrd\theta) + f_0 \cdot dS, \end{aligned} \quad (2)$$

式中, f_0 为作用到转子表面单位面积上的外扰力。

对于交流磁轴承, 当三相控制线圈中通入三相控制电流, 在气隙中产生旋转磁场, 在转子上产生与外扰力方向相反的麦克斯韦力, 来克服引起转子偏心的外扰力和转子偏心产生的麦克斯韦力, 从而实现磁轴承转子的稳定悬浮。本文在接下来的建模过程中, 首先建立转子所受的径向悬浮力(麦克斯韦力)模型, 然后再建立转子所受的合力模型。

将转子所受的麦克斯韦力分解为沿 x , y 正交轴上的分量为

$$\begin{cases} dF_x(\theta) = dF(\theta) \cos \theta = \frac{B^2(\theta, t) \cdot lr \cos \theta}{2\mu_0} d\theta, \\ dF_y(\theta) = dF(\theta) \sin \theta = \frac{B^2(\theta, t) \cdot lr \sin \theta}{2\mu_0} d\theta, \end{cases} \quad (3)$$

式中, μ_0 为真空磁导率。

对于设计好的交流磁轴承系统, l 与 r 均为定值, 因此上式中麦克斯韦力沿 x , y 轴的分量只取决于气隙中磁通密度的分布情况, 即 $B(\theta, t)$ 的表达式。当转子中心位于平衡位置(中心位置), 即转子未出现偏心, 永磁体在气隙中产生的偏磁通密度沿圆周均匀分布, 气隙磁通密度为常值。当转子受到外扰力 f 而发生偏心时, 磁轴承的气隙不再均匀分布, 气隙磁通密度不再为常值。本文由于考虑转子受到外扰力的作用而发生偏心的情况, 在计算转子所受麦克斯韦力时, 关键是确定此状态下不均匀气隙中的磁通密度表达式,

图 3 所示为转子偏心时刻的示意图。

图 3 中, f_x, f_y 为外扰力 f 在 x, y 轴上的分量, O 为未发生偏心的转子中心位置, O' 为发生偏心后的转子中心位置, x_0, y_0 为转子中心 O' 相对于 O 的位移坐标, δ_0 为转子没有发生偏心情况下的均匀气隙长度, α 为转子发生偏心时的偏心角。

偏心角的表达式为

$$\alpha = \arctan(y_0 / x_0), \quad (4)$$

其偏心方向定义为指向气隙最小处的方向, 即转子发生偏心的方向与转子受到的外扰力方向相同。

通常转子的偏心程度由偏心率表示, 偏心率为

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{x_0^2 + y_0^2}}{\delta_0}. \quad (5)$$

本文介绍的交流二自由度混合磁轴承转子上的麦克斯韦力由控制线圈与永磁体产生的气隙磁通密度共同决定, 因此, 需要对控制线圈和永磁体产生的气隙磁通密度分别进行分析, 然后将其相加求和。

(ii) 计算控制线圈产生的气隙磁通密度. 当控制线圈中通入三相交流电时, 忽略控制线圈产生的气隙磁动势高次谐波, 控制线圈产生的气隙磁动势基波为

$$f_2(\theta, t) = F_2 \cos(\theta - \omega t - \varphi), \quad (6)$$

式中, F_2 为控制线圈产生的磁动势基波幅值, φ 为 $t=0$ 时刻磁动势矢量空间相位角, θ 为气隙空间机械角度, ω 为电流变化的电角度。

考虑转子偏心, 则空间角度 θ 处气隙长度表示为

$$\delta(\theta, t) = \delta_0(1 - \varepsilon \cos(\theta - \alpha)). \quad (7)$$

在 t 时刻转子偏心情况下, 控制线圈在气隙中任意角度处产生的磁通密度为

图 3 转子偏心受力图

$$\begin{aligned} B_2(\theta, t) &= f_2(\theta, t) \cdot \frac{\mu_0}{2\delta(\theta, t)} \\ &= F_2 \cos(\theta - \omega t - \varphi) \cdot \frac{\mu_0}{2\delta_0(1 - \varepsilon \cos(\theta - \alpha))}. \end{aligned} \quad (8)$$

当对称三相交流电流通过对称三相线圈时, A, B, C 三相分别产生幅值相等、时间上相位互差 120° 电角度的气隙磁动势(脉振磁动势), 三相磁动势合成一个旋转的磁动势. 该建模对象(交流二自由度混合磁轴承)由于其独特的三极结构且线圈呈集中式分布, 使得磁动势几乎都降落在每个磁极下的气隙中, 即磁通仅在磁极对应下面的区域中通过, 磁极之间的漏磁通可以忽略. 此磁轴承定子磁极极弧角度为 90° , 则有:

$$\begin{cases} F_{2A}, & \theta \in \left(-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right), \\ F_{2B}, & \theta \in \left(\frac{5\pi}{12}, \frac{11\pi}{12}\right), \\ F_{2C}, & \theta \in \left(\frac{13\pi}{12}, \frac{19\pi}{12}\right), \end{cases} \quad (9)$$

其中,

$$F_2 = \frac{3}{2}F_{2A} = \frac{3}{2}F_{2B} = \frac{3}{2}F_{2C} = \frac{3}{2} \cdot \frac{N_3 I}{p}, \quad (10)$$

式中, F_{2A}, F_{2B}, F_{2C} 分别为 A, B, C 三相电流分别产生幅值相等、时间上相位互差 120° 电角度的气隙磁动势的幅值, F_2 为控制线圈产生的磁动势基波幅值(三相气隙磁动势合成的旋转磁动势的幅值). N_3 为三相线圈每相有效匝数, I 为每相线圈通入电流的幅值, p 为旋转磁场的极对数. 其中本文所描述的交流二自由度混合磁轴承的旋转磁场极对数 p 为 1。

由文献[3]可得控制线圈产生的气隙磁通密度幅值为

$$B_2 = \frac{\mu_0 \cdot F_2}{2\delta_0}. \quad (11)$$

将 F_2 表达式代入式(8), 同时 ε 数值很小, 在计算过程中忽略其平方项, 因此

$$B_2(\theta, t) = B_2 \cos(\theta - \omega t - \varphi)(1 + \varepsilon \cos(\theta - \alpha)). \quad (12)$$

(iii) 计算永磁体产生的气隙磁通密度. 永磁体产生的磁动势为

$$F_1 = H_m h_m, \quad (13)$$

式中, H_m 为永磁体工作点磁场强度; h_m 为永磁体磁化方向长度。

在 t 时刻转子偏心情况下, 永磁体在气隙中任意

角度 θ 处产生的磁通密度为

$$B_1(\theta, t) = F_1 \cdot \frac{\mu_0}{2\delta(\theta, t)} = \frac{F_1 \cdot \mu_0}{2\delta_0(1 - \varepsilon \cos(\theta - \alpha))}. \quad (14)$$

转子在没有发生偏心时, 永磁体在单片磁轴承内产生的磁通密度幅值为

$$B_1 = \frac{F_1 \cdot \mu_0}{2\delta_0}, \quad (15)$$

同时忽略 ε 的平方项, 可得

$$B_1(\theta, t) = B_1(1 + \varepsilon \cos(\theta - \alpha)), \quad (16)$$

其中永磁体产生的气隙磁通密度幅值为

$$B_1 = \frac{\mu_0}{2\delta_0} \cdot H_m \cdot h_m. \quad (17)$$

(iv) 计算麦克斯韦力 F_x, F_y . 根据气隙中的磁场叠加原理, 永磁体与控制线圈在气隙中共同产生的磁通密度 $B(\theta, t)$ 为

$$\begin{aligned} B(\theta, t) &= B_1(\theta, t) + B_2(\theta, t) \\ &= (1 + \varepsilon \cos(\theta - \alpha)) \cdot (B_1 + B_2 \cos(\theta - \omega t - \varphi)). \end{aligned} \quad (18)$$

由于磁动势几乎都降落在每个磁极下的气隙中, 所以麦克斯韦力在 x, y 轴上的分量为

$$\left\{ \begin{aligned} F_x &= \int_0^{2\pi} \frac{B^2(\theta, t) \cdot lr \cos \theta d\theta}{2\mu_0} \\ &= \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{B^2(\theta, t) \cdot lr \cos \theta d\theta}{2\mu_0} + \int_{\frac{11\pi}{12}}^{\frac{13\pi}{12}} \frac{B^2(\theta, t) \cdot lr \cos \theta d\theta}{2\mu_0} \\ &\quad + \int_{\frac{19\pi}{12}}^{\frac{5\pi}{12}} \frac{B^2(\theta, t) \cdot lr \cos \theta d\theta}{2\mu_0}, \\ F_y &= \int_0^{2\pi} \frac{B^2(\theta, t) \cdot lr \sin \theta d\theta}{2\mu_0} \\ &= \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{B^2(\theta, t) \cdot lr \sin \theta d\theta}{2\mu_0} + \int_{\frac{11\pi}{12}}^{\frac{13\pi}{12}} \frac{B^2(\theta, t) \cdot lr \sin \theta d\theta}{2\mu_0} \\ &\quad + \int_{\frac{19\pi}{12}}^{\frac{5\pi}{12}} \frac{B^2(\theta, t) \cdot lr \sin \theta d\theta}{2\mu_0}. \end{aligned} \right. \quad (19)$$

由于 ε, B_2 数值很小, 为简单起见, 在计算过程中忽略它们的平方项, 化简之后得

$$\left\{ \begin{aligned} F_x &= \frac{lr}{2\mu_0} \left(\frac{3\pi}{2} B_1 B_2 \cos \varphi + \frac{3\pi}{2} \varepsilon B_1^2 \cos \alpha \right), \\ F_y &= \frac{lr}{2\mu_0} \left(\frac{3\pi}{2} B_1 B_2 \sin \varphi + \frac{3\pi}{2} \varepsilon B_1^2 \sin \alpha \right). \end{aligned} \right. \quad (20)$$

式(20)等式中前一项是控制线圈产生磁场生成的可控的径向悬浮力, 可通过调节控制线圈的电流来控制气隙磁场的分布, 从而实现其控制.

(v) 求解麦克斯韦力 F_{ix}, F_{iy} 表达式. 由式(11), (17)及式(20)且采用 Clark 坐标变换将分解到 x, y 轴上的麦克斯韦力的第一项(可控径向悬浮力 F_{ix}, F_{iy})与相应分解到 x, y 轴上的电流对应起来. 由式(10)可知, 三相合成电流的幅值为每相线圈通电电流幅值的 $3/2$ 倍, 因此可得可控径向悬浮力的模型为

$$\left\{ \begin{aligned} F_{ix} &= \frac{3\pi lr H_m h_m \mu_0 \cdot \frac{3}{2} \cdot N_3 I \cos \varphi}{16\delta_0^2} \\ &= \frac{3\pi lr H_m h_m \mu_0 N_3 \cdot \left(\frac{3}{2} \cdot I \cos \varphi \right)}{16\delta_0^2} \\ &= \frac{3\pi lr H_m h_m \mu_0 N_3}{16\delta_0^2} \cdot i_{xc}, \\ F_{iy} &= \frac{3\pi lr H_m h_m \mu_0 \cdot \frac{3}{2} \cdot N_3 I \sin \varphi}{16\delta_0^2} \\ &= \frac{3\pi lr H_m h_m \mu_0 N_3 \cdot \left(\frac{3}{2} \cdot I \sin \varphi \right)}{16\delta_0^2} \\ &= \frac{3\pi lr H_m h_m \mu_0 N_3}{16\delta_0^2} \cdot i_{yc}, \end{aligned} \right. \quad (21)$$

式中, i_{xc}, i_{yc} 为三相合成电流的幅值经过 Clark 变换到 x, y 轴的电流分量.

由文献[17]可知, 当三相总磁动势与二相总磁动势相等时, 两相线圈瞬时磁动势在 x, y 轴上的投影都该相等, 则有

$$\begin{bmatrix} i_x \\ i_y \end{bmatrix} = \frac{N_3}{N_2} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix}, \quad (22)$$

式中, i_A, i_B, i_C 为三相控制电流; N_2 为三相线圈变换为等效两相线圈的每相有效匝数; i_x, i_y 为考虑变换前后总功率不变时, 三相控制电流经过 $3/2$ 变换到 x, y 轴方向的电流. 其中,

$$\frac{N_3}{N_2} = \sqrt{\frac{2}{3}}, \quad (23)$$

因此,

$$\begin{bmatrix} i_x \\ i_y \end{bmatrix} = \frac{N_3}{N_2} \cdot \begin{bmatrix} i_{xc} \\ i_{yc} \end{bmatrix}, \quad (24)$$

即

$$\begin{bmatrix} i_{xc} \\ i_{yc} \end{bmatrix} = \frac{N_2}{N_3} \cdot \begin{bmatrix} i_x \\ i_y \end{bmatrix}. \quad (25)$$

考虑变换前后总功率不变的情况, 将式(21)由简单的 Clark 变换转换为 3/2 变换的形式

$$\begin{cases} F_{ix} = \frac{3\pi l r H_m h_m \mu_0 N_3}{16\delta_0^2} \cdot i_{xc} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{3\pi l r H_m h_m \mu_0 N_3}{16\delta_0^2} \cdot i_x, \\ F_{iy} = \frac{3\pi l r H_m h_m \mu_0 N_3}{16\delta_0^2} \cdot i_{yc} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{3\pi l r H_m h_m \mu_0 N_3}{16\delta_0^2} \cdot i_y. \end{cases} \quad (26)$$

(vi) 求解麦克斯韦力 F_{ix}, F_{iy} 表达式. 式(20)后半部分是转子偏心产生的麦克斯韦力, 可得在 x, y 方向上分力 F_{ix}, F_{iy} , 该力大小与偏心距成正比, 方向与转子偏心方向一致, 如式(27)所示

$$\begin{cases} F_{ix} = \frac{3\pi l r \varepsilon B_1^2}{16\delta_0^2} \cdot \cos \alpha = \frac{3\pi l r \varepsilon H_m^2 h_m^2 \mu_0}{16\delta_0^2} \cdot \cos \alpha \\ = \frac{3\pi l r H_m^2 h_m^2 \mu_0}{16\delta_0^3} \cdot x, \\ F_{iy} = \frac{3\pi l r \varepsilon B_1^2}{16\delta_0^2} \cdot \sin \alpha = \frac{3\pi l r \varepsilon H_m^2 h_m^2 \mu_0}{16\delta_0^2} \cdot \sin \alpha \\ = \frac{3\pi l r H_m^2 h_m^2 \mu_0}{16\delta_0^3} \cdot y. \end{cases} \quad (27)$$

(vii) 求解麦克斯韦力 F_{xx}, F_{yy} 表达式. 由于交流二自由度混合磁轴承为双片结构, 所以转子所承受的麦克斯韦力为单片磁轴承控制情况下的 2 倍, 所以得

$$\begin{cases} F_{xx} = 2F_x = 2 \left(\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{B^2(\theta, t) \cdot l r \cos \theta d\theta}{2\mu_0} \right. \\ \left. + \int_{\frac{5\pi}{12}}^{\frac{11\pi}{12}} \frac{B^2(\theta, t) \cdot l r \cos \theta d\theta}{2\mu_0} + \int_{\frac{13\pi}{12}}^{\frac{19\pi}{12}} \frac{B^2(\theta, t) \cdot l r \cos \theta d\theta}{2\mu_0} \right), \\ F_{yy} = 2F_y = 2 \left(\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{B^2(\theta, t) \cdot l r \sin \theta d\theta}{2\mu_0} \right. \\ \left. + \int_{\frac{5\pi}{12}}^{\frac{11\pi}{12}} \frac{B^2(\theta, t) \cdot l r \sin \theta d\theta}{2\mu_0} + \int_{\frac{13\pi}{12}}^{\frac{19\pi}{12}} \frac{B^2(\theta, t) \cdot l r \sin \theta d\theta}{2\mu_0} \right), \end{cases} \quad (28)$$

即

$$\begin{cases} F_{xx} = 2F_{ix} + 2F_{ix} \\ = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{3\pi l r H_m h_m \mu_0 N_3}{8\delta_0^2} \cdot i_x + \frac{3\pi l r H_m^2 h_m^2 \mu_0}{8\delta_0^3} \cdot x, \\ F_{yy} = 2F_{iy} + 2F_{iy} \\ = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{3\pi l r H_m h_m \mu_0 N_3}{8\delta_0^2} \cdot i_y + \frac{3\pi l r H_m^2 h_m^2 \mu_0}{8\delta_0^3} \cdot y. \end{cases} \quad (29)$$

从式(29)中可以看出径向悬浮力有二部分构成: 第一项为线圈通电产生的麦克斯韦力(可控径向悬浮力), 第二项为转子偏心产生的麦克斯韦力.

(viii) 计算偏心率范围. 转子所受的合力, 应该为转子所受的径向悬浮力与转子所受的外扰力之和, 设转子所受外扰力为 f , 则转子所受合力在 x, y 轴上的分量为

$$\begin{cases} F_{jx} = F_{xx} + f \cdot \cos \alpha = F_{xx} + f_x, \\ F_{jy} = F_{yy} + f \cdot \sin \alpha = F_{yy} + f_y, \end{cases} \quad (30)$$

式中, F_{jx}, F_{jy} 为转子上所受的合力 F_j 在 x, y 轴上的分量, f_x, f_y 为外扰力 f 在 x, y 轴上的分量. 则有

$$\begin{cases} F_{jx} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{3\pi l r H_m h_m \mu_0 N_3}{8\delta_0^2} \cdot i_x + \frac{3\pi l r H_m^2 h_m^2 \mu_0}{8\delta_0^3} \cdot x + f_x, \\ F_{jy} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{3\pi l r H_m h_m \mu_0 N_3}{8\delta_0^2} \cdot i_y + \frac{3\pi l r H_m^2 h_m^2 \mu_0}{8\delta_0^3} \cdot y + f_y. \end{cases} \quad (31)$$

由以上分析可知, 转子受到外扰力 f 而发生偏心时是靠通入控制线圈的电流产生的可控径向悬浮力使偏心转子拉回到平衡. 为了能将偏心转子拉回, 可控径向悬浮力必须大于或等于转子所受外扰力和转子偏心时产生的麦克斯韦力及之和. 因此有

$$\begin{cases} \frac{3\pi l r H_m h_m \mu_0 \cdot \frac{3}{2} \cdot N_3 I \cos \varphi}{16\delta_0^2} \geq \left(\frac{3\pi l r \varepsilon H_m^2 h_m^2 \mu_0}{8\delta_0^2} + f \right) \cdot \cos \alpha, \\ \frac{3\pi l r H_m h_m \mu_0 \cdot \frac{3}{2} \cdot N_3 I \sin \varphi}{16\delta_0^2} \geq \left(\frac{3\pi l r \varepsilon H_m^2 h_m^2 \mu_0}{8\delta_0^2} + f \right) \cdot \sin \alpha, \end{cases} \quad (32)$$

可得偏心率范围为

$$\varepsilon \leq \frac{9\pi l r H_m h_m \mu_0 N_3 I - 32 f \delta_0^2}{12\pi l r H_m^2 h_m^2 \mu_0}. \quad (33)$$

2.2 基于等效磁路法建立交流二自由度混合磁轴承径向悬浮力数学模型

由文献[12]可得基于等效磁路法对此交流二自由度混合磁轴承径向悬浮力数学模型的详细推导过程, 本文不再进行重复性推导. 最后得到分解到 x, y 轴的麦克斯韦力公式 F_{xx}, F_{yy} 为

$$\begin{bmatrix} F_{xx} \\ F_{yy} \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{3}{2}} K_{ir} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_x \\ i_y \end{bmatrix} + \frac{3}{2} K_{xy} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, \quad (34)$$

式中, 力/电流系数 K_{ir} 的表达式为 $K_{ir} = \frac{\mu_0 N_3 F_1 S}{2\delta_0^2}$,

力/位移系数 K_{xy} 的表达式为 $K_{xy} = \frac{\mu_0 F_1^2 S}{2\delta_0^3}$, S 为磁极的等效面积. 因此转子所受的合力为

$$\begin{bmatrix} F_{jx} \\ F_{jy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{xx} \\ F_{yy} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \end{bmatrix}. \quad (35)$$

2.3 两种方法建模结果对比

为了验证本文所提出方法的可行性,此节将采用两种方法建立交流二自由度混合磁轴承的数学模型进行比较.本文2.2节中提到的 K_{ir} 中的 S 由交流混合磁轴承的结构决定:式(1)中的 l (转子等效长度)对于交流二自由度混合磁轴承而言代表单片定子的轴向长度;由于此轴承的气隙长度为0.5 mm(由于辅助轴承限制,实际工作气隙0.25 mm),因此 S (磁极的等效面积)之和逼近于本文2.2节所示麦克斯韦力积分表达式中基于转子表面面积;由于此磁轴承的每个定子磁极对应的极弧角度为 90° (1/4圆周长),因此磁极的等效面积逼近于转子表面面积的1/4(磁极的等效面积等价于磁极所对应的转子表面面积)即:

$$S = \frac{1}{4} \cdot 2\pi r \cdot l, \quad (36)$$

于是 K_{ir} 可表示为

$$K_{ir} = \frac{\mu_0 N_3 F_1 S}{2\delta_0^2} = \frac{\mu_0 N_3 F_1 \pi r l}{4\delta_0^2}, \quad (37)$$

同理 K_{xy} 可表示为

$$K_{xy} = \frac{\mu_0 F_1^2 S}{2\delta_0^3} = \frac{\mu_0 F_1^2 \pi r l}{4\delta_0^3}, \quad (38)$$

将 $F_1 = H_m h_m$ 代入式(37), (38), 得

$$K_{ir} = \frac{\mu_0 N_3 F_1 S}{2\delta_0^2} = \frac{\mu_0 N_3 \cdot H_m h_m \cdot \pi r l}{4\delta_0^2}, \quad (39)$$

$$K_{xy} = \frac{\mu_0 F_1^2 S}{2\delta_0^3} = \frac{\mu_0 F_1^2 \pi r l}{4\delta_0^3} = \frac{\mu_0 \cdot H_m^2 h_m^2 \cdot \pi r l}{4\delta_0^3}. \quad (40)$$

将式(49), (40)代入式(34), 得转子所受麦克斯韦力为

$$\begin{bmatrix} F_{xx} \\ F_{yy} \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \frac{\mu_0 N_3 \cdot H_m h_m \cdot \pi r l}{4\delta_0^2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_x \\ i_y \end{bmatrix} + \frac{3}{2} \cdot \frac{\mu_0 \cdot H_m^2 h_m^2 \cdot \pi r l}{4\delta_0^3} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}. \quad (41)$$

因此转子所受合力为

$$\begin{bmatrix} F_{jx} \\ F_{jy} \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \frac{\mu_0 N_3 \cdot H_m h_m \cdot \pi r l}{4\delta_0^2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_x \\ i_y \end{bmatrix} + \frac{3}{2} \cdot \frac{\mu_0 \cdot H_m^2 h_m^2 \cdot \pi r l}{4\delta_0^3} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \end{bmatrix}. \quad (42)$$

对比式(31)和式(42)可知,两个表达式的形式一

致.对于力/电流系数而言,如果将磁极的等效面积等价于磁极所对应区域的转子表面面积,则两个系数的唯一区别仅为3/2倍关系.对于力/位移系数而言,采用两种方法建模的两个系数的微小差别仅取决于磁极等效面积与磁极所对应区域的转子表面面积的倍数关系.

2.4 基于麦克斯韦张量法的直接性、通用性分析

(i) 若建模对象为交流主动磁轴承,交流主动磁轴承的偏磁磁通密度由偏磁电流决定,且通入的偏磁电流产生的径向悬浮力用于使转子在平衡位置(中心位置)平衡转子的自重.若平衡位置在非中心位置,则通入的偏磁电流产生的径向悬浮力还用于平衡转子由于偏移于中心位置产生的麦克斯韦径向悬浮力.因此,一旦转子悬浮的平衡位置及转子质量确定,偏磁电流值固定不变.而当转子相对于平衡位置(中心位置或非中心位置)发生偏心时,由控制电流产生的可控径向悬浮力使其回到平衡位置实现稳定悬浮.因此,交流主动磁轴承的偏磁磁通密度表达式较式(16)有明显的不同,其偏磁磁通密度表达式为

$$B_1(\theta, t) = B_1, \quad (43)$$

则依照式(18)的组成形式(气隙磁通密度值为偏磁磁通密度与控制磁通密度之和),此时的交流主动磁轴承磁通密度的表达式为

$$\begin{aligned} B(\theta, t) &= B_1(\theta, t) + B_2(\theta, t) \\ &= B_1 + B_2 \cos(\theta - \omega t - \varphi). \end{aligned} \quad (44)$$

此处,研究对象均为交流磁轴承,其磁通密度由二部分构成.其中控制磁通皆由通入控制线圈的三相交流电产生,因此控制磁通的磁通密度表达式皆由旋转磁动势决定.另一部分是偏磁磁通密度表达式的确定,根据不同类型的磁轴承(主动或混合),确定偏磁磁通密度表达式是常量还是与转子偏心量有关(文中有所区别两种情况的表达式),只需根据以上简单的分析,修改式(16), (18)的参数,就可简单快速的确定所建模对象的磁通密度表达式.因此,通过分析磁通密度的特征,根据不同交流磁轴承的结构与磁路特征而改写公式(具有通用性质的公式,如式(16), (18)),而不需要细致地磁路推导而确定磁通密度的表达式,简化了建模步骤.

(ii) 式(19)中积分项上下限是根据建模对象定子磁极的极弧角度而定.在分段求解径向悬浮力时,可根据不同的磁轴承结构确定积分上下限的值.若所

建模对象为六级磁轴承, 定子磁极极弧角度 50° , 则积分项上下限取值范围分别为 $(-5\pi/36, 5\pi/36)$, $(-7\pi/36, 17\pi/36)$, $(-19\pi/36, 29\pi/36)$, $(-31\pi/36, 41\pi/36)$, $(-43\pi/36, 53\pi/36)$, $(-55\pi/36, 65\pi/36)$.

(iii) 观察式(19)中积分项共有 3 段, 是因为本文的建模对象为三极磁轴承结构, 若建模对象的定子磁极数目为 N ($N=3, 6, 12, \dots$), 则麦克斯韦径向悬浮力的积分表达式分为 N 项之和, 每相依据极弧角度确定上下限即可. 如上例所示, 对于 6 极磁轴承, 则麦克斯韦径向悬浮力的积分表达式分为 6 项之和.

由此可见, 本文所提出的交流磁轴承径向悬浮力建模方法相比于等效磁路法更具有直接性. 不需要依据所需建模对象的类型(主动磁轴承或者混合磁轴承)及结构(双片、单片、磁极的数目、形状不同等)进行细致的基于等效磁路的公式推导, 只需根据建模对象的结构及磁路特征(磁通密度的组成部分及特征)、磁轴承类型修改麦克斯韦张力的表达式. 在基于麦克斯韦张量法对交流磁轴承进行建模时, 不需要依据对象进行细致地磁路分析并画出等效磁路图, 可以采用本文针对交流二自由度混合磁轴承的建模流程进行推导. 推导过程中只需根据具体建模对象改变建模过程中的关键表达式: 可以根据磁轴承的具体类型确定气隙中的磁通密度的表达式, 即修改文中式(18)的表达式; 同样根据磁轴承的结构形式确定麦克斯韦径向悬浮力的积分上下限与积分段数, 即将文中式(19)中的积分项进行修改. 因此使用该方法使得交流磁轴承建模直接且具有通用性, 可作为交流磁轴承径向悬浮力数学模型建模的通用方法.

3 实验验证与分析

3.1 实验系统控制框图

一个完整的转子模型包含 6 个刚体自由度, 绕转轴的转动由电机驱动, 本文研究的交流二自由度混合磁轴承作为转轴的一端, 另一端由一个交直流三自由度混合磁轴承支承^[8]. 交流二自由度混合磁轴承控制系统由控制器、功率放大模块、样机本体与位移检测模块组成, 控制结构框图如图 4 所示.

3.2 径向悬浮力模型实验分析

该控制系统中, 采用的 DSP 中 ADC 转换模块的输入电压范围是 0~3 V, 而位移传感器的输出电压为

图 4 交流二自由度混合磁轴承控制框图

-2~-18 V, 因此位移传感器检测到的位移信号不能直接输入到 DSP 中, 必须经过位移接口电路对电压进行调节. 由于安装了辅助轴承对磁轴承系统进行保护, 使得磁轴承的工作气隙限制在 0.25 mm 内, 具体调试过程中, 使转子在最小位移(相对于中心位置 -0.25 mm)时对应的接口电路输出电压为 0.2 V, 转子在最大位移(相对于中心位置 0.25 mm)时对应的接口电路输出电压为 2.6 V, 即 1.4 V 表示转子的平衡位置(中心位置, 即 0 mm).

本文所进行推导的径向悬浮力数学模型是基于转子在平衡位置附近的线性化后的模型, 只对磁轴承线性化模型适用范围内的径向悬浮力进行了测试. 由于该磁轴承的结构特殊性(三极), 又由于式(31)和式(42)表达式中 x 方向与 y 方向的电流、位移与力的关系一致, 因此, 为了简化实验, 只进行 x 方向的控制电流、转子偏心位移与径向悬浮力 F_{xx} 的关系实验研究, 即可测试所建模型的精确性.

(i) 测试控制电流与径向悬浮力关系的实验分析. 本节实验目的是测试控制电流 i_x 与径向悬浮力 F_{xx} 的关系, 由转子所受合力的表达式(41)及(42)可知, 实验中要求转子的偏移量为零, 而控制电流不为零. 首先通过调节 PID 参数使磁轴承在平衡位置处于稳定的静态悬浮, 确保 x 方向不受转子重力的影响. 然后在转子的 x 方向加外扰力(恒定的负载), 使转子被迫偏离平衡位置, 此时磁轴承控制系统将调节控制电流, 克服引起转子偏心的外扰力和转子偏心产生的麦克斯韦力, 使转子恢复到中心位置(平衡位置, 位移 0 mm), 从而实现磁轴承转子的稳定悬浮, 此时由控制电流产生的径向悬浮力等于所加载的外扰力. 通过记录所加载不同外扰力时, 转子处于平衡位置时所需要的控制电流, 即可计算出控制电流与径向

悬浮力的关系. 若实验对象为交流主动磁轴承, 也可依照以上分析的方法进行控制电流与径向悬浮力关系的测试实验.

(ii) 测试转子偏移量与径向悬浮力关系的实验分析. 本节实验目的是测试转子偏移量 x 与径向悬浮力 F_x 的关系, 由转子所受合力的表达式(41)及(42)可知, 实验中要求系统在控制电流为零, 而转子的偏移量不为零. 可以通过改变平衡位置的参考电压, 令转子的平衡位置偏离原中心位置, 调节 PID 参数, 确保磁轴承在平衡位置稳定悬浮. 若是交流主动磁轴承, 需要调整偏磁电流来平衡转子偏移于中心位置产生的麦克斯韦径向悬浮力及转子的自重, 保证转子在稳定悬浮时的控制电流为零; 若是交流混合磁轴承, 由于偏磁磁场是由永磁体产生(转子在永磁体产生的偏磁磁场中稳定悬浮, 其重力可以忽略不计), 当转子偏心时产生的麦克斯韦径向悬浮力无法通过调整偏磁电流来抵消, 因此需要人为加载外扰力(恒定的负载)来抵消转子偏心产生的径向悬浮力. 在做此实验时, 注意将新平衡位置的方向设定在施加外扰力方向的相反方向, 否则控制电流则不为零(即不能计算出位移与径向悬浮力的关系). 若转子的平衡位置设定在外扰力方向上, 假设转子已经在平衡位置稳定悬浮, 其转子由于偏心所受到的径向悬浮力与外扰力方向一致, 此时必加控制电流才能保证转子所受合力为零, 实现稳定悬浮.

因此实验时, 首先通过改变平衡位置的参考电压改变平衡位置, 然后在转子的一端施加 x 方向的外扰力, 使转子带 x 方向负载起浮, 此时磁轴承控制系统会调节控制电流保证转子位于给定位置(新平衡位置), 直到控制电流为零. 如果转子在给定平衡位置处稳定悬浮时, 控制电流始终不为零, 则需要调整所加外扰力的大小, 直到控制电流为零. 此时转子在新的平衡位置稳定悬浮, 转子上所加载的外扰力相当于抵消转子偏移于原中心位置产生的径向悬浮力. 通过记录所加载的外扰力与转子的偏移位置(新平衡位置), 即可计算出转子偏移量与径向悬浮力的关系.

3.3 实验结果

(i) 测试控制电流与径向悬浮力的关系. 按照 3.2 节所分析的实验方法测试控制电流与径向悬浮力的关系, 记录实验数据. 由于测试数据多且过程重复, 以下只列出测试一组数据的实验结果并将测试的所

有数据绘制成曲线与前面介绍的两种建模结果进行对比.

图 5 所示为当转子在平衡位置(x, y 的接口电路输出电压均为 1.4 V , 相对于中心位置均为 0 mm)稳定悬浮时, 在 x 方向施加外扰力 100 N (恒定的负载), 经过控制系统一段时间的调节后仍然使转子回到平衡位置稳定悬浮的位移波形. 图中可以看出 x 方向上受到的扰动对 y 方向造成的影响很小, 表明该控制系统实现了 x, y 方向的解耦且具有良好的鲁棒性. 记录此时 i_A, i_B, i_C 三相电流值, 经过 $3/2$ 变化变换成 i_x 值, 经计算为 0.35 A . 记录所施加不同外扰力及转子处于平衡位置时所需要的控制电流, 将所有测试结果与前面介绍的两种建模结果进行对比, 如图 6 所示.

(ii) 测试转子偏移量与径向悬浮力的关系. 按照 3.2 节所分析的实验方法测试转子偏移量与径向悬浮力的关系, 记录实验数据. 同理, 以下只列出测试

图 5 x 方向在 100 N 外扰力情况下的位移波形

图 6 控制电流与径向悬浮力关系的实验值与计算值比较

一组数据的实验结果并将测试的所有数据绘制成曲线与前面介绍的两种建模结果进行对比。

图 7 所示为转子在新平衡位置稳定悬浮的位移波形图, 做此实验的前提条件是: 设置转子在 x 方向的新平衡位置(接口电路输出电压为 1.6 V, 相对于中心位置+0.04 mm), y 方向的平衡位置不变(接口电路输出电压为 1.4 V, 位置 0 mm), 转子在 x 负方向受到 50 N 的外扰力(恒定的负载)起浮。由图 7 可知, 经过磁轴承控制系统调节控制电流及调整所加载的外扰力, 最终保证转子在给定位置(新平衡位置)稳定悬浮, 记录此时在转子的 x 负方向所加载的外扰力已经调整为 100 N。记录所设置的不同平衡位置及转子实现稳定悬浮所需要加载的外扰力的值, 将所有测试结果与前面介绍的两种建模结果进行对比, 如图 8 所示。

图 7 新平衡位置情况下的位移波形

图 8 转子偏移与径向悬浮力关系

由图 6 及 8 可以看出, 与等效磁路法推导径向悬浮力模型相比, 基于麦克斯韦张量法推导的径向悬浮力模型与实验结果更为接近。这说明依据交流磁轴承的悬浮基本原理, 采用基于麦克斯韦张量法比等效磁路法建立交流二自由度混合磁轴承的径向悬浮力数学模型更为精确, 并可推论到基于有麦克斯韦张量法分析建立的其他类型结构的交流磁轴承径向悬浮力数学模型也是精确有效的。

4 结论

(i) 提出基于麦克斯韦张量法建立交流磁轴承径向悬浮力数学模型的方法, 建立了交流二自由度混合磁轴承的径向悬浮力数学模型, 其表达式与采用等效磁路法建立的悬浮力表达式形式一致(仅相差系数关系), 表明该数学模型推导结果正确且本文提出的方法可行有效。

(ii) 相比于传统的等效磁路法, 提出的基于麦克斯韦张量法的交流磁轴承径向悬浮力建模方法更具有直接性。在建模过程中, 不需要依据建模对象进行细致的等效磁路分析后再进行公式推导, 只需直接根据建模对象的结构及磁路特征、磁轴承类型修改麦克斯韦张力的表达式。

(iii) 提出的基于麦克斯韦张量法的交流磁轴承径向悬浮力建模方法为其他结构及类型的交流磁轴承径向悬浮力数学模型的建立提供了参考依据。建模时不需要依据对象进行细致的磁路推导, 而参考本文推导的交流二自由度混合磁轴承径向悬浮力模型推导流程, 修改建模过程中的关键表达式即可, 因此该方法可以成为交流磁轴承径向悬浮力数学模型推导的通用方法。

(iv) 设计实验, 对采用麦克斯韦张量法所建立的径向悬浮力数学模型进行实验验证, 完成控制电流与径向悬浮力及转子偏移量与径向悬浮力关系的测试。实验表明基于麦克斯韦张量法推导径向悬浮力模型与实验结果更为接近, 利用麦克斯韦张量法所推导的径向悬浮力模型比等效磁路法模型更为精确有效。

参考文献

- 1 Reichert T, Nussbaumer T, Kolar J W. Bearingless 300 W PMSM for bioreactor mixing. IEEE Trans Ind Electron, 2012, 59: 1376–1388
- 2 Usman I, Paone M, Smeds K, et al. Radially biased axial magnetic bearings/motors for precision rotary-axial spindles. IEEE ASME Trans Mechatron, 2011, 16: 411–420

- 3 Zhang W Y, Yang Z B, Zhu H Q, et al. Principle and control of radial AC hybrid magnetic bearing. In: Yu L, Hu Y F, Yu S Y, eds. Proceedings of the 12th International Symposium Conference on Magnetic Bearings (ISMB 12), 2010 Aug 22–25, Wuhan. Wuhan: Wuhan University of Technology Press, 2010. 490–496
- 4 Se Y Y, Lin Z L, Goyne C, et al. Control of compressor surge with active magnetic bearings. In: Mark W S, ed. Proceedings of the 49th IEEE Conference on Decision and Control, 2010 Dec 15–17, Atlanta, GA, USA. Piscataway: Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc Press, 2010. 4323–4328
- 5 Jugo J, Lizarraga I, Arredondo I. Nonlinear modeling and analysis of active magnetic bearing systems in the harmonic domain: A case study. IET Control Theory Appl, 2008, 2: 61–71
- 6 Sivrioglu S. Adaptive backstepping for switching control active magnetic bearing system with vibrating base. IET Control Theory Appl, 2007, 1: 1054–1059
- 7 Yang H, Zhao R X, Tang Q B, et al. Study on inverter-fed three-pole active magnetic bearing. In: Van Niemela, ed. Proceedings of the Applied Power Electronics Conference and Exposition, the 21th Annual IEEE, 2006 Mar 19–23, Texas. Texas: Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc Press, 2006. 1576–1581
- 8 Zhu H Q, Xie Z Y, Zhu D H. Principle and parameter design for AC-DC three-degree freedom hybrid magnetic bearings, China. Chin J Mech Eng, 2006, 19: 534–539
- 9 Schob R, Redemann C, Gemp T, et al. Radial active magnetic bearing for operation with a 3-phase power converter. In: Groom N J, Britcher C P, eds. Proceedings of the 4th International Symposium Conference on Magnetic Suspension Technology, 1997 Oct 30–Nov 1, Gifu, Japan. Washington, D C: NASA Conference Press, 1998
- 10 Asami K, Chiba A, Rahman M A, et al. Stiffness analysis of a magnetically suspended bearingless motor with permanent magnet passive positioning. IEEE Trans Magn, 2005, 41: 3820–3822
- 11 Chiba A, Kiryu K, Rahman M A, et al. Radial force and speed detection for improved magnetic suspension in bearingless motors. IEEE Trans Ind Appl, 2006, 42: 415–422
- 12 朱焜秋, 沈玉祥, 邬清海, 等. 交流混合磁轴承建模与控制系统. 中国电机工程学报, 2009, 29: 100–105
- 13 卜文绍. 无轴承电机通用磁悬浮模型及解耦控制系统研究. 博士学位论文. 武汉: 华中科技大学, 2007
- 14 刘婷. 永磁型动力磁轴承结构优化设计及电磁场分析. 硕士学位论文. 大连: 大连交通大学, 2009
- 15 张少如, 吴爱国, 李同华. 无轴承永磁同步电机转子偏心位移的直接控制. 中国电机工程学报, 2007, 27: 65–70
- 16 严欣平. 无轴承永磁同步电机电磁设计与控制策略研究. 博士学位论文. 重庆: 重庆大学, 2008
- 17 陈伯时. 电力拖动自动控制系统. 北京: 机械工业出版社, 2008. 197–200

A novel modeling method for radial suspension forces of AC magnetic bearings

ZHANG WeiYu & ZHU HuangQiu

School of Electrical and Information Engineering, Jiangsu University, Zhenjiang 212013, China

AC magnetic bearings have potential application prospects in high speed situations and low-speed lustration conditions with the advantages of no friction, no wear, no oil lubrication, seals, and low cost, low loss, long life and so on. For overcoming the shortcomings of modeling on radial suspension forces for AC magnetic bearing, such as imprecise model, and lack of directness and generality, a new radial suspension forces modeling method of AC magnetic bearing based on Maxwell tensor method is proposed in this paper, which makes modeling process accurate, direct and universal. The mathematical model of suspension forces for two degrees of freedom of AC hybrid magnetic bearing (HMB) is established with this proposed method, whose expression of suspension forces is proven to in accordance with the expression established by equivalent magnetic circuit method, (the only difference is the coefficient between them), so the correctness of the model and the feasibility of the method are verified by the results. Finally, the control block diagram of experimental system according to this model of two degrees of freedom AC HMB is presented and some related experiment is designed. The correctness of the suspension forces mathematical models of two degrees of freedom of AC HMB is verified by the experiment and the experimental results show that the proposed modeling method is more accurate than the equivalent magnetic circuit method.

AC magnetic bearing, suspension forces, mathematic models, Maxwell tensor method, modeling

doi: 10.1360/972011-868