量子逻辑网络下的完全多回路量子密集编码

李春燕 李熙涵 邓富国* 周萍 周宏余

(北京师范大学射线束技术与材料改性教育部重点实验室, 北京 100875; 北京师范大学低能核物理研究所, 材料科学与工程系, 北京 100875; 北京市辐射中心, 北京 100875. * 联系人, E-mail: fgdeng@bnu.edu.cn)

摘要 提出了一种完全的多回路的量子密集编码方案. 它可以提高张竞夫等人最近提出的核磁共振实现多回路量子稠密编码方案的信源容量. 信息接收方在每次循环中用两个量子比特来记录四个局域么正操作.

关键词 量子通信 量子密集编码 量子逻辑网络 完全的

量子纠缠为量子信息传送和处理提供了很多新颖的方法, 如量子计算与量子通信^[1~11]. 量子纠缠体现了量子系统的非局域性概念, 即组成量子系统的两个子系统即使相距很远也不能当作是彼此独立的. 对两个子系统独立的测量都不能得到整个量子系统的所有信息. 量子纠缠已经被广泛地应用于量子计算与量子通信领域中, 如量子密集编码^[12~14], 量子密钥分配^[15~17], 量子安全直接通信^[18~22]和量子机密共享^[23~31]等.

1992年, Bennett和Wiesner^[12]提出了第一个量子密集编码(QDC)方案. 在这个方案中, 通信双方仅传送一个粒子就可以携带2量子比特(qubit)的信息, 信源编码容量达到了最大. 通信双方中的一方(譬如Alice)先制备一个Einstein-Podolsky-Rosen (EPR)纠缠粒子对AB. 纠缠对可以处于四个Bell态中的任何一个量子态, 四个Bell态在量子力学中表示为:

$$|\phi^{\pm}\rangle_{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_A |0\rangle_B \pm |1\rangle_A |1\rangle_B), \quad (1)$$

$$|\psi^{\pm}\rangle_{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_A |1\rangle_B \pm |1\rangle_A |0\rangle_B), \quad (2)$$

其中 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 是Pauli算符 σ_z 的两个本征态. Alice将其中的粒子A发送给另一方Bob, 自己保留B粒子. Bob随机地选择一个局域么正操作 U_i ($i = 0, 1, 2, 3$)作用在收到的粒子A上, 完成信息的编码. 这四种么正操作分别为: $U_0 \equiv I$, $U_1 \equiv \sigma_z$, $U_2 \equiv \sigma_x$, $U_3 \equiv i\sigma_y$. 原来的EPR纠缠粒子对经Bob的局域么正操作后, 其量子态将变成一个新的Bell态. 当Alice对这两个粒子做联合Bell基测量时, 她就可以获得Bob的操作信息. 通过这种方式, Bob只需要对处于最大纠缠态的一个粒子进行操作就可以传输超过一个比特(bit)的信息, 因为处于纠缠态的一个粒子可以从通信的一方到另一方

传送2比特的经典信息, 量子密集编码成倍地增加了信源编码的容量. 如果使用 d 维量子系统, 量子密集编码的信息容量就会更大^[5,10]. 到目前为止, 人们在各种不同的实验中实现了量子密集编码^[32~39].

最近, 张竞夫等人^[40]提出了一种多回路的量子密集编码方案, 本文中简称为ZXWDL方案. 他们利用处于直积态的 $m+1$ 个粒子, 通信一方Bob只需要对1个粒子操作 m 次, 就可以传送 2^{m+1} 个信息给另一方Alice. 每次的操作可以用 $O_b R_z(\phi_k)$ 来表示, 其中 $O_b = I$ 或 σ_x ; $R_z(\phi_k) = e^{i\phi_k \sigma_z/2}$, $\phi_k = -2k\pi/2^m$ ($k = 0, 1, 2, \dots, 2^m-1$). 很明显, O_b 表示粒子的比特位操作, $R_z(\phi_k)$ 表示相位操作. Alice对 m 个粒子做量子反傅利叶变换, 然后测量所有 $m+1$ 个粒子, 她就可以得到这 2^{m+1} 个信息. 他们的工作^[40]在3量子比特的核磁共振(NMR)系统中得到了验证, 并且在文章中给出了很好的实验结果. 本文中, 我们将提高ZXWDL方案^[40]的信源编码容量, 即通过旅行粒子 m 个来回运动来传送 2^{2m} 个编码信息. 更确切地说, 粒子在每个来回运动中可以传送2比特信息, 这样我们的模型就变成了一个完全的多回路量子密集编码方案.

我们在图1中清晰地给出了本方案的线路图. 量子比特0是旅行粒子, 其它的粒子都是静态粒子, 其中 m 个粒子 p_j ($j = 1, 2, \dots, m$)用来存储相位操作, 另外 $m-1$ 个粒子 b_j ($j = 1, 2, \dots, m-1$)用来存储比特位操作(经最后一个来回后, 旅行粒子也用于存储比特位操作信息). 下面我们将详细地描述本方案传送 2^{2m} 个信息的过程.

Step 0: Alice制备处于相同初始态的 $2m$ 个量子比特, 并且设置 $j = 1$, 这里 j 是用来记录量子比特0传输来回次数的量.

Step 1: Alice通过操控量子比特 p_j 和0在量子比

图 1 完全多回路量子密集编码线路图

每条水平线代表 1 量子比特, 所有的量子比特处于相同的初始态 $|0\rangle$, 量子比特 0 是旅行粒子, 其他 $2m-1$ 个粒子都是静态量子比特, 其中 m 个粒子用来存储相位操作, 另外 m 个粒子(包括旅行粒子 0)用来存储比特位的操作, 它们分别用下标 p 和 b 表示; O_j ($j=1, 2, \dots, m$) = I 或 σ_x ; $R_z(\phi_k) = e^{i\phi_k \sigma_z/2}$, 其中 $\phi_k = -2k\pi/2^m$ ($k=0, 1, 2, \dots, 2m-1$). H 表示 Hadamard 操作, F^{-1} 表示反傅利叶变换

特 p_j 中存储相位操作信息. Alice 先对 p_j 粒子进行 Hadamard(H)变换, 然后对量子比特 p_j 和量子比特 0 进行控制非门操作 $C_{p_j 0}$ (p_j 为控制位, 0 为目标位). 这样 p_j 和 0 就成为了一纠缠粒子对. 然后 Alice 将粒子 0 发送给 Bob. Bob 对 0 粒子做 $O_j R_z(2^{m-j} \phi_k)$ 操作, 其中 $R_z(2^{m-j} \phi_k) = R_z^{2^{m-j}}(\phi_k)$, 即将操作 $R_z(\phi_k)$ 重复 2^{m-j} 次. Bob 操作之后将粒子 0 传回给 Alice. 这时, 两个粒子仍然处于纠缠态. Alice 再一次对粒子 p_j 和粒子 0 进行控制非门操作 $C_{p_j 0}$, 将它们解除纠缠. 这样 p_j 就记录了纠缠态的相位变换信息.

Step 2: Alice 通过对量子比特 b_j 和量子比特 0 进行两次控制非门操作 $C_{b_j 0} C_{0 b_j}$, 将 Bob 比特位的操作信息记录在粒子 b_j 中. 如果 O_j 是 I , 粒子 b_j 将不变, 仍然处于初始的 $|0\rangle$ 态; 否则 b_j 将在两次控制非门操作后变为 $|1\rangle$ 态. 另外, 经过两次控制非门的 $C_{b_j 0} C_{0 b_j}$ 操作后, 粒子 0 正好恢复至初始态 $|0\rangle$.

Step 3: 检查是否满足 $j < m$, 如果满足, j 变为 $j+1$, 并且回到 step 1 继续传输, 否则执行下一步.

Step 4: 对粒子 $p_1, p_2, \dots, p_m$ 做量子反傅利叶变换 F^{-1} , 然后对所有的静态粒子做联合测量. Alice 可以从结果中获得 Bob 加载的信息.

方案中, 我们可以用下面的公式来表示第 j 个来回运动的复合操作:

$$T_j = C_{b_j 0} C_{0 b_j} C_{p_j 0} O_j R_z(2^{m-j} \phi_k) C_{p_j 0} H_{p_j}, \quad (3)$$

通过计算得到:

<https://engine.scichina.com/doi/10.1360/05120001>

$$T_j |0\rangle_{p_j} |0\rangle_{b_j} |0\rangle_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle_{p_j} + e^{-i2^{m-j} \phi_k} |1\rangle_{p_j}) O_j |0\rangle_{b_j} |0\rangle_0, \quad (4)$$

其中 m 个来回的编码表示为 $T = T_m T_{m-1} \dots T_1$. m 个来回运动完成之后, 我们得到:

$$T |0\rangle_{p_m} |0\rangle_{p_{m-1}} \dots |0\rangle_{p_1} |0\rangle_{b_m} |0\rangle_{b_{m-1}} \dots |0\rangle_{b_1} |0\rangle_0 = \frac{1}{\sqrt{2^m}} \bigotimes_{j=1}^m (|0\rangle_j + e^{-i2^{m-j} \phi_k} |1\rangle_j) O_j |0\rangle_{b_j} |0\rangle_0. \quad (5)$$

编码的过程需要进行量子反傅利叶变换, 将(5)式变为 $|x_1\rangle_{p_1} |x_2\rangle_{p_2} \dots |x_m\rangle_{p_m} |y_1\rangle_{b_1} |y_2\rangle_{b_2} \dots |y_m\rangle_{b_m}$. 通过测量 $2m-1$ 个静态粒子和粒子 0, Alice 就可以知道 Bob 进行的操作信息. 这样就完成了 2^{2m} 个信息的传输.

实验上, 这个完全的多回路量子密集编码方案也可以用 ZXWDL 方案^[40]中的方法在 NMR 中实现. 不难证明下面两个复合操作是等价的, 即

$$C_{p_j 0} O_j R_z(\theta) C_{p_j 0} = O_j e^{i\theta \sigma_{z,p_j} \sigma_{z,0}/2}. \quad (6)$$

在 NMR 中, $e^{i\theta \sigma_{z,p_j} \sigma_{z,0}/2}$ 可以通过标准的自旋-重聚焦技术^[41], 由量子比特 p_j 和 0 之间的 J-耦合实现. (6) 式提供了一种有效的实验实现本方案的方法: 控制非门 $C_{b_j 0}$ 和 $C_{0 b_j}$ 可以通过射频脉冲和 J-耦合实现^[42], 其它的操作, 如 H 变换、 O_j 以及量子反傅利叶变换可以用 ZXWDL 方案中的方法实现^[40]. 可以证明我们的方案中要得到非平庸的结果需要至少 5 量子比特系统. 到目前为止, 7 量子比特的 NMR 量子计算机已经

实现^[43], 控制 12 量子比特的量子信息处理器也已经在实验上得到了证实^[44], 因此利用现有的NMR技术实现本方案是可行的.

本工作中, 我们提出了一种完全的多回路量子密集编码方案, 利用 $2m$ 个粒子组成的量子系统完成完全的密集编码, 即 $2m-1$ 个静态量子比特和 1 个旅行量子比特. 静态量子比特又分为两组, 其中 m 个用来记录相位操作, 另外 $m-1$ 则用来记录比特位的操作. Alice 只需操作在 Alice 与 Bob 之间传输的 1 量子比特就可以得到 2^{2m} 个量子信息. 与 ZXWDL 的方案^[40] 比较, 我们的方案有更高的容量, 因为旅行粒子在每个来回运动中携带了 2 比特的信息.

致谢 感谢张竞夫博士的热情帮助. 本工作受国家自然科学基金项目(批准号: 10604008, 10435020, 10254002, A0325401, 10374010)和北京市教育委员会共建项目建设计划(编号: XK100270454)资助.

参 考 文 献

- Nielsen M A, Chuang I L. Quantum Computation and Quantum Information. Cambridge: Cambridge University Press, 2000
- Long G L, Xiao L. Experimental realization of a fetching algorithm in a 7-qubit NMR spin Liouville space computer. J Chem Phys, 2003, 119: 8473—8481[DOI]
- Long G L, Xiao L. Parallel quantum computing in a single ensemble quantum computer. Phys Rev A, 2004, 69: 052303[DOI]
- Zhang J F, Lu Z H, Shan L, et al. Realization of generalized quantum searching using nuclear magnetic resonance. Phys Rev A, 2002, 65: 034301[DOI]
- Zhang J F, Lu Z H, Shan L, et al. Synthesizing NMR analogs of Einstein-Podolsky-Rosen states using the generalized Grover's algorithm. Phys Rev A, 2002, 66: 044308[DOI]
- Zhang J F, Long G L, Deng Z W, et al. Nuclear magnetic resonance implementation of a quantum clock synchronization algorithm. Phys Rev A, 2004, 70: 062322[DOI]
- Bennett C H, Brassard G, Crápeau C, et al. Teleportation an unknown quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen channels. Phys Rev Lett, 1993, 70: 1895—1899[DOI]
- Bouwmeester D, Pan J W, Mattle K, et al. Experimental quantum teleportation. Nature, 1997, 390: 575—579[DOI]
- Furusawa A, Sørensen J L, Braunstein S L, et al. Unconditional quantum teleportation. Science, 1998, 282: 706—709[DOI]
- Boschi D, Branca S, Martini D, et al. Experimental realization of teleportation an unknown pure quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen channels. Phys Rev Lett, 1998, 80: 1121—1125[DOI]
- Kim Y H, Kulik S P, Shih Y. Quantum teleportation of a polarization state with a complete Bell state measurement. Phys Rev Lett, 2001, 86: 1370—1373[DOI]
- Bennett C H, Wiesner S J. Communication via one- and two-particle operators on Einstein-Podolsky-Rosen states. Phys Rev Lett, 1992, 69: 2881—2884[DOI]
- Liu X S, Long G L, Tong D M, et al. General scheme for superdense coding between multiparties. Phys Rev A, 2002, 65: 022304[DOI]
- Grudka A, Wójcik A. Symmetric scheme for superdense coding between multiparties. Phys Rev A, 2002, 66: 014301[DOI]
- Gisin N, Ribordy G, Tittel W, et al. Quantum cryptography. Rev Mod Phys, 2002, 74: 145—195[DOI]
- Long G L, Liu X S. Theoretically efficient high-capacity quantum-key-distribution scheme. Phys Rev A, 2002, 65: 032302[DOI]
- Deng F G, Long G L. Controlled order rearrangement encryption for quantum key distribution. Phys Rev A, 2003, 68: 042315[DOI]
- Deng F G, Long G L, Liu X S. Two-step quantum direct communication protocol using the Einstein-Podolsky-Rosen pair block. Phys Rev A, 2003, 68: 042317[DOI]
- Yan F L, Zhang X Q. A scheme for secure direct communication using EPR pairs and teleportation. Eur Phys J B, 2004, 41: 75—78[DOI]
- Man Z X, Zhang Z J, Li Y. Deterministic secure direct communication by using swapping quantum entanglement and local unitary operations. Chin Phys Lett, 2005, 22: 18—21[DOI]
- Wang C, Deng F G, Li Y S, et al. Quantum secret direct communication with high-dimension quantum superdense coding. Phys Rev A, 2005, 71: 044305[DOI]
- Wang C, Deng F G, Long G L. Multi-step quantum secure direct communication using multi-particle Green-Horne-Zeilinger state. Opt Commun, 2005, 253: 15—20[DOI]
- Hillery M, Bužek V, Berthiaume A. Quantum secret sharing. Phys Rev A, 1999, 59: 1829—1834[DOI]
- Karlsson A, Koashi M, Imoto N. Quantum entanglement for secret sharing and secret splitting. Phys Rev A, 1999, 59: 162—168[DOI]
- Li Y M, Zhang K S, Peng K C. Multiparty secret sharing of quantum information based on entanglement swapping. Phys Lett A, 2004, 324: 420—424[DOI]
- Xiao L, Long G L, Deng F G, et al. Efficient multiparty quantum-secret-sharing schemes. Phys Rev A, 2004, 69: 052307[DOI]
- Deng F G, Li X H, Li C Y, et al. Multiparty quantum-state sharing of an arbitrary two-particle state with Einstein-Podolsky-Rosen pairs. Phys Rev A, 2005, 72: 044301
- Deng F G, Li C Y, Li Y S, et al. Symmetry multiparty-controlled teleportation of an arbitrary two-particle entanglement. Phys Rev A, 2005, 72: 022338
- Li X H, Zhou P, Li C Y, et al. Efficient symmetric multiparty quantum state sharing of an arbitrary m -qubit state. J Phys B, 2006, 39: 1975—1983[DOI]
- Deng F G, Li X H, Li C Y, et al. Quantum state sharing of an arbitrary two-qubit state with two-photon entanglements and Bell-state measurements. Eur Phys J D, 2006, 39: 459—464[DOI]
- Deng F G, Long G L, Zhou H Y. An efficient quantum secret sharing scheme with Einstein-Podolsky-Rosen pairs. Phys Lett A, 2005, 340: 43—50[DOI]
- Yan F L, Wang M Y. A scheme for dense coding in the non-symmetric operators on Einstein-Podolsky-Rosen states. Phys Rev Lett, 1992, 69: 2881—2884[DOI]

<https://engine.scichina.com/doi/10.1360/CSB2006-51-24-2838>

- metric quantum channel. Chin Phys Lett, 2004, 21: 1195—1197[DOI]
- 33 Mattle K, Weingurter H, Kwiat P G, et al. Dense coding in experimental quantum communication. Phys Rev Lett, 1996, 76: 4656—4659[DOI]
- 34 Fang X M, Zhu X W, Feng M, et al. Experimental implementation of dense coding using nuclear magnetic resonance. Phys Rev A 2000, 61: 022307[DOI]
- 35 Li X Y, Pan Q, Jing J T, et al. Quantum dense coding exploiting a bright Einstein-Podolsky-Rosen beam. Phys Rev Lett, 2002, 88: 047904[DOI]
- 36 Jing J T, Zhang J, Yan Y, et al. Experimental demonstration of tripartite entanglement and controlled dense coding for continuous variables. Phys Rev Lett, 2003, 90: 167903[DOI]
- 37 Schaetz T, Barrett M D, Leibfried D, et al. Quantum dense coding with atomic qubits. Phys Rev Lett, 2004, 93: 040505[DOI]
- 38 魏达秀, 杨晓冬, 罗军, 等. 三方量子超密编码的核磁共振实验实现. 科学通报, 2003, 48(12): 2501—2504
- 39 张竞夫, 谢竞伟, 邓志威, 等. 应用 Bell 态叠加态的量子稠密编码方案及其核磁共振实现. 中国科学, G 辑, 2004, 34(5): 502—512
- 40 张竞夫, 谢竞伟, 王川, 等. 核磁共振实现多回合量子稠密编码. 中国科学, G 辑, 2005, 35(4): 390—398
- 41 Vandersypen L M K, Chuang I L. NMR techniques for quantum control and computation. Rev Mod Phys, 2004, 76: 1037—1069[DOI]
- 42 Gershenfeld N A, Chuang I L. Bulk spin-resonance quantum computation. Science, 1997, 275: 350—356[DOI]
- 43 Knill E, Laflamme R, Martinez R. An algorithmic benchmark for quantum information processing. Nature, 2000, 404: 368—370[DOI]
- 44 Negrevergne C, Mahesh T S, Ryan C A, et al. Benchmarking quantum control methods on a 12-qubit system. Phys Rev Lett, 2006, 96: 170501[DOI]

(2006-08-15 收稿, 2006-11-11 接受)