一种基于忆阻激活函数的递归神经网络及其联想记忆

郭腾腾^{1,2}, 王丽丹^{1,2*}, 周梦哲^{1,2}, 段书凯^{1,2}

1. 非线性电路与智能信息处理重庆市重点实验室, 重庆 400715

2. 西南大学电子信息工程学院, 重庆 400715

* 通信作者. E-mail: ldwang@swu.edu.cn

收稿日期: 2017-04-16; 接受日期: 2017-05-23; 网络出版日期: 2017-09-07

国家自然科学基金 (批准号: 61372139, 61571372, 61672436) 和中央高校基本科研业务费专项资金 (批准号: XDJK2016A001) 资助项目

摘要 递归神经网络是一种非线性动力系统, 被广泛应用在联想记忆. 递归神经网络的激活函数是典型的分段线性函数, 其硬件实现繁琐. 忆阻器是非线性的动态纳米级器件, 将其用于神经网络, 可以实现低功耗、易扩展的忆阻激活函数电路. 本文利用忆阻器磁通量和电荷之间的关系特性, 提出了一种基于忆阻激活函数的递归神经网络, 并将其应用到联想记忆中. 首先, 利用忆阻器设计出二值、三值忆阻激活函数, 为递归神经网络集成电路的实现提供了有效的方法. 其次, 加入矩阵转移函数, 提出了一种基于忆阻激活函数的递归神经网络模型. 最后, 实现了二值、三值静态图像的自联想记忆和异联想记忆, 并且通过仿真实现了字母图像中的字母移动, 因而实现动态图像的联想记忆. 该研究能简化递归神经网络集成电路, 并且为实现记忆视频运动提供新的有效途径.

关键词 递归神经网络, 忆阻器, 激活函数, 多值, 联想记忆

1 引言

在过去的几十年, 递归神经网络 (recurrent neural network, RNN) 已经被广泛应用在信号处理、静态图像处理和联想记忆^[1~4]等领域. 其中, 联想记忆是基于内容的存取, 被认为是记忆原型模式的类脑设备, 以便原型模式能够用包含原型模式内容的检索方式来回想. 联想记忆分为记忆和联想两个阶段. 记忆是通过设计网络, 使网络具有稳定的平衡点. 联想是给定输入模式, 通过动力学的演化过程达到稳定状态, 回忆起已存储模式的过程. Zeng 等^[5,6]提出了递归神经网络联想记忆模型, 实现二值单个图像联想记忆应用, 但是不能实现多输出图像联想记忆. 众所周知, 当递归神经网络应用于联想记忆时, 稳定性是其应用的先决条件. 文献 [7~9] 研究了递归神经网络的稳定性所需的充分条件, 多值递

引用格式: 郭腾腾, 王丽丹, 周梦哲, 等. 一种基于忆阻激活函数的递归神经网络及其联想记忆. 中国科学: 信息科学, 2017, 47: 1226–1241, doi: 10.1360/N112016-00266
Guo T T, Wang L D, Zhou M Z, et al. A recurrent neural network based on memristive activation function and its associative memory (in Chinese). Sci Sin Inform, 2017, 47: 1226–1241, doi: 10.1360/N112016-00266

归神经网络的稳定性也已经被证明^[10]. 另外, Zeng 等^[11~13] 使用不同的激活函数, 通过推导和实验仿真证明了其稳定性. 因此, 激活函数是研究递归神经网络联想记忆的核心.

在生活中, 递归神经网络应用的一个重要步骤就是其硬件实现^[14]. 但是近年来, 关于激活函数单元的电路研究很少被涉及, 电路复杂、高能耗且不易扩展^[15], 所以不易大规模实现. 忆阻器是物理上实现的非线性动态纳米级器件, 具有低功耗和高速度的特点^[16], 能实现更高密度的集成化, 它为新型非线性电路设计提供了新的选择. 目前, 利用忆阻器已经实现可编程模拟电路的读写^[17], Wang 等提出了忆阻神经网络电路, 实现联想记忆^[18, 19]. 另外, 忆阻器作为人工神经网络的突触能够实现非易失性^[20] 模拟存储. 同时, 利用忆阻模拟神经元突触连接可以构建一类基于忆阻的时滞递归神经网络^[21]. 从另外一个角度出发, 利用忆阻器实现激活函数设计, 不仅实现了忆阻器新的应用, 而且解决了神经网络激活函数电路复杂、高能耗且不易扩展的问题.

因此, 本文利用忆阻器磁通量和电荷模型^[22], 通过对忆阻器并联特性进行分析, 实现了多值忆阻激活函数. 在此基础上, 提出了一种新的基于忆阻激活函数的递归神经网络. 不仅能实现二值、三值像素图像自联想记忆、异联想记忆, 还能实现动态图像的联想记忆. 该研究能简化递归神经网络集成电路, 并且为实现记忆视频运动提供新的有效途径.

2 一种新的基于忆阻激活函数的递归神经网络

2.1 传统递归神经网络模型及其联想记忆

一种传统的基于外部输入的递归神经网络模型^[5] 如下:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = -\mathbf{D}\mathbf{x}(t) + \mathbf{A}f(\mathbf{x}(t)) + \mathbf{B}f(\mathbf{x}(t - \tau)) + \mathbf{T}\mathbf{u}, \quad (1)$$

$$\mathbf{y}(t) = f(\mathbf{x}(t)), \quad (2)$$

其中 $\mathbf{x}(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_i(t), \dots, x_n(t))^T \in \mathbb{R}^n$, $x_i(t)$ 是第 i 个神经元在时刻 t 的状态值; $\mathbf{D} = \text{diag}(d_1, d_2, \dots, d_i, \dots, d_n)$, ($d_i > 0$) 是自适应常数; τ 是时延常数; $\mathbf{A} = (a_{ij})_{n \times n}$ 和 $\mathbf{B} = (b_{ij})_{n \times n}$ 是网络连接权值矩阵, a_{ij} 和 b_{ij} 对应为第 i 个神经元与第 j 个神经元在时刻 t 和时刻 $t - \tau$ 的连接权值; $f(x_i)$ 是传统激活函数单元; $\mathbf{T}$ 是 $n \times n$ 的转换矩阵; $\mathbf{u} = (u_1, u_2, \dots, u_n)^T$ 是外部输入向量; $\mathbf{y}(t) = (y_1(t), y_2(t), \dots, y_n(t))^T \in \mathbb{R}^n$ 是神经网络输出向量. 模型结构如图 1 所示, 由向量 $\mathbf{u}$ 组成的输入层, 在隐含层状态变量 $\mathbf{x}$ 为任意初始状态下, 经过一段时间后, 网络能稳定输出向量 $\mathbf{y}$.

递归神经网络用于联想记忆时分为记忆和联想两个部分. 记忆是原型模式, 即给定的外部输入; 联想是网络稳定的外部输出, 即回忆起已存储模式的过程. 将传统的递归神经网络应用联想记忆时, 联想记忆过程如图 2 所示, $\mathbf{x}$ 是递归神经网络神经元状态集合; $\mathbf{P}$ 为给定外部输入矩阵, 即联想记忆的输入图像; $\mathbf{Q}$ 是网络稳定时的输出矩阵, 即联想记忆输出图像, 记

$$\mathbf{P}_{m_1 \times m_2} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1m_2} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2m_2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{m_1 1} & p_{m_1 2} & \cdots & p_{m_1 m_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_1 \\ \mathbf{p}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{p}_{m_1} \end{bmatrix},$$

图 1 传统递归神经网络模型结构图

Figure 1 The structure of traditional recurrent neural network model

图 2 传统递归神经网络联想记忆过程

Figure 2 The associative memory process of traditional recurrent neural network

$$Q_{m_1 \times m_2} = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & \cdots & q_{1m_2} \\ q_{21} & q_{22} & \cdots & q_{2m_2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ q_{m_11} & q_{m_12} & \cdots & q_{m_1m_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_{m_1} \end{bmatrix},$$

其中, $m_1 \times m_2$ 是外部输入图像和输出图像的像素. 由于网络状态变量 x_i 和网络输出 y_i 是相对应的, 因此输入图像 P 和输出图像 Q 像素相等.

2.2 忆阻激活函数单元

对于传统的基于外部输入的递归神经网络, 当激活函数如图 3(a) 时, 称为二值激活函数; 激活函数如图 3(b) 时, 称为三值激活函数. 二值激活函数电路由 [15] 实现, 其电路繁琐. 三值激活函数尚未被设计, 且不能根据二值激活函数电路的 MOS 管扩展实现到多值激活函数. 然而根据忆阻器磁通量和电荷间的关系特性能实现二值、三值忆阻激活函数, 电路简单且能扩展实现其他多值激活函数电路.

忆阻器作为一个无源元件, 其基本关系被定义在磁通量电荷层面, 其符号表示如图 4(a) 所示, 通过忆阻器的电流 $i(t)$ 与其两端的电压 $v(t)$ 关系^[16] 如式 (3):

$$v(t) = \left(R_{\text{ON}} \frac{w(t)}{D} + R_{\text{OFF}} \left(1 - \frac{w(t)}{D} \right) \right) i(t), \quad (3)$$

其中, D 是忆阻器的两层氧化膜的厚度; $w(t) = \mu_V \frac{R_{\text{ON}}}{D}$ 是掺杂层宽度; μ_V 是忆阻器离子迁移速率; R_{ON} 和 R_{OFF} 分别是 $w(t) = D$ 和 $w(t) = 0$ 时的忆阻值.

忆阻器磁通量 $\varphi(t)$ 和电荷 $q(t)$ 间的关系特性^[22] 如式 (4):

$$q(t) = \begin{cases} \frac{\varphi(t) - c_1}{R_{\text{OFF}}}, & \varphi(t) < c_3, \\ \frac{\sqrt{2k\varphi(t) + M(0)^2} - M(0)}{k}, & c_3 \leq \varphi(t) < c_4, \\ \frac{\varphi(t) - c_2}{R_{\text{ON}}}, & \varphi(t) \geq c_4. \end{cases} \quad (4)$$

图 3 传统激活函数 (修改自文献 [10])

Figure 3 The traditional activation function (modified from [10]). (a) The binary activation function; (b) the three-valued activation function (modified from [10])

图 4 忆阻器模型

Figure 4 The memristor model. (a) The symbol of memristor; (b) the relationship between voltage and current; (c) the relationship between charge and memory resistance; (d) the relationship between flux and charge

忆阻器的阻值 $M(t)$ 随着流过它的电荷量 $q(t)$ 的变化而连续变化, 如式 (5):

$$M(t) = \begin{cases} R_{\text{OFF}}, & q(t) < c_5, \\ M(0) + kq(t), & c_5 \leq q(t) < c_6, \\ R_{\text{ON}}, & q(t) \geq c_6, \end{cases} \quad (5)$$

其中, $M(0)$ 是初始忆阻值, $k = \frac{(R_{\text{ON}} - R_{\text{OFF}})\mu V R_{\text{ON}}}{D^2}$, $c_1 = -\frac{[R_{\text{OFF}} - M(0)]^2}{2k}$, $c_2 = -\frac{[R_{\text{ON}} - M(0)]^2}{2k}$, $c_3 =$

图 5 二值忆阻激活函数

Figure 5 The binary memristive activation function. (a) Two memristors in parallel; (b) the $q-\varphi$ curve of two memristors in parallel; (c) the $x-y$ curve of binary memristive activation function

图 6 三值忆阻激活函数

Figure 6 The three-valued memristive activation function. (a) Four memristors in parallel; (b) the $q-\varphi$ curve of four memristors in parallel; (c) the $x-y$ curve of three-valued memristive activation function

$$\frac{R_{\text{OFF}}^2 - M(0)^2}{2k}, c_4 = \frac{R_{\text{ON}}^2 - M(0)^2}{2k}, c_5 = \frac{R_{\text{OFF}}^2 - M(0)^2}{k}, c_6 = \frac{R_{\text{ON}} - M(0)}{2k}.$$

通过以上分析可知, 忆阻器有 5 个基本参数, 分别为 μ_V , D , R_{ON} , R_{OFF} 和 $M(0)$. 选择忆阻器进行 matlab 仿真, 参数为 $\mu_V = 10^{-14} \text{ m}^2\text{s}^{-1}\text{V}^{-1}$, $D = 10 \text{ nm}$, $R_{\text{ON}} = 100 \Omega$, $R_{\text{OFF}} = 20 \text{ k}\Omega$, $M(0) = 10 \text{ k}\Omega$, 忆阻器两端的电压与电流、电荷与忆阻值、磁通与电荷的关系如图 4(b)~(d) 所示.

选择两个忆阻器 M_1 和 M_2 并联, 得到组合 $q-\varphi$ 特性曲线. 忆阻器参数如下: $R_{\text{ON}1} = R_{\text{ON}2} = 100 \Omega$, $R_{\text{OFF}1} = 20 \text{ k}\Omega$, $R_{\text{OFF}2} = 200 \text{ k}\Omega$, $M_1(0) = 110 \text{ k}\Omega$, $M_2(0) = 89 \text{ k}\Omega$, $\mu_{V1} = \mu_{V2} = 10^{-14} \text{ m}^2\text{s}^{-1}\text{V}^{-1}$, $D_1 = D_2 = 10 \text{ nm}$. 如图 5(a) 将忆阻器 M_1 和 M_2 反向并联, 两个忆阻器并联的 $q-\varphi$ 曲线如图 5(b) 所示. 组合 $q-\varphi$ 特性曲线经过基本平移转换公式, $x = \varphi - 1$ 作为激活函数的输入, $y = 100q - 1$ 作为激活函数的输出值, 得到图 5(c) 的二值忆阻激活函数, 实现 “-1”, “1” 的稳定输出.

选择 4 个忆阻器 M_1 , M_2 , M_3 和 M_4 并联, 参数如下: $R_{\text{ON}1} = R_{\text{ON}2} = R_{\text{ON}3} = R_{\text{ON}4} = 100 \Omega$, $R_{\text{OFF}1} = 20 \text{ k}\Omega$, $R_{\text{OFF}2} = R_{\text{OFF}3} = R_{\text{OFF}4} = 200 \text{ k}\Omega$, $M_1(0) = 110 \Omega$, $M_2(0) = 63 \text{ k}\Omega$, $M_3(0) = 109 \text{ k}\Omega$, $M_4(0) = 126 \text{ k}\Omega$, $\mu_{V1} = \mu_{V2} = \mu_{V3} = \mu_{V4} = 10^{-14} \text{ m}^2\text{s}^{-1}\text{V}^{-1}$, $D_1 = D_2 = D_3 = D_4 = 10 \text{ nm}$. 如图 6(a) 将忆阻器反向并联, 4 个忆阻器并联的 $q-\varphi$ 曲线如图 6(b) 所示. 组合 $q-\varphi$ 特性曲线经过基本平移转换公式, $x = \varphi - 2$ 作为激活函数的输入, $y = 100q - 1$ 作为激活函数的输出值, 得到图 6(c) 的三值忆阻激活函数, 实现三值 “-1”, “0”, “1” 的稳定输出. 两个忆阻器实现了二值忆阻激活函数, 4 个忆阻器实现了三值忆阻激活函数, 因此, 选择多个的忆阻器并联, 可实现其他多值激活函数.

图 7 基于忆阻激活函数的递归神经网络联想记忆过程

Figure 7 The associative memory process of recurrent neural network based on memristive activation function

2.3 一种基于忆阻激活函数的递归神经网络及其联想记忆

本文将忆阻激活函数应用于递归神经网络中, 提出一种基于忆阻激活函数的递归神经网络的模型, 如式 (6) 和 (7):

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = -\mathbf{D}\mathbf{x}(t) + \mathbf{A}f(\mathbf{x}(t)) + \mathbf{B}f(\mathbf{x}(t - \tau)) + \mathbf{T}\boldsymbol{\theta}(\boldsymbol{\varphi}(t)), \quad (6)$$

$$\mathbf{y}(t) = f(\mathbf{x}(t)), \quad (7)$$

其中, $f(x_i)$ 是忆阻激活函数; $\boldsymbol{\varphi}(t)$ 是外部输入向量的矩阵转移函数; $\boldsymbol{\theta}(\boldsymbol{\varphi}(t))$ 是 $\boldsymbol{\varphi}(t)$ 的列向量变换.

当基于忆阻激活函数的递归神经网络应用于联想记忆时, 其联想记忆过程如图 7 所示. 给定一个外部输入图像 $\mathbf{P}$, 经过矩阵转移函数, 在任意初始状态下, 网络稳定联想记忆输出图像 $\mathbf{Q}_1, \mathbf{Q}_2, \dots, \mathbf{Q}_n$. 与图 2 相比, 由于加入了矩阵转移函数, 既能实现传统的单个静态图像联想记忆, 又能实现多输出图像联想记忆, 即整体的动态图像联想记忆.

网络联想记忆输出的图像 $\mathbf{Q}_1, \mathbf{Q}_2, \dots, \mathbf{Q}_n$ 是相关的. 若其为字母图像, 从整体上看, 输出的多个图像是字母按照一个方向移动, 并且移动的方向由矩阵转移函数 $\boldsymbol{\varphi}(t)$ 决定. 因此, 可以通过改变 $\boldsymbol{\varphi}(t)$ 来实现相关字母图像的联想记忆移动, 即动态图像的联想记忆. 若 $\boldsymbol{\varphi}(t)$ 与 $\mathbf{P}$ 关系为式 (8), 字母图像为循环左右移动; 若 $\boldsymbol{\varphi}(t)$ 与 $\mathbf{P}$ 关系为式 (9), 字母图像为循环上下移动, 其中 $\mathbf{E}_1$ 与 $\mathbf{E}_1$ 为基本单位矩阵.

$$\boldsymbol{\varphi}(t) = \begin{cases} \mathbf{P}, & t \in (0, t_1), \\ \mathbf{P}\mathbf{E}_1, & t \in (t_1, 2t_1), \\ \mathbf{P}(\mathbf{E}_1)^2, & t \in (2t_1, 3t_1), \\ \dots & \\ \mathbf{P}(\mathbf{E}_1)^n, & t \in (nt_1, (n+1)t_1), \end{cases} \quad (8)$$

图 8 二值自联想记忆模式

Figure 8 The binary auto-associative memory pattern

$$\varphi(t) = \begin{cases} P, & t \in (0, t_1), \\ E_2 P, & t \in (t_1, 2t_1), \\ (E_2)^2 P, & t \in (2t_1, 3t_1), \\ \dots & \\ (E_2)^n P, & t \in (nt_1, (n+1)t_1). \end{cases} \quad (9)$$

假定转移矩阵函数 $\varphi(t) = P$, 则 $\theta(\varphi(t)) = [p_1, p_2, \dots, p_{m_1}]^T = [p_{11}, u_1]^T$, 那么网络联想记忆输出图像 $Q_1 = Q_2 = \dots = Q_n$, 记 $v = [q_1, q_2, \dots, q_{m_1}]^T = [q_{11}, v_1]^T$. 若 $P = Q$, 称为自联想; 若 $P \neq Q$, 称为异联想. 自联想与异联想的区别在于转换矩阵 T 的不同. 自联想的转换矩阵 T 是 $(m_1 \times m_2) \times (m_1 \times m_2)$ 的单位矩阵向量; 异联想的转移矩阵 $T = VU^{-1}$, 其中

$$U = \begin{bmatrix} p_{11} & 0 \\ u_1^T & E_{(m_1 \times m_2 - 1)(m_1 \times m_2 - 1)} \end{bmatrix}, \quad V = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ v_1^T & E_{(m_1 \times m_2 - 1)(m_1 \times m_2 - 1)} \end{bmatrix}.$$

当忆阻激活函数如图 5(c) 所示时, 为二值联想记忆; 当忆阻激活函数如图 6(c) 所示时, 为三值联想记忆. 因此, 基于忆阻激活函数的递归神经网络的联想记忆分为二值自联想记忆、二值异联想记忆、三值自联想记忆、三值异联想记忆等.

3 基于忆阻激活函数的递归神经网络的联想记忆仿真

3.1 二值忆阻激活函数自联想记忆

基于忆阻激活函数的递归神经网络, 设计一个二值图像自联想记忆仿真. 外部输入“字母 L”, 如图 8 所示 (1 是黑色, -1 是白色), 在任意初始值下, 网络联想记忆输出“字母 L”.

基于忆阻激活函数的递归神经网络参数选择如下: $\varphi(t) = P = Q$; $D = 0.7$; 忆阻激活函数见

图 9 任一初始状态下神经元状态值的变化过程

Figure 9 The changing process of neuron state variable in any initial state. (a) State variables x ; (b) the output y

图 10 任一初始状态下二值自联想记忆过程

Figure 10 The binary auto-associative memory process in any initial state

图 5(c); $\tau = 2$; 转换矩阵 T 是 12×12 的单位向量, $\theta(\varphi(t)) = [1, -1, -1, 1, -1, -1, 1, -1, -1, 1, 1, 1]^T$;

$$a_{ij} = \begin{cases} 0.10, & i = j, \\ 0.01, & i \neq j, \end{cases} \quad b_{ij} = \begin{cases} 0.10, & i = j, \\ 0.01, & i \neq j, \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, 12, \quad j = 1, 2, \dots, 12.$$

网络在任一初始状态下, 经过一段时间后达到稳定, 实现联想记忆的输出, 如图 9 为神经元状态值的变化过程. 其中图 9(a) 是状态变量 x 的变化情况, 在任意初始状态下, 经过一段时间保持不变. 图 9(b) 是网络的输出 y , 最终稳定在 -1 和 1 , 其对应的二值图像为图 10 的“字母 L”, 实现基于忆阻激活函数的递归神经网络的二值自联想记忆.

3.2 二值忆阻激活函数异联想记忆

基于忆阻激活函数的递归神经网络, 设计一个二值图像异联想记忆仿真. 如图 11 异联想记忆模式, 外部输入“字母 T”, 在任意初始值下, 网络都能联想记忆输出“字母 L”.

图 11 二值异联想记忆模式

Figure 11 The binary hetero-associative memory pattern

图 12 任一初始状态下二值异联想记忆过程

Figure 12 The binary hetero-associative memory process in any initial state

基于忆阻激活函数的递归神经网络参数选择如下: 忆阻激活函数见图 5(c);

$$a_{ij} = \begin{cases} 0.10, & i = j, \\ 0.01, & i \neq j, \end{cases} \quad b_{ij} = \begin{cases} 0.10, & i = j, \\ 0.01, & i \neq j, \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, 12, \quad j = 1, 2, \dots, 12;$$

$\tau = 2$; $D = 0.7$; 转移矩阵函数 $\varphi(t) = P$, 而 $\theta(\varphi(t)) = [1, -1, -1, 1, -1, -1, 1, -1, -1, 1, 1, 1]^T = [1, \mathbf{u}_1]^T$, $\mathbf{v} = [1, -1, -1, 1, -1, -1, 1, -1, -1, 1, 1, 1]^T = [1, \mathbf{v}_1]^T$, 因此转换矩阵为

$$\mathbf{T} = \mathbf{V} \mathbf{U}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

网络在任一初始状态下, 经过一段时间后达到稳定, 实现联想记忆的输出. 如图 12 是外部输入“字母 T”, 网络在任一初始状态下, 联想记忆输出字母“L”的过程, 即由“字母 T”联想“字母 L”, 实现基于忆阻激活函数的递归神经网络的二值异联想记忆.

3.3 三值忆阻激活函数自联想记忆

基于忆阻激活函数的递归神经网络, 设计一个三值图像自联想记忆仿真. 外部输入如图 13 所示的“带瓶盖的一个瓶子” (1 是黑色, 0 是灰色, -1 是白色).

图 13 三值自联想记忆模式

Figure 13 The three-valued auto-associative memory pattern

图 14 任一初始状态下神经元状态值的变化过程

Figure 14 The changing process of neuron state variable in any initial state. (a) State variables $\mathbf{x}$; (b) the output $\mathbf{y}$

基于忆阻激活函数的递归神经网络参数选择如下: 忆阻激活函数见图 6(c); $\tau = 2$; $\mathbf{D} = 0.7$; 转换矩阵 $\mathbf{T}$ 为 60×60 的单位向量;

$$a_{ij} = \begin{cases} 0.10, & i = j, \\ 0.01, & i \neq j, \end{cases} \quad b_{ij} = \begin{cases} 0.10, & i = j, \\ 0.01, & i \neq j, \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, 12, \quad j = 1, 2, \dots, 12;$$

$\varphi(t) = \mathbf{P} = \mathbf{Q}$, 因此, $\theta(\varphi(t)) = [1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, \dots, 1]^T$.

网络在任一初始状态下, 经过一段时间后达到稳定, 实现联想记忆的输出. 如图 14 为神经元状态值的变化过程. 其中图 14(a) 是状态变量 $\mathbf{x}$ 的变化情况, 在任意初始状态下, 经过一段时间保持不变. 图 14(b) 是网络的输出 $\mathbf{y}$, 最终稳定在 $-1, 0$ 和 1 , 其对应的二值图像为图 15 的“带瓶盖的一个瓶子”, 实现基于忆阻激活函数的递归神经网络的三值自联想记忆.

图 15 任一初始状态下三值异联想记忆过程

Figure 15 The three-valued auto-associative memory process in any initial state

3.4 三值忆阻激活函数异联想记忆

基于忆阻激活函数的递归神经网络, 设计一个三值图像异联想记忆仿真. 如图 16 异联想记忆模式, 外部输入“无瓶盖的瓶子”, 在任意初始值下, 网络联想记忆输出“带瓶盖的瓶子”.

基于忆阻激活函数的递归神经网络参数选择如下: 忆阻激活函数见图 6(c); $D = 0.7$; $\tau = 2$;

$$a_{ij} = \begin{cases} 0.10, & i = j, \\ 0.01, & i \neq j, \end{cases} \quad b_{ij} = \begin{cases} 0.10, & i = j, \\ 0.01, & i \neq j, \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, 60, \quad j = 1, 2, \dots, 60;$$

$\varphi(t) = P$, 那么 $\theta(\varphi(t)) = [1, \mathbf{u}_2]^T = [1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, -1, -1, \dots, 1]^T$, 转换矩阵 $T = VU^{-1}$, 其中 $\mathbf{v} = [1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, \dots, 1]^T = [1, \mathbf{v}_2]^T$, 那么记

$$U = \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{u}_2^T & E_{59 \times 59} \end{bmatrix}, \quad V = \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{v}_2^T & E_{59 \times 59} \end{bmatrix}.$$

网络在任一初始状态下, 经过一段时间后达到稳定, 实现联想记忆的输出. 如图 17 是外部输入“无瓶盖的瓶子”, 网络在任一初始状态下, 联想记忆输出字母“带瓶盖的瓶子”的过程, 即由“无瓶盖的瓶子”联想“带瓶盖的瓶子”, 实现基于忆阻激活函数的递归神经网络的三值异联想记忆.

3.5 字母图像循环左右移动

基于忆阻激活函数的递归神经网络, 设计一个字母图像循环左右移动的联想记忆仿真. 网络外部

图 16 三值异联想记忆模式

Figure 16 The three-valued hetero-associative memory pattern

图 17 任一初始状态下三值异联想记忆过程

Figure 17 The three-valued hetero-associative memory process in any initial state

输入图像如图 18 所示, 即

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

忆阻激活函数见图 5(c); $D = 0.7$; $\tau = 2$; 转换矩阵 T 是 36×36 的单位向量; $\varphi(t)$ 与 P 关系为式 (8), 其中

$$E_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$a_{ij} = \begin{cases} 0.10, & i = j, \\ 0.01, & i \neq j, \end{cases} \quad b_{ij} = \begin{cases} 0.10, & i = j, \\ 0.01, & i \neq j, \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, 36, \quad j = 1, 2, \dots, 36.$$

网络经过一段时间后达到稳定, 实现联想记忆的多图像输出. 字母图像联想记忆输出如图 19 所示, 图像 $Q_1, Q_2, \dots, Q_8$ 中的字母整体循环右移两个单元, 即实现了动态图像的联想记忆.

图 18 外部输入模式

Figure 18 The external input pattern

图 19 字母图像联想记忆输出

Figure 19 The associative memory output of the letter image

3.6 字母图像循环上下移动

基于忆阻激活函数的递归神经网络, 设计一个字母图像循环上下移动的联想记忆仿真. 网络外部输入图像如图 20 所示, 即

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}^T.$$

忆阻激活函数见图 5(c); $\mathbf{D} = 0.7$; $\tau = 2$; 转换矩阵 $\mathbf{T}$ 是 36×36 的单位向量;

$$a_{ij} = \begin{cases} 0.10, & i = j, \\ 0.01, & i \neq j, \end{cases} \quad b_{ij} = \begin{cases} 0.10, & i = j, \\ 0.01, & i \neq j, \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, 36, \quad j = 1, 2, \dots, 36;$$

$\varphi(t)$ 与 $\mathbf{P}$ 关系为式 (9), 其中

$$\mathbf{E}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

图 20 外部输入模式

Figure 20 The external input pattern

图 21 字母图像联想记忆输出

Figure 21 The associative memory output of the letter image

网络经过一段时间后达到稳定, 实现联想记忆的多图像输出. 字母图像联想记忆输出如图 21 所示, 图像中的字母整体循环下移两个单元, 即实现了相关字母图像的联想记忆移动. 验证了基于忆阻激活函数的递归神经网络图像的联想记忆输出与 $\varphi(t)$ 有关, $\varphi(t)$ 能决定图像中字母的移动方向, 因而实现动态图像的联想记忆.

4 基于忆阻激活函数的递归神经网络仿真结果分析

通过对以上仿真分析, 将基于忆阻激活函数的递归神经网络与现有研究相比, 本文优势如下: 其中, 在硬件电路设计方面, 二值激活函数电路被文献 [15] 实现, 其电路繁琐. 三值激活函数尚未被设计, 并且不能根据二值激活函数电路的 MOS 管扩展实现到多值激活函数. 然而, 根据忆阻器磁通量和电荷之间的关系特性实现二值、三值忆阻激活函数, 电路简单且能扩展到其他多值激活函数的实现. 在联想记忆应用方面, 文献 [5] 实现二值图像的联想记忆. 本文通过改变忆阻激活函数, 加入矩阵转移函数, 实现二值、三值图像自联想记忆、异联想记忆. 不仅能扩展到多值图像联想记忆, 而且实现了多输出动态图像联想记忆, 即相关字母图像的联想记忆移动功能.

5 总结

通过对递归神经网络的激活函数电路设计繁琐且不易扩展问题进行研究, 本文提出了一种基于忆阻激活函数的递归神经网络, 并将其应用到联想记忆中. 首先, 利用忆阻器设计出二值、三值忆阻激活函数, 为递归神经网络集成电路的实现提供了有效的方法. 其次, 加入矩阵转移函数, 提出了一种基

于忆阻激活函数的递归神经网络模型. 最后, 实现了二值、三值静态图像的自联想记忆和异联想记忆, 并且通过仿真实现了字母图像中的字母移动, 因而实现动态图像的联想记忆. 该研究能简化递归神经网络集成电路, 并且为实现记忆视频运动提供新的有效途径.

参考文献

- 1 Yang J, Wang L D, Wang Y, et al. A novel memristive Hopfield neural network with application in associative memory. *Neurocomputing*, 2017, 227: 142–148
- 2 Huang Y J, Wang X Y, Long H X. Synthesization of high-capacity auto-associative memories using complex-valued neural networks. *Chin Phys B*, 2016, 25: 194–201
- 3 Hu X F, Duan S K, Chen G R. Modeling affections with memristor-based associative memory neural networks. *Neurocomputing*, 2017, 223: 129–137
- 4 Kumamoto T, Suzuki M, Matsueda H. Singular-value-decomposition analysis of associative memory in a neural network. *J Phys Soc Japan*, 2017, 86: 1–6
- 5 Zhou C G, Zeng X Q, Yu J J, et al. A unified associative memory model based on external inputs of continuous recurrent neural networks. *Neurocomputing*, 2016, 186: 44–53
- 6 Zhou C G, Zeng X Q, Jiang H B. A generalized bipolar auto-associative memory model based on discrete recurrent neural networks. *Neurocomputing*, 2015, 16: 201–208
- 7 Cao J, Zhou D M. Stability analysis of delayed cellularneural networks. *Neural Netw*, 1998, 11: 1601–1605
- 8 Zeng Z G, Wang J, Liao X X. Global exponential stability of a generalclass recurrent neural networks with time-varying delays. *IEEE Trans Circ Syst*, 2003, 50: 1353–1358
- 9 Liao X, Chen G, Sanchez E N. LMI-based approach for asymptotically stability analysis of delayed neural networks. *IEEE Trans Circ Syst*, 2002, 49: 1033–1039
- 10 Zeng Z G, Huang T W, Zheng W X. Multistability of recurrent neural networks with time-varying delays and the piecewise linear activation function. *IEEE Trans Neural Netw*, 2010, 21: 1371–1377
- 11 Bao G, Zeng Z G. Analysis and design of associative memories based on recurrent neural network with discontinuous activation functions. *Neurocomputing*, 2012, 77: 101–107
- 12 Liu P, Zeng Z G, Wang J. Complete stability of delayed recurrent neural networks with Gaussian activation functions. *Neural Netw*, 2017, 85: 21–32
- 13 Zhang F H, Zeng Z G. Multistability of recurrent neural networks with time-varying delays and nonincreasing activation function. *Neurocomputing*, 2016, 216: 135–142
- 14 Misra J, Saha I. Artificial neural networks in hardware: a survey of two decades of progress. *Neurocomputing*, 2010, 74: 239–255
- 15 Adhikari S P, Yang C J, Kim H, et al. Memristor bridge synapse-based neural network and its learning. *IEEE Trans Neural Netw Learn Syst*, 2012, 23: 1426–1435
- 16 Strukov D B, Snider G S, Stewart D R, et al. The missing memristor found. *Nature*, 2008, 453: 80–83
- 17 Zha J X, Huang H, Liu Y J. A novel window function for memristor model with application in programming analog circuits. *IEEE Trans Circ Syst-II*, 2016, 63: 423–427
- 18 Wang L D, Li H F, Duan S K, et al. Pavlov associative memory in a memristive neural network and its circuit implementation. *Neurocomputing*, 2016, 171: 23–29
- 19 Duan S K, Zhang Y, Hu X F, et al. Memristor-based chaotic neural networks for associative memory. *Neural Comput Appl*, 2014, 25: 1437–1445
- 20 Yang J J, Pickett M D, Li X, et al. Memristive switching mechanism for metal/oxide/metal nanodevices. *Nature Nanotechn*, 2008, 3: 429–433
- 21 Hu J, Wang J. Global uniform asymptotic stability of memristor-based recurrent neural networks with time delays. In: *Proceedings of the 2010 International Joint Conference on Neural Networks, Barcelona, 2010*. 1–8
- 22 Wang L D, Drakakis E M, Duan S K, et al. Memristor model and its application for chaos generation. *Int J Bifurcat Chaos*, 2012, 22: 1–14

A recurrent neural network based on memristive activation function and its associative memory

Tengteng Guo^{1,2}, Lidan WANG^{1,2*}, Mengzhe ZHOU^{1,2} & Shukai DUAN^{1,2}

1. *Chongqing Key Laboratory of Nonlinear Circuits and Intelligent Information Processing, Chongqing 400715, China;*

2. *College of Electronic and Information Engineering, Southwest University, Chongqing 400715, China*

* Corresponding author. E-mail: ldwang@swu.edu.cn

Abstract Recurrent neural network is a nonlinear dynamic system, which is widely used in the aspect of associative memory. The activation function of recurrent neural network is a typical piecewise linear function, and its hardware implementation is tedious. The memristor is nonlinear dynamic nanoscale device. If used for the neural network, it can achieve low power consumption and easy extension of the memristive activation function circuit. Using the relationship features between flux and charge of memristor, this paper puts forward a recurrent neural network based on the memristive activation function and applies it to the associative memory. First of all, the two value and the three value memristive activation function is designed, which provides an effective method for the realization of the recurrent neural network integrated circuit. Secondly, a recurrent neural network model based on memristive activation function is proposed by joining the matrix transfer function. Finally, we realize the simulation of auto-associative memory and hetero-associative memory of the binary and three values static image, and then the moving of the letters in the alphabet image, which can be considered as associative memory of the dynamic image. The study can simplify the recurrent neural network integrated circuits, and provide a new effective way for the realization of the video memory sports.

Keywords recurrent neural network, memristor, activation function, multiple-valued, associative memory

Tengteng GUO was born in 1992. She received the B.E. degree in automation from Henan Polytechnic University, China, in 2015. Currently, she is a graduate student in School of Electronic and Information Engineering, Southwest University, Chongqing, China. Her research interests cover memristor and memristive system, artificial neural networks, as well as nonlinear system and circuit design.

Lidan WANG was born in 1976. She received the Ph.D. degree in computer software and theory from Chongqing University, Chongqing in 2008. She is a professor with School of Electronics Information Engineering, Southwest University, Chongqing. Her current research interests cover memristor, nonlinear circuits and systems, artificial neural networks and intelligent signal processing.

Mengzhe ZHOU was born in 1993. She received the B.E. degree in automation from Henan Polytechnic University, China, in 2016. Currently, she is a graduate student in School of Electronic and Information Engineering, Southwest University, Chongqing, China. Her research interests cover memristor and memristive system, artificial neural networks, as well as nonlinear system and circuit design.

Shukai DUAN was born in 1973. He received the Ph.D. degree in computer application technology from Chongqing University, Chongqing in 2006. His research interest covers intelligent information processing, artificial neural network, chaos, nonlinear circuit theory and application, memristor. He serves as IEEE member, IEEE CIS member, standing committee member of national information and electronic graduate education society of China.