自励异步发电机带载稳态的解析计算

李海涛*, 卢子广, 杨达亮

广西大学电气工程学院, 南宁 530004

* E-mail: fzhli_sh@163.com

收稿日期: 2014-06-26; 接受日期: 2014-09-10

国家自然科学基金(批准号: 51177018)资助项目

摘要 从自励异步发电机的暂态等效电路出发, 基于其在两相静止坐标系上的状态空间数学模型, 对其带载建压暂稳态过程提出了应用 Lyapunov 稳定性理论的整体性分析方法. 依据理论分析方法分析得到了带载自励建压达到稳态的过程之应用暂态数学模型表示的稳态条件. 解极限环条件得出了定子频率和转子转速的解析计算式, 以及确保自励建压的负载取值范围和电机磁路过度饱和稳态励磁电感的解析关系式; 为求解稳态运行点条件, 提出了一种基于物理背景的等价转化解析计算方法, 解得了稳态运行点的解析计算式. 算例分析检验了稳态条件的唯一组解析解. 实测值与计算结果相互吻合, 验证了稳态条件解析计算式的正确性、科学性和有效性, 表明了通用性和工程参考价值, 解决了长期以来对异步发电机暂稳态运行性能无法解析计算的难题. 理论分析方法适用于具有动力学特性的其他类型电力系统运行分析.

关键词

自励异步发电机
Lyapunov 稳定性
平衡点
极限环
稳态运行点

1 引言

随着先进能源技术的发展, 异步电机的应用研究进一步拓展, 新的研究成果不断涌现^[1~5]. 异步发电机具有诸多独特优势, 是目前风力等新能源发电主要形式, 长期以来一直是学界的研究重点^[6~9]. 对异步发电机研究方法主要包括暂态运行分析^[10,11]、稳态运行分析^[12~15]和暂稳态方法的统一分析^[16~18], 研究问题多集中在特殊条件下的安全稳定运行和有效控制问题^[19~21]. 而这需要基于异步发电机的开环运行特性, 对其开环运行特性的认识深度直接影响到闭环稳定性分析和有效控制的效果, 自励异步发电机则是其开环运行特性研究的重要途径.

自励异步发电机端电压的建立与维持是其稳定

运行的基本要求, 电容值的确定则是电压建立和稳定运行的关键. 计算电容值的传统方法一般是基于折算到基值频率下的异步发电机稳态等效电路, 应用回路阻抗法^[13]和节点导纳法^[14], 将稳态等效电路的回路阻抗和节点导纳的实虚部分别为零作为异步发电机稳态运行的必要条件. 在不计电机铁损且转速恒定条件下, 该方法因涉及电容值、定子频率和励磁电抗 3 个未知量, 用数值迭代法先假设励磁电抗值, 需对高次方程繁琐求导, 仅对较简单问题有效, 难适用于给定端电压的计算. 在异步发电机恒定转速稳态运行过程中, 一般只考虑依给定端电压值确定电容值, 这对于带整流型负载的异步发电机尤其如此. 基于稳态等效电路, 满足给定约束的优化计算电容值的方法^[15]计算较简单, 但需选取合适的目标函数.

引用格式: 李海涛, 卢子广, 杨达亮. 自励异步发电机带载稳态的解析计算. 中国科学: 技术科学, 2014, 44: 1202~1210

Li H T, Lu Z G, Yang D L. Analytic computation for steady states of loaded self-excited induction generators (in Chinese). Sci Sin Tech, 2014, 44: 1202~1210, doi: 10.1360/N092014-00110

基于暂态等效电路的优化搜索法^[17]虽将稳态看作特殊暂态求解使计算简单,但因对问题实质的认识不够充分而使通用性和精确性仍欠佳.文献[11]发现了一种可以简化自励建压参数临界值计算过程的解析计算方法,但需要首先对该方法进行复杂的严格证明,且物理意义不明确、不直接,并且没能对暂稳态过程展开有效分析.基于该方法求解得到的自励参数的临界值,文献[18]更进一步地对自励异步发电机的暂稳态都做了较为深入的研究.然而,该文分析计算过程较为复杂,需要比较繁琐的推导,而且尤其是对于稳态的求解过程仍需部分的数值运算,如在求解定子频率时需要求解一个关于定子频率的高次参数方程.即使应用 MATLAB 的符号工具箱也不能对其进行参数化解析求解,而须先代入各对应参数值才能解出来并进行接下来的计算,因而分析计算较为复杂,通用性不足.

本文从暂态等效电路出发,基于自励异步发电机在两相静止坐标系上的状态空间数学模型,提出一种基于 Lyapunov 稳定性理论的自励异步发电机带载建压暂态运行整体性分析方法,计算出任意运行暂态的平衡点.通过在任意运行点处的局部线性化,并且应用符合 Lyapunov 意义下稳定的系统运动特征,分析得到自励异步发电机的暂态运行达到稳态的充要条件,即暂态系统状态空间数学模型表示的稳态条件.对稳态条件进行解析计算,依极限环条件解得定子频率与转子转速关于励磁电感、负载和励磁电容的解析计算式,进而得到自励建压负载取值范围和电机磁路过度饱和稳态励磁电感解析关系式;提出一种稳态运行点的解析计算方法,依据稳态运行点条件得到所有稳态运行点及其性能参数的解析计算式.用实际算例分析验算各组解析式,并确定了稳态条件的唯一组解.将实验结果与计算结果比较,验证了理论分析和解析式的正确性和高效性.本文提出的理论分析方法实现了异步发电机暂态和稳态特性的实质性统一分析,基于理论分析得到的稳态条件及解析式可本质地揭示异步发电机稳态运行参数间的具体数量关系,计算方法简捷,无复杂推导;运算过程简易,直接应用性强,具有工程参考价值.

2 异步发电机带载自励建压暂态数学模型

以笼型三相对称异步电机为研究对象,将异步

电机的电压和磁链方程经 $abc/\alpha\beta$ 坐标变换从三相静止坐标系转变为两相静止坐标系.若不计定、转子上的齿槽效应,电机在整个圆周上的气隙长度则可视作均匀,在任意旋转坐标系中,互感系数就都变换成了时不变系数,互感因此而只是励磁电流的函数,该特征并没有随坐标变换而发生改变^[22].

如图 1(a)和(b)所示分别为笼型三相对称异步发电机系统在两相静止坐标系下的 α 轴和 β 轴暂态等效电路.图中标出了正方向,各物理参数均表示折算到定子侧的实际值, R_s 和 R_r 分别为定、转子侧绕组电阻; L_{ls} 和 L_{lr} 分别为定、转子侧绕组漏电感; M 为经坐标变换后定、转子绕组间的互感,即励磁电感; C 为励磁电容; R_l 为纯阻性相负载; ω 为转子转速,为便于研究,其在运行过程中保持不变.由于励磁电感 M 是励磁电流的函数,该暂态等效电路为非线性电路.

由暂态等效电路图知,定子绕组的自感为 $L_s = M + L_{ls}$; 转子绕组的自感为 $L_r = M + L_{lr}$; 运行暂态励磁电流 I_m 的计算公式为

$$I_m = \sqrt{i_{m\alpha}^2 + i_{m\beta}^2} = \sqrt{(i_{s\alpha} + i_{r\alpha})^2 + (i_{s\beta} + i_{r\beta})^2}. \quad (1)$$

由转子旋转产生的转子量变换后,会出现运动电动势,其正方向如图 1 所示,

$$\begin{cases} \omega\psi_{r\beta} = \omega M i_{s\beta} + \omega L_{lr} i_{r\beta}, \\ \omega\psi_{r\alpha} = \omega M i_{s\alpha} + \omega L_{lr} i_{r\alpha}. \end{cases} \quad (2)$$

为便于分析三相对称异步发电机的多变量非线性数学模型,需要作如下假设: 1) 不计电机的铁损; 2) 只考虑气隙磁通势的空间基波分量和电动势、电流的时间基波分量; 3) 不计频率和温度变化对绕组电阻的影响.

在两相静止坐标系上,笼型三相对称异步发电

图 1 两相静止坐标系上的自励异步发电机暂态等效电路
(a) α 轴暂态等效电路; (b) β 轴暂态等效电路

机状态空间数学模型为

$$\begin{bmatrix} u_{s\alpha} \\ u_{s\beta} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + L_s p & 0 & Mp & 0 \\ 0 & R_s + L_s p & 0 & Mp \\ Mp & \omega M & R_r + L_r p & \omega L_r \\ -\omega M & Mp & -\omega L_r & R_r + L_r p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ i_{r\alpha} \\ i_{r\beta} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

其中, p 表示微分算子 d/dt .

纯阻性负载与串接于定子绕组的励磁电容并联, 在两相静止坐标系上的电压-电流状态空间方程为

$$\begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -Cp + 1/R_l & 0 \\ 0 & -Cp + 1/R_l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{s\alpha} \\ u_{s\beta} \end{bmatrix}. \quad (4)$$

联立(3)和(4)式可得, 异步发电机系统自励建压暂态方程为(5)式, 其中, 漏磁系数 $\sigma = 1 - M^2/(L_r L_s)$.

$$p \begin{bmatrix} i_{s\alpha} & i_{s\beta} & i_{r\alpha} & i_{r\beta} & u_{s\alpha} & u_{s\beta} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{\sigma L_s} & \frac{\omega M^2}{\sigma L_r L_s} & \frac{MR_r}{\sigma L_r L_s} & \frac{\omega M}{\sigma L_s} & -\frac{1}{\sigma L_s} & 0 \\ \frac{\omega M^2}{\sigma L_r L_s} & -\frac{R_s}{\sigma L_s} & \frac{\omega M}{\sigma L_s} & \frac{MR_r}{\sigma L_r L_s} & 0 & -\frac{1}{\sigma L_s} \\ \frac{MR_s}{\sigma L_r L_s} & -\frac{\omega M}{\sigma L_r} & -\frac{R_r}{\sigma L_r} & -\frac{\omega}{\sigma} & \frac{M}{\sigma L_r L_s} & 0 \\ \frac{\omega M}{\sigma L_r} & \frac{MR_s}{\sigma L_r L_s} & \frac{\omega}{\sigma} & -\frac{R_r}{\sigma L_r} & 0 & \frac{M}{\sigma L_r L_s} \\ \frac{1}{C} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{CR_l} & 0 \\ 0 & \frac{1}{C} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{CR_l} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ i_{r\alpha} \\ i_{r\beta} \\ u_{s\alpha} \\ u_{s\beta} \end{bmatrix}. \quad (5)$$

由(1)式知, 励磁电流 I_m 在建压过程中是不断变化的, 而在两相任意旋转坐标系下的互感 M 与励磁电流 I_m 都有一个确定的函数关系, 该函数关系由电机空载磁化特性曲线决定. 当 I_m 较小时, 电机运行在其空载磁化特性曲线的非饱和区, 可视 M 为不变常数, 该系统为线性系统. 但 I_m 一旦大于某值, 电机运行则进入空载磁化特性曲线的饱和区, M 也将随 I_m 的增大而减小, 此状态微分方程则表现为非线性特征.

3 基于 Lyapunov 稳定性理论的整体性分析方法与带载自励稳态条件

3.1 整体性分析方法的提出

平衡点的稳定性一般是由 Lyapunov 理论判定,

所有始于平衡点附近的点始终保持在平衡点附近, 则该平衡点是稳定的, 反之平衡点则不稳定. 若所有始于平衡点附近的点不仅保持在平衡点附近, 而且还随时间趋于无穷而趋向于平衡点, 则该平衡点是渐近稳定的, 直接引入文献[23]定理如下.

定理 1 设 $x=0$ 是自治系统 $\dot{x} = f(x)$ 的一个平衡点, $D \subset R^n$ 是包含原点的定义域. 设 $V: D \rightarrow R$ 是连续可微函数, 如果 $V(0)=0$, $V(x)>0$ 在 $D-\{0\}$ 内, $\dot{V}(x) \leq 0$ 在 D 内, 那么原点 $x=0$ 是稳定的. 此外, 如果 $\dot{V}(x) < 0$ 在 $D-\{0\}$ 内, 那么原点 $x=0$ 是渐近稳定的.

笼型三相异步发电机系统自励建压暂态数学模型具有的形式是 $\dot{X} = AX$, 经过在异步发电机任意暂态运行点 X 处局部线性化, 得到线性化系统方程为

$$\Delta \dot{X} = A \Delta X, \quad (6)$$

其中, A 为暂态运行点 X 处的状态系数矩阵, M , L_r 和 L_s 分别为该暂态运行点处的动态瞬时值.

$$\begin{aligned} X &= \begin{bmatrix} i_{s\alpha} & i_{s\beta} & i_{r\alpha} & i_{r\beta} & u_{s\alpha} & u_{s\beta} \end{bmatrix}^T, \\ \Delta X &= \begin{bmatrix} \Delta i_{s\alpha} & \Delta i_{s\beta} & \Delta i_{r\alpha} & \Delta i_{r\beta} & \Delta u_{s\alpha} & \Delta u_{s\beta} \end{bmatrix}^T, \\ A &= \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{\sigma L_s} & \frac{\omega M^2}{\sigma L_r L_s} & \frac{MR_r}{\sigma L_r L_s} & \frac{\omega M}{\sigma L_s} & -\frac{1}{\sigma L_s} & 0 \\ \frac{\omega M^2}{\sigma L_r L_s} & -\frac{R_s}{\sigma L_s} & \frac{\omega M}{\sigma L_s} & \frac{MR_r}{\sigma L_r L_s} & 0 & -\frac{1}{\sigma L_s} \\ \frac{MR_s}{\sigma L_r L_s} & -\frac{\omega M}{\sigma L_r} & -\frac{R_r}{\sigma L_r} & -\frac{\omega}{\sigma} & \frac{M}{\sigma L_r L_s} & 0 \\ \frac{\omega M}{\sigma L_r} & \frac{MR_s}{\sigma L_r L_s} & \frac{\omega}{\sigma} & -\frac{R_r}{\sigma L_r} & 0 & \frac{M}{\sigma L_r L_s} \\ \frac{1}{C} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{CR_l} & 0 \\ 0 & \frac{1}{C} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{CR_l} \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

由此看出其是一个自治系统, 可应用自治系统的 Lyapunov 稳定性理论分析. 由于矩阵 A 的行列式有 $\det(A) = (R_l + R_s)^2 (\omega^2 L_r^2 + R_r^2) / (C^2 L_r^2 L_s^2 \sigma^2 R_l^2) > 0$. (7) 则任意暂态运行点 X 处局部线性化系统方程有且仅有平衡点 $X_e=0$. 可知该异步发电机系统本身及其所有暂态线性化系统都具有唯一平衡点, 系统是否达到稳态则可由任意暂态的平衡点之稳定性来判定.

依系统能量转化与守恒定律, 自励建压达稳态

的过程是机械能向电能不断转化的过程. 设相对不平衡度由系统的机械能与电能间的能量差表征, 在具备能量转化的充分条件时, 系统初始暂态的机械能最大、电能几乎为零, 相对不平衡度最大, 远离不稳定平衡点运动, 励磁电流增大, 向电容充电, 直到进入电机磁化特性曲线的饱和区, 动态励磁电感 M 减小, 相对不平衡度减小. 该过程持续到系统机械能与电能间能量差为零, 即达到系统的能量平衡, 系统暂态运行点与平衡点之间不再有相对远离运动, 即保持在平衡点附近, 与平衡点之间的距离不再发生变化. 此类任意暂态的平衡点是 Lyapunov 意义下的稳定平衡点, 而对应的系统所有此类暂态运行点的集合则为系统稳态运行点.

此方法强调的是从系统宏观能量的角度给系统运行状态以稳定性的定性判定, 区别于 Lyapunov 定理中需构造 Lyapunov 能量函数的直接法和以特征值分析计算为特征的间接法.

3.2 带载自励稳态条件

由理论判定, 若一暂态运行点 X 处线性化系统的平衡点 $X_e=0$ 为 Lyapunov 意义下稳定, 则对应暂态运行点为一稳态运行点, 所有稳态运行点的集合为一极限环. 异步发电机自励建压达稳态的过程实质是机械能向电能转化达平衡的过程, 该物理过程的发生须: 一要剩磁或预充电电容即初态 $X_0 \neq 0$; 二要系统参数在一定范围内取值. 首先须满足自励建压发生的充分条件: 极限环; 其次, 只有该系统暂态运行点经远离系统平衡点的运动后落在极限环上, 才能证明对电容充电的能量转化过程实现了机械能与电能间能量平衡, 此即 Lyapunov 意义下的临界稳态, 该临界稳态的数学描述为:

1) 极限环. 暂态运行点 X 处局部线性化系统状态系数矩阵 A 的特征方程(8)与虚轴有公共点 $j\omega_s(\omega_s > 0)$,

$$\det(\lambda I - A) = 0. \quad (8)$$

2) 稳态运行点. 暂态运行点 X 为矩阵方程(9)的解,

$$AX = j\omega_s X. \quad (9)$$

4 稳态条件的解析计算

4.1 极限环

由条件 1 的展开式实虚部分别等于 0 得, 为表示

方便起见, 以下都用 B 代换 $1/C$, 用 D 代换 $1/R_s$,

$$\begin{cases} h_{i1}\omega_s^5 + h_{i2}\omega_s^3 + h_{i3}\omega_s = 0, \\ h_{r1}\omega_s^6 + h_{r2}\omega_s^4 + h_{r3}\omega_s^2 + h_{r4} = 0. \end{cases} \quad (10)$$

其中,

$$\begin{aligned} h_{i1} &= 2/\sigma (BD\sigma + R_r/L_r + R_s/L_s); \\ h_{i2} &= -2/\sigma^2 [BD(R_r/L_r + R_s/L_s)^2 + BD\sigma(\sigma\omega^2 + 2R_r/L_r R_s/L_s) + \sigma/L_s (B^2D + R_s\omega^2) + B\sigma/L_s R_r/L_r + (R_r/L_r + R_s/L_s)(B^2D^2\sigma + B/L_s + R_r/L_r R_s/L_s)]; \\ h_{i3} &= 2B(DR_s + 1)/(L_s\sigma^2)[BD\sigma\omega^2 + BD R_r/L_r (R_r/L_r + R_s/L_s) + B/L_s R_r/L_r + R_s/L_s (\omega^2 + R_r^2/L_r^2)]; \\ h_{r1} &= -1; \\ h_{r2} &= \omega^2 + [BD + 1/\sigma(R_r/L_r + R_s/L_s)]^2 + 2/\sigma[BD(R_r/L_r + R_s/L_s) + R_r/L_r R_s/L_s + B/L_s]; \\ h_{r3} &= -1/\sigma^2 \{[(BD\sigma + R_s/L_s)^2 + 2B/L_s (DR_s + 1)\sigma]\omega^2 + [BD(R_r/L_r + R_s/L_s) + (B/L_s + R_r/L_r R_s/L_s)]^2 + 2B/L_s R_r/L_r (DR_s + 1)(BD\sigma + R_r/L_r + R_s/L_s)\}; \\ h_{r4} &= B^2/(L_s^2\sigma^2)(DR_s + 1)^2(\omega^2 + R_r^2/L_r^2). \end{aligned}$$

易知 $h_{i1} > 0$, $-h_{i2}/(2h_{i1}) > 0$, 且 $h_{i3} > 0$, 公式(10)之第一式可等价转化为

$$h_{i1}\omega_s^4 + h_{i2}\omega_s^2 + h_{i3} = 0. \quad (11)$$

它既是一个关于发电频率即定子的电角速度平方 ω_s^2 的二次方程, 同时还是一个关于转子转速平方 ω^2 的一次方程, 由此可得到

$$\omega^2 = \frac{h_{i1}\omega_s^4 - h_{n1}\omega_s^2 + h_{n2}}{h_{d1}\omega_s^2 - h_{d2}}, \quad (12)$$

其中, h_{i1} 同上,

$$\begin{aligned} h_{n1} &= 2/\sigma^2 [BD(R_r/L_r + R_s/L_s)^2 + BD\sigma(2R_r/L_r R_s/L_s + B/L_s) + B\sigma/L_s R_r/L_r + (R_r/L_r + R_s/L_s)(B^2D^2\sigma + B/L_s + R_r/L_r R_s/L_s)]; \\ h_{n2} &= 2B(DR_s + 1)/(L_s\sigma^2)[B/L_s R_r/L_r + R_s/L_s R_r^2/L_r^2 + BD R_r/L_r (R_r/L_r + R_s/L_s)]; \\ h_{d1} &= 2/\sigma (BD\sigma + R_s/L_s); \\ h_{d2} &= 2B(DR_s + 1)/(L_s\sigma^2)(BD\sigma + R_s/L_s). \end{aligned}$$

将(12)代入(10)式之第二式可解得关于 ω_s^2 的两相异正数实根, 进而即得 ω_s 的两相异实根为

$$\begin{aligned}\omega_{s,\min} &= \sqrt{(-f_1 - \sqrt{f_2^2 - f_3^2}) / (2L_s^2\sigma)}, \\ \omega_{s,\max} &= \sqrt{(-f_1 + \sqrt{f_2^2 - f_3^2}) / (2L_s^2\sigma)}.\end{aligned}\quad (13)$$

其中,

$$\begin{aligned}f_1 &= B^2 D^2 L_s^2 \sigma + R_s^2 - BL_s(\sigma - 1) - 2BL_s; \\ f_2 &= B^2 D^2 L_s^2 \sigma - [R_s^2 - BL_s(\sigma - 1)]; \\ f_3 &= 2\sqrt{BL_s}(BDL_s\sigma + R_s).\end{aligned}$$

将解得的 ω_s (13)分别代入(12)式, 即得关于励磁电感 M , 负载 R_l 和电容 C 的对应转子转速的临界值解析计算式为

$$\begin{aligned}\omega_{\min} &= \sqrt{-(a + b\sqrt{f_2^2 - f_3^2})/c}, \\ \omega_{\max} &= \sqrt{-(a - b\sqrt{f_2^2 - f_3^2})/c}.\end{aligned}\quad (14)$$

其中,

$$\begin{aligned}a &= (h_{d1}f_1 + 2L_s^2\sigma h_{d2})[h_{t1}(f_1^2 + f_2^2 - f_3^2) + 2L_s^2\sigma h_{n1}f_1 \\ &\quad + 4L_s^4\sigma^2 h_{n2}] - 2h_{d1}(h_{t1}f_1 + L_s^2\sigma h_{n1})(f_2^2 - f_3^2); \\ b &= 2(h_{t1}f_1 + L_s^2\sigma h_{n1})(h_{d1}f_1 + 2L_s^2\sigma h_{d2}) \\ &\quad - h_{d1}[h_{t1}(f_1^2 + f_2^2 - f_3^2) + 2L_s^2\sigma h_{n1}f_1 + 4L_s^4\sigma^2 h_{n2}]; \\ c &= 2L_s^2\sigma[(h_{d1}f_1 + 2L_s^2\sigma h_{d2})^2 - h_{d1}^2(f_2^2 - f_3^2)].\end{aligned}$$

由 $f_2^2 - f_3^2 \geq 0$ 可得

$$\sqrt{\sigma}DBL_s - (1 - \sqrt{\sigma})\sqrt{BL_s} + R_s \leq 0, \quad (15)$$

它是一个关于 $\sqrt{BL_s}$ 的二次方程, 由其判别式 $\Delta \geq 0$ 得

$$R_l = \frac{1}{D} \geq \frac{4\sqrt{\sigma}R_s}{(1 - \sqrt{\sigma})^2}, \quad (16)$$

即系统带载自励建压过程的发生须要负载满足大于一定值, 其仅由异步发电机系统本身的参数决定。

4.2 稳态运行点

由于本文采用的是两相静止 $\alpha\beta$ 坐标系, β 轴超前 α 轴 90° , 而与纯虚数 j 点乘相当于超前 90° , 如图2所示, 条件2之(9)式可等价转化为

$$\begin{aligned}AX &= j\omega_s [i_{s\alpha}, i_{s\beta}, i_{r\alpha}, i_{r\beta}, u_{s\alpha}, u_{s\beta}]^T \\ &= \omega_s [ji_{s\alpha}, ji_{s\beta}, ji_{r\alpha}, ji_{r\beta}, ju_{s\alpha}, ju_{s\beta}]^T \\ &= \omega_s [-i_{s\beta}, i_{s\alpha}, -i_{r\beta}, i_{r\alpha}, -u_{s\beta}, u_{s\alpha}]^T.\end{aligned}\quad (17)$$

假定稳态运行点 X 的电压分量为 u_α 和 u_β , 则稳态电压幅值 U_m 有: $U_m^2 = u_\alpha^2 + u_\beta^2$, 矩阵方程(17)可等价转

化为

$$GY = U_0, \quad (18)$$

其中, $Y = [i_{s\alpha}, i_{s\beta}, i_{r\alpha}, i_{r\beta}]^T$,

$$U_0 = \begin{bmatrix} \frac{u_\alpha}{L_s}, \frac{u_\beta}{L_s}, -\frac{Mu_\alpha}{L_r L_s}, -\frac{Mu_\beta}{L_r L_s}, \frac{u_\alpha}{CR_l} - \omega_s u_\beta, \\ \omega_s u_\alpha + \frac{u_\beta}{CR_l} \end{bmatrix}^T,$$

$$G = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_s} & \frac{M^2\omega}{L_r L_s} + \sigma\omega_s & \frac{MR_r}{L_r L_s} & \frac{M\omega}{L_s} \\ -\frac{M^2\omega}{L_r L_s} - \sigma\omega_s & -\frac{R_s}{L_s} & -\frac{M\omega}{L_s} & \frac{MR_r}{L_r L_s} \\ \frac{MR_s}{L_r L_s} & -\frac{M\omega}{L_r} & -\frac{R_r}{L_r} & -\omega + \sigma\omega_s \\ \frac{M\omega}{L_r} & \frac{MR_s}{L_r L_s} & \omega - \sigma\omega_s & -\frac{R_r}{L_r} \\ \frac{1}{C} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C} & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

进一步可得, 自励异步发电机系统的定、转子电流和励磁电流的幅值为(19)式, 其中定子电流的幅值表达式分别是机端和发电机定子绕组计算得到。

$$\begin{aligned}I_{st} &= \sqrt{(u_\alpha/R_l - C\omega_s u_\beta)^2 + (C\omega_s u_\alpha + u_\beta/R_l)^2} \\ &= U_m \sqrt{1/R_l^2 + C^2\omega_s^2}, \\ I_s &= \sqrt{i_{s\alpha}^2 + i_{s\beta}^2} = U_m \sqrt{n_s/(d_1 + d_2)}, \\ I_r &= \sqrt{i_{r\alpha}^2 + i_{r\beta}^2} = U_m \sqrt{n_r/(d_1 + d_2)}, \\ I_m &= U_m \sqrt{n_m/(d_1 + d_2)}.\end{aligned}\quad (19)$$

图2 等价转化计算方法基本思路

其中,

$$\begin{aligned} n_s &= L_r^2(\omega - \omega_s)^2 + R_r^2; \\ n_r &= M^2(\omega - \omega_s)^2; \\ n_m &= (L_r - M)^2(\omega - \omega_s)^2 + R_r^2; \\ d_1 &= (R_r R_s + L_r L_s \sigma \omega_s (\omega - \omega_s))^2; \\ d_2 &= (L_s R_r \omega_s - L_r R_s (\omega - \omega_s))^2. \end{aligned}$$

经空载实验测量得到, 励磁电感 M 与励磁电流 I_m 间的解析关系即近似函数为

$$M = g(I_m). \tag{20}$$

4.3 算例分析与解析式的验算

采用实验电机参数用作算例分析. $M=0.2875$ H, 由(16)式得, 须 $R_l > 5.532 \Omega$, 任取 $R_l=600 \Omega$, $C=60 \mu\text{F}$, 由(13)和(14)式可得到, 极限环条件的临界值: $\omega_{s,\min}=239.11$ rad/s, $\omega_{\min}=240.87$ rad/s; $\omega_{s,\max}=996.57$ rad/s, $\omega_{\max}=1722.9$ rad/s. 关于转子转速 ω 和励磁电感 M 的系统自励参数临界值可组成极限环条件的两组解, 对每组解的稳态条件计算的结果如表 1 所示.

无论自励异步发电机系统是空载抑或带载运行, 电机端电流都与由定子绕组上得到的电流相等, 由表 1 知, 两组解析式的 I_{st} 和 I_s 计算结果均符合 $I_{st}=I_s$. 然而, 直观地讲, 第二组数据因转子转速和定转子电流过大同时励磁电流却又过小而为实际运行工况所不许, 亦即此时的电机磁路已经远过饱和, 故极限环条件的第二组解析式可略去. 实际上, 将该运行工况 $R_l=600 \Omega$, $C=60 \mu\text{F}$ 和电机参数代入(15)式, 解之可得: $M \geq 0.01300$ H, 稳态励磁电感 M 为该值时, 转子转速 $\omega=\omega_{\min}=1142.0$ rad/s, 该极限稳态对应定子频率 $\omega_{s,\min}=986.90$ rad/s. 如果再继续增大转子转速 ω , 则励磁电感都不可能再减小, 此对应物理意义上的电机磁路过度饱和状态. 因此, 第二组解析式无物理意义. 表明: 电机磁路过度饱和状态不是只由励磁电感决定, 而是由相关参数共同决定, 故其判定不能单纯

表 1 极限环条件两组解析式的稳态条件计算结果

稳态 运行点(rad/s)	$R_l=600 \Omega, M=0.2875 \text{ H}, C=60 \mu\text{F}$				
	$I_{st}(\text{A})$	$I_s(\text{A})$	$I_r(\text{A})$	$I_m(\text{A})$	$U_m(\text{V})$
$\omega_{s,\min}=239.11$	1.1808	1.1808	0.1983	1.1630	81.754
$\omega_{\min}=240.87$					
$\omega_{s,\max}=996.57$	36.563	36.563	35.512	1.1630	611.24
$\omega_{\max}=1722.9$					

用稳态励磁电感的相对大小, 而还要综合考虑负载、励磁电容和转速的大小.

依第一组解析式解得的机端电流 I_{st} , 定子电流 I_s , 转子电流 I_r 与励磁电流 I_m 随转子转速的变化情况如图 3 所示. 表明: 在受稳态条件约束的转子转速范围内, 机端电流和定子电流两解析式的计算结果完全一样, 说明其为稳态条件的解; 在确保发电机安全正常运行的情况下, 转子转速和励磁电容的变化范围较小, 定子电流和励磁电流的值相当, 可将两者视为近似相等, 而转子电流则远小于前两者.

综上, 异步发电机带载自励建压稳态相电压幅值 U_m , 定、转子电流 I_s 和 I_r , 励磁电流 I_m , 定子频率 ω_s 以及转子转速 ω 关于励磁电感 M , 励磁电容 C 和负载 R_l 的解析计算式为(21)式, 其中, $f_1, f_2, f_3, a, b, c, n_s, n_r, n_m, d_1$ 和 d_2 都同上.

$$\begin{aligned} \omega &= \omega_{\min} = \sqrt{-(a+b\sqrt{f_2^2-f_3^2})/c}, \\ \omega_s &= \omega_{s,\min} = \sqrt{(-f_1-\sqrt{f_2^2-f_3^2})/(2L_s^2\sigma)}, \\ I_m &= g^{-1}(M), \\ I_m &= U_m \sqrt{n_m/(d_1+d_2)}, \\ I_s &= U_m \sqrt{1/R_l^2 + C^2 \omega_s^2} = U_m \sqrt{n_s/(d_1+d_2)}, \\ I_r &= \sqrt{i_{ra}^2 + i_{rb}^2} = U_m \sqrt{n_r/(d_1+d_2)}. \end{aligned} \tag{21}$$

5 计算结果与实验验证

5.1 实验平台

主要设备: 变频器, 原动机, 实验电机, dSPACE 1104 及其控制板卡, 白炽灯(220 V/60 W, 220 V/200 W), 励磁电容及相关测量仪表等.

实验用三相四极笼型异步电机的额定数据为:

图 3 稳态各电流随转子转速值的变化

极对数 $n_p=2$, 额定功率 $P_N=2.2$ kW, 额定电压 $U_N=380$ V(Y 接), 额定电流 $I_N=5$ A, 额定频率 $f_s=50$ Hz, 该电机作异步发电机运行时, 额定转速 $n_N=1430$ r/min. 经同步空载实验和堵转实验测量得到电机参数为: 定子电阻 $R_s=3.383$ Ω ; 转子电阻 $R_r=2.973$ Ω ; 定子漏感 $L_{ls}=8.479$ mH; 转子漏感 $L_{lr}=8.479$ mH.

励磁电感 M 与励磁电流 I_m 间的函数关系 g 为

$$M = \begin{cases} 0.2875, & I_m \leq 1.163; \\ 3.500/(I_m + 11.01), & 1.163 < I_m \leq 2.162; \\ 3.099/(I_m + 9.503), & 2.162 < I_m \leq 3.046; \\ 2.519/(I_m + 7.152), & 3.046 < I_m \leq 4.553; \\ 1.527/(I_m + 2.544), & I_m > 4.553. \end{cases} \quad (22)$$

5.2 计算结果与实测值的比较分析

为便于综合比较, 本文对自励异步发电机在转子转速 ω 分别为 282.6, 251.2 和 219.8 rad/s, 负载分别为空载 $R_l=\infty$, $R_l=806.67$ Ω 和 $R_l=242.00$ Ω 的不同运行工况下励磁电流、定子频率和相电压幅值随电容值的变化情况做了计算, 如图 4~6 分别为稳态的励磁电流 I_m , 定子频率 ω_s 和相电压幅值 U_m 随电容值的变化曲线. 在 ω 和 R_l 确定情况下, 只要给定稳态电压 U_m 或电容值, 即可确定其他参量的唯一值.

实验条件采用了机械转速 n , 它与转子转速 ω 的数量关系为 $\omega=2\pi n_p n/60$. 将相同条件下的部分实测值给出在对应图中, 比较结果显示: 励磁电流、定子频率和相电压的实测值与计算值基本一致; 除测量仪器影响因素外, 实测值比计算值偏大, 主因初态 $\|X_0\| \gg 0$ 即剩磁量或电容电量较大所致, 剩磁为必要条件, 但本文 $\|X_0\| \rightarrow 0$ 而视为不计; 不计铁损, 随着励磁电容值增大, 实际铁损的影响较明显, 实测值有低于计算值, 带载情况更明显低于计算值, 且负载阻值越小或功率越大越明显. 表明解析算法是正确的, 验证了理论分析方法的科学性和有效性.

在转子转速 ω 和负载 R_l 恒定且电机安全正常运行情况下, 自励建压稳态的相电压幅值 U_m 和励磁电流 I_m 随电容值 C 的增大而增大, 定子频率 ω_s 随 C 的增大而减小; C 增大, U_m , I_m 和 ω_s 的变化率减小, 可视 ω_s 基本不变. 对同一 C 和 R_l , ω 越大, I_m , U_m 和 ω_s 越大, ω 与 ω_s 的偏差也越大. 对同一 C 和 ω , R_l 越大, I_m , U_m 和 ω_s 越大, 空载时的稳态值最大. 稳态值受剩磁、铁损和负载的影响较大, 剩磁越大, 实际稳态的电压幅

图 4 不同负载和转速下稳态励磁电流随电容的变化

图 5 不同负载和转速下稳态定子频率随电容的变化

图 6 不同负载和转速下稳态相电压随电容的变化

值、励磁电流和定子频率值比理论值越大; 随电容值的增大, 励磁电流增大, 铁损增加, 稳态值将小于理论值; 负载阻值越小或功率越大, 在相同转速和电容值下, 总阻抗越小, 等效于线损和铁损越大, 稳态值就越小.

6 结论

对异步发电机的带载自励暂稳态, 由其在两相静止参考坐标系上的暂态等效电路及其状态空间数

学模型, 本文提出基于 Lyapunov 稳定性理论的整体性分析方法, 实质地统一了暂稳态分析.

1) 依据理论分析方法, 分析得到异步发电机自励建压过程的稳态条件: 极限环和稳态运行点. 稳态条件因其分析方法的特性而可适用于其他机型.

2) 极限环条件为饱和区情况的分析计算过程与非饱和区有本质不同. 系统方程经在运行点处线性化, 既解析得到运行态定子频率、转子转速的计算式, 又得到确保自励建压过程发生的负载取值范围, 进而得到极限稳态励磁电感的解析关系式.

3) 对于稳态运行点条件, 提出一种等价转化解析计算方法, 变不可实数求解的复数矩阵方程为实

数易解形式, 从而解得运行点的解析式. 该方法适用于基于相同物理背景的所有研究对象.

4) 用实验电机的算例分析验算, 得到稳态条件的唯一组解析式. 由此, 只要已知负载、转速、励磁电容、稳态励磁电感和稳态电压中任意三个参数, 就易算出其他的唯一值和定、转子电流.

实验结果验证了稳态条件解析式的正确性, 证明了理论分析方法的科学性和有效性, 可系统化分析自励异步发电机暂稳态运行全过程, 深化了对异步发电机的基础性和机理性研究, 适用于具有动力学特性的多数系统运行分析. 解析计算公式具有重要工程参考价值和较强实用性, 适于系统性能评价.

参考文献

- Oteafy A, Chiasson J. A study of the Lyapunov stability of an open-loop induction machine. *IEEE Trans Contr Syst Tech*, 2010, 18: 1469–1476
- 王东, 吴新振, 郭云珺, 等. 非正弦供电十五相感应电机的电动势计算. *中国电机工程学报*, 2013, 33: 129–137
- 徐飞, 史黎明, 李耀华. 异步电机在线参数观测及损耗控制策略. *中国电机工程学报*, 2013, 33: 112–119
- 陈伟, 于泳, 徐殿国, 等. 基于自适应补偿的异步电机静止参数辨识方法. *中国电机工程学报*, 2012, 32: 156–162
- 廖永衡, 冯晓云, 王珍. 基于定子磁链滑模观测器的异步电机空间矢量调制直接转矩控制. *中国电机工程学报*, 2012, 32: 88–97
- Zamani M H, Fathi S H, Riahy G H, et al. Improving transient stability of grid-connected squirrel cage induction generators by plugging mode operation. *IEEE Trans Energy Conver*, 2012, 27: 707–714
- 李勇, 胡育文, 刘陵顺, 等. 带整流桥负载的定子双绕组感应发电机系统宽转速运行时的稳态特性. *中国电机工程学报*, 2008, 28: 125–131
- 王东, 马伟明, 李玉梅, 等. 带有静止励磁调节器的双绕组感应发电机的研究. *中国电机工程学报*, 2003, 23: 145–150
- 刘其辉, 贺益康, 张建华. 交流励磁变速恒频风力发电机的运行控制及建模仿真. *中国电机工程学报*, 2006, 26: 43–50
- Wang L, Su J Y. Dynamic performance of an isolated self-excited induction generator under various loading conditions. *IEEE Trans Energy Conver*, 1999, 14: 93–100
- Bodson M, Kiselychynk O. The complex Hurwitz test for the analysis of spontaneous self-excitation in induction generators. *IEEE Trans Autom Control*, 2013, 58: 449–454
- Tandon A K, Murthy S S, Berg G J. Steady state analysis of capacitor self-excited induction generators. *IEEE Trans Power Appl Syst*, 1984, PAS-103: 612–618
- Al Jabri A K, Alolah A L. Capacitance requirement for isolated self-excited induction generator. *IEE Proc B*, 1990, 137: 154–159
- Chan T F. Capacitance requirements of self-excited induction generators. *IEEE Trans Energy Conver*, 1993, 8: 304–311
- 吴新振, 王祥珩. 异步发电机空载建压电容值的确定方法. *清华大学学报*, 2004, 44: 893–896
- Harrington R J, Bassiouny F M M. New approach to determine the critical capacitance for self-excited induction generators. *IEEE Trans Energy Conver*, 1998, 13: 244–249
- 郝宽胜, 吴新振. 基于暂态模型的异步发电机稳压电容计算. *中国电机工程学报*, 2007, 27: 51–56
- Bodson M, Kiselychynk O. Analysis of triggered self-excitation in induction generators and experimental validation. *IEEE Trans Energy Conver*, 2012, 27: 238–249
- 贺益康, 胡家兵. 双馈异步风力发电机并网运行中的几个热点问题. *中国电机工程学报*, 2012, 32: 1–15
- Bansal R C. Three-phase self-excited induction generators: An overview. *IEEE Trans Energy Conver*, 2005, 20: 292–299
- Leonhard W. *Control of Electrical Drives*. 3rd ed. Berlin, Germany: Springer-Verlag, 2001
- Krause P C, Wasynczuk O, Sudhoff S D. *Analysis of Electric Machinery and Drive Systems*. New York: IEEE Press, 2002
- Khalil H K. *Nonlinear Systems*. 3rd ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall, 2002

Analytic computation for steady states of loaded self-excited induction generators

LI HaiTao, LU ZiGuang & YANG DaLiang

College of Electrical Engineering, Guangxi University, Nanning 530004, China

Based on the state-space mathematic model obtained from the transient equivalent circuits in two-phase stationary reference frame of the loaded self-excited induction generator, a holistic analysis approach using Lyapunov stability theory was proposed for the whole of transient and steady state process of self-excitation buildup. According to the approach, it was obtained the steady-state conditions for self-excitation buildup represented by the transient mathematic model. The limit cycle condition was solved to get analytic formulas of the stator frequency and rotor speed, as well as the load ranges and analytic relationship of the magnetizing inductance for self-excitation buildup. In order to solve the steady-state operating point condition, an equivalent transformation method based on the physical occasion was presented to analytically compute all the points. The example analysis tested and confirmed only a set of analytic formulas. Good agreement between measured and computed results verified correctness, scientificness and high validity of the steady-state conditions analytic formulas, showing universality and referenced value in engineering. It was solved the problem of the transient and steady state operating performance of induction generators unable to be analytically computed for a long time. The approach could be applicable to performance analysis of other power systems of dynamics.

self-excited induction generator, Lyapunov stability, equilibrium point, limit cycle, steady-state operating point

doi: 10.1360/N092014-00110