论文

基于零初值的测试加速度积分速度与位移的方法

林楠, 李东升*, 李宏男

大连理工大学土木工程学院, 海岸及近海工程国家重点实验室, 大连 116024

* E-mail: dsli@dlut.edu.cn

收稿日期: 2015-09-15; 接受日期: 2016-01-19; 网络出版日期: 2016-05-23

国家自然科学基金创新研究群体项目(批准号: 51121005)、国家重点基础研究发展计划(编号: 2015CB057704)和国家自然科学基金项目(批准号: 51578107)资助

摘要 在地震工程、结构振动控制和结构健康监测等研究领域, 结构在振动过程中的位移和速度对科学研究和实际工程应用都具有重要意义. 由于技术条件及环境因素限制, 测试过程中获得的大多为加速度响应信号, 需要通过积分获得速度及位移. 但是由于初始条件的缺失, 导致了测试加速度信号在积分速度和位移过程中产生明显的漂移现象. 为解决此问题, 本文利用结构的振动规律, 在稳态振动阶段寻找速度和位移的零点, 并以此作为初值进行积分, 最后利用趋势项处理去除零点确定误差产生的漂移. 本文数值模拟了单自由度体系和多自由度体系在简谐振动和地震动作用下的结构振动响应, 并比较了计算值与准确值的最大相对误差; 最后, 将该方法应用于 5 条具有代表性的真实地震动记录, 与给出的地面速度和位移进行比较, 结果显示在极值处的最大相对误差均小于 3%, 表明该方法具有较高的计算精度和实际应用价值.

关键词 加速度积分, 速度重构, 位移重构, 时域积分, 零初值

1 引言

近年来, 地震台风等自然灾害造成的结构倒塌和损坏使人民的生命财产安全遭受巨大损失. 所以土木工程结构的安全性问题日益引起人们的关注, 对结构的健康监测和振动控制也成为土木工程领域研究的热门课题^[1].

准确获得结构在振动过程中的速度和位移, 有助于对结构的损伤进行有效识别并及时采取措施避免灾害发生. 同时在地震工程中, 也需要知道地面运动过程中的速度、位移, 乃至地震终了时的地表残余

位移. 目前直接测量结构振动位移的方法主要有精密水准仪法、悬锤法、静力水准法、集成光栅干涉微位移测量法等^[2~4], 这些方法容易受到参考点不确定和技术成本过高等客观因素的限制. 近年来 GPS 技术发展迅速, 很多学者通过 GPS 定位技术对结构进行实时的动位移测量^[5], 但是该方法对测量环境要求较高且测量结果不够准确.

与直接测量方法相比, 间接测量方法具有成本低, 环境因素影响小的优势. Xia 等人^[6]将超高层建筑视为悬臂梁, 运用实时的应变数据间接求解结构的位移和倾角, 经与 GPS 和倾角仪监测数据对比, 该方

引用格式: 林楠, 李东升, 李宏男. 基于零初值的测试加速度积分速度与位移的方法. 中国科学: 技术科学, 2016, 46: 602–614
Lin N, Li D S, Li H N. Novel integration method of measured acceleration to velocity and displacement based on zero initial condition (in Chinese). Sci Sin Tech, 2016, 46: 602–614, doi: 10.1360/N092015-00282

法具有较高精度. 杨学山等人^[7]运用 QY 型倾角仪测量大跨度桥梁在动荷载作用下的倾角, 根据测得数据用多项式拟合桥梁挠度曲线, 经过实验室对比实验和工程实测, 表明倾角仪计算得到的桥梁挠度精度满足工程要求. 与上述两种间接测量方法相比, 加速度传感器测量方法, 应用更加广泛, 技术也更加成熟. 该方法需要在所测结构上预装加速度传感器, 通过传感器可以获得实时的结构振动加速度数据, 再对加速度进行积分运算即可获得速度和位移数据. 但是在积分计算过程中由于低频噪声和初值未知的影响, 加速度及速度的微小误差将在积分过程不断累加^[8], 使积分结果常常出现“漂移”的现象^[9].

针对积分方法和去噪处理, 众多专家和学者进行了大量研究, 并取得了丰硕成果. Boore 和 Bommer^[10]指出在地震动记录中不可避免地含有低频和高频噪声. 高频噪声需要低通滤波器进行滤波, 低频则需要基线修正进行处理. 为了还原地震造成的永久位移, Boore 对地震动记录进行分段基线处理, 与 GPS 监测结果对照该方法具有较高的精度. 但是对于分段时间参数的确定并没有标准且有效的方法. 郑水明等人^[11]运用 Boore 提出的基线修正方法对汶川地震波进行校正, 通过校正, 消除了地震动记录中的低频噪音干扰, 使基线大致回到了零线. 陈为真等人^[12]对带有噪声的积分结果进行趋势项拟合, 去除趋势项后, 积分结果准确度显著提高. 李建波等人^[13]用二次多项式拟合地震波, 并在地震波信号中减去拟合的二次多项式, 在地震波频谱未发生较大变化的情况下, 去除其中的低频噪声. Lee 等人^[14]提出了 FDM-FIR 滤波器. 与传统积分方法不同, 他们运用岭回归 (吉洪诺夫正则化) 方法解决秩亏问题. FDM-FIR 滤波器仅在时域范围内进行积分运算, 免除了传统滤波器时域频域转换的过程, 提高计算效率. 但是该方法只能计算位移, 不能得出速度. 并且正则系数的确定仅凭经验公式缺少足够的理论依据. Hong 等人^[15]对 FDM-FIR 滤波器进行改进, 提出了 FEM-FIR 滤波器. 该方法在频域内确定控制方程的正则系数, 并结合有限元的思想, 将加速度看成梁的弯矩, 速度看成转角, 位移看成挠度, 运用形函数计算结构的振动响应, 并有较好的去噪效果. 该方法正则系数确定准确, 并且可以得出同时速度. 但是仅在采样频率相对结构基频较高时才具有较高的精度, 速度和位移同时计算得出, 无法对中间步骤进行处

理和修正. Hong 等人^[16]对 FEM-FIR 滤波器进行了改进, 假设同时获得了测试加速度和位移, 将测试位移也纳入控制方程, 经试验有很好的去噪和修正效果. 以上 3 种方法均运用了“重叠滑动时间窗”^[17]的概念, 即将多个时间步长看成一个时间窗, 只将时间窗内的中间点作为计算结果, 然后时间窗向后滑动一个时间步长进行下个时间节点的计算. 该方法在测量时间内进行多次计算, 弱化了积分初始值对计算结果的影响. Kim 等人^[18]为了解决积分初值未知的问题, 对结构上几个固定点进行位移测量, 通过获得的位移数据, 矫正加速度的积分结果. 但是实际应用中, 获得的位移数据往往不够准确, 所以该方法不能广泛使用. 余加勇等人^[19]联合 GPS 定位技术和加速度传感器, 通过两种方法在重叠频带的监测结果对比, 相互验证监测结果的准确性. Park 等人^[20]发现在积分所得位移未发生偏斜的情况下, 其一次微分的平均值接近为零. 运用该性质, 可以确定速度初值. 但是在结构有较大阻尼或随机振动的情况下, 速度均值可能不接近于零, 此时该方法就不具有很高的计算精度. 上述几种方法始终不能准确地确定速度和位移初值, 初值误差将使加速度积分后的速度和位移出现显著的“漂移”现象, 因此速度和位移的积分初值确定就成为该领域不可忽视的重要问题.

本文创新性地提出基于零初值的测试加速度积分方法, 利用结构振动过程中加速度、速度和位移之间的极大值与零点关系, 确定速度和位移的零点, 解决了初始值未知的问题. 之后采用趋势项处理的方法去除采样间隔或者随机振动造成的位移零点确定误差, 再在计算所得速度的基础上减去位移一次趋势项的斜率, 消除速度的零点漂移影响. 经过对单自由度体系和多自由度体系的数值模拟, 证明该方法对于简谐激励和地面运动引起的结构响应都具有很高的计算精度. 最后, 将该方法应用于 5 个不同时间地区的真实地震动记录, 通过所得的速度和位移与已有积分结果进行比较, 结果表明该方法在最为重要的极大值位置具有满足实际应用要求的精度.

2 理论推导

2.1 零初值积分方法

根据能量守恒原理, 结构在振动过程中动能和势能不断转化. 在稳态振动阶段, 结构总能量保持不

变. 动能为零时, 结构振动速度为零, 此时势能最大, 位移达到极大值, 弹性力最大, 同时加速度也达到极大值; 当势能为零时, 结构振动位移为零, 弹性力也为零, 此时加速度为零, 动能最大, 速度达到极大值.

根据该性质, 若加速度 a_i 为结构某点稳态阶段的极大值, 则令对应时刻的速度 $v_i=0$, 并根据梯形积分公式可得下一时刻的速度为

$$v_{i+1} = v_i + \frac{a_i + a_{i+1}}{2} \Delta t = \frac{a_i + a_{i+1}}{2} \Delta t, \quad (1)$$

$$v_{i+2} = \frac{a_i + 2a_{i+1} + a_{i+2}}{2} \Delta t, \quad (2)$$

$$v_{i+3} = \frac{a_i + 2a_{i+1} + 2a_{i+2} + a_{i+3}}{2} \Delta t, \quad (3)$$

... ..

$$v_n = \frac{a_i + 2 \sum_{j=i+1}^{n-1} a_j + a_n}{2} \Delta t. \quad (4)$$

同时, 以此作为边界条件计算 i 点之前的速度值,

$$v_i = v_{i-1} + \frac{a_{i-1} + a_i}{2} \Delta t, \quad (5)$$

$$v_{i-1} = v_i - \frac{a_{i-1} + a_i}{2} \Delta t = -\frac{a_{i-1} + a_i}{2} \Delta t, \quad (6)$$

$$v_{i-2} = v_{i-1} - \frac{a_{i-2} + a_{i-1}}{2} \Delta t = -\frac{a_i + 2a_{i-2} + a_{i-1}}{2} \Delta t, \quad (7)$$

... ..

$$v_1 = -\frac{a_i + 2 \sum_{j=2}^{i-2} a_j + a_1}{2} \Delta t. \quad (8)$$

同理对于位移向量, 在稳态阶段寻找速度的极大值 v_i , 令其对应的位移 $u_i=0$, 可得

$$u_n = \frac{v_i + 2 \sum_{j=i+1}^{n-1} v_j + v_n}{2} \Delta t \quad (n > i), \quad (9)$$

$$u_n = -\frac{v_i + 2 \sum_{j=n}^{i-2} v_j + v_n}{2} \Delta t \quad (n < i). \quad (10)$$

2.2 稳态振动阶段识别

上节提出的零初值积分方法原理简单, 应用的关键在于寻找相应的速度和加速度的零点. 寻找零点时, 首先应判断结构是否进入稳态振动阶段. 结构

的振动响应由决定于初始条件的自由振动, 伴生的自由振动和纯强迫振动叠加而成^[21]. 单自由度体系在简谐干扰力作用下的振动方程为

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega\dot{x} + \omega^2 x = \frac{P}{m} \sin \theta t. \quad (11)$$

其通解为

$$x(t) = e^{-\zeta\omega t} \left(\frac{\dot{x}_0 + \zeta\omega x_0}{\omega_\zeta} \sin \omega_\zeta t + x_0 \cos \omega_\zeta t \right) + Ae^{-\zeta\omega t} \left(\sin \phi \cos \omega_\zeta t + \frac{\varepsilon \sin \phi - \theta \cos \phi}{\omega_\zeta} \sin \omega_\zeta t \right) + A \sin(\theta t - \phi), \quad (12)$$

$$\omega_\zeta = \omega \sqrt{1 - \zeta^2}, \quad (13)$$

$$\phi = \arctan \frac{2\zeta\omega\theta}{\omega^2 - \theta^2}. \quad (14)$$

从式(12)可以得出, 当衰减控制项 $\exp(-\zeta\omega t) < 10^{-n}$ (n 由具体信号长度确定) 时, 通解前两项接近为零, 就可以认为结构进入稳态振动阶段, 可应用节 1.1 的零初值积分方法进行积分运算.

另外对于其他干扰力形式, 周期性干扰力可以运用傅里叶级数转换为有限个不同频率的正弦函数叠加; 随机振动则可以运用离散傅里叶变换, 用有限个正弦函数叠加进行近似. 因此对于所有的干扰力形式均可以运用衰减控制项判断结构是否进入稳态振动阶段.

2.3 零点的误差修正

由于采样间隔和随机振动的影响, 在确定速度和位移的零点时存在一定的误差. 例如在计算过程中根据加速度极值确定某一采样时刻点处 $v_i=0$, 但是其真实值可能为 $v_i=v_0$, 由于梯形积分公式未造成误差的累加, 所以计算速度 v 与真实速度 v_t 之间始终相差了 v_0 .

对于位移计算:

$$u = \int_0^t (v_t + v_0) dt = u_t + v_0 t. \quad (15)$$

由式(15)可以看到由于速度的零值误差, 在积分位移过程中将产生一个一次趋势项, 需要去除该趋势项^[11], 才可以得到结构的准确位移. 由式(15)可知, 一次趋势项的斜率即为速度误差, 速度减去趋势项

斜率即可得到准确速度. 此处应注意, 由于趋势项修正在频域范围内相当于高通滤波器, 所以在低频范围内无法保证精度, 建议该方法应用于大于 2 Hz 的速度位移重构.

3 数值模拟

3.1 单自由度算例

首先以单自由度结构为例, 详细地说明基于零初值积分方法的具体计算过程; 然后将其应用于一个三自由度的框架型结构, 计算该结构在简谐激励和 El Centro 地震波激励下的速度与位移, 并比较、分析该积分方法的精度.

3.1.1 简谐振动计算

结构刚度 $k=4\pi^2$ N/m, 质量 $m=1.0$ kg, 阻尼比 $\zeta=0.05$. 初始位移 0.2 m, 初始速度 0 m/s. 输入正弦干扰力 $F_c(t)=10\sin(5\pi t)$ N. 固有频率为 2 π Hz. 用

Newmark 法计算测试加速度和速度位移的准确值.

图 1 和 2 描述了零初值积分的具体计算过程:

(1) 首先确定结构的稳态振动区间. 在图 1(a)中令衰减控制项 $e^{-0.1\pi t} < 10^{-3}$, 此时时间 $t > 22$ s. 在 22 s 以后的时间范围内寻找加速度的极值. 令对应该点的速度为零, 并以此为边界条件进行速度的积分运算.

(2) 在 22 s 之后的时间段内寻找速度极值, 令对应点的位移为零, 并以此作为边界条件进行位移积分运算(图 1(b)).

(3) 对所得位移进行去除趋势项处理(图 2(a)).

(4) 在所得速度基础上减去位移趋势项的斜率(图 2(b)).

从图中可以看出, 计算值和准确值的时程曲线有很好的拟合效果. 表 1 表明速度位移误差远小于 1%, 位移的计算误差小于 3 mm.

3.1.2 地震动计算

对上述结构输入 El Centro 地震波, 进行速度和

图 1 由加速度(a)和速度(b)计算速度

图 2 位移去趋势项修正和速度减趋势项斜率修正

表 1 单自由度体系简谐振动响应重构计算误差分析

	速度(m/s)	位移(m)
准确值	-1.8493	0.2000
计算值	-1.8492	0.1973
最大相对误差(%)	0.0067	1.3322

位移的重构计算. 同样运用 Newmark 法计算测试加速度、速度和位移的准确值.

图 3 给出了零初值积分方法重构单自由度体系在地震动作用下的结构振动响应. 图中实线为 Newmark 方法计算的准确值, 虚线为本方法的计算结果. 表 2 表明与理论值相比, 该方法的计算速度相对误差小于十万分之一, 计算位移相对误差小于 1.3%.

通过上述两个算例可以看出基于零初值的速度位移重构方法对于单自由度体系的简谐振动和地震动激励均有很高的精度, 速度的最大相对误差远小于 1%. 位移的相对误差也在 1.4% 以内.

3.2 多自由度算例

3.2.1 简谐振动计算

以三自由度剪切型框架结构为例. 设刚度矩阵为 $K = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 & -2 \\ -2 & 5 \end{pmatrix} \times 600 \text{ N/m}$, 质量矩阵为

图 3 地震动计算结果对比

表 2 单自由度体系地震动响应重构计算误差分析

	速度(m/s)	位移(m)
准确值	0.0523	5.6844×10^{-6}
计算值	0.0523	5.6115×10^{-6}
最大相对误差(%)	6.7017×10^{-4}	1.2824

$M = \text{diag}(1, 1.5, 2) \text{ kg}$, 初始条件为 $x(0) = (0.2, 0.1, 0)^T \text{ m}$, 采用比例阻尼 $\zeta_1 = \zeta_2 = \zeta_3 = 0.05$ 结构固有频率为 $\omega = (14.522, 31.048, 46.100)^T \text{ Hz}$.

对该结构输入正弦干扰力 $F_e = \sin(5\pi t) \text{ N}$, 衰减控制项 $e^{-\zeta\omega t} = e^{-0.05 \times 14.552 \times t} < 10^{-3}$ 时, $t > 9.53 \text{ s}$, 因此在 9.53 s 之后寻找加速度和速度的最大值.

仍然采用 Newmark 法计算各个自由度测试加速度、速度和位移的准确值.

图 4(a)为三自由度体系第一自由度的速度位移计算结果与准确值的对比情况, 从表 3 第一自由度误差分析可以看出, 本文方法重构出的第一自由度的速度相对误差为 0.0007%, 而位移重构的相对误差约为 0.15%. 图 4(b)为第二自由度振动响应时程曲线. 表 3 第二自由度误差分析表明重构出的第二自由度的速度相对误差小于 0.0003%, 而位移重构的最大误差小于 0.2 mm. 图 4(c)为第三自由度计算结果. 表 3 第三自由度误差分析的误差分析表明重构的速度与 Newmark 法计算的准确值最大相对误差在 10^{-8} 数量级, 位移最大相对误差小于 0.6%.

3.2.2 地震动计算

对该结构输入 El Centro 地震波, 进行速度和位移的重构计算.

图 5(a)为运用零初值积分方法计算出的该结构第一自由度的振动响应. 图中可以看出 该方法计算出的速度和位移时程曲线与准确值符合很好. 表 4 第一自由度误差分析表明速度相对误差远小于 1%, 位移相对误差约为 1.2%. 图 5(b)为第二自由度速度和位移的计算结果. 表 4 第二自由度误差分析可以看出与 Newmark 法计算的准确值相比, 速度相对误差在 10^{-6} 数量级, 位移相对误差小于 1.3%. 图 5(c)为第三自由度的地震动响应, 表 4 第三自由度的误差分析表明速度相对误差小于 1×10^{-6} , 位移最大相对误差小于 1.2%.

从以上图表可看出基于零初始值的速度与位移重构方法对于多自由度的简谐振动计算具有很高的精度, 并且很好地解决了初始条件未知的问题. 对于更加复杂的多自由度体系地震激励响应计算也有很高的精度, 速度的最大误差均远小于 1%, 位移误差也在 2% 以内. 虽然位移误差相对较大, 但误差的最大值均出现在位移很小的位置, 对整体精度影响程度有限.

图 4 第一自由度(a)、第二自由度(b)和第三自由度(c)计算结果对比

表 3 多自由度体系简谐振动响应重构计算误差分析

补充表头	第一自由度		第二自由度		第三自由度	
	速度 (m/s)	位移 (m)	速度 (m/s)	位移 (m)	速度 (m/s)	位移 (m)
计算值	-1.6737	0.2000	-1.9482	0.1000	1.1927	-0.0042
准确值	-1.6737	0.1997	-1.9482	0.0998	1.1927	-0.0043
最大相对误差(%)	7.0024×10^{-4}	0.154	2.9282×10^{-4}	0.1614	1.2789×10^{-6}	0.5111

4 地震波验证

地震过程中的速度与位移极值对地震地区的建筑损伤判断和之后的建筑设计都有重要意义. 经试验, 零初值的速度位移重构方法对于真实地震波也有很高的计算精度. 本文选取五次比较具有代表意义的重大地震进行计算, 其中 4 个震级较大的地震均为 5 年内较有影响的地震, 另一次地震为 6.8 级的意大利南部艾平尼亚(Irpinia)地震, 死亡达 3100 人.

4.1 尼泊尔(Nepal)地震

尼泊尔地震新近发生于 2015 年 4 月 25 日, 震级 8.1 级^[22], 震源深度 20 km, 余震 134 次. 震中位于博

克拉. 截至 2015 年 5 月 13 日, 地震至少造成 8219 人死亡, 17866 人受伤, 中国西藏、印度、孟加拉国、不丹等地均出现人员伤亡. 该地震的三向地震波记录(加速度)及相关信息通过工程强震数据中心网站 (<http://www.strongmotioncenter.org/>) 下载, 同时也下载了该地震记录的速度和位移时程曲线, 用于与本文方法计算得到的速度和位移进行比较. 以下 3 个地震动记录也由该网站下载, 不再累述. 该数据的记录基站为 Kanti Path, Kathmandu, Nepal, 震中距 59.9 km. 基站位置位于 27.71°N 和 85.32°E.

图 6(a)为尼泊尔地震东西方向的地震动记录及零初值积分方法的计算结果. 表 5 东西方向极值点处的误差分析表明与网站给出的速度和位移数据相比,

图 5 第一自由度(a)、第二自由度(b)和第三自由度(b)计算结果对比

表 4 多自由度体系地震动响应重构计算误差分析

	第一自由度		第二自由度		第三自由度	
	速度 (cm/s)	位移 (cm)	速度 (cm/s)	位移 (cm)	速度 (cm/s)	位移 (cm)
计算值	-0.0309	6.1393×10^{-7}	-0.0127	3.9883×10^{-7}	-0.0111	1.8570×10^{-7}
准确值	-0.0309	6.0650×10^{-7}	-0.0127	3.9401×10^{-7}	-0.0111	1.8348×10^{-7}
最大相对误差(%)	1.1463×10^{-4}	1.2112	1.8014×10^{-4}	1.2075	9.4664×10^{-5}	1.1931

在极值位置, 速度相对误差小于 0.003%, 位移误差小于 0.3 mm. 图 6(b)为南北方向的地震动记录及计算结果. 表 5 南北方向极值点处的误差分析表明, 与网站给出的速度和位移数据相比, 在极值位置, 速度和误差均小于 1%. 图 6(c)为竖直方向的地震动记录及计算结果. 表 5 的竖直方向误差分析结果表明速度极值与给出数据相比, 误差小于 0.02 mm/s, 位移相对误差小于 0.3%.

通过以上计算结果可以看出对于尼泊尔地震动记录, 在东西、南北和垂直三个方向, 零初值方法计算出的速度和位移时程曲线与现有的计算结果拟合很好. 并且在最为重要的速度和位移峰值位置, 零初值方法拥有较高精度, 速度和位移的相对误差均小

于 1%, 可以满足实际应用的精度要求.

4.2 美国芬代尔(Ferndale)地震

美国芬代尔(Ferndale)地震发生于 2014 年 3 月 9 日 5 时 17 分. 地震震级为 6.9 级. 震中位置 40.8°N, 125.0°W, 距海岸较近, 墨西哥北部和加拿大南部地区均有震感. 本文采用数据来自基站 Ferndale, Fire Station, 编号 1023. 基站位置位于 40.58°N 和 124.26°W, 距震中 73.2 km.

图 7(a)为芬代尔地震 90°方向的计算值与网站给出值对比情况(注: 由于数据前 25 s 接近为零, 所以在绘图时省略, 本节下同). 表 6 中 90°方向在极值位置处零初值方法计算值与给出数据相比的误差, 结

图 6 各个方向计算结果对比
(a) 东西方向(HNE-NQ.01); (b) 南北方向(HNN-NQ.01); (c) 竖直方向(HZN-NQ.01)

表 5 尼泊尔地震动记录重构计算极值误差分析

	东西方向		南北方向		竖直方向	
	速度 (cm/s)	位移 (cm)	速度 (cm/s)	位移 (cm)	速度 (cm/s)	位移 (cm)
计算值	-107.3200	116.9500	-86.0480	-139.0400	58.7930	-66.9430
准确值	-107.3170	116.9771	-86.0498	-138.7256	58.7949	-67.1410
极值相对误差(%)	0.0028	0.0232	0.0021	0.2261	0.0032	0.2957

果显示速度和位移误差均小于 1%。图 7(b)为 0°方向用零初值积分方法计算结果和网站给出数据的对比情况。表 6 的 0°误差分析表明, 速度的相对误差小于 1×10^{-4} , 位移的相对误差小于 1%。图 7(c)为本文方法计算出的竖直方向速度和位移时程曲线与已有数据对比情况。表 6 竖直方向计算值与准确值在极值点处的相对误差。速度相对误差小于 0.03%, 位移误差小于 0.3 mm。

本节运用零初值方法计算了 2014 年芬代尔地震三个方向的速度与位移, 并与现有计算结果进行对比。速度极值点处具有很高的计算精度。位移除竖直方向外, 相对误差也在 1%以内。竖直方向虽然位移极值相对误差略大, 但仍可以满足实际应用要求的

精度。

4.3 东土耳其(Eastern Turkey Area)地震

土耳其东部地震发生于 2011 年 10 月 23 日, 震级 7.2 级^[23], 震源深度 10.0 km。地震造成 480 人死亡, 1300 余人受伤。基站 BITLIS DSI 173. SB. MUD, 编号 1302。距震中 116.9 km。

图 8(a)为土耳其地震东西方向加速度、速度和位移时程曲线(数据前 60 s 省略)。图中可以看出零初值方法所得结果与已有数据很接近, 可以有效地拟合地震动时程曲线。表 7 计算了速度和位移的相对误差, 二者均远小于 1%。图 8(b)为本文方法计算土耳其地震南北方向的时程曲线与工程强震数据中心网站给

图 7 不同方位计算结果对比
(a) 90°方向(1023a); (b) 0°方向(1023b); (c) 竖直方向(1023c)

表 6 美国芬代尔地震记录重构计算极值误差分析

	90°方向		0°方向		竖直方向	
	速度 (cm/s)	位移 (cm)	速度 (cm/s)	位移 (cm)	速度 (cm/s)	位移 (cm)
计算值	-4.5591	2.1980	5.0750	-3.2991	2.4715	-1.7031
准确值	-4.5590	2.2124	5.0755	-3.2743	2.4709	-1.7306
极值相对误差(%)	0.0030	0.6553	0.0089	0.7520	0.0242	1.6153

出的速度和位移数据对比图(数据前 60 s 省略). 表 7 计算了极值点处的相对误差, 速度相对误差小于 3×10^{-6} , 位移相对误差小于 0.03%. 图 8(c)为该地震竖直方向的加速度、速度和位移时程曲线与工程强震数据中心网站给出的数值对比图(数据前 60 s 省略). 表 7 竖直方向误差分析表明, 极值处速度相对误差约为 0.001 mm/s, 位移误差约为 0.03 mm.

以上计算结果表明, 在东土耳其地震的东西方向、南北方向和竖直三个方向, 零初值积分方法的计算结果与网站给出的时程曲线符合得较好. 在位移峰值位置二者的相对误差均小于 0.1%, 速度峰值则拥有更高的精度.

4.4 美国维吉尼亚州米纳勒尔(Mineral)地震

米纳勒尔(Mineral)地震发生于 2011 年 8 月 23 日 13 时 51 分, 震级里氏 5.9 级. 地震虽未造成人员伤亡和太大的财产损失, 但地震发生时, 邻近弗吉尼亚的首都华盛顿, 纽约乃至北卡罗来纳等州均有震感. 本文选用地震响应数据来自基站 VA Corbin (Fredricksberg Obs), ID 为 CBN, 距震中 57.5 km.

图 9(a)为米纳勒尔地震 0°方向的加速度、速度和位移时程曲线与工程强震数据中心网站给出的数值对比图. 表 8 给出了极值点处的相对误差, 速度误差约为 0.005 mm/s, 位移相对误差约为 0.15%. 图 9(b)

图 8 不同方向计算结果对比图

(a) 东西方向(20111023104118_1302_EW); (b) 南北方向(20111023104118_1302_NS); (c) 竖直方向(20111023104118_1302_UD)

表 7 东土耳其地震动记录重构计算极值误差分析

	东西方向		南北方向		竖直方向	
	速度 (cm/s)	位移 (cm)	速度 (cm/s)	位移 (cm)	速度 (cm/s)	位移 (cm)
计算值	-7.7020	3.3607	-8.8198	2.4351	4.3281	5.1447
准确值	-7.7022	3.3593	-8.8198	2.4344	4.3280	5.1470
极值相对误差(%)	0.0032	0.0420	2.5985×10^{-4}	0.0297	0.0017	0.0442

图 9 0°方向(US.CBN.HN1.20)和 90°(US.CBN.HN2.20)计算结果对比

表 8 美国米纳勒尔地震动记录重构计算极值误差分析

	0°方向		90°方向	
	速度 (cm/s)	位移 (cm)	速度 (cm/s)	位移 (cm)
计算值	7.1273	-1.5523	-5.0596	-0.9900
准确值	7.1268	-1.5499	-5.0597	-0.9885
极值相对误差(%)	0.0064	0.1532	0.0025	0.1549

为米纳勒尔地震 90°方向计算时程曲线与网站下载数据对比情况. 表 8 表明速度和位移极值点处的相对误差均在 1% 以内.

本节运用零初值方法计算了米纳勒尔(Mineral)地震 0°和 90°两个方向的速度位移时程曲线. 零初值积分方法计算出的时程曲线与网站给出的数据符合很好, 并且在极值点出的位移和速度精度很高.

4.5 意大利南部艾平尼亚(Irpinia)地震

意大利南部艾平尼亚(Irpinia)地震发生于 1980 年 11 月 23 日 19 时 39 分. 强度为里氏地震级 6.8 级, 震中在波坦察附近. 整个亚宁半岛都不同程度地感到了这次地震. 据统计, 因地震而死亡者达 3100 人,

失踪者 2000 人, 20 万人无家可归. 本文采用数据及地震相关信息从太平洋地震工程研究中心(PEER)强震记录数据库网站(<http://ngawest2.berkeley.edu/site>)下载. 所用数据来自基站 Tricarico.

图 10(a)为艾平尼亚地震 0°方向的加速度、速度和位移时程曲线与太平洋地震工程研究中心(PEER)强震记录数据对比图. 表 9 为计算值与已有数据在速度和位移极值处的相对误差, 速度相对误差约为 0.2%, 位移相对误差约为 2.4%. 图 10(b)为艾平尼亚地震 270°方向的加速度、速度和位移时程曲线与太平洋地震工程研究中心(PEER)强震记录数据对比图. 从图中可以看出时程曲线符合情况较好. 速度的极值相对误差小于 0.06%, 位移极值相对误差约为 0.11%(表 9). 图 10(c)和表 9 为艾平尼亚地震竖直方向计算时程曲线与极值相对误差. 速度极值误差约为 0.018 mm/s, 位移极值相对误差约为 5×10^{-4} .

上述计算结果表明零初值方法计算出的意大利艾平尼亚地震速度和位移时程曲线与给出的数据十分接近. 与给出的速度与位移相比, 极值点处相对误

图 10 不同方向计算结果对比图

(a) 0°方向(RSN294_ITALY_A-TRC000); (b) 270°方向(RSN294_ITALY_A-TRC270); (c) 竖直方向(RSN294_ITALY_A-TRC-UP)

表 9 意大利艾平尼亚地震记录重构计算极值误差分析

	0°方向		270°方向		竖直方向	
	速度 (cm/s)	位移 (cm)	速度 (cm/s)	位移 (cm)	速度 (cm/s)	位移 (cm)
计算值	5.9003	2.1818	-6.4364	-2.8177	-3.1121	-1.3291
准确值	5.8878	2.1288	-6.4330	-2.8147	-3.1103	-1.3298
极值相对误差(%)	0.2124	2.4291	0.0538	0.1067	0.0566	0.0505

差值均小于 1%，只有 0°方向的相对误差稍大，但仍可满足工程精度要求。

通过 5 个地震动记录的积分结果可以看出，零初值积分方法在最为重要的峰值速度和峰值位移处具有满足工程需要的精度，可以应用于还原地震动响应。

5 结论

本文提出了基于零初值的测试加速度积分速度与位移的方法。该法具有如下三个显著的创新点：

- (1) 利用结构振动时的能量守恒原理，在结构稳态振动阶段，寻找加速度积分时的位移零点，得到积分的初值；较之其他方法，该方法有效地解决了积分过程中初始值未知的问题；
- (2) 利用积分位移后的一次趋势项去除采样间

隔等原因造成的零点确定误差。在计算速度基础上减去一次趋势项的斜率，提高速度和位移的计算精度；

- (3) 该方法采用最简单的梯形积分公式，没有导致累积误差，较之其他多项插值积分方法，具有较高的计算效率。

本文运用该方法对单自由度和多自由度体系的简谐振动以及 El Centro 地震波激励下的结构响应进行计算，并将计算值与 Newmark 法所得准确值相比，结果显示该方法具有较高的计算精度，并准确还原了结构的初始位移。最后将该方法应用于 5 个不同时间和地区的较有影响的地震动加速度记录，求解地震过程中地面的振动速度和位移，并与现有结果进行比较，在最重要的极值点处，误差均小于 3%，可以满足工程精度，表明本文所提出的方法具有较高的实际应用价值。

参考文献

1 李宏男, 李东升. 土木工程结构安全性评估、健康监测及诊断述评. 地震工程与工程振动, 2002, 22: 82-90

2 潘海鸿, 李小青, 周云飞. 多轴激光位移测量同步采样技术. 华中科技大学学报: 自然科学版, 2007, 35: 89-92

3 王选择, 郭军, 谢铁邦. 自带计量标准器的二维位移工作台研究. 华中科技大学学报: 自然科学版, 2003, 31: 53-54

4 Gentile C, Bernardini G. Output-only modal identification of a reinforced concrete bridge form radar-based measurements. NDT E Int, 2008, 41: 544-553

5 Im S B, Hurlbauss S, Kang Y J. Summary review of GPS technology for structural health monitoring. J Struct Eng, 2013, 139: 1653-1664

6 Xia Y, Zhang P, Ni Y Q, et al. Deformation monitoring of a super-tall structure using real-time strain data. Eng Struct, 67: 29-38

7 杨学山, 侯兴民, 廖振鹏, 等. 桥梁挠度测量的一种新方法. 土木工程学报, 2002, 35: 92-96

8 Stiros S C. Errors in velocities and displacements deduced from accelerographs: An approach based on the theory of error propagation. Soil Dyn Earthq Eng, 2008: 415-420

9 Bardella L, Carini A, Genna F. Time integration errors and some new functionals for the dynamics of a free mass. Comput Struct, 2003, 81: 2361-2372

10 Boore M D, Bommer J J. Processing of strong-motion accelerograms: Needs, options and consequences. Soil Dyn Earthq Eng, 2005: 93-115

11 郑水明, 周宝峰, 温瑞智, 等. 强震动加速度记录基线校正问题探. 大地测量与地球动力学, 2010, 30: 47-50

12 陈为真, 汪秉文, 胡晓姬. 基于时域积分的加速度信号处理. 华中科技大学学报: 自然科学版, 2010, 38: 1-4

13 李建波, 陈健云, 林皋. 相互作用分析中地震动输入长周期校正研究. 大连理工大学学报, 2004, 44: 550-555

14 Lee H S, Hong Y H, Park H W. Design of an FIR filter for the displacement reconstruction using measured acceleration in low-frequency dominant structures. Int J Numer Meth Eng, 2010, 82: 403-434

15 Hong Y H, Kim H K, Lee H S. Reconstruction of dynamic displacement and velocity from measured accelerations using the variational

- statement of an inverse problem. *J Sound Vib*, 2010, 329: 4980–5003
- 16 Hong Y H, Lee S G, Lee H S. Design of the FEM-FIR filter for displacement reconstruction using accelerations and displacements measured at different sampling rates. *Mech Syst Signal Pr*, 2013, 38: 460–481
- 17 Park S K, Park H W, Shin S, et al. Detection of abrupt structural damage induced by an earthquake using a moving time window technique. *Comput Struct*, 2008, 86: 1253–1265
- 18 Kim J, Kim K, Sohn H. Autonomous dynamic displacement estimation from data fusion of acceleration and intermittent displacement measurements. *Mech Syst Signal Pr*, 2014, 42: 194–205
- 19 余加勇, 邵旭东, 孟晓林, 等. 联合 GNSS 和加速度计的桥梁结构动态监测试验. *中国公路学报*, 2014, 27: 62–69
- 20 Park K T, Kim S H, Park H S, et al. The determination of bridge displacement using measured acceleration. *Eng Struct*, 2005, 27: 371–378
- 21 张亚辉, 林家浩. 结构动力学基础. 大连: 大连理工大学出版社, 2007. 20–21
- 22 赵纪东, 裴惠娟, 郑军卫. 尼泊尔地震后喜马拉雅地区地震风险浅析. *国际地震动态*, 2015, 5: 12–14
- 23 张梦旭. 走进土耳其地震灾区. *人民日报* 2011 年 10 月 27 日, 第 022 版

Novel integration method of measured acceleration to velocity and displacement based on zero initial condition

LIN Nan, LI DongSheng & LI HongNan

State Key Laboratory of Coastal & Offshore Engineering, School of Civil Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116023, China

The displacement and velocity of a structure is very important in scientific research and practical engineering in the field of earthquake engineering, structural vibration control and structural health monitoring. Because of the limitation of technical specification and working conditions, most measured signals from experiments is acceleration, and it is necessary to integrate acceleration to get velocity and displacement. However, the absence of initial conditions often makes the integration process affected by significant “drift” errors. To solve this problem, a novel integration method is proposed, in which the zero points of velocity and displacement during steady state vibration are sought for and determined utilizing basic rules of vibration, and are regarded as the initial values of integration. Moreover, the “drift” caused by the error of sampling spacing and stochastic vibration is further removed by detrending the integrated displacement. Responses of a single degree of freedom structure and a multiple degree of freedom structure are simulated under harmonic and earthquake excitation. The maximum relative error between the calculated value and the accurate ones are compared. In the end, the proposed method is applied to five typical seismic motion records. The integrated velocity and displacement are compared with given ones, and it shows that the maximum relative error at extremes is less than 3%, which powerfully demonstrates that the proposed integration method is accurate and practical.

acceleration integration, reconstruction of velocity, reconstruction of displacement, time-domain integration, zero initial integration

doi: 10.1360/N092015-00282