论 文

多用户 MIMO 下行系统中的仿射投影解码方法

王海泉*, 金瑜瑜, 吴鹏云, 潘鹏

杭州电子科技大学通信工程学院, 杭州 310018

* 通信作者. E-mail: wanghq33@gmail.com

收稿日期: 2014-07-23; 接受日期: 2014-09-02; 网络出版日期: 2014-12-16

国家自然科学基金 (批准号: 61372093) 资助项目

摘要 针对多用户下行 MIMO 系统, 基站端有 M 根传输天线, 用户端有 1 根接收天线的情况, 该文提出了一种名为仿射投影译码器的译码方法. 该方法采用对角空时码, 在发送端不知道信道状态信息的情况下同时给所有用户发送信息. 应用仿射投影技术, 用户端可以完全地消除用户间的干扰. 该文还对这个新译码器的性能, 包括可达速率域和自由度进行了分析. 最后, 仿真证实了分析结果.

关键词 多用户 MIMO 系统 下行 仿射投影译码器 对角空时码

1 引言

大量研究表明多输入多输出 (MIMO) 多用户系统可以提供高效的传输. 实际上, 从信息论的角度看, 多用户下行 MIMO 系统在发送端和用户端都已知瞬时信道状态信息的情况下, 它的最大可实现速率域或容量域, 是能够通过脏纸编码技术达到的^[1~3]. 在此基础上, 文献 [3] 给出了确切的容量域表达形式. 然而, 脏纸编码技术的复杂度非常高, 这使得它的实用化极具挑战性. 另一方面, 发送端想要完全知道瞬时信道状态信息是不现实的. 因此, 通常通过有限反馈使得发送端得到部分的信道状态信息来实现预编码技术. 文献 [4,5] 指出, 基站端的预编码码本设计可以通过最小化最大码本矢量距离来进行数值求解. 文献 [6] 提出了随机波束成型的概念. 但是在发送端完全不知道信道状态信息的情况下, 脏纸编码技术和预编码技术难以实施.

本文主要针对多用户下行 MIMO 系统, 在发送端不知道信道状态信息的情况下, 利用仿射投影技术来设计新的译码方法. 由于下行信道中的任何一个用户接收到的信号中都包含了基站发送给所有通信用户的信号, 由此产生了多用户干扰 (MUI). 因此, 每个用户都需要处理这些干扰, 并独立地解出各自所需的信号. 本文所提出的解码方法能够有效地处理用户间的干扰.

文献 [7] 充分利用 Alamouti 正交空时码能够使信道正交化这一特征, 将仿射投影与之结合, 给出了消除多用户干扰的解码方法. 而文献 [8] 中, 在每个用户接收天线数大于基站发射天线数的情况下, 直接把仿射投影与对角空时码结合, 给出了相应的解码方法. 但在实际应用中, 用户端的天线数不一定能够多于基站的发射天线数, 事实上, 大部分情况下, 多为单天线用户. 在这种情况下, 由于用户接收到的信号所生成的空间维数小于发送信号的空间维数, 无法直接利用仿射投影来完全消除用户间干扰. 为了克服这一弱点, 本文利用矩阵中“层 (Layer)”的概念, 结合重复发送技巧, 使同一信号历经不

引用格式: 王海泉, 金瑜瑜, 吴鹏云, 等. 多用户 MIMO 下行系统中的仿射投影解码方法. 中国科学: 信息科学, 2015, 45: 289–298, doi: 10.1360/N112014-00085

同的信道到达接收方, 以时间换取空间, 从而能仍然利用仿射投影来消除用户间干扰. 本文还对上述方法进行了性能分析. 分析结果表明, 尽管重复发送信号, 发送速率上有所降低, 但在用户数与接收天线数相同的条件下, 本文所提方法仍能够达到最优自由度.

2 预备知识

2.1 系统模型

假设多用户 MIMO 下行系统, 基站端有 M 根发射天线, 同时给 K 个用户发送信息, 每个用户只有一根接收天线. 每个用户都含有 1 个码本, 标记用户 i 的码本为 $\mathbb{S}_i$. 其功率限制表达式为

$$E(\|s_{it}\|^2) \leq \rho_i, \quad (1)$$

式中, s_{it} 为 $\mathbb{S}_i$ 中的码字, E 表示期望, ρ_i 是用户 i 的功率.

假设基站采用以下传输方案: 首先, 根据用户 i 所要传送的信息选择码字 $s_{it} \in \mathbb{S}_i$, $i = 1, 2, \dots, K$, $t = 1, 2, \dots, T$, 这里 T 表示时隙数; 然后, 将这些码字映射到一个维度是 $M \times T$ 的矩阵 $\mathbf{X}$ 中; 最后, 用 M 根天线以 T 时隙传输矩阵 $\mathbf{X}$.

现在来考虑用户 i 的接收信号. 假设基站到用户端的信道是平坦瑞利 (Rayleigh) 慢衰落, 相干时隙大于或等于 T , 那么这些信道可以表示成维度为 $1 \times M$ 的向量 $\mathbf{h}_i$, 假设它的每一分量是均值为 0, 方差为 1 的复高斯随机变量, 且分量间相互独立. 在 T 时隙内接收信号 (标记为 $\mathbf{y}_i$) 的表达式为

$$\mathbf{y}_i = \mathbf{h}_i \mathbf{X} + \mathbf{w}_i, \quad (2)$$

式中, $\mathbf{w}_i$ 是维度为 $1 \times T$ 的噪声向量, 它的每一分量服从零均值, 方差为 1 的复高斯变量, 且分量间相互独立.

用户 i 的任务是从这个接收到的信号 $\mathbf{y}_i$ 中解码出信号 s_{it} ($t = 1, 2, \dots, T$). 显然, 矩阵 $\mathbf{X}$ 中的信号 s_{jt} ($j \neq i, j = 1, 2, \dots, K$) 对于用户 i 是一种干扰, 我们称这个干扰为“用户间干扰”. 因此, 如何消除这个干扰, 是解决问题的关键之一. 本文将采用仿射投影技术来消除用户间的干扰.

2.2 仿射投影基本原理

假设 $\mathbf{U}$ 和 $\mathbf{V}$ 是某个向量空间中的两个子空间, 且满足 $\mathbf{U} \cap \mathbf{V} = \{0\}$ (“ $\cap$ ” 表示空间的交集). 记 $\mathbf{Z} = \mathbf{U} \oplus \mathbf{V}$ (“ $\oplus$ ” 表示空间的直和). 令 $\{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_n\}$ 和 $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_m\}$ 分别为 $\mathbf{U}$ 和 $\mathbf{V}$ 的基. 符号 $\langle \cdot, \cdot \rangle$ 表示向量的内积. 定义以下记号:

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_{11} &\triangleq (\langle \mathbf{u}_i, \mathbf{u}_j \rangle)_{n \times n}, & \mathbf{G}_{12} &\triangleq (\langle \mathbf{u}_i, \mathbf{v}_j \rangle)_{n \times m}, \\ \mathbf{G}_{21} &\triangleq (\langle \mathbf{v}_i, \mathbf{u}_j \rangle)_{m \times n}, & \mathbf{G}_{22} &\triangleq (\langle \mathbf{v}_i, \mathbf{v}_j \rangle)_{m \times m}, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} \mathbf{G}_{11} & \mathbf{G}_{12} \\ \mathbf{G}_{21} & \mathbf{G}_{22} \end{pmatrix}, \quad (4)$$

上式中 “ $\triangleq$ ” 表示定义, 下同.

由于向量组 $\{\mathbf{u}_j, j = 1, 2, \dots, n\}$ 和 $\{\mathbf{v}_j, j = 1, 2, \dots, m\}$ 是线性无关的, 则矩阵 $\mathbf{G}_{11}$ 和 $\mathbf{G}_{22}$ 可逆. 由于 $\mathbf{Z}$ 是 $\mathbf{U}$ 和 $\mathbf{V}$ 直和, 则 $\{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_n, \mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_m\}$ 可以作为 $\mathbf{Z}$ 的基. 因此, 矩阵 $\mathbf{G}$ 也是可逆的.

对于 Z 中任意的向量 x , 都存在一个唯一的分解 $x = x_1 + x_2$, 式中, $x_1 \in U$ 且 $x_2 \in V$. 因此, x_1 能被表示成 $\{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ 的一个线性组合, x_2 能被表示成 $\{v_1, v_2, \dots, v_m\}$ 的一个线性组合, 且可以通过以下方法来计算出这些线性组合的系数.

假设

$$x_1 = \sum_{i=1}^n x_i u_i, \quad x_2 = \sum_{i=1}^m x_{n+i} v_i,$$

式中 $x_j, j = 1, 2, \dots, n+m$ 表示系数.

令 $a = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$; $b = (x_{n+1}, x_{n+2}, \dots, x_{n+m})^T$. 则

$$\langle u_i, x \rangle = \sum_{j=1}^n \langle u_i, u_j \rangle x_j + \sum_{j=1}^m \langle u_i, v_j \rangle x_{n+j} = (G_{11})_i a + (G_{12})_i b,$$

$$\langle v_i, x \rangle = \sum_{j=1}^n \langle v_i, u_j \rangle x_j + \sum_{j=1}^m \langle v_i, v_j \rangle x_{n+j} = (G_{21})_i a + (G_{22})_i b,$$

其中 $(A)_i$ 表示矩阵 A 的第 i 行. 因此,

$$\begin{pmatrix} \langle u_1, x \rangle \\ \dots \\ \langle u_n, x \rangle \\ \langle v_1, x \rangle \\ \dots \\ \langle v_m, x \rangle \end{pmatrix} = G \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}.$$

所以

$$\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = G^{-1} \begin{pmatrix} \langle u_1, x \rangle \\ \dots \\ \langle u_n, x \rangle \\ \langle v_1, x \rangle \\ \dots \\ \langle v_m, x \rangle \end{pmatrix}.$$

定义记号 $\langle u, x \rangle \triangleq (\langle u_1, x \rangle, \dots, \langle u_n, x \rangle)^T$ 和 $\langle v, x \rangle \triangleq (\langle v_1, x \rangle, \dots, \langle v_m, x \rangle)^T$. 那么, 通过以上等式, 可以得到 a 和 b 的表达式如下:

$$a = G_{11}^{-1}(I_n + G_{12}G_{22,1}^{-1}G_{21}G_{11}^{-1})\langle u, x \rangle - G_{11}^{-1}G_{12}G_{22,1}^{-1}\langle v, x \rangle, \quad (5)$$

$$b = -G_{22}^{-1}G_{21}G_{11,2}^{-1}\langle u, x \rangle + G_{22,1}^{-1}\langle v, x \rangle, \quad (6)$$

式中 $G_{22,1} = G_{22} - G_{21}G_{11}^{-1}G_{12}$ 和 $G_{11,2} = G_{11} - G_{12}G_{22}^{-1}G_{21}$. 那么可以得到, $x_1 = (u_1, \dots, u_n)a$ 和 $x_2 = (v_1, \dots, v_m)b$. 我们称向量 x_1 (或 x_2) 是 x 在 U (或 V) 沿着空间 V (或 U) 上的仿射投影, 标记为

$$P_{UV}(x) \triangleq x_1 = (u_1, \dots, u_n)a, \quad (7)$$

$$P_{VU}(\mathbf{x}) \triangleq \mathbf{x}_2 = (\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_m)\mathbf{b}. \quad (8)$$

通过上述过程可以看到仿射投影与正交投影是不同的, 具体如下.

假设 $\{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_n\}$ 和 $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_m\}$ 分别是空间 U 和 V 的标准正交基. 在此条件下, $\mathbf{G}_{11} = \mathbf{I}_n$, $\mathbf{G}_{22} = \mathbf{I}_m$. 那么,

$$\mathbf{G}^{-1} = \begin{pmatrix} \mathbf{I}_n & -\mathbf{G}_{12} \\ -\mathbf{G}_{21} & \mathbf{I}_m \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} (\mathbf{I}_n - \mathbf{G}_{12}\mathbf{G}_{21})^{-1} & 0 \\ 0 & (\mathbf{I}_m - \mathbf{G}_{21}\mathbf{G}_{12})^{-1} \end{pmatrix}. \quad (9)$$

因此有

$$\mathbf{a} = (\mathbf{I}_n - \mathbf{G}_{12}\mathbf{G}_{21})^{-1}(\langle \mathbf{u}, \mathbf{x} \rangle - \mathbf{G}_{12}\langle \mathbf{v}, \mathbf{x} \rangle), \quad (10)$$

$$\mathbf{b} = (\mathbf{I}_m - \mathbf{G}_{21}\mathbf{G}_{12})^{-1}(\langle \mathbf{v}, \mathbf{x} \rangle - \mathbf{G}_{21}\langle \mathbf{u}, \mathbf{x} \rangle). \quad (11)$$

显然, 如果空间 U 和 V 相互正交, 则 $\mathbf{G}_{12} = 0$, $\mathbf{G}_{21} = 0$, 且 $\mathbf{a} = \langle \mathbf{u}, \mathbf{x} \rangle$, $\mathbf{b} = \langle \mathbf{v}, \mathbf{x} \rangle$. 在此情况下且仅仅在此情况下仿射投影就等同于正交投影. 因此, 正交投影是仿射投影的一种特殊情形.

3 基于仿射投影的译码器

3.1 基站端的传输方案

假定基站的天线数与用户数的比值是 N (N 为整数), 即 $M/K = N$. 在这种情况下, 首先要把 2.1 小节中的传输方案更加详细化. 它的基本思想是, 将所有用户的信号送入一个传输矩阵 $\mathbf{X}$ 中, 不同用户的信号放入矩阵 $\mathbf{X}$ 的不同层中.

假定 $\mathbf{X}$ 是一个 $M \times M$ 的方阵, 它的第 i 层记为 $\mathcal{L}_i$, $\mathcal{L}_i$ 定义为

$$\mathcal{L}_i \triangleq \{([i+j-1]_M, j), j = 1, 2, \dots, M\}, \quad (12)$$

式中, $[a]_M$ 表示 a 对 M 作模运算, 而 $([i+j-1]_M, j)$ 表示矩阵 $\mathbf{X}$ 的第 $[i+j-1]_M$ 行第 j 列. 本文称 $([i+j-1]_M, j)$ 为 $\mathcal{L}_i$ 的第 j 个元素.

具体的传输方案如下:

- (1) 根据用户 i 的具体信息从 $\mathbb{S}_i$ 中选取相应的 N 个信号, 记为 $s_{i1}, s_{i2}, \dots, s_{iN}$, 其中 $i = 1, 2, \dots, K$;
- (2) 将 s_{i1} 放入 $\mathbf{X}$ 第 $(i-1) \times N + 1$ 层的每一个位置, s_{i2} 放入 $\mathbf{X}$ 第 $(i-1) \times N + 2$ 层的每一个位置, $\dots$, s_{iN} 放入 $\mathbf{X}$ 第 $(i-1) \times N + N$ 层的每一个位置组成 $M \times M$ 的信号矩阵 $\mathbf{X}$;
- (3) 基站端用 $(T = M)$ 个时隙来传输信号矩阵 $\mathbf{X}$.

例 1: 基站有 4 根发送天线, 即 $M = 4$, 用户数 $K = 2$, 那么可以得到 $N = 2$. 根据传输方案, 第一步, 选取信号, 即给每个用户选取 $N = 2$ 个信号. 记第一个用户信号为 s_{11}, s_{12} , 第二个用户信号为 s_{21}, s_{22} . 把 s_{11} 和 s_{12} 分别摆到发送矩阵 $\mathbf{X}$ 的第一层和第二层, 而把 s_{21} 和 s_{22} 分别摆到 $\mathbf{X}$ 的第三层和第四层, 从而得到以下的发送矩阵

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} s_{11} & s_{22} & s_{21} & s_{12} \\ s_{12} & s_{11} & s_{22} & s_{21} \\ s_{21} & s_{12} & s_{11} & s_{22} \\ s_{22} & s_{21} & s_{12} & s_{11} \end{pmatrix}.$$

3.2 基于仿射投影方法的译码

针对上述传输方案, 以用户 1 为例, 基于仿射投影方法的译码过程如下.

从基本方程 (2) 中, 可以看出在 $(T = M)$ 时隙内得到的接收信号为 $\mathbf{y}$, 它等于 $\mathbf{h}\mathbf{X} + \mathbf{w}$. 令 $\mathbf{y} = [y_1, y_2, \dots, y_M]$, $\mathbf{h} = [h_1, h_2, \dots, h_M]$, $\mathbf{w} = [w_1, w_2, \dots, w_M]$ 和 $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_M] = (x_{ij})_{M \times M}$. 并且记

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}_{M \times M}.$$

由上述传输方案可知, 方程 (2) 可以改写为

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ \vdots \\ y_M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{h}^T & \mathbf{A}\mathbf{h}^T & \mathbf{A}^2\mathbf{h}^T & \cdots & \mathbf{A}^{N-1}\mathbf{h}^T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_{11} \\ s_{12} \\ s_{13} \\ \vdots \\ s_{1N} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{A}^N\mathbf{h}^T & \mathbf{A}^{N+1}\mathbf{h}^T & \mathbf{A}^{N+2}\mathbf{h}^T & \cdots & \mathbf{A}^{2N-1}\mathbf{h}^T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_{21} \\ s_{22} \\ s_{23} \\ \vdots \\ s_{2N} \end{pmatrix} + \cdots + \begin{pmatrix} \mathbf{A}^{M-N}\mathbf{h}^T & \mathbf{A}^{M-N+1}\mathbf{h}^T & \mathbf{A}^{M-N+2}\mathbf{h}^T & \cdots & \mathbf{A}^{M-1}\mathbf{h}^T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_{K1} \\ s_{K2} \\ s_{K3} \\ \vdots \\ s_{KN} \end{pmatrix} + \mathbf{w}^T. \quad (13)$$

令

$$\bar{\mathbf{H}} = \begin{pmatrix} \mathbf{h}^T & \mathbf{A}\mathbf{h}^T & \mathbf{A}^2\mathbf{h}^T & \cdots & \mathbf{A}^{N-1}\mathbf{h}^T \end{pmatrix}, \quad \bar{\mathbf{x}} = \begin{pmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & \cdots & s_{1N} \end{pmatrix}^T, \\ \hat{\mathbf{H}} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}^N\mathbf{h}^T & \mathbf{A}^{N+1}\mathbf{h}^T & \mathbf{A}^{N+2}\mathbf{h}^T & \cdots & \mathbf{A}^{M-N}\mathbf{h}^T & \cdots & \mathbf{A}^{M-2}\mathbf{h}^T & \mathbf{A}^{M-1}\mathbf{h}^T \end{pmatrix}.$$

由于 $\mathbf{h}^T$ 的每个分量是取自于高斯随机变量, 可以证明, $\bar{\mathbf{H}}$ 和 $\hat{\mathbf{H}}$ 几乎处处都是满秩的. 令

$$\bar{\mathbf{H}} = \mathbf{P}\mathbf{C}_1, \quad \hat{\mathbf{H}} = \mathbf{Q}\mathbf{C}_2, \quad (14)$$

分别是矩阵 $\bar{\mathbf{H}}$ 和矩阵 $\hat{\mathbf{H}}$ 的极分解. 这样, $\mathbf{P}$ 是一个 $M \times N$ 维的矩阵, 满足 $\mathbf{P}^H \mathbf{P} = \mathbf{I}_N$, 而 $\mathbf{Q}$ 是一个 $M \times (M - N)$ 的矩阵, 满足 $\mathbf{Q}^H \mathbf{Q} = \mathbf{I}_{M-N}$. $\mathbf{C}_1$ 是一个 $N \times N$ 的矩阵, $\mathbf{C}_2$ 是一个 $(M - N) \times (M - N)$ 的矩阵, 且都是半正定厄米特的. 定义 $\mathbf{P}$ 的列向量所生成的子空间为 $\mathbf{U}$, $\mathbf{Q}$ 的列向量所生成的子空间为 $\mathbf{V}$. 那么, 式 (3) 中所定义的矩阵 $\mathbf{G}_{12}$ 和 $\mathbf{G}_{21}$ 就成为

$$\mathbf{G}_{12} = \mathbf{P}^H \mathbf{Q}, \mathbf{G}_{21} = \mathbf{Q}^H \mathbf{P}. \quad (15)$$

因此,

$$\mathbf{P}_{UV}(\mathbf{y}^T) = \mathbf{P}(\mathbf{I}_N - \mathbf{P}^H \mathbf{Q} \mathbf{Q}^H \mathbf{P})^{-1} \mathbf{P}^H (\mathbf{I}_M - \mathbf{Q} \mathbf{Q}^H) \mathbf{y}^T. \quad (16)$$

将式 (13) 代入上式, 得到

$$\mathbf{P}_{UV}(\mathbf{y}^T) = \bar{\mathbf{H}} \bar{\mathbf{x}} + \mathbf{P}(\mathbf{I}_N - \mathbf{P}^H \mathbf{Q} \mathbf{Q}^H \mathbf{P})^{-1} \mathbf{P}^H (\mathbf{I}_M - \mathbf{Q} \mathbf{Q}^H) \mathbf{w}^T. \quad (17)$$

这样, 从此方程可知, 干扰部分已被消除. 下面来简化这个式子. 令

$$\tilde{\mathbf{y}} \triangleq \mathbf{P}^H \mathbf{P}_{UV}(\mathbf{y}^T), \quad (18)$$

$$\tilde{\mathbf{w}} \triangleq (\mathbf{I}_N - \mathbf{P}^H \mathbf{Q} \mathbf{Q}^H \mathbf{P})^{-1} \mathbf{P}^H (\mathbf{I}_M - \mathbf{Q} \mathbf{Q}^H) \mathbf{w}^T, \quad (19)$$

将式 (17) 乘以 $\mathbf{P}^H$, 可以得到

$$\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{C}_1 \bar{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{w}}, \quad (20)$$

这样, 由式 (20) 可以解码出用户 1 的信号 $\bar{\mathbf{x}}$.

显然, 当向量 $\mathbf{h}$ 和信号 $\bar{\mathbf{x}}$ 给定时, $\tilde{\mathbf{y}}$ 是一个均值为 $\mathbf{C}_1 \bar{\mathbf{x}}$ 的高斯随机变量. 它的协方差矩阵可计算如下: 因为 $\mathbf{E}[\mathbf{w}^T (\mathbf{w}^T)^*] = \mathbf{I}_M$, 从式 (19) 中, 可以得到

$$\mathbf{E}[\tilde{\mathbf{w}} \tilde{\mathbf{w}}^*] = (\mathbf{I}_N - \mathbf{P}^H \mathbf{Q} \mathbf{Q}^H \mathbf{P})^{-1},$$

因此, 协方差矩阵可以表示为

$$\Sigma_1 = (\mathbf{I}_N - \mathbf{P}^H \mathbf{Q} \mathbf{Q}^H \mathbf{P})^{-1}. \quad (21)$$

注意到 Σ_1 与信号 $\bar{\mathbf{x}}$ 无关, 所以, 对等式 (20) 进行极大似然 (ML) 译码, 可以得到

$$\bar{\mathbf{x}} = \arg \min_{\bar{\mathbf{x}}} |(\tilde{\mathbf{y}} - \mathbf{C}_1 \bar{\mathbf{x}})^H \Sigma_1^{-1} (\tilde{\mathbf{y}} - \mathbf{C}_1 \bar{\mathbf{x}})|^2. \quad (22)$$

3.3 性能分析

3.3.1 可达速率域分析

下面来计算每个用户可以达到的速率域. 以用户 1 为例, 从式 (20) 可以看出, 在实施仿射投影后, 当信道给定时, M 次传输就相当于信道系数为 $\mathbf{C}_1$ 的 AWGN 信道. 因为噪声功率矩阵是式 (21) 中的 Σ_1 , 因此, 用户 1 的可达速率域, 记为 $\mathfrak{R}_1$, 可以表示为

$$\mathfrak{R}_1 = \left\{ r \in \mathbb{R}, 0 \leq r \leq \frac{1}{M} \mathbf{E}[\log_2 \det(\mathbf{I}_N + \rho_1 (\mathbf{C}_1^H \mathbf{C}_1 (\mathbf{I}_N - \mathbf{P}^H \mathbf{Q} \mathbf{Q}^H \mathbf{P})))] \right\}, \quad (23)$$

式中 $1/M$ 表示在式 (20) 中, 基站运行了 M 次信道; $\mathbf{E}$ 表示期望, $\mathbb{R}$ 表示全体实数集. 进一步计算有,

$$\frac{1}{M} \mathbf{E}[\log_2 \det(\mathbf{I}_N + \rho_1 (\mathbf{C}_1^H \mathbf{C}_1 (\mathbf{I}_N - \mathbf{P}^H \mathbf{Q} \mathbf{Q}^H \mathbf{P})))] = \frac{1}{M} \mathbf{E}[\log_2 \det(\mathbf{I}_N + \rho_1 (\bar{\mathbf{H}}^H (\mathbf{I}_M - \mathbf{Q} \mathbf{Q}^H) \bar{\mathbf{H}}))].$$

这样, $\mathfrak{R}_1$ 可以表示为

$$\mathfrak{R}_1 = \left\{ r \in \mathbb{R}, 0 \leq r \leq \frac{1}{M} \mathbb{E}[\log_2 \det(\mathbf{I}_N + \rho_1(\bar{\mathbf{H}}^H(\mathbf{I}_M - \mathbf{Q}\mathbf{Q}^H)\bar{\mathbf{H}}))] \right\}.$$

同样的, 用户 i 得到的速率域记为 $\mathfrak{R}_i$, 可以写为

$$\mathfrak{R}_i = \left\{ r \in \mathbb{R}, 0 \leq r \leq \frac{1}{M} \mathbb{E}[\log_2 \det(\mathbf{I}_N + \rho_i(\bar{\mathbf{H}}^H(\mathbf{I}_M - \mathbf{Q}\mathbf{Q}^H)\bar{\mathbf{H}}))] \right\}, \quad (24)$$

式中 ρ_i 的定义可见式 (1).

假设总功率是 ρ , 即 $\rho_1 + \rho_2 + \cdots + \rho_K = \rho$, 系统的可达速率域记为 $\mathfrak{R}$, 则有

$$\mathfrak{R} = \left\{ (r_1, \dots, r_K) \in \mathbb{R}^K, 0 \leq r_i \leq \frac{1}{M} \mathbb{E}[\log_2 \det(\mathbf{I}_N + \rho_i(\bar{\mathbf{H}}^H(\mathbf{I}_M - \mathbf{Q}\mathbf{Q}^H)\bar{\mathbf{H}}))], \right. \\ \left. i = 1, \dots, K, \sum_{i=1}^K \rho_i = \rho \right\}. \quad (25)$$

由此可得, 最大总速率 R_{sum} 为

$$R_{\text{sum}} = \max_{(r_1, \dots, r_K) \in \mathfrak{R}} r_1 + r_2 + \cdots + r_K = \frac{K}{M} \mathbb{E} \left[\log_2 \det \left(\mathbf{I}_N + \frac{\rho}{K} (\bar{\mathbf{H}}^H(\mathbf{I}_M - \mathbf{Q}\mathbf{Q}^H)\bar{\mathbf{H}}) \right) \right]. \quad (26)$$

3.3.2 自由度分析

下面来考虑系统采用上述仿射投影译码下的可达自由度 (DOF), 记此自由度为 $\mathcal{D}$, 则

$$\mathcal{D} \triangleq \left\{ (d_1, d_2, \dots, d_K) \in \mathbb{R}^K, \exists (r_1, r_2, \dots, r_K) \in \mathcal{C}, \text{s.t. } d_i = \lim_{\rho \rightarrow \infty} \frac{r_i}{\log_2 \rho} \right\}, \quad (27)$$

式中 $\mathcal{C}$ 是系统的容量域.

最大的自由度, 记为 $d_{\max}$, 有

$$d_{\max} \triangleq \max\{d_1 + d_2 + \cdots + d_K : (d_1, d_2, \dots, d_K) \in \mathcal{D}\}. \quad (28)$$

由文献 [9] 可知

$$\mathcal{D} = \left\{ (d_1, d_2, \dots, d_K) \in \mathbb{R}^K, \frac{d_1}{\min\{M, 1\}} + \frac{d_2}{\min\{M, 1\}} + \cdots + \frac{d_K}{\min\{M, 1\}} \leq 1 \right\}. \quad (29)$$

由于 $M \geq 1$,

$$\mathcal{D} = \{(d_1, d_2, \dots, d_K) \in \mathbb{R}^K, d_1 + d_2 + \cdots + d_K \leq 1\}. \quad (30)$$

因此可得

$$d_{\max} \leq 1. \quad (31)$$

对于本文中提出的解码方案, 有以下结论.

定理 1 针对基站端有 M 根发射天线的单天线多用户, 应用仿射投影解码方法, d_i 可以达到 $\frac{1}{M}$. 因此, $d_{\max} = \frac{K}{M}$. 如果 $K = M$, 则最大自由度可以达到 1, 即达到最优的最大自由度.

证明见附录 A.

图 1 $\mathfrak{R}_1$ 和 $\mathfrak{R}_2$ 的可达速率域Figure 1 Achievable rate regions $\mathfrak{R}_1$ and $\mathfrak{R}_2$

图 2 用户 1 的可达速率域

Figure 2 Achievable rate region of user 1

图 3 单天线下仿射投影解码器仿真结果

Figure 3 Simulation results of affine projection decoders with single receiving antenna

4 仿真结果

仿真 1 图 1 中显示了在单天线情况下 $K = 2, M = 4, 6, 8$ 的可达速率域, 其中信噪比为 10 dB. 可以从图中看出, 在用户数都相同的情况下, 速率域随着发送天线数 M 的增加而增大, 且增大的幅度越来越小. 图 2 显示了单天线用户下 $M = 4, K = 2, 4$ 用户 1 的可达速率域, 且所有用户等信噪比. 可以从图中看出, 随着信噪比的增大, 速率域增大; 随着用户数的增多, 速率域减小.

仿真 2 图 3 显示了单天线用户下 $M = 4, K = 2, 4$ 的误码率仿真图, 误码率仿真图是基于传输方案来仿真的. 采用 4-QAM 来仿真, 即星座 $\mathcal{S} = \left\{ \frac{1+j}{\sqrt{2}}, \frac{1-j}{\sqrt{2}}, \frac{-1+j}{\sqrt{2}}, \frac{-1-j}{\sqrt{2}} \right\}$. 从图中可以看出, 在 M 都相同的情况下, 随着用户数 K 的增加, 误码率增大. 从单条仿真来看, 随着信噪比的增大, 误码率减小.

5 结束语

本文假设在发送端不知道信道状态信息的情况下, 针对单天线的多用户下行 MIMO 系统, 采用仿

射投影技术, 应用对角空时码, 可以完全消除用户间的干扰, 从而能解出各用户所需的信息, 并且从理论上分析了此解码方法的性能. 最后, 仿真证实了上述理论分析.

参考文献

- 1 Vishwanath S, Jindal N, Goldsmith A. Duality, achievable rates and sum-rate capacity of Gaussian MIMO broadcast channels. *IEEE Trans Inf Theory*, 2003, 49: 2658–2668
- 2 Viswanath P, Tse D N C. Sum capacity of the vector Gaussian broadcast channel and uplink-downlink duality. *IEEE Tran Inf Theory*, 2003, 49: 1912–1921
- 3 Weingarten H, Steinberg Y, Shamai S. The capacity region of the Gaussian multiple-input multiple-output broadcast channel. *IEEE Trans Inf Theory*, 2006, 52: 3936–3964
- 4 Mulkavilli K K, Sabharwal A, Erkip E, et al. On beamforming with finite rate feedback in multiple-antenna systems. *IEEE Trans Inf Theory*, 2003, 49: 2562–2579
- 5 Zhou S, Wang Z, Giannakis G B. Quantifying the power loss when transmit beamforming relies on finite-rate feedback. *IEEE Trans Wirel Commun*, 2005, 4: 1948–1957
- 6 Sharif M, Hassibi B. Scaling laws of sum rate using time-sharing, DPC, and beamforming for MIMO broadcast channels. *IEEE Trans Commun*, 2007, 55: 11–15
- 7 Wang H Q, Ma L P, Hou L L, et al. Alamouti scheme based affine projection decoder in a multiuser MIMO downlink system. In: *Proceedings of IEEE International Conference on Communications in China, Xi'an, 2013*. 472–477
- 8 Wang H Q, Ma L P, Jin Y Y, et al. Affine projection based decoder based on diagonal space-time block codes in a multiuser MIMO downlink system. In: *Proceedings of International Conference on Wireless Communications and Signal Processing, Hangzhou, 2013*. 1–6
- 9 Vaze C S, Varanasi M K. The degree-of-freedom regions of MIMO broadcast, interference, and cognitive radio channels with No CSIT. *IEEE Trans Inf Theory*, 2012, 58: 5354–5374

附录 A 定理 1 的证明

令 $\rho_i = \rho/K$, 且 $\sum_{i=1}^K \rho_i = \rho$. 从式 (24) 和式 (27) 可以得到

$$\lim_{\rho \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{M} \mathbb{E} [\log_2 \det (\mathbf{I}_N + \frac{\rho}{K} (\bar{\mathbf{H}}^H (\mathbf{I}_M - \mathbf{Q} \mathbf{Q}^H) \bar{\mathbf{H}}))]}{\log_2 \rho} \geq \frac{1}{M}, \quad (\text{A1})$$

注意到, 当 $\rho > 0$ 时,

$$\begin{aligned} & \mathbb{E} [\log_2 \det (\mathbf{I}_N + \frac{\rho}{K} (\bar{\mathbf{H}}^H (\mathbf{I}_M - \mathbf{Q} \mathbf{Q}^H) \bar{\mathbf{H}}))] \\ & \geq \log_2 \rho + \mathbb{E} [\log_2 \det (\frac{1}{K} (\bar{\mathbf{H}}^H (\mathbf{I}_M - \mathbf{Q} \mathbf{Q}^H) \bar{\mathbf{H}}))], \end{aligned}$$

注意到不等式右边与 ρ 是不相关的, 则

$$\lim_{\rho \rightarrow \infty} \frac{\mathbb{E} [\log_2 \det (\frac{1}{K} (\bar{\mathbf{H}}^H (\mathbf{I}_M - \mathbf{Q} \mathbf{Q}^H) \bar{\mathbf{H}}))]}{\log_2 \rho} = 0,$$

因此, 式 (A1) 成立. 定理 1 得证.

Affine projection based decoder in a multiuser MIMO downlink system

WANG HaiQuan*, JIN YuYu, WU PengYun & PAN Peng

School of Communications Engineering, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou 310018, China

*E-mail: wanghq33@gmail.com

Abstract For the downlink of a multiuser (MU) multiple-input multiple-output (MIMO) system with M transmitting antennas at the base station and single receiving antenna at each user, new decoding methods, called

affine projection decoders, are proposed in this paper and illustrated based on a diagonal space-time block code, under the assumption that the transmitter does not have channel state information (CSI) and transmits signals simultaneously to each user. In these decoders, the techniques for affine projection are applied, and user interference can be eliminated completely. In addition, the performances of these new decoders, such as the achievable rate regions and regions of degree of freedom (DoF), are analyzed. Simulations confirm our analysis.

Keywords multiuser, multiple-input multiple-output (MIMO) system, downlink, affine projection decoders, diagonal space-time block code

WANG HaiQuan received the M.S. degree in Nankai University, in 1989, and the Ph.D. degree in Kyoto University, Japan, in 1997, both in mathematics, and the Ph.D. degree in University of Delaware, Newark, in 2005, in electrical engineering. He has joined the College of Communications Engineering, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou, since July 2008 as a faculty member. His current research interests

are signal processing and wireless communications.

JIN YuYu was born in 1990. She is a postgraduate student in School of Communication Engineering, Hangzhou Dianzi University. Her research interest is wireless communications.

WU PengYun was born in 1990. He is a postgraduate student in School of Communication Engineering, Hangzhou Dianzi University. His research interest is wireless communications.

PAN Peng received the M.S. degree and Ph.D. degree in Beihang University, Beijing. Since 2011, he was a lecturer in Hangzhou Dianzi University. His research interests include wireless communications, Collaborative communication and Channel Capacity Analysis.