引力波探测检验广义相对论

曹周键^{1*}, 何孝凯²

1. 北京师范大学天文系, 北京 100875;

2. 湖南第一师范学院数学与计算科学学院, 长沙 410205

*联系人, E-mail: zjcao@amt.ac.cn

收稿日期: 2018-04-02; 接受日期: 2018-04-25; 网络出版日期: 2018-06-08

国家自然科学基金(编号: 11690023, 11622546)、中央高校基本科研业务费专项资金和湖南省自然科学基金(编号: 2018JJ2073)资助

摘要 自2015年9月14日人类第一次探测到引力波以来, 引力波探测的进展非常迅速. 到目前为止LIGO已确认双黑洞并合引力波探测结果5例, 分别为GW150914, GW151226, GW170608, GW170104和GW170814. 以及确认的双中子星并合引力波探测结果1例, GW170817. 另外还有疑似双黑洞并合引力波探测结果1例LVT151012. 受引力波探测的驱动, 关于引力波的物理学和天文学研究自2016年以来的发展也异常迅速. 引力波的成功探测定性地支持了广义相对论. 但引力波探测作为涉及强引力场、强动态时空区域的实验, 它还可以定量地检验广义相对论, 甚至有可能发现广义相对论的适用范围, 指引超越广义相对论引力理论的发展. 本文将针对如何利用引力波探测检验广义相对论的问题, 从引力波定性性质、引力波极化自由度、引力波传播速度以及引力波波形特征几个方面作一个较为全面的介绍.

关键词 引力波, 致密双星系统, 数值相对论

PACS: 04.25.D-, 04.30.Db, 04.70.Bw, 95.30.Sf

1 引言

最早的引力理论是牛顿建立的万有引力理论. 到1915年, 爱因斯坦提出广义相对论, 并迅速在水星近日点进动和星光偏折两个实验上找到偏离于牛顿万有引力理论的支持. 加上后来的引力红移和引力时间延迟实验的支持, 人们认识到牛顿万有引力理论的适用范围是弱引力场. 同时广义相对论还预言了引力波的存在. 引力波对应的是动态引力场的行为. 到1978年被Hulse和Taylor利用脉冲双星PSR1913+16间接证实

引力波的存在. 至此, 人们进一步认识到牛顿万有引力理论适用于低速运动物体产生的弱引力场. 反之, 对于强引力场、强动态时空, 我们需要使用广义相对论. 由于在弱场、慢变场情形下, 广义相对论自动回到牛顿万有引力理论, 人们从理论上认为广义相对论的适用范围比牛顿万有引力理论更广.

广义相对论是引力理论的终极理论吗? 即, 它是否适用于所有物理情形的引力场描述? 广义相对论预言了黑洞的存在, 而奇性定理则确定了在广义相对论的理论框架内, 黑洞内部一定存在奇点^[1]. 由于奇点是

引用格式: 曹周键, 何孝凯. 引力波探测检验广义相对论. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2018, 48: 079806

Cao Z J, He X K. Using gravitational wave to test general relativity (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2018, 48: 079806, doi: [10.1360/SSPMA2018-00099](https://doi.org/10.1360/SSPMA2018-00099)

理论失效的地方,从这个意义上,我们相信广义相对论一定有失效的物理情形. 牛顿万有引力理论在低速运动物体产生弱引力场情况下工作得非常好,并且在形式上与静电相互作用理论非常类似. 在弱引力场的情况下,爱因斯坦方程会退化为跟麦克斯韦方程非常类似的形式^[2-4]. 这些事实仿佛暗示引力相互作用和电磁相互作用有着深层次的联系,或者说也许存在统一描述引力相互作用与电磁相互作用的理论. 描述引力相互作用的广义相对论是几何,是背景^[5,6]. 而描述弱电相互作用的物理对象是时空上的物理场^[7]. 爱因斯坦就曾经尝试把电磁场也用几何来描述,但未能成功. 另一方面,人们也在努力使用固定时空背景上的场论来描述引力相互作用,比如^[8,9]. 另一方面,相对论和量子力学存在观念上的不同. 特别是相对论认为时间是相对的,而量子力学中量子状态的瞬时塌缩相对于一个绝对的时间. 所以人们一直为量子化广义相对论努力,典型的包括圈量子化方法^[10]. 这些理论的发展有成功之处,但还没有得到相关实验的支持.

到目前为止,几乎所有的实验都和广义相对论的描述一致. 但也许也有例外,暗物质和暗能量可以说就是广义相对论理论框架内的引力异常^[11]. 当然,暗物质和暗能量也可能是我们还不知道的奇异物质^[12-16]. 但无论如何,近年来的大量独立天文观测表明当今宇宙处于加速膨胀过程中,由此带来的宇宙暗能量问题一直是天文学家和物理学家特别关心的热点问题. 处理这一问题的一个方法是发展广义相对论,采用修改引力理论去研究宇宙暗能量^[17-19]. 在引力波实验以前,由于其他的引力实验只能涉及弱引力场和低速的物理情形,以后牛顿参数衡量,相应参数小于 10^{-6} 甚至更小. 而引力波探测对应的引力波源相应的参数在1的量级,是典型的强引力场强动态时空区域. 引力物理学研究探讨的就是广义相对论适用边界何在,失效后应该变成什么理论的问题. 量子引力是该研究领域典型的科学问题. 在引力波探测之前,由于没有实验可供参考,人们只能利用理论推理的方式工作. 正如在20世纪70年代的引力国际会议上费曼所说,广义相对论是“一个没有实验的研究领域,人们惟有利用数学推理和理想实验来开展工作”^[20].

引力波的成功探测不但完成了广义相对论实验检验的最后一块拼图,而且还打开了引力波天文学这扇观测天体和宇宙的全新窗户^[21]. 同时它还将可能改变

引力物理学研究的格局. 随着引力波探测数据的增多^[22-28],人们有可能会像对待别的物理问题一样,由实验结果指引人们思考问题的方向. 可以想象,如果那样引力物理的研究方式将被极大地改变^[29]. 人们对引力波实验的第一反应是,幅度 10^{-21} 的引力波属于弱得不能再弱的引力场,我们不预期它会违反广义相对论的预言. 但强弱是相对于实验的测量精度而言的,从本文后面的叙述可以看到,对于引力波速度等物理量的测量而言,引力波实验已经能为引力理论给出很强的限制了.

对于引力实验,人们还会想,在黑洞附近以及快速变化的引力场,所有实验仪器都会灰飞烟灭,更别说让人去接近这样的物理对象了. 像电影《星际穿越》中的男主角掉进黑洞探索宇宙的秘密数据只能是科幻. 但要研究一个物理对象,我们并非一定要在它附近. 所以更重要地,引力波实验可以通过引力波这一信号载体,为我们带来引力波源的信息. 引力波源是典型的强引力场和强动态时空区域的物理客体. 所以我们有理由相信引力波源有可能带给我们广义相对论失效的痕迹. 这一点非常类似于通过观测太阳所发射的电磁波,我们可以非常清楚地了解太阳的性质. 虽然我们没法靠近几千度到几千万度的高温区域,但通过电磁波可以把太阳的行为看得一清二楚. 同样地,只要我们能解码引力波所包含的信息,就可以通过引力波探测把引力波源的物理性质了解清楚,也即把强场强动态时空区域的物理行为了解清楚,并得到相关实验数据. 当然这是需要我们能解码引力波所包含的信息为前提的^[29-31].

引力波的成功探测刚实现不久,利用引力波探测来检验广义相对论的研究可以说也才刚刚开始. 本文一方面是从理论上把这个问题可能开展的研究课题做一个论述,另一方面把已有的相关结果做一个概括. 由于笔者的理解程度和知识所限,在相应叙述中一定存在遗漏和不当之处. 本文以下的小节将从引力波定性性质、引力波极化自由度、引力波传播速度以及引力波波特征几个方面来进行讨论.

本文将使用几何单位制 $c = G = 1$.

2 引力波定性性质

引力波描述的是时空曲率的振动在时空中传播的

行为. 牛顿万有引力理论中引力相互作用是瞬时发生的, 不需要传播, 所以该理论中不会有引力波存在. 广义相对论中描述引力的物理量是时空曲率. 时空曲率的振动在时空中传播即为引力波^[32]. 时空曲率对绝大多数物理实验的影响体现在测地偏离^[5]中. 测地偏离是几何概念, 不依赖于坐标的选择, 也不依赖于背景时空和微扰时空的区分. 所以引力波在广义相对论中存在明确的理论描述. 在广义相对论的科学研究过程中, 人们花了很大的努力才找到引力波比较完备的理论描述. 它首先被Bondi和他的合作者^[33,34]在20世纪60年代得到. 他们发现了渐近平直时空的渐进对称性, 从而打破了坐标变换带来的困难. 相应地, 他们提出Bondi-Sachs坐标体系, 给引力波的度规描述奠定了毫无争议的理论基础.

在Bondi-Sachs坐标体系中, 度规被表达为

$$ds^2 = -(Ve^{2\beta}/r - r^2 h_{AB} U^A U^B) du^2 - 2e^{2\gamma} du dr - 2r^2 h_{AB} U^A du dx^B + r^2 h_{AB} dx^A dx^B, \\ h_{AB} = \begin{pmatrix} e^{2\gamma} \cosh 2\delta & \sinh 2\delta \sin \theta \\ \sinh 2\delta \sin \theta & e^{-2\gamma} \cosh 2\delta \sin^2 \theta \end{pmatrix},$$

其中 γ 和 δ 的渐近行为是

$$\gamma = \frac{c(u, \theta, \varphi)}{r} + O(1/r^2), \\ \delta = \frac{d(u, \theta, \varphi)}{r} + O(1/r^2), \quad (1)$$

这里的 c 和 d 对 u 的导数被称作消息函数^[5], 描述引力波的两个偏振模式. u 对应的是辐射区实验者的时间, 文献中称之为Bondi时间. h_{AB} 是球面部分的度规, β , V 和 U^A 是度规系数, 表征时空总质量等性质^[34]. $A, B = 2, 3$ 分别代表 θ 和 φ .

需要指出的是, 在Bondi及其合作者20世纪60年代的工作中, 他们只考虑了不带宇宙学常数爱因斯坦方程的情形. 自20世纪末以来, 越来越多的宇宙学实验观测表明, 至少在唯像的层面上, 在宇宙学尺度爱因斯坦方程应该被一个宇宙学常数修正. 这些实验包括宇宙微波背景辐射^[35,36], Ia型超新星^[37,38], 超亮X射线星系团的气体分布^[39], 重子声速震荡^[40], 积分Sachs-Wolfe效应^[41], 强引力透镜^[42]等. 宇宙学常数如何影响引力波的产生以及相关的引力波实验探测是个有趣的问题. 目前该问题还在研究当中^[43]. Ashtekar等人^[44-47]认为Bondi原始的边界条件在存在宇宙学常数的情况

下需要改变, 并研究了不同边界条件对引力波行为的影响. 我们基于对带质量项标量场方程的渐近性质分析^[34], 提出了新的Bondi类型的外行波边界条件^[48,49]. 在我们提出的新的边界条件下, 轴对称引力波的产生行为是^[48]

$$\Psi_4(t, \theta) = \frac{1}{r} \left[-\frac{\partial^2 c}{\partial u^2} + \Lambda e^{-2\Lambda r} \right. \\ \times \left(\frac{4}{3}c + \frac{2c}{3} \cot^2 \theta - \frac{1}{6} \frac{\partial c}{\partial \theta} - \frac{1}{6} \frac{\partial^2 c}{\partial \theta^2} \right) \\ + \Lambda^2 e^{-2\Lambda r} \left(\frac{4c \cot \theta}{3} \frac{\partial f}{\partial \theta} + \frac{4c}{3} \frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2} - \frac{1}{3} \frac{\partial c}{\partial \theta} \frac{\partial f}{\partial \theta} \right) \\ \left. + \Lambda^2 \left(\frac{2c^3}{3} - \frac{C}{6} \right) - \Lambda^3 \frac{2c}{3} e^{-2\Lambda r} \left(\frac{\partial f}{\partial \theta} \right)^2 \right] + \dots$$

当 $\Lambda = 0$, 我们的结果完全回到Bondi当年的结果. 也就是说宇宙学常数对引力波的产生给出了一些修正. 这不同于Ashtekar等人^[44]和Ge等人^[47]使用的边界条件得到引力波被宇宙学常数抑制成0的结果. 耦合爱因斯坦方程和麦克斯韦方程, 我们还发现边界条件对电磁波的行为没有任何影响. 所以已有的以及以后的电磁波观测结果没有办法区分这些不同的理论结果. 但引力波观测结果可以对这些理论预言进行区分. 现有的LIGO观测结果跟Bondi当年的结果非常一致. 这有可能是因为LIGO的引力波源红移都不超过1^[22-28], 还远不到宇宙学尺度, 所以宇宙学常数的效应还显现不出来. 等到将来LISA等空间引力波探测项目开始工作, 引力波源红移将达到10以上甚至30^[50]. 那就达到典型的宇宙学尺度, 它们的引力波探测结果将区分不同的理论预言^[51].

在广义相对论理论框架下, 黑洞被事件视界包围. 局地地讲, 事件视界处和其他时空点没有什么区别^[5]. 对引力波而言, 事件视界提供一个只进不出的边界条件^[30]. 所以广义相对论预言, 双黑洞并合以后, 引力波迅速衰减, 以铃振的形式很快变成0^[52].

有引力理论预言, 在黑洞的事件视界附近, 极强的量子修正会阻碍事件视界的形成, 使得事件视界被火墙等别的物理客体替代^[53], 从而使事件视界不存在, 这样也从理论上避免了黑洞的信息丢失等长久以来悬而未决的理论问题^[54]. 这些物理客体将成为包围黑洞的较硬的边界. 引力波打在这些边界上将被反射, 从而形成反射波, 形象地, 人们称之为引力波回声^[55].

不同引力理论预言的引力波回声存在细节上的不同^[56-59], 但与广义相对论比较则存在定性上的不同. 广义相对论框架下, 引力波回声不存在. 所以只要从实验上测到引力波回声, 我们即可发现广义相对论失效的踪迹. 就像检测弱等效原理的厄阜(Eotvos)实验^[60]一样, 这种检验为0与否的实验往往更容易实现, 精度也较高.

最近, Abedi等人^[61]声称发现了引力波回声的痕迹. 虽然引力波回声的观测数据还存在一些争议^[62], 但毋庸置疑引力波回声的探测一定会给引力基本理论的研究带来新的活力^[63,64]. 关于引力波回声的试验探测, 一方面当然是进一步提升探测硬件的灵敏度, 犹如提升加速器能量以期发现新粒子^[63]; 另一方面就是发展新的数据处理方法^[65,66]和加强引力波波理论模板的构建^[67-69]. 足够准确的理论模板可以很好地提高引力波探测的灵敏度^[30].

另外, 黑洞和非黑洞的致密天体所产生的铃振引力波具有特征性的不同, 通过这些引力波特征进行实验检验也可以检验广义相对论^[70].

3 引力波极化自由度

无论是从理论上还是从实验上, 人们都已经很清楚电磁场有两个极化自由度. 对于广义相对论, 从闵氏时空微扰线性化^[71]和渐近平直时空的Bondi-Sachs理论框架^[5,33,34]都可论证引力波具有两个极化自由度(对应公式(1)中的 c 和 d). 习惯上人们把这两个自由度分别称为+模式和 $\times$ 模式. 如果我们把这两个模式的引力波分别记为 h_+ 和 $h_\times$, 则引力波探测器的数据读出则为

$$h = F^+ h_+ + F^\times h_\times, \quad (2)$$

其中, F^+ 和 $F^\times$ 是引力波探测器分别对两种模式的相应函数.

不同引力理论对引力波极化自由度的预言不一样^[72]. 比如在Brans-Dicke理论中, 除了+模式和 $\times$ 模式外还存在呼吸模式^[72], 3种模式的传播速度都是光速. 在 $f(R)$ 理论中, 除了以光速传播的+模式和 $\times$ 模式外还存在传播速度低于光速的标量模式^[73].

需要注意的是, 文献^[72]的分析从一开始就假设了引力波的速度是光速, 进而使用Newman-Penrose方法^[74]对引力波的模式进行了分类. 正如Liang等人^[73]指出, 对于速度非光速的引力波极化模式不能采用这样的方法分类. 实际上很多引力理论中涉及的引力波速度都偏离光速^[75-82,71], 类似于文献^[72]的工作, 如何系统地对这些引力理论中的引力波极化模式分类是一个有趣和重要的问题. 但目前这个问题还没有一个清楚的答案. 引力波实验方面, 只要我们能探测到+模式和 $\times$ 模式外的极化模式就意味着我们看到了广义相对论失效的踪迹. 反过来, 如果我们能肯定某种极化模式不存在, 我们就可以排除相应的引力理论.

目前LIGO的观测数据还没有显示+模式和 $\times$ 模式外极化模式存在的迹象^[83,84]. 对于GW170814双黑洞并合事件, 两台LIGO探测器和一台VIRGO探测器同时测到了引力波信号. 三天后的GW170817双中子星并合事件, 两台LIGO探测器测到较为明显的引力波信号, 但VIRGO探测器则几乎没有响应. 人们对此的解释是, VIRGO探测器处在了相对于GW170817引力波源的暗区. 这样的暗区是在只有+模式和 $\times$ 模式两个极化自由度的情况下分析出来的. 如果多于两个极化模式, 这样的暗区有可能不存在. 当然, 也有可能对于GW170817, +模式和 $\times$ 模式外的极化模式强度比这两个模式小很多. 所以GW170817这个引力波探测结果对+模式和 $\times$ 模式外极化模式的存在性还不能做出什么限制.

黄超光等人¹⁾曾指出, 三臂激光干涉仪有可能明显增强探测引力波极化模式的测量. 这有待引力波探测仪器的进一步发展.

Lee等人^[85,86]提出, 利用脉冲星角分布的统计性质, 未来的脉冲星计时方法有可能对+模式和 $\times$ 模式外的极化模式给出很好的探测.

4 引力波传播速度

引力波传播速度跟引力子的质量是对应起来的^[87]:

$$v_g^2 = 1 + \alpha_T = 1 - \frac{1}{(\lambda_g)^2}, \quad \lambda_g = \frac{h}{m_g},$$

1) 黄超光, 等. 三臂激光干涉引力波探测器. 陆基激光干涉引力波探测研讨会上的报告, 2016年7月6日, 北京.

其中 v_g 是引力波传播速度, α_T 是为叙述方便引入的辅助记号, f 是引力波频率, m_g 和 λ_g 分别是引力子的康普顿质量和康普顿波长, h 是普朗克常数. 在几何单位制中 $h = 1.8 \times 10^{-86} \text{ s}^2$. 如果引力波传播速度是光速则表明引力子静质量为 0. GW150914 的数据表明引力子的静质量 $m_g < 1.2 \times 10^{-22} \text{ eV} = 5.2 \times 10^{-94} \text{ s}^{[22]}$, 对应引力波频率约为 300 Hz, $v_g > 1 - 5 \times 10^{-21}$. Goldhaber 等人^[88] 曾利用星系团动力学限制引力子的静质量 $m_g < 2 \times 10^{-29} \text{ eV} = 8.6 \times 10^{-101} \text{ s}$. 对应 300 Hz 左右的引力波, 这意味着引力波传播速度 $v_g > 1 - 1.5 \times 10^{-34}$. 基于引力子衰变成两个光子的考虑, Hare^[89] 给出了引力子质量的限制 $m_g < 1.2 \times 10^{-63} \text{ kg} = 3 \times 10^{-99} \text{ s}$. 考虑带质量引力子对脉冲双星引力波辐射的影响, Finn 等人^[90] 把引力子质量限制为 $m_g < 7.6 \times 10^{-20} \text{ eV} = 3.3 \times 10^{-91} \text{ s}$. 考虑带质量引力子对弱引力透镜的影响, Choudhury 等人^[91] 把引力子质量限制为 $m_g < 1.2 \times 10^{-63} \text{ kg} = 3 \times 10^{-99} \text{ s}$.

结合 NGC4993 附近的双中子星并合事件的引力波信号和电磁波信号, 人们可以很好地限制引力波传播速度. LIGO 和 VIRGO 测到了来自该双中子星并合而产生的引力波信号 GW170817^[26]. Fermi 伽玛暴监测器 (Fermi Gamma-Ray Burst Monitor) 和国际伽玛暴天文物理实验室 (International Gamma-Ray Astrophysics Laboratory) 在 $(1.74 \pm 0.05) \text{ s}$ 之后测到了相应的伽玛暴 GRB170817A^[92,93]. 考虑到 GW170817 和 GRB170817A 的信号源距地球约 40 Mpc, 若假定引力波峰值信号和 GRB 信号同时发射, 则可得引力波传播速度的上界 $v_g < 1 + 7 \times 10^{-16}$. 若假定 GRB 信号的发射时间比引力波峰值信号晚 10 s, 则可得引力波传播速度的下界 $v_g < 1 - 3 \times 10^{-15}$. 综合这两个结果我们可以得到 $-6 \times 10^{-15} < \alpha_T < 1.4 \times 10^{-15}$.

下面我们以标量张量引力理论为例来说明上述引力波传播速度的测量结果如何限制引力理论. 特别地, 我们考虑下述作用量^[94]

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \times \left\{ \frac{1}{16\pi} R - \frac{\hbar}{2} \left[g_{\mu\nu} - \frac{1}{\alpha^2} G_{\mu\nu} \right] \nabla^\mu \varphi \nabla^\nu \varphi - \hbar V(\varphi) \right\},$$

其中 $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ 是约化普朗克常数, R 是标量曲率, $G_{\mu\nu}$ 是爱因斯坦张量, φ 是标量场, $V(\varphi)$ 是势函数, α 反映耦合强度. α 的量纲为长度分之一. 注意我们这里记号 φ 代表的标量场是通常教科书^[5] 里的标量场除以 $\sqrt{\hbar}$. 所以我们标量场的量纲是长度分之一, 而通常教科书^[5] 里的标量场是无量纲的. 考虑宇宙背景, FRW 度规的张量微扰

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t)(\delta_{ij} + h_{ij})dx^i dx^j.$$

在二阶近似下, 上述作用量可化为

$$S = \frac{1}{64\pi} \int d^3x dt a^3 \left[(1 - \Gamma) \dot{h}_{ij}^2 - \frac{1}{a^2} (1 + \Gamma) (\partial_k h_{ij})^2 \right].$$

将此作用量对 h_{ij} 变分, 经过分部积分可得引力波的波动方程

$$\ddot{h}_{ij} + 3H\dot{h}_{ij} - \frac{\dot{\Gamma}}{1-\Gamma} \dot{h}_{ij} - \frac{1+\Gamma}{1-\Gamma} \frac{\nabla^2 h_{ij}}{a^2} = 0,$$

其中 $H = \frac{\dot{a}}{a}$ 是 Hubble 参数, $\Gamma = \frac{4\pi\hbar\dot{\varphi}^2}{\alpha^2}$. 根据这个波动方程可以得到引力波的传播速度为

$$v_g^2 = \frac{1+\Gamma}{1-\Gamma}.$$

由 GW170817 关于引力波传播速度的测量结果, 可以限制

$$0 < \Gamma < 7 \times 10^{-16}.$$

如果我们把上述作用量中的标量场充当宇宙暗能量时, 结合天文观测可得

$$\frac{(1+\omega)(1-\Omega_m)}{2} = \frac{4\pi\hbar\dot{\varphi}^2}{3H_0^2} > 0.07.$$

综合这两个方面的限制结果, 可以得到

$$\frac{H_0^2}{\alpha^2} < 3.3 \times 10^{-15}.$$

再结合当前对 Hubble 常数 H_0 的观测结果,

$$H_0 \approx 70 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1} = 2.27 \times 10^{-18} \text{ s}^{-1},$$

我们可以得出对耦合参数 α 的限制

$$\alpha > 2.5 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}.$$

上述方法可以被用来讨论更一般的修改引力理论^[95-98], 实际上前述的作用量是一般的 Horndeski 标量-

张量理论的特例. 利用GW170817引力波探测数据对宇宙学背景下引力波传播速度的限制, Baker等人^[95]研究了比较一般的Horndeski修改引力理论的参数限制问题. Horndeski标量-张量理论的作用量具有如下形式:

$$\begin{aligned} S &= \hbar \int d^4x \sqrt{-g} (L_2 + L_3 + L_4 + L_5), \\ L_2 &= K(\varphi, X), \\ L_3 &= -G_3(\varphi, X) \nabla^\mu \nabla_\mu \varphi, \\ L_4 &= G_4(\varphi, X) R \\ &\quad + G_{4,X} \left[(\nabla^\mu \nabla_\mu \varphi)^2 - (\nabla_\mu \nabla_\nu \varphi)(\nabla^\mu \nabla^\nu \varphi) \right], \\ L_5 &= G_5(\varphi, X) G_{\mu\nu} \nabla^\mu \nabla^\nu \varphi \\ &\quad - \frac{1}{6} G_{5,X} (\varphi, X) \left[(\nabla^\mu \nabla_\mu \varphi)^3 \right. \\ &\quad \left. - 3(\nabla^\tau \nabla_\tau \varphi)(\nabla_\mu \nabla_\nu \varphi)(\nabla^\mu \nabla^\nu \varphi) \right. \\ &\quad \left. + 2(\nabla^\tau \nabla_\mu \varphi)(\nabla^\mu \nabla_\nu \varphi)(\nabla^\nu \nabla_\tau \varphi) \right], \end{aligned}$$

其中 $X = -\frac{1}{2}(\nabla_\mu \varphi)(\nabla^\mu \varphi)$, 函数 K, G_3, G_4, G_5 是关于 φ 和 X 的任意函数. 对于Horndeski理论, De Felice和Tsujikawa^[99]用类似上述的方法于2012年给出了FRW背景下引力波的传播速度

$$v_g^2 = \frac{G_4 - X(\ddot{\varphi}G_{5,X} + G_{5,\varphi})}{G_4 - 2XG_{4,X} - X(H\dot{\varphi}G_{5,X} - G_{5,\varphi})},$$

等价地

$$\begin{aligned} M_*^2 \alpha_T &= 2\hbar^2 X \left[2G_{4,X} - 2G_{5,\varphi} - (\ddot{\varphi} - H\dot{\varphi})G_{5,X} \right], \\ M_*^2 &\equiv 2\hbar^2 \left(G_4 - 2XG_{4,X} - XH\dot{\varphi}G_{5,X} + XG_{5,\varphi} \right). \end{aligned}$$

这里 M_* 是有效普朗克质量. Ezquiaga和Zumalacárregui等人^[98,100]首先考虑了被广泛用来研究宇宙暗能量问题的协变Galileon理论

$$\begin{aligned} K &= c_2 X, \\ G_3 &= -\frac{2c_3}{\alpha^3} X, \\ G_4 &= \frac{1}{16\pi\hbar} + \frac{c_4}{\alpha^6} X^2, \\ G_5 &= \frac{c_5}{\alpha^9} X^2. \end{aligned}$$

该引力理论对应的宇宙学模型可以用来解释宇宙的加速膨胀, 而且

$$\xi \equiv \frac{\sqrt{\hbar} H(t) \dot{\varphi}(t)}{H_0^2}.$$

为一常数. 联立 M_* 和 ξ 的定义式, 我们可以得到

$$M_*^2 = \frac{\hbar}{8\pi} - \frac{\xi^4 \hbar}{E^4} (12\pi c_4 + c_5 \xi (8\pi)^{3/2}),$$

其中 $E \equiv \frac{H(t)}{H_0}$. 于是, 我们有

$$\begin{aligned} \alpha_M &\equiv \frac{d \ln(M_*^2)}{d \ln a} = -\frac{4\dot{H}}{H^2} \frac{M_*^2 - \frac{\hbar}{8\pi}}{M_*^2}, \\ \alpha_T &= \frac{\hbar}{M_*^2 E^4} \left[2c_4 \xi^4 (8\pi) + c_5 \xi^5 (8\pi)^{3/2} \left(1 + \frac{\dot{H}}{H^2} \right) \right]. \end{aligned}$$

于是GW170817数据对引力波传播速度的测量结果将对Galileon理论的参数 c_4 和 c_5 给出严格的限制. 对于非微调情况, 考虑到 $\xi > 2$ 和 $\frac{\dot{H}}{H^2} \approx -0.25$, 我们有

$$\begin{aligned} |c_4| &< \frac{\alpha_T}{16\pi \xi^4} \approx 10^{-17}, \\ |c_5| &< \frac{\alpha_T}{0.75(8\pi)^{3/2} \xi^5} \approx 10^{-17}. \end{aligned}$$

需要指出的是这一限制远优于宇宙学给出的限制 $c_4 = 0.008^{+0.11}_{-0.026}$, $c_5 = -0.013^{+0.023}_{-0.12}$. 同时, 我们也可以得到对 M_* 和 α_M 的限制

$$\left| \frac{M_*^2}{\hbar} - \frac{1}{8\pi} \right| < 10^{-15}, \quad |\alpha_M| < 10^{-15}.$$

这些结果在 7σ 的置信水平上与积分Sachs-Wolf效应是不相容的, 因此对于非微调情况, 协变Galileon理论是不可取的. 对于微调的情况, Ezquiaga和Zumalacárregui^[98]证明了其扰动是不稳定的. 基于此, 协变Galileon理论就可以认为已经被实验排除掉了. 用类似的方法, GW170817和GRB170817A测量数据对一般的Horndeski理论以及其他修改引力模型也可以给出很强的参数限制^[98], 从而从实验上排除掉quartic/quintic Galileons理论^[75,76], Fab Four理论^[77], de Sitter Horndeski理论^[78], $G_{\mu\nu} \varphi^\mu \varphi^\nu$ 理论^[101], $f(\varphi) \cdot \text{Gauss-Bonnet}$ 理论^[79], quartic/quintic GLPV理论^[80], $A_1 \neq 0$ 的quadratic DHOST理论^[81]和cubi DHOST理论^[82].

最近, 利用实验对引力波传播速度限制, Cai等

人^[102]研究了 $f(T)$ 引力理论参数限制问题, Gong等人^[103]研究了Einstein-ether理论和广义TeVeS引力理论的参数限制问题.

另外值得指出的是, 随着引力波天文学的发展, 未来人们还可能通过引力波的引力透镜效应增强对引力波传播速度的测量精度^[104].

5 引力波波形特征

引力波探测是典型的弱信号探测. 匹配滤波的数据处理方法是弱信号探测的有力手段, 在引力波数据处理中被广泛采用. 匹配滤波的关键步骤可以用下式表达:

$$\langle h(p, f), s(f) \rangle = \int_{f_{\min}}^{f_{\max}} \frac{h(p, f) \bar{s}(f)}{S_n(f)} df,$$

其中 f 表示频率, 上横线表示复数共轭, S_n 是探测器的噪声功率谱, s 是实验数据, h 是理论模型, p 是理论模型中表征波源的参数. 不同引力理论所预言的引力波波形存在定量上的不同. 而这样的不同是有可能通过上述匹配滤波方法分辨出来的. 前提条件是我们能计算得到相应的引力波波形理论模型^[21,30,52].

在文献^[105]中, LSC团队利用非光速引力波的色散关系假设, 对广义相对论预言的双黑洞引力波波形进行了相位修正. 基于此, 他们利用GW150914的观测数据限制了引力子的静质量为 $m_g < 1.2 \times 10^{-22} \text{ eV} = 5.2 \times 10^{-94} \text{ s}$ ^[22,105]. 在LIGO的数据分析团队中有一个由香港中文大学的Li领导的小组^[106]专门利用匹配滤波方法来检验广义相对论. 他们建立了一个叫作TIGER (Test Infrastructure for General Relativity)的数据分析流水线. 该流水线使用的引力波理论模型是基于后牛顿稳相法近似得到的波形发展起来的. 他们在后牛顿稳相法近似的双黑洞并合理论模型的基础上, 对相应的波形系数以添加 $1 + \delta\chi$ 因子的方式对波形进行修正, 以此得到不同于广义相对论的理论模型. 通过匹配滤波, 他们可以限制这些 $\delta\chi$ 的取值范围, 从而检验广义相对论. 后来, TIGER又被发展来处理铃振引力波形^[107]. 类似的做法在空间引力波探测计划中也可以用, 而且检验广义相对论的效果有可能会更好^[108].

类似于参数后牛顿理论框架检验静态引力场,

Yunes和Pretorius^[109]提出了参数后爱因斯坦理论(Parametrized Post Einstein, ppE). 现有的参数后爱因斯坦理论主要是针对致密双星并合系统提出的. 首先考虑修正开普勒定律

$$r(f) = r(f)|_{\text{GR}}(1 + Au^{2p}),$$

这导致二体系统的约束能量变为

$$E = E|_{\text{GR}}(1 + Au^{2p}).$$

再考虑修正四极矩能量辐射

$$\frac{dE}{dt} = \frac{dE}{dt}|_{\text{GR}}(1 + Bu^{2q}).$$

这样会导致引力波的相位被修正为

$$\begin{aligned} \Psi(f) &= \Psi(f)|_{\text{GR}} + \beta u^b, \\ \beta &= \beta(A, B), \\ b &= \min(2p - 5, 2q - 5). \end{aligned}$$

对于引力波的幅度, 引入修正因子为 $1 + \alpha u^a$. 这里的 f 表示轨道频率, $u = (\pi M_{\text{chirp}} f)^{1/3}$ 表示轨道运动速度, M_{chirp} 是系统的啾啾质量, GR指广义相对论. 对于旋进、并合和铃振整个过程, 引力波形可以表达为

$$h(f) = \begin{cases} h_{\text{GR}}^{(i)}(f)(1 + \alpha u^a) \exp(i\beta u^b), & \text{inspiral,} \\ \lambda u^c \exp[i(\delta + \varepsilon u)], & \text{merger,} \\ \zeta \frac{\tau_{\text{damp}}}{1 + 4\pi^2 \tau_{\text{damp}}^2 (f - f_{\text{RD}})^d}, & \text{ringdown,} \end{cases}$$

这里的 λ, δ, ζ 由波形的连续性决定, 而记号 $A, B, p, q, \alpha, \beta, \varepsilon, a, b$ 都是引入的后爱因斯坦参数. $c = -2/3$, $d = 2$, $\varepsilon = \varepsilon_{\text{GR}}$, 其他等于0则回到广义相对论. 通过引力波探测可以对相应的参数进行限制以达到检验广义相对论的目的^[110]. 在文献^[111]中, 作者把参数后爱因斯坦理论用于脉冲双星轨道收缩的观测结果. 但由于引力场不是很强, 对相应参数的限制比较弱. 在文献^[112]中, 作者把参数后爱因斯坦理论用于GW150914和GW151226引力波探测数据, 对时空维数、强等效原理、洛伦兹不变性和宇称守恒等基本物理问题得出了有趣的限制.

虽然参数后爱因斯坦理论在应用引力波探测检验广义相对论的过程中很有效, 但只有旋进和铃振部分, 人们对后爱因斯坦参数的物理意义及波形修正的作用

是清楚的. 对于并合部分, 人们目前对于不同于广义相对论的引力理论了解还非常有限. 这是因为, 没有有效的近似方法来分析并合部分的动力学. 在广义相对论框架下, 数值相对论是分析并合部分动力学的唯一有效手段^[21,30,52].

对于非广义相对论引力理论框架下的引力波源系统, 目前的数值相对论研究结果还不够深入和系统. 已有的部分结果包括 $f(R)$ 引力理论下的双黑洞并合^[113], 标量张量引力理论下的引力塌缩^[114-116], 标量张量引力理论下的双黑洞并合^[117-119]和标量张量引力理论下的双中子星并合^[120,121].

为了满足匹配滤波数据处理方法的需求, 针对引力波探测检验引力理论的问题, 我们需要对超越广义相对论引力理论对应的引力波波源建立较为完备的波形模板理论模型. 典型地, 这些超越广义相对论引力理论存在比广义相对论更多的参数来标志波形的理论模板, 比如前述参数后爱因斯坦理论框架下的若干参数. 但如果我们从动力系统的角度来看, 对比广义相对论的爱因斯坦方程, 超越广义相对论引力理论的动力学方程典型地会有更多的动力学自由度被引入. 比如在标量张量引力理论中, 多出来的自由度是标量场; 在 $f(R)$ 引力理论中, 多出来的自由度是度规的4阶导数. 这些多出来的自由度对应天体引力波源的什么物理性质, 这是目前人们还不太了解的问题. 这个问题给引力波理论模板构造带来的困难是如何描述这个超参数. 在文献^[113,117]中, 数值相对论的计算结果已经表明不同超参数, 或者说不同的初始额外自由度, 导致的引力波波形是不同的. 所以我们需要提前从天文学角度考虑把超参数以假设的形式确定下来.

6 小结和讨论

引力波被爱因斯坦在1916年基于广义相对论给出首次理论预言. 随后在理论上被人们广泛争论引力波的物理实在性. 理论的争论最终被Bondi和他的合作者在20世纪60年代提出的Bondi-Sachs理论框架解决. 实验方面, 人们经历了韦伯探测器阶段、Hulse和Taylor的引力波间接证据和激光干涉仪阶段, 最终于2015年LIGO实现引力波直接探测. 目前人们已经有7次引力波探测事例, 其探测结果与广义相对论是一致的.

理论上, 时空奇点的存在预示着广义相对论不是引力相互作用的最终理论^[122]. 宇宙学发现的暗物质和暗能量问题也许意味着某种引力异常^[11]. 这些引力异常暗示和启发人们发展出若干超越广义相对论的引力理论. 引力波为我们提供了一个信号载体, 带来强引力场、强时变引力场的物理信息. 如果我们预期广义相对论在超强引力场、超强时变引力场的物理情形被其他引力理论替代的话, 引力波实验探测结果将为我们带来广义相对论失效的实验迹象. 换一个角度来说, 我们可以借用引力波探测实验来检验广义相对论和发展超越广义相对论的引力理论. 虽然现在只有7个引力波探测事例, 但人们已经从引力波定性性质、引力波极化自由度、引力波传播速度以及引力波波形特征等方面为限制超越广义相对论的引力理论给出了很有意义的结果. 本文没有提及, 但实际上利用众多引力波源形成的引力波背景也可能对引力理论进行有趣的考察, 感兴趣的读者可以参考文献^[123]. 随着引力波探测数据的累积, 以及引力波探测器升级带来的测量精度的提高, 我们将可以使用引力波探测为引力基本理论提供越来越多的物理解释.

致谢 感谢中国科学院理论物理研究所的蔡荣根院士、中国科学院高能物理研究所的黄超光研究员、中国科学院上海天文台的韩文标研究员、北京师范大学的朱宗宏教授和高鹤教授、中山大学的胡一鸣教授、重庆大学的李瑾教授以及湖北第二师范学院的范锡龙教授在相关问题上的有益讨论.

参考文献

- 1 Senovilla J M M, Garfinkle D. The 1965 penrose singularity theorem. *Class Quantum Grav*, 2015, 32: 124008, arXiv: 1410.5226
- 2 Mashhoon B. Gravitoelectromagnetism: A brief review. ArXiv: gr-qc/0311030v2
- 3 Maartens R, Bassett B A. Gravitoelectromagnetism. *Class Quantum Grav*, 1998, 15: 705-717

- 4 Liu X. The Study of Electromagnetic Theory of Gravity with High Derivatives (in Chinese). Dissertation for Master Degree. Wuhan: Hubei University, 2004 [刘鑫. 电磁型高导数引力理论及引力超导研究. 硕士学位论文. 武汉: 湖北大学, 2004]
- 5 Liang C B. The Introduction to Differential Geometry and the General Relativity (in Chinese). Beijing: Beijing Normal University Press, 2000 [梁灿彬. 微分几何入门与广义相对论. 北京: 北京师范大学出版社, 2000]
- 6 Liang C B, Cao Z J. Relativity From Scratch (in Chinese). Beijing: High Education Press, 2013 [梁灿彬, 曹周键. 从零学相对论. 北京: 高等教育出版社, 2013]
- 7 Weinberg S. The Quantum Theory of Fields. Cambridge: Cambridge University Press, 2010
- 8 Wu Y L. Quantum field theory of gravity with spin and scaling gauge invariance and spacetime dynamics with quantum inflation. *Phys Rev D*, 2016, 93: 024012, arXiv: [1506.01807](#)
- 9 Wu Y L. Hyperunified field theory and gravitational gauge-geometry duality. *Eur Phys J C*, 2018, 78: 28, arXiv: [1712.04537](#)
- 10 Yang J S, Ma Y G. Quantum dynamics in loop quantum gravity (in Chinese). *Chin Sci Bull*, 2015, 60: 3287–3293 [阳劲松, 马永革. 圈量子引力的动力学. 科学通报, 2015, 60: 3287–3293]
- 11 Thorne K. The Science of Interstellar. New York, London: W W Norton & Company, 2014 [Thorne K. 星际穿越. 苟利军, 王岚, 李然, 等, 译. 杭州: 浙江人民出版社, 2015. 247–251]
- 12 Chang J. Heart beats from the dark side. *Nat Astron*, 2018, 2: 99
- 13 Ambrosi G, An Q, Asfandiyarov R, et al. Direct detection of a break in the teraelectronvolt cosmic-ray spectrum of electrons and positrons. *Nature*, 2017, 552: 63–66, arXiv: [1711.10981](#)
- 14 Bowman J D, Rogers A E E, Monsalve R A, et al. An absorption profile centred at 78 megahertz in the sky-averaged spectrum. *Nature*, 2018, 555: 67–70
- 15 Barkana R. Possible interaction between baryons and dark-matter particles revealed by the first stars. *Nature*, 2018, 555: 71–74, arXiv: [1803.06698](#)
- 16 Genzel R, Schreiber N M F, Übler H, et al. Strongly baryon-dominated disk galaxies at the peak of galaxy formation ten billion years ago. *Nature*, 2018, 543: 397–401, arXiv: [1703.04310](#)
- 17 Carroll S M. The cosmological constant. *Living Rev Relativ*, 2001, 4: 1
- 18 Padmanabhan T. Cosmological constant—the weight of the vacuum. *Phys Rept*, 2003, 380: 235–320
- 19 Peebles P J E, Ratra B. The cosmological constant and dark energy. *Rev Mod Phys*, 2003, 75: 559–606
- 20 Kennefick D. Traveling at the Speed of Thought: Einstein and the Quest for Gravitational Waves. Princeton: Princeton University Press, 2007
- 21 Cai R G, Cao Z, Guo Z K, et al. The gravitational-wave physics. *Natl Sci Rev*, 2017, 4: 687–706
- 22 Abbott B P, Abbott R, Abbott T D, et al. Observation of gravitational waves from a binary black hole merger. *Phys Rev Lett*, 2016, 116: 061102, arXiv: [1602.03837](#)
- 23 Abbott B P, Abbott R, Abbott T D, et al. GW151226: Observation of gravitational waves from a 22-solar-mass binary black hole coalescence. *Phys Rev Lett*, 2016, 116: 241103, arXiv: [1606.04855](#)
- 24 Abbott B P, Abbott R, Abbott T D, et al. GW170104: Observation of a 50-solar-mass binary black hole coalescence at redshift 0.2. *Phys Rev Lett*, 2017, 118: 221101, arXiv: [1706.01812](#)
- 25 Abbott B P, Abbott R, Abbott T D, et al. GW170814: A three-detector observation of gravitational waves from a binary black hole coalescence. *Phys Rev Lett*, 2017, 119: 141101, arXiv: [1709.09660](#)
- 26 Abbott B P, Abbott R, Abbott T D, et al. GW170817: Observation of gravitational waves from a binary neutron star inspiral. *Phys Rev Lett*, 2017, 119: 161101, arXiv: [1710.05832](#)
- 27 Abbott B P, Abbott R, Abbott T D, et al. GW150914: First results from the search for binary black hole coalescence with Advanced LIGO. *Phys Rev D*, 2016, 93: 122003, arXiv: [1602.03839](#)
- 28 Abbott B P, Abbott R, Abbott T D, et al. GW170608: Observation of a 19 solar-mass binary black hole coalescence. *Astrophys J*, 2017, 851: L35, arXiv: [1711.05578](#)
- 29 Cao Z J. Gravitational wave astronomy: Chance and challenge to fundamental physics and astrophysics. *Sci China-Phys Mech Astron*, 2016, 59: 110431
- 30 Cao Z J, Du Z H. Numerical relativity and gravitational wave astronomy (in Chinese). *Sci Sin-Phys Mach Astron*, 2017, 47: 010405 [曹周键, 都志辉. 数值相对论与引力波天文学. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2017, 47: 010405]

- 31 Cao Z J, Wang H, Zhu J Y. Initial study on the application of deep learning to the gravitational wave data analysis (in Chinese). *J Henan Normal Univ (Nat Sci)*, 2018, doi: 10.16366/j.cnki.1000-2367.2018.02.005 [曹周键, 王赫, 朱建阳. 深度学习在引力波数据处理中的应用初探. 河南师范大学学报(自然科学版), 2018, doi: 10.16366/j.cnki.1000-2367.2018.02.005]
- 32 Cao Z J. Gravitational wave detection and gravitational wave astronomy (in Chinese). *Modern Phys*, 2015, 27: 40–44 [曹周键. 引力波探测和引力波天文学. 现代物理知识, 2015, 27: 40–44]
- 33 Bondi H, van der Burg M G J, Metzner A W K. Gravitational waves in general relativity. VII. Waves from axi-symmetric isolated systems. *Proc R Soc A-Math Phys Eng Sci*, 1962, 269: 21–52
- 34 He X, Cao Z, Jing J. Note on the gravitational and electromagnetic radiation for the Einstein-Maxwell equations with cosmological constant. ArXiv: [1710.05475](#)
- 35 de Bernardis P, Ade P A R, Bock J J, et al. A flat Universe from high-resolution maps of the cosmic microwave background radiation. *Nature*, 2000, 404: 955–959
- 36 Komatsu E, Smith K M, Dunkley J, et al. Seven-year *wilkinson microwave anisotropy probe (wmap)* observations: Cosmological interpretation. *Astrophys J Suppl Ser*, 2011, 192: 18, arXiv: [1001.4538](#)
- 37 Perlmutter S, Aldering G, della Valle M, et al. Discovery of a supernova explosion at half the age of the universe. *Nature*, 1998, 391: 51–54
- 38 Riess A G, Filippenko A V, Challis P, et al. Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant. *Astron J*, 1998, 116: 1009–1038
- 39 Allen S W, Rapetti D A, Schmidt R W, et al. Improved constraints on dark energy from Chandra X-ray observations of the largest relaxed galaxy clusters. *Mon Not R Astron Soc*, 2008, 383: 879–896, arXiv: [0706.0033](#)
- 40 Eisenstein D J, Zehavi I, Hogg D W, et al. Detection of the baryon acoustic peak in the large-scale correlation function of SDSS luminous red galaxies. *Astrophys J*, 2005, 633: 560–574
- 41 Giannantonio T, Scranton R, Crittenden R G, et al. Combined analysis of the integrated Sachs-Wolfe effect and cosmological implications. *Phys Rev D*, 2008, 77: 123520, arXiv: [0801.4380](#)
- 42 Suyu S H, Marshall P J, Auger M W, et al. Dissecting the gravitational lens B1608+656. II. Precision measurements of the hubble constant, spatial curvature, and the dark energy equation of state. *Astrophys J*, 2010, 711: 201–221, arXiv: [0910.2773](#)
- 43 Saw V L. Asymptotically simple spacetimes and mass loss due to gravitational waves. *Int J Mod Phys D*, 2018, 27: 1730027, arXiv: [1706.00160](#)
- 44 Ashtekar A, Bonga B, Kesavan A. Asymptotics with a positive cosmological constant. I. Basic framework. *Class Quantum Grav*, 2015, 32: 025004, arXiv: [1409.3816](#)
- 45 Ashtekar A, Bonga B, Kesavan A. Asymptotics with a positive cosmological constant. III. The quadrupole formula. *Phys Rev D*, 2015, 92: 104032, arXiv: [1510.05593](#)
- 46 Ashtekar A, Bonga B, Kesavan A. Gravitational waves from isolated systems: Surprising consequences of a positive cosmological constant. *Phys Rev Lett*, 2016, 116: 051101, arXiv: [1510.04990](#)
- 47 Ge H, Luo M, Su Q, et al. Bondi-Sachs metrics and photon rockets. *Gen Relativ Gravit*, 2011, 43: 2729–2742, arXiv: [1105.3258](#)
- 48 He X, Cao Z. New Bondi-type outgoing boundary condition for the Einstein equations with cosmological constant. *Int J Mod Phys D*, 2015, 24: 1550081
- 49 He X, Cao Z, Jing J. Asymptotical null structure of an electro-vacuum spacetime with a cosmological constant. *Int J Mod Phys D*, 2016, 25: 1650086
- 50 Amaro-Seoane P, Audley H, Babak S, et al. Laser interferometer space antenna. ArXiv: [1702.00786](#)
- 51 He X, Jing J, Cao Z. Relationship between Bondi-Sachs quantities and source of gravitational radiation in asymptotically de Sitter spacetime. *Int J Mod Phys D*, 2018, 27: 1850046, arXiv: [1803.05564](#)
- 52 Cai R G, Cao Z J, Han W B, et al. The gravitational wave models for binary compact objects (in Chinese). *Sci Bull*, 2016, 61: 1525–1535 [蔡荣根, 曹周键, 韩文标. 并合双星系统的引力波理论模型. 科学通报, 2016, 61: 1525–1535]
- 53 Almheiri A, Marolf D, Polchinski J, et al. Black holes: complementarity or firewalls? *J High Energy Phys*, 2013, 2013: 62, arXiv: [1207.3123](#)
- 54 Zhang B, Cai Q, You L, et al. Hidden messenger revealed in Hawking radiation: A resolution to the paradox of black hole information loss. *Phys Lett B*, 2009, 675: 98–101, arXiv: [0903.0893](#)
- 55 Cardoso V, Hopper S, Macedo C F B, et al. Gravitational-wave signatures of exotic compact objects and of quantum corrections at the horizon scale. *Phys Rev D*, 2016, 94: 084031, arXiv: [1608.08637](#)

- 56 Holdom B, Ren J. Not quite a black hole. [Phys Rev D](#), 2017, 95: 084034, arXiv: [1612.04889](#)
- 57 Barceló C, Carballo-Rubio R, Garay L J. Gravitational wave echoes from macroscopic quantum gravity effects. [J High Energy Phys](#), 2017, 2017: 054, arXiv: [1701.09156](#)
- 58 Price R H, Khanna G. Gravitational wave sources: Reflections and echoes. [Class Quantum Grav](#), 2017, 34: 225005, arXiv: [1702.04833](#)
- 59 Sibandze D, Goswami R, Maharaj S, et al. Echoes from the black holes: Evidence of higher order corrections to General Relativity in strong gravity regime. ArXiv: [1702.04926](#)
- 60 Zhang Y Z. General relativity and it experiment tests (in Chinese). *Modern Phys*, 2015, 27: 3–8 [张元仲. 广义相对论及其实验证明. 现代物理知识, 2015, 27: 3–8]
- 61 Abedi J, Dykaar H, Afshordi N. Echoes from the abyss: Tentative evidence for Planck-scale structure at black hole horizons. [Phys Rev D](#), 2017, 96: 082004, arXiv: [1612.00266](#)
- 62 Westerweck J, Nielsen A, Fischer-Birnholtz O, et al. Low significance of evidence for black hole echoes in gravitational wave data. ArXiv: [1712.09966](#)
- 63 Cardoso V, Pani P. Tests for the existence of black holes through gravitational wave echoes. [Nat Astron](#), 2017, 1: 586–591, arXiv: [1707.03021](#)
- 64 Maselli A, Völkel S H, Kokkotas K D. Parameter estimation of gravitational wave echoes from exotic compact objects. [Phys Rev D](#), 2017, 96: 064045, arXiv: [1708.02217](#)
- 65 Conklin R, Holdom B, Ren J. Gravitational wave echoes through new windows. ArXiv: [1712.06517](#)
- 66 Wang Y, Li Z P, Zhang J, et al. Are gravitational wave ringdown echoes always equal-interval? ArXiv: [1802.02003](#)
- 67 Nakano H, Sago N, Tagoshi H, et al. Black hole ringdown echoes and howls. ArXiv: [1704.07175](#)
- 68 Mark Z, Zimmerman A, Du S M, et al. A recipe for echoes from exotic compact objects. [Phys Rev D](#), 2017, 96: 084002, arXiv: [1706.06155](#)
- 69 Bueno P, Cano P A, Goelen F, et al. Echoes of Kerr-like wormholes. [Phys Rev D](#), 2018, 97: 024040, arXiv: [1711.00391](#)
- 70 Dreyer O, Kelly B, Krishnan B, et al. Black-hole spectroscopy: Testing general relativity through gravitational-wave observations. [Class Quantum Grav](#), 2004, 21: 787–803
- 71 Liu L, Zhao Z. General Relativity (in Chinese), Beijing: High Education Press, 2004. 130–132 [刘辽, 赵峥. 广义相对论. 北京: 高等教育出版社, 2004. 130–132]
- 72 Eardley D M, Lee D L, Lightman A P. Gravitational-wave observations as a tool for testing relativistic gravity. [Phys Rev D](#), 1973, 8: 3308–3321
- 73 Liang D, Gong Y, Hou S, et al. Polarizations of gravitational waves in $f(R)$ gravity. [Phys Rev D](#), 2017, 95: 104034, arXiv: [1701.05998](#)
- 74 Newman E, Penrose R. An approach to gravitational radiation by a method of spin coefficients. [J Math Phys](#), 1962, 3: 566–578
- 75 Nicolis A, Rattazzi R, Trincherini E. Galileon as a local modification of gravity. [Phys Rev D](#), 2009, 79: 064036, arXiv: [0811.2197](#)
- 76 Deffayet C, Esposito-Farèse G, Vikman A. Covariant Galileon. [Phys Rev D](#), 2009, 79: 084003, arXiv: [0901.1314](#)
- 77 Charmousis C, Copeland E J, Padilla A, et al. General second-order scalar-tensor theory and self-tuning. [Phys Rev Lett](#), 2012, 108: 051101, arXiv: [1106.2000](#)
- 78 Martín-Moruno P, Nunes N J, Lobo F S. Horndeski theories self-tuning to a de Sitter vacuum. [Phys Rev D](#), 2015, 91: 084029, arXiv: [1502.03236](#)
- 79 Nojiri S', Odintsov S D, Sasaki M. Gauss-Bonnet dark energy. [Phys Rev D](#), 2005, 71: 123509
- 80 Gleyzes J, Langlois D, Piazza F, et al. New class of consistent scalar-tensor theories. [Phys Rev Lett](#), 2015, 114: 211101, arXiv: [1404.6495](#)
- 81 Langlois D, Noui K. Degenerate higher derivative theories beyond Horndeski: Evading the Ostrogradski instability. [J Cosmol Astropart Phys](#), 2016, 2016: 034, arXiv: [1510.06930](#)
- 82 Achour J B, Crisostomi M, Koyama K, et al. Degenerate higher order scalar-tensor theories beyond Horndeski up to cubic order. [J High Energy Phys](#), 2016, 2016: 100
- 83 Nishizawa A, Taruya A, Hayama K, et al. Probing nontensorial polarizations of stochastic gravitational-wave backgrounds with ground-based laser interferometers. [Phys Rev D](#), 2009, 79: 082002, arXiv: [0903.0528](#)
- 84 Abbott B P, Abbott R, Abbott T D, et al. A search for tensor, vector, and scalar polarizations in the stochastic gravitational-wave background. ArXiv: [1802.10194](#)
- 85 Lee K J, Jenet F A, Price R H. Pulsar timing as a probe of non-Einsteinian polarizations of gravitational waves. [Astrophys J](#), 2008, 685: 1304–1319
- 86 Lee K, Jenet F A, Price R H, et al. Detecting massive gravitons using pulsar timing arrays. [Astrophys J](#), 2010, 722: 1589–1597, arXiv: [1001.0853](#)

1008.2561

- 87 Will C M. Bounding the mass of the graviton using gravitational-wave observations of inspiralling compact binaries. *Phys Rev D*, 1998, 57: 2061–2068
- 88 Goldhaber A S, Nieto M M. Mass of the graviton. *Phys Rev D*, 1974, 9: 1119–1121
- 89 Hare M G. Mass of the graviton. *Can J Phys*, 1973, 51: 431–433
- 90 Finn L S, Sutton P J. Bounding the mass of the graviton using binary pulsar observations. *Phys Rev D*, 2002, 65: 044022
- 91 Choudhury S R, Joshi G C, Mahajan S, et al. Probing large distance higher dimensional gravity from lensing data. *Astropart Phys*, 2004, 21: 559–563
- 92 Goldstein A, Veres P, Burns E, et al. An ordinary short gamma-ray burst with extraordinary implications: Fermi-GBM detection of GRB 170817A. *Astrophys J*, 2017, 848: L14, arXiv: [1710.05446](#)
- 93 Savchenko V, Ferrigno C, Kuulkers E, et al. INTEGRAL detection of the first prompt gamma-ray signal coincident with the gravitational-wave event GW170817. *Astrophys J*, 2017, 848: L15, arXiv: [1710.05449](#)
- 94 Gong Y, Papantonopoulos E, Yi Z. Constraints on scalar-tensor theory of gravity by the recent observational results on gravitational waves. ArXiv: [1711.04102](#)
- 95 Baker T, Bellini E, Ferreira P G, et al. Strong constraints on cosmological gravity from GW170817 and GRB 170817A. *Phys Rev Lett*, 2017, 119: 251301, arXiv: [1710.06394](#)
- 96 Creminelli P, Vernizzi F. Dark energy after GW170817 and GRB170817A. *Phys Rev Lett*, 2017, 119: 251302, arXiv: [1710.05877](#)
- 97 Sakstein J, Jain B. Implications of the neutron star merger GW170817 for cosmological scalar-tensor theories. *Phys Rev Lett*, 2017, 119: 251303, arXiv: [1710.05893](#)
- 98 Ezquiaga J M, Zumalacárregui M. Dark energy after GW170817: Dead ends and the road ahead. *Phys Rev Lett*, 2017, 119: 251304
- 99 De Felice A, Tsujikawa S. Conditions for the cosmological viability of the most general scalar-tensor theories and their applications to extended Galileon dark energy models. *J Cosmol Astropart Phys*, 2012, 2012: 007, arXiv: [1110.3878](#)
- 100 Renk J, Zumalacárregui M, Montanari F, et al. Galileon gravity in light of ISW, CMB, BAO and H_0 data. *J Cosmol Astropart Phys*, 2017, 2017: 020, arXiv: [1707.02263](#)
- 101 Wex N. Neutron Stars as Probes for General Relativity and Gravitational Waves. Cham: Springer International Publishing, 2016. 1–24
- 102 Cai Y F, Li C, Saridakis E N, et al. $f(T)$ gravity after GW170817 and GRB170817A. ArXiv: [1801.05827](#)
- 103 Gong Y, Hou S, Liang D, et al. Gravitational waves in Einstein-æther theory and generalized TeVeS theory after GW170817. ArXiv: [1801.03382](#)
- 104 Fan X L, Liao K, Biesiada M, et al. Speed of gravitational waves from strongly lensed gravitational waves and electromagnetic signals. *Phys Rev Lett*, 2017, 118: 091102, arXiv: [1612.04095](#)
- 105 Abbott B P, Abbott R, Abbott T D, et al. Tests of general relativity with GW150914. *Phys Rev Lett*, 2016, 116: 221101, arXiv: [1602.03841](#)
- 106 Agathos M, Del Pozzo W, Li T G F, et al. TIGER: A data analysis pipeline for testing the strong-field dynamics of general relativity with gravitational wave signals from coalescing compact binaries. *Phys Rev D*, 2014, 89: 082001, arXiv: [1311.0420](#)
- 107 Meidam J, Agathos M, Van Den Broeck C, et al. Testing the no-hair theorem with black hole ringdowns using TIGER. *Phys Rev D*, 2014, 90: 064009, arXiv: [1406.3201](#)
- 108 Arun K G, Iyer B R, Qusailah M S S, et al. Testing post-Newtonian theory with gravitational wave observations. *Class Quantum Grav*, 2006, 23: L37–L43
- 109 Yunes N, Pretorius F. Fundamental theoretical bias in gravitational wave astrophysics and the parametrized post-Einsteinian framework. *Phys Rev D*, 2009, 80: 122003, arXiv: [0909.3328](#)
- 110 Tso R, Zanolin M. Measuring violations of general relativity from single gravitational wave detection by nonspinning binary systems: Higher-order asymptotic analysis. *Phys Rev D*, 2016, 93: 124033, arXiv: [1509.02248](#)
- 111 Yunes N, Hughes S A. Binary pulsar constraints on the parametrized post-Einsteinian framework. *Phys Rev D*, 2010, 82: 082002, arXiv: [1007.1995](#)
- 112 Yunes N, Yagi K, Pretorius F. Theoretical physics implications of the binary black-hole mergers GW150914 and GW151226. *Phys Rev D*, 2016, 94: 084002, arXiv: [1603.08955](#)
- 113 Cao Z, Galaviz P, Li L F. Binary black hole mergers in $f(R)$ theory. *Phys Rev D*, 2013, 87: 104029, arXiv: [1608.07816](#)

- 114 Shibata M, Nakao K, Nakamura T. Scalar-type gravitational wave emission from gravitational collapse in Brans-Dicke theory: Detectability by a laser interferometer. *Phys Rev D*, 1994, 50: 7304–7317
- 115 Herdeiro C, Radu E. Construction and physical properties of Kerr black holes with scalar hair. *Class Quantum Grav*, 2015, 32: 144001, arXiv: [1501.04319](#)
- 116 Herdeiro C A R, Radu E. Kerr black holes with scalar hair. *Phys Rev Lett*, 2014, 112: 221101, arXiv: [1403.2757](#)
- 117 Yang Q, Ji L W, Hu B, et al. An axion-like scalar field environment effect on binary black hole merger. ArXiv: [1706.00678](#)
- 118 Berti E, Cardoso V, Gualtieri L, et al. Numerical simulations of single and binary black holes in scalar-tensor theories: Circumventing the no-hair theorem. *Phys Rev D*, 2013, 87: 124020, arXiv: [1304.2836](#)
- 119 Healy J, Bode T, Haas R, et al. Late inspiral and merger of binary black holes in scalar-tensor theories of gravity. *Class Quantum Grav*, 2012, 29: 232002, arXiv: [1112.3928](#)
- 120 Shibata M, Taniguchi K, Okawa H, et al. Coalescence of binary neutron stars in a scalar-tensor theory of gravity. *Phys Rev D*, 2014, 89: 084005, arXiv: [1310.0627](#)
- 121 Barausse E, Palenzuela C, Ponce M, et al. Neutron-star mergers in scalar-tensor theories of gravity. *Phys Rev D*, 2013, 87: 081506, arXiv: [1212.5053](#)
- 122 Cao Z J. From the gravitational wave detection to multi-messenger astronomy (in Chinese). *College Phys*, 2018, 37: 1–21 [曹周键. 从引力波探测到包含引力波的多信使天文学. *大学物理*, 2018, 37: 1–21]
- 123 Fan X L, Chen Y B. Stochastic gravitational-wave background from spin loss of black holes. ArXiv: [1712.00784](#)

Using gravitational wave to test general relativity

CAO ZhouJian^{1*} & HE XiaoKai²

¹ Department of Astronomy, Beijing Normal University, Beijing 100875, China;

² School of Mathematics and Computational Science, Hunan First Normal University, Changsha 410205, China

The first direct detection of gravitational wave was realized by LIGO on September 14, 2015. Since then gravitational wave detection progresses very rapidly. So far, LIGO has confirmed 5 gravitational wave events of binary black hole merger, including GW150914, GW151226, GW170608, GW170104 and GW170814. And one gravitational wave event of binary neutron star merger has also been detected very recently, GW170817. Besides these 6 gravitational events LIGO has one more suspected gravitational wave event of binary black hole merger LVT151012. Inspired by the gravitational wave detection, gravitational wave physics and gravitational wave astronomy develop also very rapidly since 2016. The direct detection of gravitational wave qualitatively supports the general theory of relativity. But gravitational wave detection, as experiments involving strong gravitational field and strongly dynamical space-time region, can also quantitatively tests general relativity, and even find the applicable scope of general relativity, and point out the development of gravity theory beyond general relativity. In this paper, we will introduce how to use gravitational wave to test general relativity. We will try to give a comprehensive introduction to the possible ways applying gravitational wave detection to test general relativity, including the qualitative properties of gravitational waves, the degree of freedom of gravitational waves, the speed of gravitational wave propagation and the waveform characteristics of gravitational waves.

gravitational wave, compact star binary, numerical relativity

PACS: 04.25.D-, 04.30.Db, 04.70.Bw, 95.30.Sf

doi: [10.1360/SSPMA2018-00099](#)