论 文

MIMO-OFDM 系统中基于变分 Bayes EM 算法的联合符号检测与鲁棒 Kalman 信道跟踪

张晓瀛*, 张洪, 唐燕群, 魏急波

国防科技大学电子科学与工程学院, 长沙 410073

* 通信作者. E-mail: zxy-nudt@163.com

收稿日期: 2013-01-22; 接受日期: 2013-05-30

国家自然科学基金 (批准号: 61101096, 61101098) 和湖南省自然科学基金 (批准号: 11jj4055) 资助项目

摘要 基于变分 Bayes 期望最大化 VBEM(variational Bayes expectation maximization) 算法和 Turbo 原理, 提出了快时变信道条件下 MIMO-OFDM 系统中的联合符号检测与信道估计算法. 在 VBEM 框架下, 信号检测和信道估计分别由修正的列表球形译码算法和软输入 Kalman 算法完成, 检测器和估计器分别考虑了信道和检测信号的估计误差协方差矩阵. 当信道时变剧烈时, 存在较大检测误差的数据在软输入 Kalman 算法中引入异常值 (outliers), 由于 Kalman 算法对于异常值的敏感性, 系统会在错误传播的影响下出现误码平台. 为削弱异常值的影响, 利用鲁棒统计理论设计了 VBEM 框架下改进的鲁棒软输入 Kalman 算法, 该算法能在出现异常值的条件下保持较好的信道跟踪能力. 仿真结果表明: 在快速时变多径信道条件下, 文中设计的鲁棒 VBEM 算法优于传统的 VBEM 算法和 EM 算法.

关键词 MIMO-OFDM 变分 Bayes 期望最大化算法 Kalman 滤波 球形译码 Turbo 原理

1 引言

多输入多输出正交频分复用 MIMO-OFDM (multiple-input multiple-output orthogonal frequency division multiplexing) 系统能在有效对抗无线信道频率选择性衰落的同时利用多天线引入的空间自由度获取分集增益和信道容量增益, 是第四代移动通信系统的关键技术.

信道估计在 MIMO-OFDM 系统的相干接收中占有重要地位. 对于快时变多径信道而言, 基于导频的信道估计需要占用大量系统开销, 而盲估计往往计算复杂, 收敛缓慢, 因此, 联合符号检测和信道估计技术成为许多学者研究的热点. 文献 [1] 结合并行干扰消除 — 判决统计合并 PIC-DSC (parallel interference cancellation-decision statistical combining) 检测与最小二乘信道估计算法设计了未编码 MIMO-OFDM 系统中的迭代接收机; Lu 等设计了空时块码 MIMO-OFDM 系统中基于期望最大化 (expectation maximization, EM) 算法的迭代接收机 [2]. 文献 [3] 设计了基于 RLS(recursive least squares) 算法的 EM 迭代接收机. 这些文献设计的信道估计算法都利用了从信号检测中获得的硬判决符号, 容易受到错误传播的影响. 文献 [4] 虽然在信道估计中考虑了发送信号的一阶和二阶统计信息, 但是在符号检测中忽略了信道估计误差的影响, 在一定程度上也损失了性能. 文献 [5] 分析了采用联

引用格式: 张晓瀛, 张洪, 唐燕群, 等. MIMO-OFDM 系统中基于变分 Bayes EM 算法的联合符号检测与鲁棒 Kalman 信道跟踪. 中国科学: 信息科学, 2013, 43: 1147–1161, doi: 10.1360/112012-521

合信道估计和多用户检测时 MIMO-OFDM 系统的吞吐量,但是文中所设计的算法并未考虑检测数据不准确时信道估计器的鲁棒性问题。

最优的联合符号检测和信道估计需要最大化未知参数的联合后验概率密度函数,在通常情况下,这种联合最优方法非常复杂,难以实现,因此寻找复杂度相对较低的次优算法成为必然选择.变分 Bayes 方法源于统计物理学,广泛应用于机器学习、人工智能和统计推理等领域^[6].近年来,变分 Bayes 理论被引入通信领域,引起了学者们的高度关注^[7~10].变分 Bayes 期望最大化 VBEM(variational bayes expectation maximization)算法基于变分思想,是 EM 算法在变分 Bayes 理论框架下的一般形式.该算法通过迭代寻找最小化(Kullback-Leibler, KL)距离的边缘分布来近似联合分布,将对多变量的联合估计转化为对各个变量边缘分布的迭代估计,能以相对较低的复杂度逼近最优估计的性能,并至少能保证收敛到局部最优^[6].文献[7, 8]设计了单天线 OFDM 系统中基于变分 Bayes 算法的接收机;文献[9]利用变分 Bayes 原理改进了协同 OFDM 系统中基于线性最小均方误差准则的信号检测器;文献[10]针对 MIMO-OFDM 系统设计了基于干扰消除检测和信道频域响应估计的 VBEM 接收机.然而,干扰消除类检测算法易受错误传播影响,在性能上与最优检测存在较大差距,而且文献[10]没有考虑信道的快速时变,所设计的信道估计算法以信道频域响应为估计对象,与时域冲激响应估计相比,频域估计算法需要估计更多的未知量,因此性能一般劣于时域估计算法。

本文在编码 MIMO-OFDM 系统中设计了基于 VBEM 算法的 Turbo 迭代接收机.在 VBEM 框架下设计了考虑信道估计误差影响的修正列表球形译码器(list sphere decoder, LSD)完成信号检测;推出了以时域信道冲激响应为估计目标的软输入 Kalman 信道跟踪算法.进一步地,考虑了信道快速时变条件下低置信度软符号给软输入 Kalman 滤波带来的异常值问题,利用鲁棒统计理论设计了 VBEM 框架下的鲁棒软输入 Kalman 算法,增强了 VBEM 接收机对于快速时变信道的适应性.最后通过仿真验证了设计算法较传统算法的优越性。

本文的主要符号如下: $\mathbf{I}_N$ 表示 $N \times N$ 的单位矩阵;矩阵 $\mathbf{X}(n)$ 的第 i 行第 j 列个元素表示为 $[\mathbf{X}(n)]_{(i,j)}$;矩阵 $\mathbf{X}(n)$ 的第 i 行表示为 $[\mathbf{X}(n)]_{(i,:)}$;矢量 $\mathbf{x}(n,k)$ 的第 i 个元素表示为 $[\mathbf{x}(n,k)]_{(i)}$; $\text{Tr}\{\cdot\}$ 表示矩阵求迹; $\text{diag}(\mathbf{x})$ 表示以矢量 $\mathbf{x}$ 中的元素作为对角元素的对角矩阵; $\otimes$ 表示 Kronecker 积; $CN(\mathbf{m}, \mathbf{C})$ 表示均值为 $\mathbf{m}$, 协方差矩阵为 $\mathbf{C}$ 的多变量复循环对称高斯分布。

2 系统模型

考虑具有 N_t 根发送天线, N_r 根接收天线的 MIMO-OFDM 系统,子载波数为 K ,每帧数据由 N_s 个 OFDM 符号构成.信源比特 c 经信道编码后进行交织,交织后每 m_c 个编码比特通过星座集合映射为一个符号.通过串并变换,从第 t 根天线发送的第 n 个 OFDM 符号为 $\{x_t(n,k), k=0,1,\dots,K-1\}$.发射端框图如图 1 所示:

假设不同收发天线对之间的信道独立同分布,且在一个 OFDM 符号间隔内保持不变,第 t 根发送天线和第 r 根接收天线之间的信道冲激响应可以表示为

$$\mathbf{h}_{r,t}(n) = [h_{r,t}(n,0), \dots, h_{r,t}(n,L-1)]^T, \quad (1)$$

其中 L 表示信道时延扩展.假设信道在不同 OFDM 符号之间时变,将时变信道视为广义平稳窄带复高斯—马尔可夫过程.采用一阶 AR 过程对时变信道建模^[4],状态空间方程可以写成

$$\mathbf{h}_r(n+1) = \mathbf{A}\mathbf{h}_r(n) + \mathbf{v}(n), \quad (2)$$

图 1 MIMO-OFDM 系统的发射机框图

Figure 1 Transmitter structure of the MIMO-OFDM system

其中 $\mathbf{h}_r(n) = [\mathbf{h}_{r,1}^T(n), \dots, \mathbf{h}_{r,N_t}^T(n)]^T$, $\mathbf{v}(n)$ 表示驱动 AR 滤波器的复高斯噪声, 协方差矩阵为 $\mathbf{R}_v$. $\mathbf{A}$ 为对角方阵, 其对角元素为 AR 系数. 第 r 根接收天线的接收信号可以写成

$$\mathbf{y}_r(n) = \sum_{t=1}^{N_t} \mathbf{X}_t(n) \mathbf{F} \mathbf{h}_{r,t}(n) + \boldsymbol{\omega}_r(n) = \mathbf{X}(n) \mathbf{W} \mathbf{h}_r(n) + \boldsymbol{\omega}_r(n), \quad (3)$$

其中 $\mathbf{y}_r(n) = [y_r(n, 0), \dots, y_r(n, K-1)]^T$ 为第 r 根接收天线的频域接收信号; 令第 t 根发射天线的发射信号表示为 $\mathbf{x}_t(n) = [x_t(n, 0), \dots, x_t(n, K-1)]^T$, 则 $\mathbf{X}_t(n) = \text{diag}(\mathbf{x}_t(n))$, $\mathbf{X}(n) = [\mathbf{X}_1(n), \dots, \mathbf{X}_{N_t}(n)]$; $\mathbf{F}$ 表示 $K \times K$ 的 DFT 矩阵的前 L 列, $\mathbf{W} = \mathbf{I}_{N_t} \otimes \mathbf{F}$; $\boldsymbol{\omega}_r(n)$ 表示第 r 根接收天线上的零均值复高斯噪声, 噪声方差为 σ^2 . 式 (3) 还可以写成

$$\mathbf{y}_r(n) = \mathbf{H}_r(n) \mathbf{x}(n) + \boldsymbol{\omega}_r(n), \quad (4)$$

其中 $\mathbf{H}_r(n) = [\text{diag}(\mathbf{F} \mathbf{h}_{r,1}(n)), \dots, \text{diag}(\mathbf{F} \mathbf{h}_{r,N_t}(n))]$, $\mathbf{x}(n) = [\mathbf{x}_1^T(n), \dots, \mathbf{x}_{N_t}^T(n)]^T$. 对于第 k 个子载波来说, 频域接收信号 $\mathbf{y}(n, k) = [y_1(n, k), \dots, y_{N_r}(n, k)]^T$ 可以表示为

$$\mathbf{y}(n, k) = \mathbf{H}(n, k) \mathbf{x}(n, k) + \boldsymbol{\omega}(n, k), \quad (5)$$

其中 $\mathbf{x}(n, k) = [x_1(n, k), \dots, x_{N_t}(n, k)]^T$, $\boldsymbol{\omega}(n, k)$ 为相应的噪声矢量, 设 $H_{r,t}(n, k)$ 表示第 t 根发送天线与第 r 根接收天线之间信道在第 n 个 OFDM 符号第 k 个子载波上的频域响应, 则有

$$\mathbf{H}(n, k) = \begin{bmatrix} H_{1,1}(n, k) & \cdots & H_{1,N_t}(n, k) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{N_r,1}(n, k) & \cdots & H_{N_r,N_t}(n, k) \end{bmatrix}.$$

3 基于 VBEM 的联合符号检测和信道估计

当多参量的联合最大后验概率估计复杂度过高时, VBEM 算法通过迭代寻找联合后验分布的可分解近似分布逼近最优解. 假设观测数据为 $\boldsymbol{\theta}$, $\boldsymbol{\alpha}_1$ 为感兴趣的未知参数, $\boldsymbol{\alpha}_2$ 为未知隐数据. 为了求 $\boldsymbol{\alpha}_1$ 和 $\boldsymbol{\alpha}_2$ 的联合估计, 需要最大化联合后验分布 $P(\boldsymbol{\alpha}_2, \boldsymbol{\alpha}_1 | \boldsymbol{\theta})$, 这种最大化计算往往非常复杂. 为了简化计算, VBEM 算法定义未知参量的辅助分布 $\hat{P}(\boldsymbol{\alpha}_2, \boldsymbol{\alpha}_1)$, 通过最小化 (Kullback-Leibler, KL) 距离

$$KL[\hat{P}(\boldsymbol{\alpha}_2, \boldsymbol{\alpha}_1) \| P(\boldsymbol{\alpha}_2, \boldsymbol{\alpha}_1 | \boldsymbol{\theta})] = \int_{\boldsymbol{\alpha}_2, \boldsymbol{\alpha}_1} \hat{P}(\boldsymbol{\alpha}_2, \boldsymbol{\alpha}_1) \ln \frac{\hat{P}(\boldsymbol{\alpha}_2, \boldsymbol{\alpha}_1)}{P(\boldsymbol{\alpha}_2, \boldsymbol{\alpha}_1 | \boldsymbol{\theta})} d\boldsymbol{\alpha}_2 d\boldsymbol{\alpha}_1, \quad (6)$$

获得近似最优的辅助分布^[6]. 借助 mean-field 近似: $\hat{P}(\alpha_2, \alpha_1) = \hat{P}_{\alpha_2}(\alpha_2)\hat{P}_{\alpha_1}(\alpha_1)$, VBEM 算法循环执行 VBE 步骤和 VBM 步骤, 每次更新一个变量的辅助分布而保持其他变量的辅助分布不变, 使得辅助分布不断逼近真实后验分布. 假设已经从第 $(i-1)$ 次 VBEM 迭代中获得了 α_1 的近似后验分布 $\hat{P}_{\alpha_1}^{(i-1)}(\alpha_1)$, 在第 i 次迭代中, 参数分布的更新过程^[6] 如下:

$$\text{VBE - Step} \quad \hat{P}_{\alpha_2}^{(i)}(\alpha_2) \propto \exp \left[\int \hat{P}_{\alpha_1}^{(i-1)}(\alpha_1) \ln P(\alpha_2, \alpha_1 | \theta) d\alpha_1 \right], \quad (7)$$

$$\text{VBM - Step} \quad \hat{P}_{\alpha_1}^{(i)}(\alpha_1) \propto \exp \left[\int \hat{P}_{\alpha_2}^{(i)}(\alpha_2) \ln P(\alpha_2, \alpha_1 | \theta) d\alpha_2 \right]. \quad (8)$$

在本文考虑的 MIMO-OFDM 系统中, 将第 n 个 OFDM 符号间隔内发送信号 $\mathbf{X}(n)$ 视作隐数据, 未知信道系数 $\mathbf{h}(n) = \{\mathbf{h}_r(n)\}_{r=1}^{N_r}$ 视为待估计数据. 发送信号和信道系数的最优因果估计需要利用从第 0 至第 n 个符号间隔的观测数据 $\mathbf{Y}_0^n = \{\mathbf{Y}(l)\}_{l=0}^n$, $\mathbf{Y}(l) = \{\mathbf{y}_1(l), \dots, \mathbf{y}_{N_r}(l)\}$ 最大化联合后验分布 $P(\mathbf{X}(n), \mathbf{h}(n) | \mathbf{Y}_0^n)$, 直接计算复杂度很高. 假设存在分解 $P(\mathbf{X}(n), \mathbf{h}(n) | \mathbf{Y}_0^n) \approx \hat{P}_{\mathbf{X}}(\mathbf{X}(n)) \hat{P}_{\mathbf{h}}(\mathbf{h}(n))$, 可以利用 VBEM 算法以迭代方式逼近最优估计.

3.1 空时检测

在 VBE 步骤进行空时检测, 假设从第 $(i-1)$ 次迭代已获得信道参数分布 $\hat{P}_{\mathbf{h}}^{(i-1)}(\mathbf{h}(n))$, 根据式 (7) 对 $\mathbf{X}(n)$ 的分布进行更新

$$\hat{P}_{\mathbf{X}}^{(i)}(\mathbf{X}(n)) \propto \exp \left\{ E_{\hat{P}_{\mathbf{h}}^{(i-1)}(\mathbf{h}(n))} [\ln P(\mathbf{X}(n), \mathbf{h}(n) | \mathbf{Y}_0^n)] \right\}, \quad (9)$$

其中, $E_{\hat{P}_{\mathbf{h}}^{(i-1)}(\mathbf{h}(n))}[\cdot]$ 表示关于下标分布求统计平均. 发送信号和信道的联合后验分布有如下分解:

$$P(\mathbf{X}(n), \mathbf{h}(n) | \mathbf{Y}_0^n) \propto P(\mathbf{Y}(n) | \mathbf{X}(n), \mathbf{h}(n)) \cdot P(\mathbf{X}(n)) \cdot P(\mathbf{h}(n) | \mathbf{Y}_0^{n-1}). \quad (10)$$

因此, 式 (9) 可以等价表示为

$$\ln \hat{P}_{\mathbf{X}}^{(i)}(\mathbf{X}(n)) \propto \ln P(\mathbf{X}(n)) + E_{\hat{P}_{\mathbf{h}}^{(i-1)}(\mathbf{h}(n))} [\ln P(\mathbf{Y}(n) | \mathbf{X}(n), \mathbf{h}(n))], \quad (11)$$

$P(\mathbf{X}(n))$ 表示发送信号的先验信息. 由式 (3) 可知, 式 (11) 的对数似然比项可以写成

$$\ln P(\mathbf{Y}(n) | \mathbf{X}(n), \mathbf{h}(n)) \propto \frac{1}{-\sigma^2} \sum_{r=1}^{N_r} \text{Tr} \left[(\mathbf{y}_r(n) - \mathbf{X}(n) \mathbf{W} \mathbf{h}_r(n)) (\mathbf{y}_r(n) - \mathbf{X}(n) \mathbf{W} \mathbf{h}_r(n))^H \right]. \quad (12)$$

将式 (12) 代入式 (11) 可得

$$\begin{aligned} \ln \hat{P}_{\mathbf{X}}^{(i)}(\mathbf{X}(n)) \propto \ln P(\mathbf{X}(n)) - \frac{1}{\sigma^2} \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{r=1}^{N_r} \left[|\mathbf{y}_r(n, k)|^2 - \sum_{t=1}^{N_t} x_t(n, k) \hat{H}_{r,t}^{(i-1)}(n, k) y_r^*(n, k) \right. \\ \left. - \sum_{t=1}^{N_t} x_t^*(n, k) \hat{H}_{r,t}^{(i-1)}(n, k)^* y_r(n, k) \right. \\ \left. + \sum_{t=1}^{N_t} \sum_{t'=1}^{N_t} x_t(n, k) \hat{H}_{r,t}^{(i-1)}(n, k) \hat{H}_{r,t'}^{(i-1)}(n, k)^* x_{t'}^*(n, k) \right. \\ \left. + \sum_{t=1}^{N_t} \sum_{t'=1}^{N_t} x_t(n, k) \text{Tr}(\Xi_{(r,t);(r,t')}^{(i-1)}(n)) x_{t'}^*(n, k) \right], \quad (13) \end{aligned}$$

其中 $\Xi_{(r,t);(r,t')}^{(i-1)}(n) = E[(\mathbf{h}_{r,t}(n) - \hat{\mathbf{h}}_{r,t}^{(i-1)}(n))(\mathbf{h}_{r,t'}(n) - \hat{\mathbf{h}}_{r,t'}^{(i-1)}(n))^H]$ 表示由第 $(i-1)$ 次 VBEM 迭代获得的时域信道响应互协方差矩阵. $\hat{\mathbf{H}}(n, k)^{(i-1)}$ 表示由第 $(i-1)$ 次 VBEM 迭代获得的第 n 个符号间隔第 k 个子载波处的信道频域响应估计值, 可由时域信道响应估计 $\{\hat{\mathbf{h}}_r(n)^{(i-1)}\} (1 \leq r \leq N_r)$ 通过 DFT 变换获得. 假设编码比特进行理想交织, 近似认为不同子载波上发送数据之间的相关性可以忽略. 用 $P(\mathbf{x}(n, k))$ 表示从译码器反馈获得的关于 $\mathbf{x}(n, k)$ 的先验信息, 则由式 (13) 可知: $\hat{P}_{\mathbf{X}}^{(i)}(\mathbf{X}(n))$ 的更新可以解耦为不同子载波上发送数据分布 $\hat{P}_{\mathbf{x}(n,k)}^{(i)}(\mathbf{x}(n, k))$ 的更新

$$\begin{aligned} \hat{P}_{\mathbf{X}}^{(i)}(\mathbf{X}(n)) &\approx \prod_k \hat{P}_{\mathbf{x}(n,k)}^{(i)}(\mathbf{x}(n, k)), \\ \ln \hat{P}_{\mathbf{x}(n,k)}^{(i)}(\mathbf{x}(n, k)) &\propto \frac{1}{-\sigma^2} \left[\left\| \mathbf{y}(n, k) - \hat{\mathbf{H}}(n, k)^{(i-1)} \mathbf{x}(n, k) \right\|^2 \right. \\ &\quad \left. + \mathbf{x}(n, k)^H \mathbf{Q}(n)^{(i-1)} \mathbf{x}(n, k) - \sigma^2 \ln(P(\mathbf{x}(n, k))) \right], \end{aligned} \quad (14)$$

$$\mathbf{Q}(n)^{(i-1)} = \sum_{r=1}^{N_r} \begin{bmatrix} \text{Tr}(\Xi_{(r,1);(r,1)}^{(i-1)}(n)) & \text{Tr}(\Xi_{(r,2);(r,1)}^{(i-1)}(n)) \cdots & \text{Tr}(\Xi_{(r,N_t);(r,1)}^{(i-1)}(n)) \\ \text{Tr}(\Xi_{(r,1);(r,2)}^{(i-1)}(n)) & \ddots & \vdots \\ \text{Tr}(\Xi_{(r,1);(r,N_t)}^{(i-1)}(n)) & \cdots & \text{Tr}(\Xi_{(r,N_t);(r,N_t)}^{(i-1)}(n)) \end{bmatrix}. \quad (15)$$

从式 (14) 可以看出, VBE 步骤通过变分 Bayes 推理给出了发送信号的边缘概率分布, 其表达式中考虑了信道估计误差协方差. $\mathbf{x}(n, k)$ 由编码比特矢量 $\mathbf{B} = [b_1(n, k), \dots, b_{N_t m_c}(n, k)]^T$ 通过星座映射而来, 实际上属于包含 $2^{N_t m_c}$ 个可能取值的离散集合, 边缘分布 $\hat{P}_{\mathbf{x}(n,k)}^{(i)}(\mathbf{x}(n, k))$ 应该以离散概率分布的形式给出 $2^{N_t m_c}$ 个可能取值的概率. 当发送天线数较多或者星座阶数较高时, 边缘分布计算需要穷尽搜索所有可能的取值, 计算非常复杂. 为降低复杂度, 采用列表球形译码算法搜索具有较大后验概率的 N_{cand} 个符号构成列表 $L(\mathbf{x}(n, k))$. 根据 LSD 原理^[11] 和式 (14) 给出的边缘分布, 推出具有较大概率的列表符号位于下式描述的几何体中:

$$\begin{aligned} [\mathbf{x}(n, k) - \ddot{\mathbf{x}}(n, k)]^H \cdot \left[\left(\hat{\mathbf{H}}(n, k)^{(i-1)} \right)^H \hat{\mathbf{H}}(n, k)^{(i-1)} + \mathbf{Q}(n)^{(i-1)} \right] \\ \cdot [\mathbf{x}(n, k) - \ddot{\mathbf{x}}(n, k)] - \sigma^2 \ln(P(\mathbf{x}(n, k))) < R^2, \end{aligned} \quad (16)$$

$$\ddot{\mathbf{x}}(n, k) = \left[\left(\hat{\mathbf{H}}(n, k)^{(i-1)} \right)^H \hat{\mathbf{H}}(n, k)^{(i-1)} + \mathbf{Q}(n)^{(i-1)} \right]^{-1} \left(\hat{\mathbf{H}}(n, k)^{(i-1)} \right)^H \mathbf{y}(n, k),$$

其中 $\ddot{\mathbf{x}}(n, k)$ 为搜索中心, R 为搜索半径. 从式 (16) 可以看出, VBEM 框架下推导所得的修正 LSD 算法在列表搜索中考虑了信道估计误差协方差的影响. 获得列表 $L(\mathbf{x}(n, k))$ 后, $\mathbf{x}(n, k)$ 的概率分布可近似为

$$\tilde{P}_{\mathbf{x}(n,k)}^{(i)}(\mathbf{x}(n, k)) = \sum_{\mathbf{x} \in L(\mathbf{x}(n, k))} \hat{P}_{\mathbf{x}(n,k)}^{(i)}(\mathbf{x}(n, k)) \delta(\mathbf{x}(n, k) - \mathbf{x}), \quad (17)$$

$$\hat{P}_{\mathbf{x}(n,k)}^{(i)}(\mathbf{x}(n, k)) = \frac{\hat{P}_{\mathbf{x}(n,k)}^{(i)}(\mathbf{x}(n, k))}{\sum_{\mathbf{x}(n,k) \in L(\mathbf{x}(n, k))} \hat{P}_{\mathbf{x}(n,k)}^{(i)}(\mathbf{x}(n, k))}. \quad (18)$$

$\mathbf{x}(n, k)$ 的均值和方差可以分别按照下式计算

$$\hat{\mathbf{x}}(n, k)^{(i)} = \sum_{\mathbf{x} \in L(\mathbf{x}(n, k))} \mathbf{x} \hat{P}_{\mathbf{x}(n,k)}^{(i)}(\mathbf{x}(n, k) = \mathbf{x}), \quad (19)$$

$$\Phi(n, k)^{(i)} = \sum_{\mathbf{x} \in L(\mathbf{x}(n, k))} \left(\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}(n, k)^{(i)} \right) \left(\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}(n, k)^{(i)} \right)^H \hat{P}_{\mathbf{x}(n, k)}^{(i)}(\mathbf{x}). \quad (20)$$

$\hat{\mathbf{x}}(n, k)^{(i)}$ 和 $\Phi(n, k)^{(i)}$ 将用于 VBM 步骤的信道估计. 基于 LSD 的搜索列表和度量可以计算软检测器输出的比特外信息. 假设 b_j 表示矢量 $\mathbf{B}$ 的第 j 个比特, $\Omega_{j,+1}$ 和 $\Omega_{j,-1}$ 分别对应列表 $L(\mathbf{x}(n, k))$ 中 b_j 为 +1 和 -1 时的发送符号矢量集合, $\mathbf{B}_{|j}$ 表示矢量 $\mathbf{B}$ 除第 j 个比特外的发送比特矢量, $L^a(\mathbf{B}_{|j})$ 表示 $\mathbf{B}_{|j}$ 中比特的先验对数似然比. 利用 max-log 近似^[11], b_j 的外信息对数似然比可以通过下式计算:

$$\begin{aligned} L^e(b_j|\mathbf{Y}) \doteq & \max_{\mathbf{x}(n, k) \in \Omega_{j,+1}} \left\{ -\|\mathbf{y}(n, k) - \hat{\mathbf{H}}(n, k)^{(i-1)}\mathbf{x}(n, k)\|^2/\sigma^2 \right. \\ & \left. - \mathbf{x}(n, k)^H \mathbf{Q}(n)^{(i-1)}\mathbf{x}(n, k)/\sigma^2 + \frac{1}{2}\mathbf{B}_{|j}^T L^a(\mathbf{B}_{|j}) \right\} \\ & - \max_{\mathbf{x}(n, k) \in \Omega_{j,-1}} \left\{ -\|\mathbf{y}(n, k) - \hat{\mathbf{H}}(n, k)^{(i-1)}\mathbf{x}(n, k)\|^2/\sigma^2 \right. \\ & \left. - \mathbf{x}(n, k)^H \mathbf{Q}(n)^{(i-1)}\mathbf{x}(n, k)/\sigma^2 + \frac{1}{2}\mathbf{B}_{|j}^T L^a(\mathbf{B}_{|j}) \right\}. \end{aligned} \quad (21)$$

3.2 软输入 Kalman 信道跟踪

VBM 步骤根据接收信号 $\mathbf{Y}_0^n$ 和 $\hat{P}_{\mathbf{X}}^{(i)}(\mathbf{X}(n))$ 更新信道系数分布, 基于式 (8) 有

$$\hat{P}_{\mathbf{h}}^{(i)}(\mathbf{h}(n)) \propto \exp \left\{ E_{\hat{P}_{\mathbf{X}}^{(i)}(\mathbf{X}(n))} [\ln P(\mathbf{X}(n), \mathbf{h}(n) | \mathbf{Y}_0^n)] \right\}. \quad (22)$$

由分解式 (10), 式 (22) 等价于

$$\ln \hat{P}_{\mathbf{h}}^{(i)}(\mathbf{h}(n)) \propto \ln P(\mathbf{h}(n) | \mathbf{Y}_0^{n-1}) + E_{\hat{P}_{\mathbf{X}}^{(i)}(\mathbf{X}(n))} [\ln P(\mathbf{Y}(n) | \mathbf{X}(n), \mathbf{h}(n))]. \quad (23)$$

式 (23) 中的对数似然比项可根据式 (4) 写成

$$\ln P(\mathbf{Y}(n) | \mathbf{X}(n), \mathbf{h}(n)) \propto \frac{1}{-\sigma^2} \sum_{r=1}^{N_r} \text{Tr} \left[(\mathbf{y}_r(n) - H_r(n)\mathbf{x}(n)) \cdot (\mathbf{y}_r(n) - H_r(n)\mathbf{x}(n))^H \right]. \quad (24)$$

进一步关于 $\hat{P}_{\mathbf{X}}^{(i)}(\mathbf{X}(n))$ 对式 (24) 求均值, 有

$$\begin{aligned} & E_{\hat{P}_{\mathbf{X}}^{(i)}(\mathbf{X}(n))} [\ln P(\mathbf{Y}(n) | \mathbf{X}(n), \mathbf{h}(n))] \\ & \propto -\frac{1}{\sigma^2} \sum_{r=1}^{N_r} \left[\left(\mathbf{y}_r(n) - \hat{\mathbf{X}}^{(i)}(n) \mathbf{W} \mathbf{h}_r(n) \right)^H \left(\mathbf{y}_r(n) - \hat{\mathbf{X}}^{(i)}(n) \mathbf{W} \mathbf{h}_r(n) \right) \right. \\ & \quad \left. + \mathbf{h}_r^H(n) \mathbf{W}^H \mathbf{D}^{(i)}(n) \mathbf{W} \mathbf{h}_r(n) \right]. \end{aligned} \quad (25)$$

其中 $\hat{\mathbf{X}}^{(i)}(n)$ 表示发送信号均值, $\mathbf{D}^{(i)}(n)$ 表示由检测获得的发送信号 $\mathbf{x}(n)$ 的协方差矩阵, 记做

$$\begin{aligned} \mathbf{D}^{(i)}(n) &= E_{\hat{P}_{\mathbf{X}}^{(i)}(\mathbf{X}(n))} \left\{ \left[\mathbf{x}(n) - \hat{\mathbf{x}}^{(i)}(n) \right] \left[\mathbf{x}(n) - \hat{\mathbf{x}}^{(i)}(n) \right]^H \right\} \\ &= \text{diag} \left(\left[\varepsilon_1^{(i)}(n, 0)^2, \dots, \varepsilon_1^{(i)}(n, K-1)^2, \dots, \varepsilon_{N_t}^{(i)}(n, 0)^2, \dots, \varepsilon_{N_t}^{(i)}(n, K-1)^2 \right] \right), \\ \varepsilon_t^{(i)}(n, k)^2 &= E_{\hat{P}_{\mathbf{X}}^{(i)}(\mathbf{X}(n))} \left\{ |x_t(n, k)|^2 \right\} - \hat{x}_t^{(i)}(n, k)^2, \quad 1 \leq t \leq N_t \end{aligned} \quad (26)$$

$\hat{\mathbf{X}}^{(i)}(n)$ 和 $\mathbf{D}^{(i)}(n)$ 的取值可由信号检测中的式 (19) 和式 (20) 获得. 式 (23) 中 $P(\mathbf{h}(n)|\mathbf{Y}_0^{n-1})$ 的严格计算需要关于所有可能的 $\{\mathbf{X}(l)\}_{l=0}^n$ 积分, 计算过于复杂. 采用高斯近似可以使计算得到合理简化^[7], 此时式 (23) 右侧第一项可以写成

$$\ln P(\mathbf{h}(n)|\mathbf{Y}_0^{n-1}) \propto - \sum_{r=1}^{N_r} \left\{ [\mathbf{h}_r(n) - \mathbf{h}_r(n|n-1)]^H \boldsymbol{\Xi}_r(n|n-1)^{-1} [\mathbf{h}_r(n) - \mathbf{h}_r(n|n-1)] \right\}. \quad (27)$$

$P(\mathbf{h}_r(n)|\mathbf{Y}_0^{n-1})$ 可通过 Chapman-Kolmogorov 方程基于状态方程 (2) 递推计算. 将式 (24)~(27) 代入式 (23) 可知, 更新后的时域信道响应仍然服从高斯分布 $\hat{P}_{\mathbf{h}_r}^{(i)}(\mathbf{h}_r(n)) \sim CN(\hat{\mathbf{h}}_r^{(i)}(n), \boldsymbol{\Xi}_r^{(i)}(n))$. 综合式 (23)~(27), 信道冲激响应分布的更新过程可以总结为软输入 Kalman 滤波. 对于第 r 根接收天线 $r = 1, \dots, N_r$, 递归方程如下:

$$\boldsymbol{\Xi}_r^{(i)}(n) = \left[\boldsymbol{\Xi}_r^{-1}(n|n-1) + \mathbf{W}^H \left(\hat{\mathbf{X}}^{(i)}(n)^H \hat{\mathbf{X}}^{(i)}(n) + \mathbf{D}^{(i)}(n) \right) \mathbf{W} / \sigma^2 \right]^{-1}, \quad (28)$$

$$\hat{\mathbf{h}}_r^{(i)}(n) = \boldsymbol{\Xi}_r^{(i)}(n) \left[\boldsymbol{\Xi}_r^{-1}(n|n-1) \mathbf{h}_r(n|n-1) + \mathbf{W}^H \hat{\mathbf{X}}^{(i)}(n)^H \mathbf{y}_r(n) / \sigma^2 \right], \quad (29)$$

$$\mathbf{h}_r(n+1|n) = \mathbf{A} \hat{\mathbf{h}}_r^{(i)}(n), \quad (30)$$

$$\boldsymbol{\Xi}_r(n+1|n) = \mathbf{A} \boldsymbol{\Xi}_r^{(i)}(n) \mathbf{A}^H + \mathbf{R}_v. \quad (31)$$

从式 (28)~(31) 可知: VBEM 框架下的时域信道响应估计考虑了信号检测均值和协方差, 计算得到的信道响应均值 $\hat{\mathbf{h}}_r^{(i)}(n)$ 及估计误差协方差 $\hat{\boldsymbol{\Xi}}_r^{(i)}(n)$ 将用于下一次 VBE 步骤中信号检测的更新. 假设 VBEM 算法在一个 OFDM 符号内迭代 α 次, 则从当前符号传递到下一符号的信道预测和协方差分别为 $\mathbf{h}_r(n+1|n) = \mathbf{A} \hat{\mathbf{h}}_r^{(\alpha)}(n)$, $\boldsymbol{\Xi}_r(n+1|n) = \mathbf{A} \boldsymbol{\Xi}_r^{(\alpha)}(n) \mathbf{A}^H + \mathbf{R}_v$. $\mathbf{h}_r(n+1|n)$ 和 $\boldsymbol{\Xi}_r(n+1|n)$ 将作为下一符号迭代初始值.

VBEM 算法将发送符号和信道系数视为具有某种分布的随机变量, 在信号检测中考虑了信道估计误差对发送符号边缘分布和比特外信息计算的影响; 在信道估计中考虑了发送数据的后验均值和协方差, 获得的联合信号检测和信道估计接收机具有对抗一定程度检测误差和信道估计误差的能力^[12], 比获取参数点估计的 EM 算法具有更好的统计完备性.

4 VBEM 框架下的鲁棒软输入 Kalman 算法

VBEM 框架下的软输入 Kalman 算法基于检测信号的软均值和协方差矩阵估计信道, 当软检测信号的置信度较高时可以在非导频数据传输阶段实现对信道的良好跟踪. 但是当信道快速时变时, 相邻 OFDM 符号之间的信道响应可能急剧变化, 根据前一时刻预测获得的当前时刻初始信道估计可能很不准确, 导致 VBE 步骤获得的检测信号置信度过低, 这些低置信度软检测信号在 VBM 步骤的软输入 Kalman 滤波中引入异常值 (outlier), 由于 Kalman 滤波对于异常值非常敏感^[13], 信道估计性能会受其影响严重下降, 从而形成误差传播和误码平台. 为了减轻误差传播带来的影响, 我们首先建立等效观测方程, 分析低置信度软检测信号给 VBEM 框架下软输入 Kalman 滤波带来的影响, 并将软输入 Kalman 滤波等价转换为等效观测方程下的标准 Kalman 滤波, 便于进行鲁棒化设计.

4.1 等效观测方程分析

观察式 (25), $\ln P(\mathbf{Y}(n)|\mathbf{X}(n), \mathbf{h}(n))$ 关于 $\hat{P}_{\mathbf{X}}^{(i)}(\mathbf{X}(n))$ 所求均值等于如下等效观测方程的对数似

然函数

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y}_r(n) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{X}}^{(i)}(n)\mathbf{W} \\ \sqrt{\mathbf{D}^{(i)}(n)}\mathbf{W} \end{bmatrix} \mathbf{h}_r(n) + \boldsymbol{\omega}_r^+(n), \quad (32)$$

其中 $\boldsymbol{\omega}_r^+(n)$ 中各元素均为零均值, 方差为 σ^2 的高斯噪声. 显然, 在相同对数似然函数和状态方程 (2) 作用下, 等效观测方程 (32) 和式 (2) 对应的标准 Kalman 滤波与式 (28)~(31) 给出的软输入 Kalman 滤波算法一致. 因此 VBEM 框架下的软输入 Kalman 滤波等价转换为基于式 (32) 和式 (2) 的标准 Kalman 滤波. 如果检测符号置信度较高或者完全正确, 可以近似认为: $\hat{\mathbf{X}}^{(i)}(n) \approx \mathbf{X}(n)$, $\mathbf{D}^{(i)}(n) \approx \mathbf{0}$, $\boldsymbol{\omega}_r^+(n) \sim CN(\mathbf{0}, \sigma^2 \mathbf{I})$, 基于式 (32) 和 (2) 的 Kalman 滤波能近似获得最小均方误差意义上的最优解. 然而当信道快速时变时, 某些子载波上检测信号的置信度可能很低, 低置信度的软符号会在式 (32) 的观测数据中引入异常值, 此时不宜再将 $\boldsymbol{\omega}_r^+(n)$ 假设为高斯分布:

$$\boldsymbol{\omega}_r^+(n) = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_r(n) - \hat{\mathbf{X}}^{(i)}(n)\mathbf{W}\mathbf{h}_r(n) \\ -\sqrt{\mathbf{D}^{(i)}(n)}\mathbf{W}\mathbf{h}_r(n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\mathbf{X}(n) - \hat{\mathbf{X}}^{(i)}(n))\mathbf{W}\mathbf{h}_r(n) + \boldsymbol{\omega}_r(n) \\ -\sqrt{\mathbf{D}^{(i)}(n)}\mathbf{W}\mathbf{h}_r(n) \end{bmatrix}.$$

$\boldsymbol{\omega}_r^+(n)$ 中对应有效观测 $\mathbf{y}_r(n)$ 的前 K 个元素记做 $\boldsymbol{\omega}_r^*(n) = (\mathbf{X}(n) - \hat{\mathbf{X}}^{(i)}(n))\mathbf{W}\mathbf{h}_r(n) + \boldsymbol{\omega}_r(n)$, 则有

$$P(\boldsymbol{\omega}_r^*(n)) = \sum_{\mathbf{X}(n)} P(\boldsymbol{\omega}_r^*(n) | \mathbf{X}(n)) P(\mathbf{X}(n)). \quad (33)$$

由式 (33) 可见: 虽然 $P(\boldsymbol{\omega}_r^*(n) | \mathbf{X}(n))$ 服从高斯分布, 但 $P(\boldsymbol{\omega}_r^*(n))$ 服从混合高斯分布^[14]. 在信道快速时变条件下, 低置信度检测信号会使式 (32) 中的残差 $|\sqrt{\mathbf{D}^{(i)}(n)}\mathbf{W}\mathbf{h}_r(n)|$ 取值变大, 同时 $\boldsymbol{\omega}_r^*(n)$ 成为远离单模高斯分布的混合高斯分布, 此时出现当前信噪比条件下未预期的大残差的概率增大, 即异常值出现的概率增大. 标准 Kalman 滤波对于异常值缺乏统计鲁棒性^[13], 因此信道估计性能在异常值影响下可能严重恶化.

4.2 鲁棒软输入 Kalman 算法

为增强 VBEM 框架下软输入 Kalman 算法对异常值的鲁棒性, 我们基于 Huber-M 估计理论^[15] 设计鲁棒算法, 削弱低置信度检测数据对信道估计的影响. 将 (32) 式简记为

$$\tilde{\mathbf{y}}_r(n) = \tilde{\mathbf{X}}(n)\mathbf{h}_r(n) + \boldsymbol{\omega}_r^+(n), \quad (34)$$

其中 $\tilde{\mathbf{X}}(n) = \begin{bmatrix} (\hat{\mathbf{X}}^{(i)}(n)\mathbf{W})^T & (\sqrt{\mathbf{D}^{(i)}(n)}\mathbf{W})^T \end{bmatrix}^T$, $\tilde{\mathbf{y}}_r(n) = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_r(n)^T & \mathbf{0}^T \end{bmatrix}^T$, $\boldsymbol{\omega}_r^+(n) \sim CN(\mathbf{0}, \sigma^2 \mathbf{I})$. 当出现低置信度检测信号时, (34) 式成为典型的 EIV (error in variables) 观测模型. 借鉴文献 [16], 将第 n 时刻的信道预测值 $\mathbf{h}_r(n|n-1)$ 作为真实值 $\mathbf{h}_r(n)$ 的观测数据, 则有

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{y}}_r(n) \\ \mathbf{h}_r(n|n-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{X}}(n) \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} \mathbf{h}_r(n) + \begin{bmatrix} \boldsymbol{\omega}_r^+(n) \\ \mathbf{e}(n|n-1) \end{bmatrix}, \quad (35)$$

其中 $\mathbf{e}(n|n-1)$ 表示信道预测误差, 其协方差矩阵为 $\boldsymbol{\Xi}_r(n|n-1)$. 将式 (35) 简记为

$$\hat{\mathbf{y}}_r(n) = \hat{\mathbf{X}}(n)\mathbf{h}_r(n) + \hat{\mathbf{e}}(n), \quad (36)$$

$\widehat{\mathbf{e}}(n)$ 的协方差矩阵为

$$\bar{\Phi} = \begin{bmatrix} \sigma^2 \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Xi_r(n|n-1) \end{bmatrix} = \mathbf{S} \mathbf{S}^H, \quad (37)$$

$\mathbf{S}$ 由 $\bar{\Phi}$ 的 Cholesky 分解获得. 在式 (36) 左右两边同时乘以 $\mathbf{S}^{-1}$ 进行预白化

$$\mathbf{S}^{-1} \widehat{\mathbf{y}}_r(n) = \mathbf{S}^{-1} \widehat{\mathbf{X}}(n) \mathbf{h}_r(n) + \mathbf{S}^{-1} \widehat{\mathbf{e}}(n), \quad (38)$$

将式 (38) 简记为

$$\bar{\mathbf{y}}_r(n) = \bar{\mathbf{X}}(n) \mathbf{h}_r(n) + \bar{\mathbf{e}}(n), \quad (39)$$

预白化后 $\bar{\mathbf{e}}(n)$ 的协方差矩阵为单位阵. 基于式 (39) 求信道响应的最小二乘 (least squares, LS) 估计:

$$\hat{\mathbf{h}}_r^{(i)}(n) = [\bar{\mathbf{X}}(n)^H \bar{\mathbf{X}}(n)]^{-1} \bar{\mathbf{X}}(n)^H \bar{\mathbf{y}}_r(n), \quad (40)$$

对应的估计协方差矩阵为

$$\Xi_r^{(i)}(n) = [\bar{\mathbf{X}}(n)^H \bar{\mathbf{X}}(n)]^{-1}. \quad (41)$$

可以证明 (40) 式和 (41) 式分别与 (29) 式和 (28) 式相等, 证明过程如下: 在等效表达式 (39) 中存在如下替换关系

$$\bar{\mathbf{y}}_r(n) = \mathbf{S}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{y}_r(n) \\ \mathbf{0}_{N_t K \times 1} \\ \mathbf{h}_r(n|n-1) \end{bmatrix}, \bar{\mathbf{X}}(n) = \mathbf{S}^{-1} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{X}}^{(i)}(n) \mathbf{W} \\ \sqrt{\mathbf{D}^{(i)}(n)} \mathbf{W} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix}, \mathbf{S} \mathbf{S}^H = \begin{bmatrix} \sigma^2 \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Xi_r(n|n-1) \end{bmatrix}.$$

将上述关系直接代入 LS 估计公式 (40) 和 (41) 式, 即可得 (28) 和 (29) 式. 由此, 我们将 VBEM 框架下的软输入 Kalman 滤波算法等效为基于式 (39) 的标准 LS 回归问题. 为了削弱低置信度软符号引发的异常值影响, 采用 Huber 代价函数代替 LS 回归问题中的二次型代价函数

$$\hat{\mathbf{h}}_r^{(i)}(n) = \arg \min_{\mathbf{h}} J(\mathbf{h}), \quad (42)$$

$$J(\mathbf{h}) = \sum_{i=1}^m \rho([\bar{\mathbf{y}}_r(n)]_{(i)} - [\bar{\mathbf{X}}(n)]_{(i,:)} \mathbf{h}), \quad (43)$$

其中 m 表示 $\bar{\mathbf{y}}_r(n)$ 的维数, $\rho(\cdot)$ 表示 Huber 最小最大罚函数^[15] (minimax penalty function, MPF)

$$\rho(x) = \begin{cases} |x|^2/2, & \text{if } |x| \leq \beta, \\ \beta|x| - \beta^2/2, & \text{if } |x| > \beta. \end{cases} \quad (44)$$

式 (44) 中的 β 表示阈值, 当残差小于等于 β 时, $\rho(\cdot)$ 呈现 L_2 范数形式, 对应噪声矢量为高斯分布的情况; 当残差值大于 β 时, 呈现 L_1 范数形式, 可以约束低置信度软符号对于估计的影响. β 的取值反映了估计器在有效性和鲁棒性上的折中, 本文按纯高斯分布噪声条件下估计器最大有效性损失小于 5% 取 $\beta = 1.75$ ^[17]. 假设 $\bar{\mathbf{X}}(n)^H$ 第 i 列为 $\tilde{\mathbf{x}}_i$, 对 (43) 式关于 $\mathbf{h}$ 求导令为 0, 得到

$$\frac{\partial J(\mathbf{h})}{\partial \mathbf{h}} = \sum_{i=1}^m -\psi([\bar{\mathbf{y}}_r(n)]_{(i)} - \tilde{\mathbf{x}}_i^H \mathbf{h}) \tilde{\mathbf{x}}_i = 0, \quad (45)$$

其中 $\psi(\cdot) = \rho'(\cdot)$ 为影响函数^[12] (influence function, IF),

$$\psi(x) = \begin{cases} x, & \text{if } |x| \leq \beta, \\ \beta x / |x|, & \text{if } |x| > \beta. \end{cases}$$

由于 $\psi(\cdot)$ 是非线性函数, 直接计算式 (45) 非常困难, 可采用迭代重加权 LS 方法^[17] (IRLS, iterative reweighted least squares) 求解. 将式 (45) 写成矩阵形式:

$$\bar{\mathbf{X}}(n)^H \cdot \bar{\boldsymbol{\psi}} \cdot [\bar{\mathbf{y}}_r(n) - \bar{\mathbf{X}}(n)\mathbf{h}_r(n)] = 0, \quad (46)$$

其中加权矩阵 $\bar{\boldsymbol{\psi}}$ 为对角矩阵, 第 i 个对角元素为

$$[\bar{\boldsymbol{\psi}}]_{(i,i)} = \psi([\bar{\mathbf{y}}_r(n)]_{(i)} - \bar{\mathbf{x}}_i^H \mathbf{h}) / ([\bar{\mathbf{y}}_r(n)]_{(i)} - \bar{\mathbf{x}}_i^H \mathbf{h}). \quad (47)$$

综合式 (32)~(47), 鲁棒软输入 Kalman 算法的流程如下: 对于第 r 根接收天线 $r = 1, \dots, N_r$, 计算

1. 基于式 (34)~(38) 获得 VBEM 框架下软输入 Kalman 算法的等效 LS 方程式 (39).
2. 取初始值 $\mathbf{h} = \mathbf{h}_r(n|n-1)$.
3. 计算残差 $\bar{\mathbf{r}} = \bar{\mathbf{y}}_r(n) - \bar{\mathbf{X}}(n)\mathbf{h}$, 根据残差计算加权矩阵 $\bar{\boldsymbol{\psi}} = \text{diag}\{\beta/\max(\beta, |[\bar{\mathbf{r}}]_{(i)}|), 1 \leq i \leq m\}$, $\beta = 1.75$.
4. 更新 $\mathbf{h} = (\bar{\mathbf{X}}(n)^H \cdot \bar{\boldsymbol{\psi}} \cdot \bar{\mathbf{X}}(n))^{-1} \bar{\mathbf{X}}(n)^H \cdot \bar{\boldsymbol{\psi}} \cdot \bar{\mathbf{y}}_r(n)$, 跳转至 3.
5. IRLS 迭代完成后输出 $\hat{\mathbf{h}}_r^{(i)}(n) = \mathbf{h}$, 由于 $\rho(\cdot)$ 函数和二次型代价函数相似, 仍用 (28) 式计算估计误差协方差 $\boldsymbol{\Xi}_r^{(i)}(n)$ ^[16].
6. 按照式 (30)~(31) 预测下一时刻信道响应的均值和协方差.

4.3 初始化和接收机结构

VBEM 算法的性能受到初始估计准确度的影响. 将数据帧的第一个 OFDM 符号用于发送相移正交导频, 基于最小二乘算法获得初始的信道估计^[18], 对 VBEM 迭代进行初始化. 本文设计的迭代接收机框图如图 2 所示, 在接收机中存在两种类型的迭代处理: 一方面, 软入软出检测和软入软出译码通过交换外信息完成 Turbo 迭代, 假设 Turbo 迭代次数为 γ ; 另一方面, VBEM 迭代处理通过交换发送符号和信道的后验信息完成联合符号检测和信道估计, 每次 Turbo 迭代中 VBEM 算法在一个 OFDM 符号内迭代 α 次.

本文所设计的接收端算法总结如下:

1. 初始化. 初始 0 时刻, 基于导频进行信道估计获得 $\mathbf{h}_r(0)$ 和 $\boldsymbol{\Xi}_r(0)$: $\mathbf{h}_r(1|0) = \mathbf{h}_r(0)$, $\boldsymbol{\Xi}_r(1|0) = \boldsymbol{\Xi}_r(0)$ ($1 \leq r \leq N_r$); 所有编码比特外信息初始化为零.
2. For Turbo 迭代 $j = 1 : \gamma$ do;
3. For OFDM 符号 $n = 1 : N_s$ do;
4. VBEM 迭代初始化: $\hat{\mathbf{h}}_r^{(0)}(n) = \mathbf{h}_r(n|n-1)$, $\boldsymbol{\Xi}_r^{(0)}(n) = \boldsymbol{\Xi}_r(n|n-1)$ ($1 \leq r \leq N_r$);
5. For VBEM 迭代 $i = 1 : \alpha$ do;
6. 利用式 (11) 更新 $\hat{P}_{\mathbf{X}}^{(i)}(\mathbf{X}(n))$. 基于 $\hat{\mathbf{h}}_r^{(i-1)}(n)$, $\boldsymbol{\Xi}_r^{(i-1)}(n)$ ($1 \leq r \leq N_r$) 以及第 $(j-1)$ 次 Turbo 迭代的比特外信息计算发送数据均值 $\hat{\mathbf{X}}^{(i)}(n)$ 和协方差矩阵 $\mathbf{D}^{(i)}(n)$;
7. 利用鲁棒软输入 Kalman 算法更新 $\hat{P}_{\mathbf{h}}^{(i)}(\mathbf{h}(n))$, 基于 $\hat{\mathbf{X}}^{(i)}(n)$ 和 $\mathbf{D}^{(i)}(n)$ 计算 $\hat{\mathbf{h}}_r^{(i)}(n)$ 和 $\boldsymbol{\Xi}_r^{(i)}(n)$ ($1 \leq r \leq N_r$). End For.

图 2 Turbo 接收机框图

Figure 2 Block diagram of the Turbo receiver

8. 在第 n 个 OFDM 符号的最后一次 VBEM 迭代, 完成第 n 个符号至第 $(n+1)$ 个符号的信道预测 $\hat{\mathbf{h}}_r(n+1|n) = \mathbf{A}\hat{\mathbf{h}}_r^{(\alpha)}(n)$, $\hat{\mathbf{\Xi}}_r(n+1|n) = \mathbf{A}\hat{\mathbf{\Xi}}_r^{(\alpha)}(n)\mathbf{A}^H + \mathbf{R}_v$; 同时利用 $\hat{P}_{\mathbf{X}}^{(\alpha)}(\mathbf{X}(n))$ 和第 $(j-1)$ 次 Turbo 迭代的比特外信息更新检测器输出的编码比特外信息. End For.

9. 译码器利用检测器输出的比特外信息译码, 第 j 次 Turbo 迭代输出的信道译码外信息作为第 $(j+1)$ 次 Turbo 迭代中检测器的先验信息. 在最后一次 Turbo 迭代的译码过程之后, 对信息比特进行判决输出. End For.

5 仿真分析

仿真实验构造的 2 根发送天线 2 根接收天线的 MIMO-OFDM 系统具有 64 个子载波, 带宽为 800 kHz. 信息比特通过生成多项式为 $[7, 5]_8$ 的 $1/2$ 卷积码编码, 交织以后进行 QPSK 星座映射. 每个数据帧包含一个导频符号和 12 个 OFDM 数据符号, 其中第一个导频符号用于初始信道估计. 假设接收端位于电磁波一个各向同性散射区域中心, 采用全向接收天线, 到达角在 $[-\pi, \pi]$ 之间均匀分布, 收发天线对之间的信道模型采用 6 径的指数延时功率谱和 Jakes 多普勒功率谱. 用 T_s 表示一个 OFDM 符号的时间间隔, 考虑 $f_d T_s = 0.03$ 和 $f_d T_s = 0.05$ 两种归一化多普勒频率. 仿真中 EM/VBEM 迭代次数取 3, 共分析对比了 5 种算法: LSD Soft Kalman 表示本文第 3 节所设计的基于 VBEM 的联合 LSD 符号检测和软输入 Kalman 信道估计算法接收机; LSD Robust Kalman 表示本文设计的修正 LSD 检测与鲁棒软输入 Kalman 信道跟踪算法接收机, 以上两接收机中 LSD 检测的 N_{cand} 都取 6; EM MMSE 表示文献 [2] 中设计的接收机; EM FB Kalman 表示的接收机采用文献 [4] 设计的信道估计算法, EM FB Kalman 和 EM MMSE 都采用全搜索算法完成信号检测. Pilot CE 表示将导频开销增加一倍至 16.7% 时, 基于导频进行信道跟踪的 Turbo 接收机性能. 接收机名称后附加的“迭代”表示 Turbo 迭代次数.

图 3 采用 EXIT Chart (Extrinsic information transfer Chart)^[19] 研究了归一化多普勒频率 $f_d T_s = 0.03$ 时不同信道估计算法对 Turbo 迭代接收机收敛特性的影响. 图中给出了 VBEM 框架下采用鲁棒软输入 Kalman 信道跟踪算法 (Robust Kalman CE) 和软输入 Kalman (Soft Kalman CE) 信道估计算法时, LSD 检测器与软输入软出卷积码译码器的互信息转移特性曲线, 信噪比取 10 dB. 图中横纵坐标中的 I_a 表示检测器/译码器输入的外部互信息, I_e 表示检测器/译码器输出的外部互信息. 从图中可以看出, 采用 Robust Kalman 信道估计算法时 LSD 检测器的互信息转移曲线明显高于采用软输入 Kalman 信道估计算法时 LSD 的互信息转移曲线. 采用 Robust Kalman 信道估计算法时 Turbo 迭代接收机大约需要 3 次迭代就能收敛到译码输出互信息近似为 0.98; 而采用软输入 Kalman 信道估计算法时, 检测器互信息转移特性曲线和译码器互信息转移特性曲线在译码器输出互信息约为 0.87 时相交, 表明

 图 3 $f_d T_s = 0.03$ 时 Turbo 接收机的 EXIT Chart 分析

 Figure 3 EXIT Chart for Turbo receiver with $f_d T_s = 0.03$

 图 4 $f_d T_s = 0.03$ 时接收机的误码率性能

 Figure 4 BER performance with $f_d T_s = 0.03$

 图 5 $f_d T_s = 0.03$ 时信道估计的归一化均方误差

 Figure 5 NMSE performance with $f_d T_s = 0.03$

此时 Turbo 迭代接收出现误码平台。

图 4 和图 5 给出了 $f_d T_s = 0.03$ 时 VBEM 框架下 LSD Soft Kalman 和 LSD Robust Kalman 两种接收算法在不同 Turbo 迭代次数下的误码率性能和信道估计误差性能。从图 4 可以看出: LSD Robust Kalman 接收机的误码率随着迭代次数的增加逐渐下降, 从第 1 到第 2 次 Turbo 迭代误码性能增益明显, 而从第 3 到第 4 次 Turbo 迭代性能基本不再改进; LSD Robust Kalman 性能明显优于 LSD Soft Kalman 算法。该误码性能结果和图 3 的 EXIT Chart 分析结果具有良好的一致性。从图 4 可以看出, 在误码率等于 10^{-3} 时, LSD Robust Kalman 的第 3 次迭代较 LSD Soft Kalman 的第 3 次迭代有大概 3dB 的性能增益。在 12~14 dB 时 LSD Soft Kalman 在错误传播的影响下体现出误码率缓慢下降的趋势, 而 LSD Robust Kalman 算法没有误码平台, 在 14 dB 第 3 次迭代时误码率下降为 0。

图 6 $f_d T_s = 0.03$ 时不同接收机的误码率性能
Figure 6 BER performance with $f_d T_s = 0.03$

图 7 $f_d T_s = 0.05$ 时不同接收机的误码率性能
Figure 7 BER performance with $f_d T_s = 0.05$

表 1 信道估计算法复杂度

Table 1 Complexity of channel estimation algorithms

Channel estimation Algorithms	Soft-input Kalman	EM FB Kalman proposed in [4]	The proposed Robust Kalman	EM MMSE proposed in [2]
Flops	302 036	500 122	2 333 460	3 554 336

图 5 比较了接收机中信道估计算法的归一化均方误差 (normalized mean-square error, NMSE) 性能^[18]. 从图中可知, LSD Robust Kalman 和 LSD Soft Kalman 中信道估计算法的归一化均方误差随着 Turbo 迭代次数的增加而逐步降低, 鲁棒软输入 Kalman 算法的 NMSE 明显低于软输入 Kalman 算法, 从而印证了图 4 中误码率性能增益的结果.

图 6 比较了 $f_d T_s = 0.03$ 时本文算法和其他几种经典迭代接收算法的误码率性能. 从图中可以看出: 在信道快速时变的条件下, 即使将导频开销增加至原来的一倍, 仅依靠导频进行信道估计的 Turbo 接收机误码率很高, 说明仅依靠初始导频和信道统计特性进行信道估计的方法缺乏时变跟踪能力, 即使增加信噪比也不能使接收机的误码率性能得到提高. VBEM 框架下采用 $N_{\text{cand}}=6$ 进行 LSD 检测的 LSD Soft Kalman 算法和采用全搜索检测的 EM FB Kalman 算法性能接近, 都略优于采用全搜索检测的 EM MMSE 算法. 由于使用了鲁棒函数控制低置信度检测信号的影响, 本文设计的 LSD Robust Kalman 接收机能消除误码平层, 误码率性能明显优于 LSD Soft Kalman, EM FB Kalman 以及 EM MMSE 算法.

图 7 给出了 $f_d T_s = 0.05$ 时本文算法和其他几种接收算法的误码率性能. 从图中可以看出: 随着信道时变的进一步加剧, 基于 16.7% 导频进行信道估计的接收机性能较差. VBEM 框架下采用 $N_{\text{cand}}=6$ 进行 LSD 检测的 LSD Soft Kalman 算法略优于采用全搜索检测的 EM FB Kalman 算法和 EM MMSE 算法, 这体现了 VBEM 框架下的联合信号检测和信道估计算法具有对抗一定程度检测误差和信道估计误差的能力. LSD Robust Kalman 接收机的性能最优, 在误码率为 10^{-2} 时, 第 3 次迭代性能较 LSD Soft Kalman 存在约 3.5dB 的信噪比增益. 误码率性能比较结果表明: 鲁棒软输入 Kalman 算法能在快时变信道条件下抑制异常值的影响, 有效控制误差传播.

为了评估算法复杂度, 仿真中统计了接收机中检测和信道估计算法所消耗的浮点运算次数 (floating-point operations, Flops), 这里的一个 Flop 指一次实数域内的加、减、乘、除运算. 对于检测算法,

在搜索点数都设为 6 的条件下, 本文设计的修正 LSD 算法完成单个子载波上信号检测所消耗的平均 Flops 为 2911, 相同条件下传统 LSD 算法完成单个子载波上信号检测所消耗的平均 Flops 为 2517. EM FB Kalman 和 EM MMSE 接收机中采用的全搜索检测算法每个子载波上消耗的平均 Flops 为 3445. 为评估信道估计算法复杂度, 表 1 统计了不同算法完成一个 OFDM 符号间隔内信道时域冲激响应估计所消耗的平均浮点运算次数. 从表中可以看出, 本文设计的鲁棒软输入 Kalman 信道估计算法能以小于文献 [2] 中 EM MMSE 算法的复杂度获得更好的估计性能; 但比较已有的 Kalman 类算法, 本文算法存在较大的复杂度增加, 因此如何设计低复杂度的鲁棒估计算法是需要进一步探讨的课题.

6 结论

本文基于 VBEM 算法设计了 MIMO-OFDM 系统中的联合符号检测与信道估计接收机. 在 VBE 步骤利用修正 LSD 完成信号检测, 考虑了信道估计误差对发送符号后验分布和比特外信息计算的影响; 在 VBM 步骤基于发送数据的后验分布推出了软输入 Kalman 信道跟踪算法. 为解决软输入 Kalman 算法对异常值敏感的问题, 通过建立等效观测模型设计了 VBEM 框架下的鲁棒软输入 Kalman 信道跟踪算法. 仿真实验表明: 设计算法能有效对抗低置信度软信息带来的误差传播, 在快时变信道条件下具有较好的信道跟踪性能.

参考文献

- 1 Aboutorab N, Hardjawana W, Vucetic B. A new iterative doppler-assisted channel estimation joint with parallel ICI cancellation for high-mobility MIMO-OFDM systems. *IEEE Trans Veh Technol*, 2012, 61: 1577–1589
- 2 Lu B, Wang X D, Narayanan K R. LDPC-based space-time coded OFDM systems over correlated fading channels: performance analysis and receiver design. *IEEE Trans Commun*, 2002, 50: 74–88
- 3 Kashima T, Fukawa K, Suzuki H. Adaptive MAP receiver via the EM algorithm and message passings for MIMO-OFDM mobile communications. *IEEE J Select Area Commun*, 2006, 24: 437–447
- 4 AlNaffouri T Y. An EM-based forward-backward kalman filter for the estimation of time-variant channels in OFDM. *IEEE Trans Signal Process*, 2007, 55: 3924–3930
- 5 Salvo R P. On throughput of MIMO-OFDM systems with joint iterative channel estimation and multiuser detection under different multiple access schemes. *IEEE Commun Lett*, 2011, 15: 831–833
- 6 Beal M J. Variational Algorithms For Approximate Bayesian Inference. Ph.D. Thesis. Gatsby Computational Neuroscience Unit: London's Global University, 2003. 22–139
- 7 Stefanatos S, Katsaggelos A K. Joint data detection and channel tracking for OFDM systems with phase noise. *IEEE Trans Signal Process*, 2008, 56: 4230–4243
- 8 Li F, Xu Z B, Zhu S H. Variational-inference-based data detection for OFDM systems with imperfect channel estimation. *IEEE Trans Veh Technol*, 2013, 62: 394–1399
- 9 He L L, Wu Y C, Ma S D, et al. Superimposed training-based channel estimation and data detection for OFDM amplify-and-forward cooperative systems under high mobility. *IEEE Trans Signal Process*, 2012, 60: 274–284
- 10 Manchon C N, Kirkelund G E, Fleury B, et al. Interference cancellation based on divergence minimization for MIMO-OFDM receivers. In: *Proceedings of the IEEE Global Communications Conference*. Honolulu: IEEE, 2009. 1–6
- 11 Hochwald B M, Brink S T. Achieving near-capacity on a multiple-antenna channel. *IEEE Trans Commun*, 2003, 51: 389–399
- 12 Lin D D, Lim T J. A variational inference framework for soft-in soft-out detection in multiple-access channels. *IEEE Trans Inf Theory*, 2009, 55: 2345–2364

- 13 Gandhi M A, Mili L. Robust kalman filter based on a generalized maximum-likelihood-type estimator. *IEEE Trans Signal Process*, 2010, 58: 2509–2520
- 14 Nevat I, Yuan J H. Joint channel tracking and decoding for BICM-OFDM systems using consistency tests and adaptive detection selection. *IEEE Trans Veh Technol*, 2009, 58: 4316–4328
- 15 Huber P J. *Robust Statistics*. New York: John Wiley & Sons Ltd, 1981. 65–208
- 16 Durovic Z M, Kovacevic B D. Robust estimation with unknown noise statistics. *IEEE Trans Autom Control*, 1999, 44: 1292–1296
- 17 Kalyani S, Giridhar K. Mitigation of error propagation in decision directed OFDM channel tracking using generalized M estimators. *IEEE Trans Signal Process*, 2007, 55: 1659–1672.
- 18 Li Y. Simplified channel estimation for OFDM systems with multiple transmit antennas. *IEEE Trans Wirel Commun*, 2002, 1: 67–75
- 19 Brink S T. Convergence behavior of iteratively decoded parallel concatenated codes. *IEEE Trans Commun*, 2001, 49: 1727–1737

Joint symbol detection and robust kalman channel tracking for MIMO-OFDM systems via the variational bayes EM algorithm

ZHANG XiaoYing*, ZHANG Hong, TANG YanQun & WEI JiBo

Institute of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China

*E-mail: zxy_nudt@163.com

Abstract A new joint symbol detection and channel estimation algorithm is proposed for MIMO-OFDM systems over fast fading channels based on the Variational Bayes Expectation-Maximization (VBEM) algorithm and turbo principle. By applying VBEM algorithm, a modified List Sphere Decoder (LSD) and soft-input Kalman Filter (KF) are derived for symbol detection and channel estimation, respectively. The covariance matrices of channel estimation are considered in the symbol detector, and the covariances of symbols are taken into account in channel estimator. In fast time-varying channels, soft symbols with low reliability may introduce outliers in soft-input kalman filter. Since the KF lacks robustness to outliers, filter divergence may occur and gives rise to error propagation and "error floor" phenomenon. In order to mitigate the outliers' effect, a robust soft-input kalman filter under the VBEM framework is proposed based on the theory of robust statistics, which can keep robust channel-tracking ability in fast fading channels. Simulation results show that the proposed VBEM algorithm has better performance over the conventional VBEM algorithm and EM algorithm in fast time-varying multipath channels.

Keywords MIMO-OFDM, variational Bayes expectation-maximization(VBEM) algorithm, Kalman filter, LSD(list sphere decoder), Turbo principle

ZHANG XiaoYing was born in 1980. She received the Ph. D. degree in Communication Engineering from National University of Defense Technology (NUDT), Changsha, in 2008. Currently, she is a lecturer at NUDT. Her main research interests are in signal detection theory, synchronization, channel estimation, and iterative signal processing for wireless communication systems.

WEI JiBo was born in 1967. He received the Ph.D. degree in electronic engineering from the Southeast University, Nanjing, in 1998. He is currently a Professor at National University of Defense Technology. His research interests include wireless network protocol and signal processing in communications.