论 文

基于 VSINR 的分布式多小区 MU-MIMO 预编码矩阵设计

王德胜*, 杨逸帆, 朱光喜

华中科技大学电子与信息工程系, 武汉 430074

* 通信作者. E-mail: dswang@mail.hust.edu.cn

收稿日期: 2012-04-20; 接受日期: 2012-08-04

国家自然科学基金 (批准号: 60802009, 60972015) 和国家科技重大专项 (批准号: 2010ZX03003-001-02, 2013ZX03003-002-04) 资助项目

摘要 本文提出一种基于虚拟信干噪比 (VSINR, virtual signal-to-interference-plus-noise ratio) 的多小区多用户分布式预编码设计方法. 由于设计预编码矩阵来最大化系统吞吐量这一问题是非凸的, 因此如何寻找一种高效的预编码矩阵设计方法, 显得尤为重要. 本文基于分布式的信漏噪比 (SLNR, signal-to-leakage-plus-noise ratio) 模型, 通过设计合适的修正系数, 寻求分布式 VSINR 最大化问题与原集中式吞吐量最大化问题之间的等效关系, 建立 Pareto 最优态下的 VSINR 模型, 使得分布式的 VSINR 模型与集中式的系统吞吐量模型在极值点处关于预编码矩阵的梯度值同时等于零, 从而保证上述的两个最大化问题关于预编码矩阵同解; 在此基础上, 仅利用本地信道信息 (CSI, channel state information) 即可分布式的求解相应的 Pareto 最优的预编码矩阵的闭式解. 仿真结果表明, 所提出的预编码矩阵求解算法, 性能优于目前典型的几种方法, 不仅能克服集中式全局 CSI 求解的额外开销, 而且所涉及的迭代过程能够快速收敛到最优解, 有效地提高小区平均吞吐量.

关键词 VSINR Pareto 最优 多小区 MU-MIMO 预编码矩阵 矩阵代数 波束成形 迭代算法

1 引言

同频微蜂窝组网能提升频谱利用效率, 但不可避免地将引入小区间的强干扰^[1], 如何消除小区间干扰从而提升系统性能成为研究热点. 已有文献给出证明: 使用联合的脏纸编码 (DPC, dirty paper coding)^[2~5] 可以在消除小区间干扰的同时达到多用户 MIMO 下行信道的理论容量. 但是, 联合编码需要精确的时间同步和相位同步, 在蜂窝系统中很难实现. 除此之外, 具有代表性的干扰消除方法还有迫零波束成形算法^[6~9] 和博弈论的优化算法^[10~12] 等, 在这些方法中, 多个基站协作构成一个虚拟多天线路阵列, 通过集中式处理, 能有效地消除干扰并提升系统性能, 但却面临着大量的全局信道信息 (CSI, channel state information) 反馈以及数据信息的交互导致系统开销过大的问题. 因此, 分布式处理吸引了众多研究者的兴趣, 由于理论研究难度的限制, 干扰信道的容量域建模问题目前还未得到闭式解^[13~15].

引用格式: 王德胜, 杨逸帆, 朱光喜. 基于 VSINR 的分布式多小区 MU-MIMO 预编码矩阵设计. 中国科学: 信息科学, 2012, 42: 1315–1326, doi: 10.1360/112012-301

关于分布式干扰协调方法, 一般采用“Pareto 最优”准则来设计合适的预编码矢量, 从而有效地消除小区间干扰. 文献 [16,17] 提出了一种通过最大化用户信漏噪比 (SLNR, signal-to-leakage-plus-noise ratio) 的方法求解发送端预编码的 Pareto 最优解, 将 SLNR 最大化与协作多点联合处理结合, 将该算法应用到多小区场景中. 文献 [18] 则进一步将该方法扩展到分布式的预编码结构中; 分布式算法不再需要全局的大量 CSI 与数据信息的交互, 而是仅基于本地的有效 CSI 与干扰泄漏 CSI 来完成预编码矩阵的设计. 这种基于 SLNR 的预编码结构, 可以看成是干扰信道博弈理论中的“自私博弈策略”和“利他博弈策略”的折中, 即利用极端博弈策略 Nash 均衡与迫零算法来确定可达数据率区域, 再在此区域中求解 Pareto 边界点实现的 SLNR 的 Pareto 最优解. 但是, 这类算法中的优化模型均是理论上的 SLNR 模型, 而没有考虑该理论优化问题与实际容量问题的等效性, 那么, 相应地求解出的预编码矢量也是仅对于 SLNR 值是最优的, 而不能保证系统吞吐量同时最优.

为了寻找 SLNR 问题与实际吞吐量最大化之间的等效性, 文献 [19,20] 对单用户 MISO (multiple-input single-output) 信道中的 VSINR 进行了建模, 对求解系统平均吞吐量最大化问题的可行性做出了论证. 文献 [19] 已证明, 若 VSINR 模型合适, 那么利用 VSINR 求解多小区系统吞吐量最大化问题, 可以实现系统吞吐量区域的所有 Pareto 边界点. 文献 [20] 中则给出了具体的单用户 MISO 场景下 VSINR 模型中修正系数值的自适应闭式解, 并证明了这些修正系数构成的 VSINR 模型, 可以保证吞吐量最大化的 Pareto 边界点的可达性. 以上算法中的 VSINR 模型仅针对于单用户 MISO 干扰信道场景, 对于 MU-MIMO 这种等效的分析仍然是个开放性问题.

基于此, 本文提出了一种基于 VSINR 的适用于多小区 MU-MIMO 干扰信道分布式预编码矩阵设计算法. 通过构造小区 VSINR 模型, 设计合适的修正系数, 使得该 VSINR 最大化问题与该小区的实际吞吐量最大化问题等效, 然后, 分布式的求解该 VSINR 问题对应的 Pareto 最优的预编码矩阵. VSINR 模型是基于本地的有效 CSI 与干扰泄漏 CSI 而分布式的构建的, 这两类 CSI 均可由本小区内基站直接获得, 而不再需要协作集内不同基站间的大量数据交互. VSINR 问题与实际的吞吐量最大化问题的等效性体现在: 在 Pareto 边界点上, 这两个问题关于预编码矩阵的次梯度相等且同时为零, 即对于相同的预编码矩阵, VSINR 最大化问题与实际的吞吐量最大化问题同时取到极大值点. 通过仿真分析, 对不同的信道 SNR 与不同的小区干扰因子, 本文所提出的算法能够有效地抑制小区间的干扰, 从而提高小区的实际平均吞吐量.

2 系统模型

考虑一个由 M 小区组成的下行多小区 MIMO 系统, 各小区基站配置 N_T 个发送天线, 每小区内具有 U 个激活用户, 各用户配置 N_R 个接收天线. 该系统中所有用户的接收信号可表示为 [16,18,20]

$$\mathbf{y}_{\text{sys}} = \mathbf{H}_{\text{sys}} \mathbf{x}_{\text{sys}} + \mathbf{z}_{\text{sys}}. \quad (1)$$

式 (1) 中, $\mathbf{y}_{\text{sys}} = \text{vec}([\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_M]') \in \mathbb{C}^{MUN_R \times 1}$ 表示系统的接收信号矢量, 其中 $\mathbf{y}_m \in \mathbb{C}^{UN_R \times 1}$ 表示小区 m 的接收信号矢量; $\mathbf{x}_{\text{sys}} = \text{vec}([\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_M]') \in \mathbb{C}^{MN_T \times 1}$ 表示系统的预编码后的发送信号矢量, 其中 $\mathbf{x}_m \in \mathbb{C}^{N_T \times 1}$ 表示小区 m 内基站的发送信号矢量, 其平均发送功率为

$$P_m = \text{E}[\text{Tr}(\mathbf{x}_m \mathbf{x}_m^H)]; \mathbf{z}_{\text{sys}} \sim \mathcal{CN}(0, N_0 \mathbf{I}_{MUN_R})$$

表示加性高斯白噪声矢量. 瞬时下行信道增益矩阵 $\mathbf{H}_{\text{sys}} \in \mathbb{C}^{MUN_R \times MN_T}$ 为

$$\mathbf{H}_{\text{sys}} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_1 & \mathbf{H}_{2 \rightarrow 1} & \cdots & \mathbf{H}_{M \rightarrow 1} \\ \mathbf{H}_{1 \rightarrow 2} & \mathbf{H}_2 & \cdots & \mathbf{H}_{M \rightarrow 2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{H}_{1 \rightarrow M} & \mathbf{H}_{2 \rightarrow M} & \cdots & \mathbf{H}_M \end{bmatrix}, \quad (2)$$

其中, $\mathbf{H}_m = \mathbf{H}_{m \rightarrow m} \in \mathbb{C}^{UN_R \times N_T}$ 表示小区 m 内的基站到本小区内所有用户的信道增益, $\mathbf{H}_{m \rightarrow n}$ 则表示小区 m 内的基站到小区 n 内所有用户的信道增益.

以系统中单个小区 m 为参照对象, 对式 (1) 具体化, 则小区 m 内所有用户的接收信号为 $\mathbf{y}_m = \text{vec}([\mathbf{y}_{m,1}, \mathbf{y}_{m,2}, \dots, \mathbf{y}_{m,U}]') \in \mathbb{C}^{UN_R \times 1}$, 该小区内用户接收信号 $\mathbf{y}_m$ 可表示为

$$\mathbf{y}_m = \mathbf{H}_m \mathbf{x}_m + \sum_{n \neq m}^M \mathbf{H}_{n \rightarrow m} \mathbf{x}_n + \mathbf{z}_m = \mathbf{y}_m^{\text{sig}} + \mathbf{y}_m^{\text{leak}} + \mathbf{z}_m, \quad (3)$$

其中, $\mathbf{H}_m \in \mathbb{C}^{UN_R \times N_T}$ 表示小区 m 内的基站到该小区内用户的信道增益矩阵; $\mathbf{H}_{n \rightarrow m}$ 表示小区 n 内的基站到小区 m 内用户的信道增益矩阵; $\mathbf{z}_m \sim \mathcal{CN}(0, N_0 \mathbf{I}_{N_R})$ 表示加性噪声.

式 (3) 中所示的小区 m 内用户的接收信号由 3 部分组成, 第一项 $\mathbf{y}_m^{\text{sig}}$ 表示小区 m 内用户接收到的有用信号, 第二项 $\mathbf{y}_m^{\text{leak}}$ 表示用户接收到的邻小区干扰信号, 第三项 $\mathbf{z}_m$ 则表示用户接收到的噪声.

3 基于 VSINR 的分布式预编码矩阵设计算法

3.1 系统平均吞吐量最大化问题与 VSINR 问题建模

为了实现预编码矩阵的分布式设计, 且保证该预编码矩阵能够实现多小区系统数据率最大化, 本文提出了一种基于 VSINR 的分布式预编码矩阵设计算法. 该算法可以基于本地 CSI 信息完成分布式的预编码矩阵设计, 从而有效地抑制小区间干扰, 提高小区边缘用户的数据率. 首先构造出与系统数据率最大化问题等效的 VSINR 模型, 再通过求解该 VSINR 模型的最大化问题, 找到相应的 Pareto 最优预编码矩阵.

假设各波束采用等功率分配策略, 考虑预编码矩阵, 则小区 m 内的用户接收到的有用信号 $\mathbf{y}_m^{\text{sig}} \in \mathbb{C}^{UN_R \times 1}$ 可表示为

$$\mathbf{y}_m^{\text{sig}} = \sqrt{P} \mathbf{H}_m \mathbf{V}_m \mathbf{s}_m, \quad (4)$$

其中, $\mathbf{s}_m$ 表示未编码的符号矢量; 半酉阵 $\mathbf{V}_m \in \mathbb{C}^{N_T \times N_V}$ 为基站 m 的发送预编码矩阵, 且 $\mathbf{V}_m^H \mathbf{V}_m = \mathbf{I}_{N_V}$, 预编码矩阵的秩 $N_V = UN_R$, $\mathbf{V}_m = (\mathbf{V}_{m,1}, \dots, \mathbf{V}_{m,U})$, 其中, $\mathbf{V}_{m,i} \in \mathbb{C}^{N_T \times N_R}$ 为用户 i 对应的预编码矩阵; P 表示基站 m 的下行发送功率. 小区 m 外的用户接收到的泄漏信号 $\mathbf{y}_m^{\text{leak}} \in \mathbb{C}^{(M-1)UN_R \times 1}$ 可表示为

$$\mathbf{y}_m^{\text{leak}} = \sqrt{P} \bar{\mathbf{H}}_m \mathbf{V}_m \mathbf{s}_m, \quad (5)$$

其中, $\bar{\mathbf{H}}_m \in \mathbb{C}^{(M-1)UN_R \times N_T}$ 表示相邻小区用户受到基站 m 的干扰信道增益, $\bar{\mathbf{H}}_{m \rightarrow n} \in \mathbb{C}^{UN_R \times N_T}$ 表示小区 m 到小区 n 内用户的干扰信道. 假设有效信道增益矩阵 $\mathbf{H}_m$ 中各元素服从分布 $\mathcal{CN}(0, 1)$, 而干扰信道增益矩阵 $\bar{\mathbf{H}}_{m \rightarrow n}$ 中各元素服从分布 $\mathcal{CN}(0, \alpha^2)$, 其中, $0 \leq \alpha \leq 1$ 为干扰因子. 接收信号的噪

声矢量服从分布 $\mathbf{z}_m \sim \mathcal{CN}(0, N_0 \mathbf{I}_{UN_R})$, 那么, 有用信号、泄漏信号、干扰信号和噪声的协方差矢量可表示为

$$\begin{aligned} C_{y_m^{\text{sig}}} &= P \mathbf{H}_m \mathbf{V}_m \mathbf{V}_m^H \mathbf{H}_m^H, \\ C_{y_m^{\text{leak}}} &= P \bar{\mathbf{H}}_m \mathbf{V}_m \mathbf{V}_m^H \bar{\mathbf{H}}_m^H, \\ C_{y_m^{\text{int}}} &= \sum_{i=1, i \neq m}^M \bar{\mathbf{H}}_{i \rightarrow m} \mathbf{V}_i \mathbf{V}_i^H \bar{\mathbf{H}}_{i \rightarrow m}^H, \\ C_{z_m} &= N_0 \mathbf{I}_{UN_R}. \end{aligned} \quad (6)$$

小区 m 的接收信干噪比 SINR _{m} 可表示为

$$\text{SINR}_m = \frac{\text{Tr}(C_{y_m^{\text{sig}}})}{\text{Tr}(C_{y_m^{\text{leak}}}) + \text{Tr}(C_{z_m})} = \frac{P \mathbf{V}_m^H \mathbf{H}_m^H \mathbf{H}_m \mathbf{V}_m}{\sum_{i=1, i \neq m}^M P \mathbf{V}_i^H \bar{\mathbf{H}}_{i \rightarrow m}^H \bar{\mathbf{H}}_{i \rightarrow m} \mathbf{V}_i + N_0 U N_R}. \quad (7)$$

那么, M 个小区组成的系统的吞吐量即为

$$\begin{aligned} R_\Sigma &= \sum_m \log(1 + \text{SINR}_m) = \sum_m \log \left(1 + \frac{P \mathbf{V}_m^H \mathbf{H}_m^H \mathbf{H}_m \mathbf{V}_m}{\sum_{i=1, i \neq m}^M P \mathbf{V}_i^H \bar{\mathbf{H}}_{i \rightarrow m}^H \bar{\mathbf{H}}_{i \rightarrow m} \mathbf{V}_i + N_0 U N_R} \right) \\ &\approx \sum_m \log \left(\frac{P \mathbf{V}_m^H \mathbf{H}_m^H \mathbf{H}_m \mathbf{V}_m}{\sum_{i=1, i \neq m}^M P \mathbf{V}_i^H \bar{\mathbf{H}}_{i \rightarrow m}^H \bar{\mathbf{H}}_{i \rightarrow m} \mathbf{V}_i + N_0 U N_R} \right). \end{aligned} \quad (8)$$

实际的系统吞吐量最大化问题即为

$$\max_{\mathbf{V}_1, \dots, \mathbf{V}_M} R_\Sigma(\{\mathbf{V}_m\}), \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{V}_m^H \mathbf{V}_m = \mathbf{I}_{N_V}, \forall m. \quad (9)$$

该优化问题是非凸^[13~15]的, 在系统平均吞吐量的模型中, 协作基站的全局预编码矩阵是相互耦合的, 因此, 若要实现其最优解, 则必须交互全局的 CSI 与数据信息, 再由中央控制器通过对相关信息的多次迭代运算, 至迭代收敛到 Nash 均衡时, 得到各基站的最优预编码矢量. 但是, 该计算过程依赖于大量的信息交互, 这样会给基站间的接口带来过大的额外负担, 而且算法需要多次反复的迭代运算, 带来过大的基站端处理延时等问题.

故文献 [19,20] 尝试放松该优化问题的约束条件, 对全局的预编码矩阵优化条件进行解耦, 即通过设计各小区的与原吞吐量最大化问题等效的 VSINR 模型, 依据本地 CSI (小区 m 仅依据自身的 CSI 信息, 即 $\mathbf{H}_{m \rightarrow n}, 1 \leq n \leq M$), 由基站分布式的设计预编码矩阵, 来实现系统平均吞吐量最大化问题的 Pareto 最优解.

因此, 我们考虑 VSINR 的建模问题, 利用修正系数 $\mathbf{A}_m = \text{diag}(a_{m,1}, a_{m,2}, \dots, a_{m,N_T})$ 来建立虚拟 VSINR 最大化问题与实际的系统数据率最大化问题的等效性, 令

$$\mathbf{y}_m^{\text{leak}} = \sqrt{P} \bar{\mathbf{H}}_m \mathbf{A}_m \mathbf{V}_m \mathbf{s}_m. \quad (10)$$

那么, 小区 m 的 VSINR 即可建模为

$$\text{VSINR}_m = \frac{\text{Tr}(C_{y_m^{\text{sig}}})}{\text{Tr}(C_{y_m^{\text{leak}}}) + \text{Tr}(C_{z_m})} = \frac{P \mathbf{V}_m^H \mathbf{H}_m^H \mathbf{H}_m \mathbf{V}_m}{P \mathbf{V}_m^H \mathbf{A}_m^H \bar{\mathbf{H}}_m^H \bar{\mathbf{H}}_m \mathbf{A}_m \mathbf{V}_m + N_0 U N_R}. \quad (11)$$

不难发现, 该 VSINR 模型只与小区 m 的本地 CSI 以及本地预编码矩阵有关, 所需的信道信息为与基站 m 相关的所有下行信道信息, 包括有效信道信息 $\mathbf{H}_m$ 和泄漏信道信息 $\bar{\mathbf{H}}_m$, 如在 TDD 系统中, 基于上下行信道互易性, 基站 m 可以利用上行时隙中测量得到的上行信道信息, 来估计出所需的本地下行 CSI, 又如在 FDD 系统中, 则可利用用户端的测量反馈来获取本地 CSI, 而不再需要基站间交互全局的信道与数据信息, 从而实现了分布式的预编码结构. 相应的, 分布式的 VSINR 的优化问题可表述为

$$\max_{\mathbf{V}_m} \text{VSINR}_m(\mathbf{V}_m), \text{ s.t. } \mathbf{V}_m^H \mathbf{V}_m = \mathbf{I}_{N_V}, \forall m. \quad (12)$$

3.2 系统平均吞吐量最大化问题与 VSINR 问题的等效性建立

VSINR 问题与实际的吞吐量最大化问题的等效性体现在, 在 Pareto 边界点上, 这两个问题关于预编码矩阵的次梯度相等且同时为零, 即对于相同的预编码矩阵, VSINR 最大化问题与实际的吞吐量最大化问题同时取到极大值点, 从而由这两个问题的等效性, 保证了由 VSINR 模型求解出的预编码矩阵对于实际的吞吐量最大化问题也是最优的. 即分别对吞吐量优化问题与 VSINR 优化问题求关于预编码矩阵 $\mathbf{V}_m$ 的偏导, 若存在一组预编码矩阵 $\{\mathbf{V}_m\}$ 以及修正系数 $\{\mathbf{A}_m\}$, 使得两个问题的偏导值同时为零, 那么即可保证它们的等效性, 并且此时的预编码矩阵 $\{\mathbf{V}_m\}$ 即为相应的 Pareto 最优解.

首先, 对式 (11) 所示的小区 m 的 VSINR 函数的对数值求关于预编码矩阵 $\mathbf{V}_m$ 的偏导,

$$\frac{\partial \log(\text{VSINR}_m)}{\partial \mathbf{V}_m} = \frac{2\mathbf{H}_m^H \mathbf{H}_m \mathbf{V}_m}{\mathbf{V}_m^H \mathbf{H}_m^H \mathbf{H}_m \mathbf{V}_m} - \frac{2P\mathbf{A}_m^H \bar{\mathbf{H}}_m^H \bar{\mathbf{H}}_m \mathbf{A}_m \mathbf{V}_m}{P\mathbf{V}_m^H \mathbf{A}_m^H \bar{\mathbf{H}}_m^H \bar{\mathbf{H}}_m \mathbf{A}_m \mathbf{V}_m + N_0 U N_R \mathbf{I}_{N_V}}. \quad (13)$$

其中, $\mathbf{I}_{N_V}$ 表示秩为 N_V 的单位阵. 类似的, 对式 (9) 所示的多小区系统总数据率求关于预编码矩阵 $\mathbf{V}_m$ 的偏导,

$$\begin{aligned} \frac{\partial R_\Sigma}{\partial \mathbf{V}_m} &= \frac{\partial R_m}{\partial \mathbf{V}_m} + \frac{\partial \sum_{i \neq m} R_i}{\partial \mathbf{V}_m} \\ &= \frac{2\mathbf{H}_m^H \mathbf{H}_m \mathbf{V}_m}{\mathbf{V}_m^H \mathbf{H}_m^H \mathbf{H}_m \mathbf{V}_m} - \sum_{i \neq m} \frac{2P\bar{\mathbf{H}}_m^H \bar{\mathbf{H}}_m \mathbf{V}_m}{P \sum_{j=1, j \neq i}^M \mathbf{V}_j^H \bar{\mathbf{H}}_{j \rightarrow i}^H \bar{\mathbf{H}}_{j \rightarrow i} \mathbf{V}_j + N_0 U N_R \mathbf{I}_{N_V}}. \end{aligned} \quad (14)$$

为了消除式 (14) 中的全局 CSI 项以实现分布式计算, 考虑到系统平均吞吐量问题与 VSINR 问题的等效条件建立在 Pareto 边界点上, 而在 Pareto 最优状态时, 可以认为小区间的干扰已被有效地抑制, 所以小区间的干扰与噪声相比非常小, 即干扰项 $\sum_{j \neq i, m} \mathbf{V}_j^H \bar{\mathbf{H}}_{j \rightarrow i}^H \bar{\mathbf{H}}_{j \rightarrow i} \mathbf{V}_j$ 可忽略, 此时, 系统平均吞吐量问题关于预编码矩阵 $\mathbf{V}_m$ 的偏导即为

$$\frac{\partial R_\Sigma}{\partial \mathbf{V}_m} \approx \frac{2\mathbf{H}_m^H \mathbf{H}_m \mathbf{V}_m}{\mathbf{V}_m^H \mathbf{H}_m^H \mathbf{H}_m \mathbf{V}_m} - \frac{2(M-1)P\bar{\mathbf{H}}_m^H \bar{\mathbf{H}}_m \mathbf{V}_m}{P\mathbf{V}_m^H \bar{\mathbf{H}}_m^H \bar{\mathbf{H}}_m \mathbf{V}_m + M N_0 U N_R \mathbf{I}_{N_V}}. \quad (15)$$

当式 (13) 与式 (15) 中所示的偏导值相等且同时为零时, 即可认为 VSINR 问题与系统平均吞吐量问题等效, 其中, 文献 [19,20] 中证明了, 由于 VSINR 模型可表示为关于预编码矩阵的矩阵束的形式, 因此一定存在一种预编码矩阵, 使得相应的系统数据率可达到 Pareto 最优状态, 即使得式 (13) 中所示的偏导值为零. 而由两式的偏导值相等这一条件, 可以推得

$$\frac{\mathbf{A}_m^H \bar{\mathbf{H}}_m^H \bar{\mathbf{H}}_m \mathbf{A}_m \mathbf{V}_m}{\mathbf{V}_m^H \mathbf{A}_m^H \bar{\mathbf{H}}_m^H \bar{\mathbf{H}}_m \mathbf{A}_m \mathbf{V}_m + (N_0 U N_R / P) \mathbf{I}_{N_V}} = \frac{(M-1)\bar{\mathbf{H}}_m^H \bar{\mathbf{H}}_m \mathbf{V}_m}{\mathbf{V}_m^H \bar{\mathbf{H}}_m^H \bar{\mathbf{H}}_m \mathbf{V}_m + (M N_0 U N_R / P) \mathbf{I}_{N_V}}. \quad (16)$$

由于修正系数矩阵 $\mathbf{A}_m = \text{diag}(a_{m,1}, a_{m,2}, \dots, a_{m,N_T})$, 其中, 元素 $a_{m,i}$ 与天线 i 的预编码矩阵 $\mathbf{V}_{m,i}$ 有关, 因此, 式 (16) 中所示的等效关系体现在修正系数 $a_{m,i}$ 上即为

$$a_{m,i} = \sqrt{\left| \frac{(M-1)N_0UN_R/P}{((2-M)\mathbf{V}_{m,i}^H \bar{\mathbf{H}}_m^H \bar{\mathbf{H}}_m \mathbf{V}_{m,i} + MN_0UN_R/P)} \right|}. \quad (17)$$

那么, 相应地, 修正系数矩阵 $\mathbf{A}_m$ 即为

$$\mathbf{A}_m = \text{diag} \left\{ a_{m,i} = \sqrt{\left| \frac{(M-1)N_0UN_R/P}{((2-M)\mathbf{V}_{m,i}^H \bar{\mathbf{H}}_m^H \bar{\mathbf{H}}_m \mathbf{V}_{m,i} + MN_0UN_R/P)} \right|}, \quad i = 1, \dots, N_T \right\}. \quad (18)$$

上式中所示的修正系数矩阵 $\mathbf{A}_m$ 即保证了实际多小区 MU-MIMO 系统的系统平均吞吐量问题与分布式的虚拟 VSINR 问题的等效性.

3.3 基于 VSINR 设计预编码矩阵

在建立了系统平均吞吐量问题与 VSINR 问题的等效关系之后, 对应的最优预编码矩阵即为

$$\max_{\mathbf{V}_m} \text{VSINR}_m \{\mathbf{V}_{m,i}\}, \text{ s.t. } \|\mathbf{V}_{m,i}\| = 1, \forall m, i = 1, \dots, U. \quad (19)$$

文献 [19~21] 中证明了当用户 i 对应的预编码矩阵 $\mathbf{V}_{m,i}$ 表现为如下形式时, 系统数据率可达到 Pareto 最优状态,

$$\mathbf{V}_{m,i} = \frac{(N_0\mathbf{I}_{N_T} + \mathbf{A}_m^H \bar{\mathbf{H}}_m^H \bar{\mathbf{H}}_m \mathbf{A}_m)^{-1} \mathbf{H}_{m,i}^H}{\|(N_0\mathbf{I}_{N_T} + \mathbf{A}_m^H \bar{\mathbf{H}}_m^H \bar{\mathbf{H}}_m \mathbf{A}_m)^{-1} \mathbf{H}_{m,i}^H\|}. \quad (20)$$

其中, $\mathbf{H}_{m,i} \in \mathbb{C}^{N_R \times N_T}$ 表示小区 m 内用户 i 对应有效信道矩阵. 相应地, 小区 m 的基站端发送预编码矩阵即为

$$\mathbf{V}_m = \left\{ \frac{(N_0\mathbf{I}_{N_T} + \mathbf{A}_m^H \bar{\mathbf{H}}_m^H \bar{\mathbf{H}}_m \mathbf{A}_m)^{-1} \mathbf{H}_{m,i}^H}{\|(N_0\mathbf{I}_{N_T} + \mathbf{A}_m^H \bar{\mathbf{H}}_m^H \bar{\mathbf{H}}_m \mathbf{A}_m)^{-1} \mathbf{H}_{m,i}^H\|}, i = 1, \dots, U \right\}. \quad (21)$$

在建立了实际系统平均吞吐量问题与虚拟 VSINR 问题的等效关系之后, 得到了小区 m 的预编码矩阵 $\mathbf{V}_m$ 和小区 m 的修正系数矩阵 $\mathbf{A}_m$ 的耦合关系, 采用迭代的算法来求出相应的 Pareto 最优预编码矩阵. 若两次迭代计算出的预编码矩阵差值小于门限值, 比如第 n 次迭代后, $\|\mathbf{V}_m^n - \mathbf{V}_m^{n-1}\| \leq \phi_m$, 或者迭代次数高于某一阈值 N 后, 则认为迭代停止.

算法可在各小区基站端分布式并行实现, 而不再需要基站间的大量数据信息与 CSI 的交互, 具体的算法流程可简述如表 1 所示.

4 仿真结果与性能分析

考虑一个下行多小区多用户 MIMO 系统的仿真场景. 系统由 M 个小区组成, 各小区内的基站均配置 N_T 个发送天线, 各用户配置 N_R 个接收天线. 假设各小区内 U 个活动用户, 同时各小区对 $\bar{U} = (M-1)U$ 个小区外用户产生干扰. 仿真中, 假设无线信道为 Rayleigh 慢衰落信道, 如小区 m 的有效信道 $\mathbf{H}_m$ 中的各元素的实部与虚部均服从循环对称复高斯随机分布 $\mathcal{CN}(0, 1)$, 其均值为 0, 方差为 1, 而小区 m 的干扰泄漏信道 $\bar{\mathbf{H}}_m$ 中的各元素的实部与虚部也相应地服从循环对称复高斯随机分布 $\mathcal{CN}(0, \alpha^2)$, 其中, $0 \leq \alpha \leq 1$ 为同频干扰因子, 由于本文提出的算法的迭代收敛速度较快, 因此, Ray-

表 1 算法流程表

Table 1 The algorithm description

for $m=1$ to M
1. Initialize precoder $\mathbf{V}_m$ as the orthogonal transmission mode;
2. Calculate the correction factor $\mathbf{A}_m$ based on local CSI,
$\mathbf{A}_m = \text{diag} \left\{ a_{m,i} = \sqrt{\frac{(M-1)N_0 U N_R / P}{((2-M)\mathbf{V}_{m,i}^H \bar{\mathbf{H}}_m^H \bar{\mathbf{H}}_m \mathbf{V}_{m,i} + M N_0 U N_R / P)}}, i = 1, \dots, N_T \right\};$
3. Derive the updated precoder by the correction factor from step 2,
$\mathbf{V}_m = \left\{ \frac{(N_0 \mathbf{I}_{N_T} + \mathbf{A}_m^H \bar{\mathbf{H}}_m^H \bar{\mathbf{H}}_m \mathbf{A}_m)^{-1} \bar{\mathbf{H}}_{m,i}^H}{\ (N_0 \mathbf{I}_{N_T} + \mathbf{A}_m^H \bar{\mathbf{H}}_m^H \bar{\mathbf{H}}_m \mathbf{A}_m)^{-1} \bar{\mathbf{H}}_{m,i}^H\ }, i = 1, \dots, U \right\};$
4. Go back to step 2 until that the iteration stop criterion is satisfied, otherwise go to step 5;
5. The m th base station transmits $\mathbf{V}_m \mathbf{s}_m$.
end for

leigh 慢衰落信道的时变性对该算法的性能影响较小. 迭代次数最大值 $N=20$, 两次迭代的结果差值的门限值 $\varphi_m = 10^{-17}$.

为了进行对比分析, 本次仿真中考虑了 6 种预编码设计算法, 分别是本文提出的基于 VSINR 的分布式预编码矩阵设计算法、已有的基于 SLNR 的多小区泄漏压缩算法^[16]、最大比发送 (MRT, maximum ratio transmission) 算法^[21]、迫零 (ZF, zero forcing) 算法^[21]、正交传输算法^[19] 以及穷举搜索法^[19]. 其中, 线性的多小区泄漏压缩算法以用户信漏噪比 SLNR 最大化为目标, 基于本地 CSI 信息即可完成预编码矩阵设计, 从而有效地抑制小区间干扰, 提高小区边缘用户的数据率. 即首先构造出小区内各用户的 SLNR 值, 再通过求解用户 SLNR 值的最大化问题, 来获取相应的预编码矩阵. 该算法可以在提高用户有用信号功率的同时, 抑制用户泄漏功率, 从而实现用户信漏噪比最大的优化目标, 来抑制小区间干扰, 提高系统性能, 并且该算法可以依据 SLNR 模型直接获得预编码矩阵的闭式解, 从而避免了迭代更新过程带来的系统开销. 但是, 由于用户 SLNR 是在理论中做出的假设模型, 而与实际系统中的吞吐量无直接的数值等效关系, 因此依据 SLNR 模型设计出的预编码矩阵并非是实际系统中的数据率最大化问题所要求的 Pareto 最优解, 从而使得系统性能不能够进一步的提高. MRT 算法在信噪比较低时可以实现 Nash 均衡解, 该算法在各发送端使用最大比准则来设计预编码矩阵, 小区 m 的预编码矢量即为 $\mathbf{v}_m = \mathbf{H}_m^H / \|\mathbf{H}_m^H\|$, 其中, $\mathbf{H}_m$ 为该小区的有效信道增益. ZF 算法则要求在消除噪声的同时, 使得有效信号的功率最大, 故小区 m 的预编码矢量即为 $\mathbf{v}_m = \Pi_{\bar{\mathbf{H}}_m}^\perp \mathbf{H}_m^H / \|\Pi_{\bar{\mathbf{H}}_m}^\perp \mathbf{H}_m^H\|$, 其中, $\mathbf{H}_m$ 为该小区的有效信道增益, $\bar{\mathbf{H}}_m$ 为该小区的干扰泄漏信道增益, $\Pi_{\bar{\mathbf{H}}_m}^\perp = \mathbf{I} - \bar{\mathbf{H}}_m^H (\bar{\mathbf{H}}_m \bar{\mathbf{H}}_m^H)^{-1} \bar{\mathbf{H}}_m$ 为干扰泄漏信道 $\bar{\mathbf{H}}_m^H$ 的正交零空间. 正交传输算法则是为小区内的各用户静态地分配正交预编码矩阵, 但无法根据信道条件的变化而实时地改变预编码矩阵的方向, 且无法保证相邻小区间用户的正交性. 而穷举搜索法则是在 ZF 算法和 MRT 算法的基础之上, 在相应的码本中搜索 Pareto 最优解, 即小区 m 的预编码矢量为 $\mathbf{v}_m = \arg \max_{\|\mathbf{v}_m\|^2=1} P |\mathbf{H}_m \mathbf{v}_m|^2 / (N_0 N_R + P |\bar{\mathbf{H}}_m \mathbf{v}_m|^2)$, 其中, P 表示该小区的基站发射总功率, N_R 表示用户端的接收天线数, N_0 表示加性高斯白噪声的方差, 此方法虽然可以实现较好的小区吞吐量性能, 若码本选择得合适, 且码本的空间方向粒度极小, 那么该算法能够近似地实现系统吞吐量的性能上界值, 但是, 由于该算法需要在码本中的所有码字集合内做搜索, 因此需要的计算开销非常大, 故算法复杂度较高, 而且算法的性能依赖于码本的选择, 若选择的码本在空间的分布上不均匀, 或者空间粒度较大, 那么则无法满足系统的需求, 使得系统吞吐量快速下降.

而本文所提出的基于 VSINR 的分布式多小区预编码矩阵设计算法, 则是基于基站的本地 CSI 信

图 1 小区平均吞吐量性能曲线图

Figure 1 The average cell throughput for different transmitting SNR ($M=3$, $N_T=8$, $N_R=2$, $U=2$, $a=0.5$)

息, 通过构造小区 VSINR 模型, 找到虚拟 VSINR 的最大化问题与该小区的实际系统平均吞吐量最大化问题的等效关系, 并用 VSINR 模型中的修正系数来引入这种等价关系, 其后, 再求解该 VSINR 问题对应的 Pareto 最优预编码矩阵. 虚拟的 VSINR 问题与实际的系统平均吞吐量问题的等效性体现在, 在 Pareto 边界点上, 该 VSINR 模型与系统平均吞吐量最大化问题的偏导值相等且同时为零. 然后再针对该小区的 VSINR 模型, 在各基站端分布式的采用迭代的算法求出相应的预编码矩阵, 从而在保证系统平均吞吐量性能提升的前提下, 有效地减少了 CSI 交换开销. 这种基于 VSINR 的分布式多小区预编码矩阵设计算法不仅可以在各基站端分布式的执行, 而不需要基站间交互大量的数据信息, 同时有效地抑制了基站的干扰泄漏功率, 从而抑制小区间干扰, 提高系统性能. 具体性能如仿真结果曲线图所示.

图 1 所示为小区平均吞吐量与信噪比的性能曲线图. 由图 1 可知, 随着 SNR 的增大, 本文所提算法表现出良好的干扰抑制能力, 算法所实现的数据率均会随着 SNR 呈现快速的增长, 且小区平均吞吐量较高. 除此之外, 当 SNR 相同时, 本文所提算法所实现的吞吐量与穷举搜索法的性能接近, 且均大于其他算法. 基站 SNR 为 -5 dB~ 15 dB 的区域内, 相对于 SLNR 算法而言, 本文提出的算法所实现的吞吐量性能可提升约 5.97% ~ 10.96% , 并且当系统 SNR 较低时, 本文所设计的算法的性能提升越明显, 这是由于本算法采用了修正系数矩阵来建立实际系统中的集中式小区平均吞吐量问题与虚拟的分布式 VSINR 问题的等效性, 再基于带有修正系数的 VSINR 模型, 分布式的在各基站端求出相应的预编码矩阵的 Pareto 最优解, 由于等效条件的存在, 所以该预编码矩阵也是实际的系统数据率最大化问题的 Pareto 最优解. 因此, 本文提出的算法所实现的吞吐量比多小区泄漏压缩算法表现出了明显的性能提升, 除此之外, 当系统 SNR 较小时, 此时相应的基站发射功率较小, 系统用户受到的干扰较大, 因此选择合适的预编码矩阵至关重要, 故本文由于保证了分布式预编码矩阵的设计满足实际数据率最大化问题的 Pareto 边界条件, 从而使得该预编码矩阵对干扰的抑制能力更强, 使得小区平均吞吐量的性能增益更显著.

图 2 所示为本文所提算法所实现的系统总吞吐量与迭代次数的性能曲线图. 如图所示, 当系统 SNR 不同时, 该算法均表现出快速的收敛能力, 迭代 3 次即可实现大致的收敛, 迭代 20 次即可保证算

图 2 迭代次数与系统平均吞吐量

Figure 2 The system throughput VS. different times of iterations ($M=2$, $N_T=8$, $N_R=1$, $U=4$, $a=0.5$)

图 3 干扰因子与系统平均吞吐量

Figure 3 The system throughput for different interference factor ($M=2$, $N_T=8$, $N_R=1$, $U=4$, $\text{SNR}=15$ dB)

法完全收敛, 因此, 该算法的收敛速度较快, 从而在提升系统性能的同时, 节约了系统的计算开销并减少了基站端的处理时延。

图 3 所示为小区平均吞吐量与干扰因子的性能曲线图。如图所示, 当干扰因子增大时, 本算法虽有一定的性能损失, 但是仍与穷举搜索法的性能相近, 且优于其他算法。其中, 当干扰因子为零时, 基于 SLNR 的多小区泄漏压缩算法与本文所提算法的性能相近, 而随着干扰因子的逐渐增大, 本文所提算法表现出更明显的性能优势, 这是由于本文所提算法保证了 VSINR 模型与实际小区吞吐量问题的等效性, 从而保证了基于 VSINR 模型设计出的预编码矩阵, 能够在最大程度上抑制小区间的实际干扰, 从而实现系统吞吐量的提升, 因此, 本文所提算法对小区间干扰的抑制能力较强, 性能较优。

图 4 小区内用户数与小区平均吞吐量

Figure 4 The average cell throughput for different number of active users ($M=2$, $N_T=8$, $N_R=1$, $\text{SNR}=15$ dB, $\alpha=0.5$)

图 4 所示为小区平均吞吐量与小区内用户数的性能曲线图。如图中所示, 随着小区内活动用户数的增大, 本文所提算法表现出明显的性能提升, 相应的小区平均吞吐量与穷举法相近, 且均优于其他算法。其中, 当小区内用户数较少时, 基于 SLNR 的多小区泄漏压缩算法与本文所提算法的性能相近, 但是随着用户数的增多, 本文所提算法表现出比 SLNR 算法更优异的性能, 这是由于, 对每个用户而言, 本文所提算法中的 VSINR 模型均与该用户的实际吞吐量等效性, 那么, 依据该 VSINR 模型设计出的预编码矩阵, 能够在最大程度上提升该用户的吞吐量性能, 从而实现小区平均吞吐量的提升, 因此, 本文所提算法对小区间干扰的抑制能力较强, 同时能够提供较大的自由度, 保证以较高的 QoS 指标服务更多的活动用户。

5 总结

本文提出了一种适用于多小区多用户 MIMO 干扰信道的基于 VSINR 的分布式预编码矩阵设计算法, 该算法实现起来较简单, 利用修正系数保证了分布式的虚拟 VSINR 问题与集中式的实际系统平均吞吐量问题的等效性, 然后根据 VSINR 模型分布式的处理小区间干扰问题, 从而避免构建复杂的中央控制节点, 同时实现系统数据率最大化的优化目标, 提升系统的平均吞吐量。仿真验证表明本文所提出的算法性能明显优于已有相关算法。随着 SNR 的增大, 本文所提算法表现出了良好的干扰抑制能力与迭代收敛能力, 算法所实现的数据率均会随着 SNR 的增大呈现快速的增长, 且系统平均吞吐量较高。

参考文献

- 1 Sun J, Liu Y Z, Zhu G X. On degrees of freedom of the cellular network. *Sci China Inf Sci*, 2010, 53: 1034–1043
- 2 Viswanath P, Tse D N C. Sum capacity of the vector Gaussian broadcast channel and uplink-downlink duality. *IEEE Trans Inf Theory*, 2003, 49: 1912–1921

- 3 Vishwanath S, Jindal N, Goldsmith A. Duality, achievable rates, and sum-rate capacity of Gaussian MIMO broadcast channels. *IEEE Trans Inf Theory*, 2003, 49: 2658–2668
- 4 Yu W, Cioffi J M. Sum capacity of Gaussian vector broadcast channels. *IEEE Trans Inf Theory*, 2004, 50: 1875–1892
- 5 Caire G, Shamai(Shitz) S. On the achievable throughput of a multi-antenna Gaussian broadcast channel. *IEEE Trans Inf Theory*, 2003, 49: 1691–1706
- 6 Viswanathan H, Venkatesan S, Huang H. Downlink capacity evaluation of cellular networks with known-interference cancellation. *IEEE J Sel Areas Commun*, 2003, 21: 802–811
- 7 Foschini G J, Karakayali K, Valenzuela R A. Coordinating multiple antenna cellular networks to achieve enormous spectral efficiency. *IEE Proc Commun*, 2006, 153: 548–555
- 8 Andrews J G, Choi W, Heath Jr R W. Overcoming interference in spatial multiplexing MIMO cellular networks. *IEEE Wirel Commun Mag*, 2010, 14: 95–104
- 9 Boudreau G, Panicker J, Guo N, et al. Interference coordination and cancellation for 4G networks. *IEEE Commun Mag*, 2009, 47: 74–81
- 10 Zhang H, Dai H. Cochannel interference mitigation and cooperative processing in downlink multicell multiuser MIMO networks. *EURASIP J Wirel Commun Netw*, 2004, 2: 222–235
- 11 Tölili A, Pennanen H, Komulainen P. SINR balancing with coordinated multi-cell transmission. In: Hanzo L, ed. *Proceeding of Wireless Communications and Networking Conference*, Budapest, 2009. 1–6
- 12 Cai D W H, Quek T Q S, Tan C W. Coordinated max-min SIR optimization in multicell downlink–duality and algorithm. In: Ujj N, ed. *Proceedings of IEEE International Conference on Communications*, Kyoto, 2011. 1–6
- 13 Andrews J G, Choi W, Heath R W. Overcoming interference in spatial multiplexing MIMO cellular networks. *IEEE Wirel Commun*, 2007, 14: 95–104
- 14 Sung H, Park S H, Lee K J, et al. Linear precoder designs for K -user interference channels. *IEEE Trans Wirel Commun*, 2010, 9: 291–301
- 15 Etkin R H, Tse D N C, Wang H. Gaussian interference channel capacity to within one bit. *IEEE Trans Inf Theory*, 2008, 54: 5534–5562
- 16 Sadek M, Tarighat A, Sayed A H. A leakage-based precoding scheme for downlink multi-user MIMO channels. *IEEE Trans Wirel Commun*, 2007, 6: 1711–1721
- 17 Zhang H, Mehta N B, Molisch A F, et al. Asynchronous interference mitigation in cooperative base station systems. *IEEE Trans Wirel Commun*, 2010, 7: 155–165
- 18 Lee B O, Je H W, Sohn I, et al. Interference aware decentralized precoding for multicell MIMO TDD systems. In: Miller R W, ed. *Proceedings of the Global Communications Conference*, Beijing, 2008. 1–5
- 19 Zakhour R, Gesbert D. Coordination on the MISO interference channel using the virtual SINR framework. In: *Proc ITG/IEEE Workshop on Smart Antennas*, Berlin, 2009
- 20 Park S H, Park H, Lee I. Beamforming design based on virtual SINR maximization for interference networks. In: Ujj N, ed. *IEEE International Conference on Communications*, Tyoto, 2011. 1–5
- 21 Jorswieck E A, Larsson E G. The MISO interference channel from a game-theoretic perspective: A combination of selfishness and altruism achieves Pareto optimality. In: Sayed A H, ed. *IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP)*, Las Vegas, 2008. 5364–5367

Distributed precoder design based on VSINR maximization for multi-cell MU-MIMO systems

WANG DeSheng*, YANG YiFan & ZHU GuangXi

Department of Electronics and Information Engineering, Huazhong University of Science & Technology, Wuhan 430074, China

*E-mail: dswang@mail.hust.edu.cn

Abstract In this paper, we propose a distributed precoder design algorithm based on virtual signal-to-interference-plus-noise ratio (VSINR) for multi-cell multi-user multiple-input multiple-output (MU-MIMO) system. As the problem of finding the optimal precoder to maximize the system throughput is non-convex and non-trivial, it is important to find low-complexity solutions. Motivated by the recent results in the distributed signal-to-leakage-plus-noise ratio (SLNR) model, we aim to establish equivalence between the distributed VSINR maximization problem and the original centralized throughput maximization problem by designing the proper correction factor, and the correction factor is constructed to satisfy the equivalence condition that the sub-gradients w.r.t the precoder of the VSINR model and the system throughput model become zero at the same time. Then we can build a VSINR model which is proved to be Pareto optimal, thus the entire system throughput can be optimized by using precoders based on an appropriate distributed VSINR model. Finally we can distributedly solve the corresponding Pareto optimal precoding matrix problem based on local CSI (CSI, channel state information) and a closed-form solution of optimal transmitter precoder can be derived. Simulation results show that the proposed precoder can enhance the system throughput with varying transmitting SNRs, active users and interference factors, and outperform other existing distributed precoder design algorithms such as ZF, MRT and SLNR algorithms. Besides, the iteration in our proposed algorithm converges fast within 3 iterations, the approximate optimum can be achieved, and within 20 iterations, and the global optimum can be obtained. Therefore, our proposed algorithm can bring a significant increase to the average cell throughput while effectively saving the system overhead.

Keywords VSINR, Pareto optimal, multi-cell MU-MIMO, precoder, matrix algebra, beamforming, iterative methods

WANG DeSheng was born in 1975 in Wuhan, Hubei province. He received the Ph.D. degree from Huazhong University of Science and Technology majored in electronics and information engineering in 2004. He is now an Associate Professor of Huazhong University of Science and Technology. His current research interests lie in the field of cooperative MIMO communication, radio resource allocation, cross layer-based radio link protocol design and so on. He is a member of China Broadband Wireless IP Standard Group, FuTURE and IEEE.

YANG YiFan was born in 1988 in Wuhan, Hubei Province. She received the B.S. degree and M.S. degree both from the Department of Electronics and Information Engineering of Huazhong University of Science and Technology of China. Her research interests include wireless channel modeling, inter-cell interference coordination and multi-user diversity gain.

ZHU GuangXi was born in 1945 in Guilin, Guangxi. He is currently a Professor and a tutor of Ph.D. students in the Department of Electronics and Information Engineering of Huazhong University of Science and Technology of China. His major research interest is in the broad band multi-media communications. He is a member of the expert group of the Ministry of Information Industry and the Ministry of Science and Communication Technology of China,

and a member of the National Natural Science Foundation review panel and the Academic Degree Evaluation Committee of the State Council.